

2016 年湖北省鄂州市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. $-\frac{3}{4}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

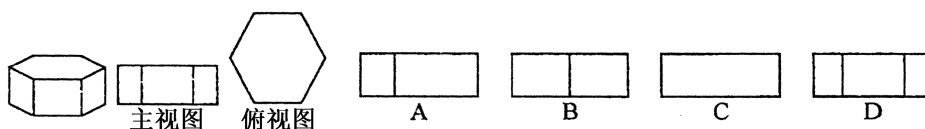
2. 下列运算正确的是 ()

- A. $3a+2a=5a^2$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $(-3a^3)^2 = 9a^6$ D. $(a+2)^2 = a^2 + 4$

3. 钓鱼岛是中国的固有领土, 位于中国东海, 面积为 $4400000m^2$, 数据 4400000 用科学记数法表示为 ()

- A. 4.4×10^6 B. 44×10^5 C. 4×10^6 D. 0.44×10^7

4. 一个几何体及它的主视图和俯视图如图所示, 那么它的左视图正确的是 ()

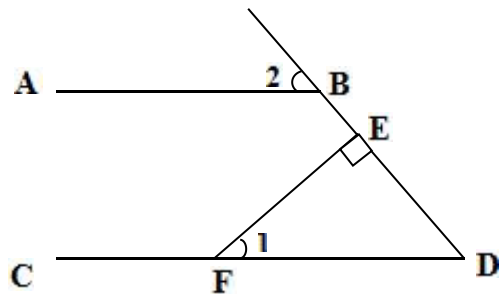


5. 下列说法正确的是 ()

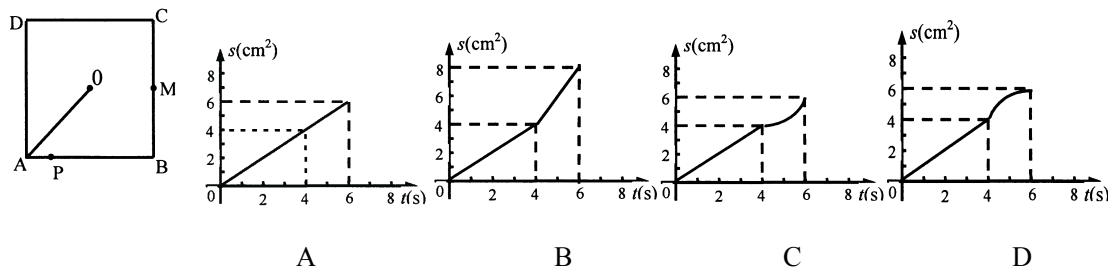
- A. 了解飞行员视力的达标率应使用抽样调查
B. 一组数据 3, 6, 6, 7, 9 的中位数是 6
C. 从 2000 名学生中选 200 名学生进行抽样调查, 样本容量为 2000
D. 一组数据 1, 2, 3, 4, 5 的方差是 10

6. 如图所示, $AB \parallel CD$, $EF \perp BD$, 垂足为 E, $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

- A. 50° B. 40° C. 45° D. 25°



7. 如图, O 是边长为 4cm 的正方形 ABCD 的中心, M 是 BC 的中点, 动点 P 由 A 开始沿折线 A—B—M 方向匀速运动, 到 M 时停止运动, 速度为 1cm/s. 设 P 点的运动时间为 t(s), 点 P 的运动路径与 OA、OP 所围成的图形面积为 $S(cm^2)$, 则描述面积 $S(cm^2)$ 与时间 t(s) 的关系的图像可以是 ()

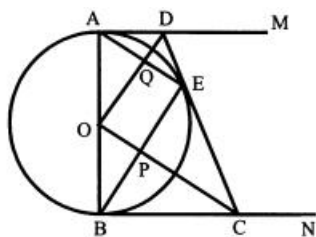


8. 如图所示, AB 是 $\odot O$ 的直径, AM、BN 是 $\odot O$ 的两条切线, D、C 分别在 AM、BN 上, DC 切 $\odot O$ 于点 E, 连接 OD、OC、BE、AE, BE 与 OC 相交于点 P, AE 与 OD 相交于点 Q, 已知 AD=4, BC=9. 以下结论:

- ① $\odot O$ 的半径为 $\frac{13}{2}$ ②OD//BE ③PB= $\frac{18}{13}\sqrt{13}$ ④ $\tan \angle CEP = \frac{2}{3}$

其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

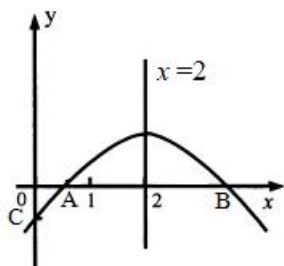


9. 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像与 x 轴正半轴相交于 A、B 两点, 与 y 轴相交于点 C, 对称轴为直线 $x=2$, 且 $OA=OC$. 则下列结论:

- ① $abc > 0$ ② $9a+3b+c < 0$ ③ $c > -1$ ④关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有一个根为 $-\frac{1}{a}$

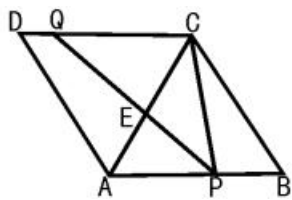
其中正确的结论个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



10. 如图, 菱形 ABCD 的边 AB=8, $\angle B=60^\circ$, P 是 AB 上一点, BP=3, Q 是 CD 边上一动点, 将梯形 APQD 沿直线 PQ 折叠, A 的对应点为 A'。当 CA' 的长度最小时, CQ 的长为 ()

- A. 5 B. 7 C. 8 D. $\frac{13}{2}$

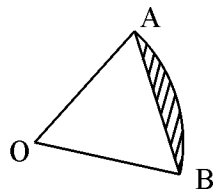


二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

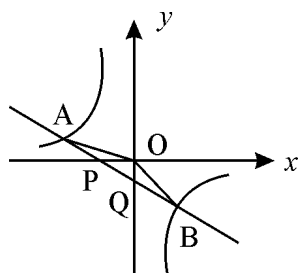
11. 方程 $x^2 - 3 = 0$ 的根是_____

12. 不等式组 $\begin{cases} 2x - 3 < 3x - 2 \\ 2(x - 2) \geq 3x - 6 \end{cases}$ 的解集是_____

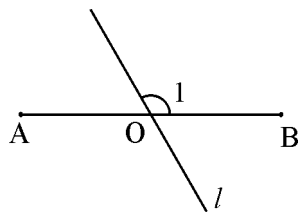
13. 如图, 扇形 OAB 中, $\angle AOB = 60^\circ$, $OA = 6\text{cm}$, 则图中阴影部分的面积是_____.



14. 如图, 已知直线 $y = k_1x + b$ 与 x 轴、 y 轴相交于 P、Q 两点, 与 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像相交于 A $(-2, m)$ 、B $(1, n)$ 两点, 连接 OA、OB. 给出下列结论: ① $k_1k_2 < 0$; ② $m + \frac{1}{2}n = 0$; ③ $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$; ④ 不等式 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的解集是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$, 其中正确的结论的序号是_____.

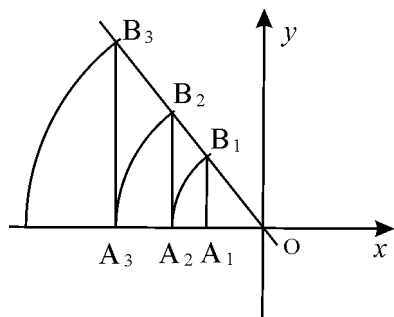


15. 如图, $AB = 6$, O 是 AB 的中点, 直线 l 经过点 O, $\angle 1 = 120^\circ$, P 是直线 l 上一点. 当 $\triangle APB$ 为直角三角形时, $AP =$ _____.



16. 如图, 直线 $l: y = -\frac{4}{3}x$, 点 A_1 坐标为 $(-3, 0)$. 过点 A_1 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 B_1 , 以原点 O 为圆心, OB_1 长为半径画弧交 x 轴负半轴于点 A_2 , 再过点 A_2 作 x 轴的垂

线交直线 l 于点 B_2 ，以原点 O 为圆心， OB_2 长为半径画弧交 x 轴负半轴于点 A_3 ， $\cdots$ ，
按此做法进行下去，点 A_{2016} 的坐标为_____。



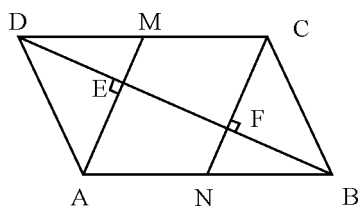
三、解答题（17 题 6 分，18. 19 题 8 分，20. 21 题 9 分，22. 23 题 10 分，24 题 12 分）

17. 计算（本题满分 6 分） $|\sqrt{3} - \sqrt{2}| + (\sqrt{2015} - 1)^0 + 2\sin 45^\circ - 2\cos 30^\circ + \left(\frac{1}{2015}\right)^{-1}$

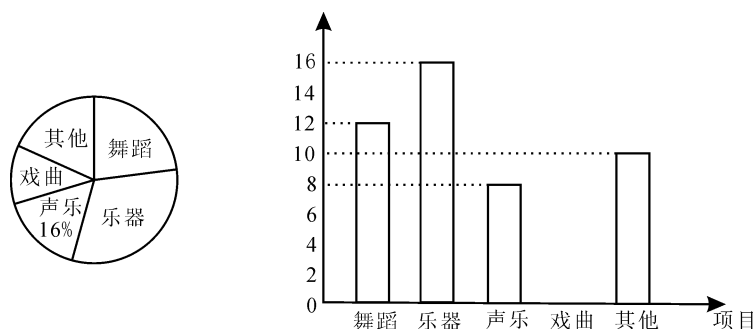
18.（本题满分 8 分）如图， $\square ABCD$ 中， BD 是它的一条对角线，过 A 、 C 两点作 $AE \perp BD$ ，
 $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E 、 F ，延长 AE 、 CF 分别交 CD 、 AB 于 M 、 N 。

(1) (4 分) 求证：四边形 $CMAN$ 是平行四边形。

(2) (4 分) 已知 $DE = 4$ ， $FN = 3$ ，求 BN 的长。



19. (本题满分 8 分) 为了解学生的艺术特长发展情况, 某校音乐组决定围绕在“舞蹈、乐器、声乐、戏曲、其它活动”项目中, 你最喜欢哪一项活动 (每人只限一项) 的问题, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 并将调查结果绘制如下两幅不完整的统计图。



请你根据统计图解答下列问题:

- (1) (3 分) 在这次调查中, 一共抽查了_____名学生。其中喜欢“舞蹈”活动项目的人数占抽查总人数的百分比为_____。扇形统计图中喜欢“戏曲”部分扇形的圆心角为_____度。
- (2) (1 分) 请你补全条形统计图。
- (3) (4 分) 若在“舞蹈、乐器、声乐、戏曲”项目中任选两项成立课外兴趣小组, 请利用列表或画树状图的方法求恰好选中“舞蹈、声乐”这两项的概率。

20. (本题满分 9 分) 关于 x 的方程 $(k-1)x^2+2kx+2=0$

- (1) (4 分) 求证: 无论 k 为何值, 方程总有实数根。
- (2) (5 分) 设 x_1, x_2 是方程 $(k-1)x^2+2kx+2=0$ 的两个根, 记 $S = \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} + x_1 + x_2$, S 的值能为 2 吗? 若能, 求出此时 k 的值。若不能, 请说明理由。

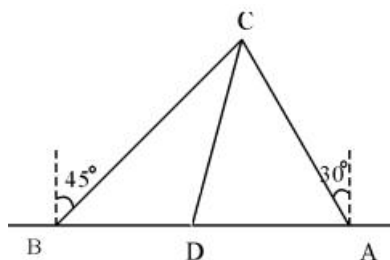
21. (本题满分 9 分) 为了维护海洋权益, 新组建的国家海洋局加大了在南海的巡逻力度。

一天, 我两艘海监船刚好在我某岛东西海岸线上的 A、B 两处巡逻, 同时发现一艘不明国籍的船只停在 C 处海域。如图所示, $AB = 60(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ 海里, 在 B 处测得 C 在北偏东 45° 的方向上, A 处测得 C 在北偏西 30° 的方向上, 在海岸线 AB 上有一灯塔 D, 测得 $AD = 120(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ 海里。

(1) (4 分) 分别求出 A 与 C 及 B 与 C 的距离 AC, BC (结果保留根号)

(2) (5 分) 已知在灯塔 D 周围 100 海里范围内有暗礁群, 我在 A 处海监船沿 AC 前往 C 处盘查, 途中有无触礁的危险?

(参考数据: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{6} = 2.45$)

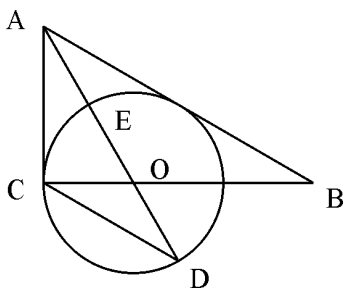


22. (本题满分 10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AO 是 $\triangle ABC$ 的角平分线。以 O 为圆心, OC 为半径作 $\odot O$ 。

(1) (3 分) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线。

(2) (3 分) 已知 AO 交 $\odot O$ 于点 E, 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 D, $\tan D = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{AE}{AC}$ 的值。

(3) (4 分) 在 (2) 的条件下, 设 $\odot O$ 的半径为 3, 求 AB 的长。



23. (本题满分 10 分) 某宾馆有 50 个房间供游客居住, 当每个房间定价 120 元时, 房间会全部住满, 当每个房间每天的定价每增加 10 元时, 就会有一个房间空闲。如果游客居住房间, 宾馆需对每个房间每天支出 20 元的各种费用, 设每个房间定价增加 $10x$ 元 (x 为整数)。

(1) (2 分) 直接写出每天游客居住的房间数量 y 与 x 的函数关系式。

(2) (4 分) 设宾馆每天的利润为 W 元, 当每间房价定价为多少元时, 宾馆每天所获利润最大, 最大利润是多少?

(3) (4 分) 某日, 宾馆了解当天的住宿的情况, 得到以下信息: ①当日所获利润不低于 5000 元, ②宾馆为游客居住的房间共支出费用没有超过 600 元, ③每个房间刚好住满 2 人。问: 这天宾馆入住的游客人数最少有多少人?

24. (本题满分 12 分) 如图在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=2x+4$ 与 y 轴交于 A 点, 与 x 轴交于 B 点, 抛物线 $C_1: y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 过 A、B 两点, 与 x 轴另一交点为 C。

(1) (3 分) 求抛物线解析式及 C 点坐标。

(2) (4 分) 向右平移抛物线 C_1 , 使平移后的抛物线 C_2 恰好经过 $\triangle ABC$ 的外心, 抛物线 C_1 、 C_2 相交于点 D, 求四边形 AOCD 的面积。

(3) (5 分) 已知抛物线 C_2 的顶点为 M, 设 P 为抛物线 C_1 对称轴上一点, Q 为抛物线 C_1 上一点, 是否存在以点 M、Q、P、B 为顶点的四边形为平行四边形, 若存在, 直接写出 P 点坐标, 不存在, 请说明理由。

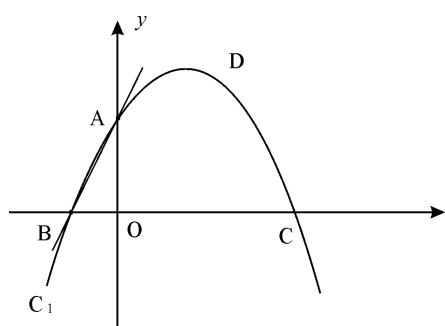


图 (1)

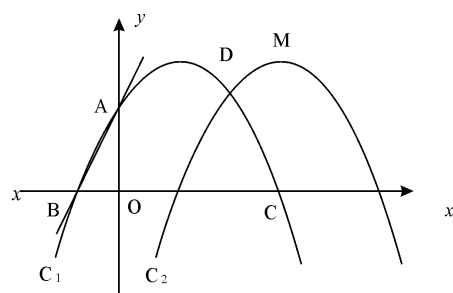


图 (2)

2016 年湖北省鄂州市中考数学试卷

参考答案及试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. $-\frac{3}{4}$ 的相反数是（ ）

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

【考点】相反数.

【分析】本题根据相反数的定义，可得答案.

【解答】解：因为 $\frac{3}{4}$ 与 $-\frac{3}{4}$ 是符号不同的两个数

所以 $-\frac{3}{4}$ 的相反数是 $\frac{3}{4}$.

故选 C.

【点评】只有符号不同的两个数，我们就说其中一个是另一个的相反数；0 的相反数是 0。一般地，任意的一个有理数 a，它的相反数是 -a。a 本身既可以是正数，也可以是负数，还可以是零。解答相反数的题时，一要注意“两个数”成对出现，二要注意只有“符号”不同。

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $3a+2a=5a^2$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $(-3a^3)^2 = 9a^6$ D. $(a+2)^2 = a^2 + 4$

【考点】合并同类项、同底数幂的除法、积的乘方、完全平方式。

【分析】根据同类项合并、同底数幂的除法、积的乘方的运算法则和完全平方式计算即可。

【解答】解：A. 根据同类项合并法则， $3a+2a=5a$ ，故本选项错误；

B. 根据同底数幂的除法， $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故本选项错误；

C. 根据积的乘方， $(-3a^3)^2 = 9a^6$ ，故本选项正确；

D. 根据完全平方式， $(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$ ，故本选项错误。

故选 C.

【点评】本题是基础题，弄清法则是关键。合并同类项是把多项式中的同类项（所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项）合并成一项；同底数幂是指底数相同的幂；同底数幂相除，底数不变指数相减；积的乘方，先把积中的每一个因数分别乘方，再把所得的幂相乘，要注意符号；完全平方式：两数和（或差）的平方，等于它们的平方的和加上（或者减去）它们的积的 2 倍。

3. 钓鱼岛是中国的固有领土，位于中国东海，面积为 $4400000m^2$ ，数据 4400000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 4.4×10^6 B. 44×10^5 C. 4×10^6 D. 0.44×10^7

【考点】用科学记数法表示较大的数。

【分析】根据科学记数法是把一个大于 10 的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式（其中 $1 \leq a < 10$ ，n 是正整数）。确定 $a \times 10^n$ （ $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数）中 n 的值是易错点，本题 4400000 有 7 位，

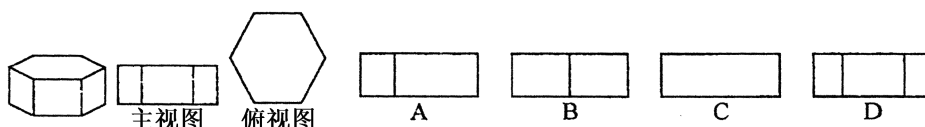
所以可以确定 $n=7-1=6$ ，再表示成 $a \times 10^n$ 的形式即可。

【解答】解：将 4400000 用科学记数法表示为： 4.4×10^6 .

故选 A.

【点评】本题考查的是用科学记数法表示较大的数. 解题时要注意：①科学记数法的形式是由两个数的乘积组成的；②因数为 a ($1 \leq a < 10$) 中， a 是正整数数位只有一位的正数， a 可以取 1，但不能取 10；③因数 10^n (n 正整数) 中，10 的指数 (n) 比原数的整数位数少 1。如原数是 12 位数的整数，则 10 的指数为 11；④用科学记数法表示数时，不改变数的符号，只是改变数的书写形式而已；⑤负数也可以用科学记数法表示，“-”照写，其它与正数一样。

4. 一个几何体及它的主视图和俯视图如图所示，那么它的左视图正确的是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据“俯视图打地基，主视图疯狂盖，左视图拆违章”分析，找到从左面看所得到的图形即可；注意所有的看到的棱都应表现在左视图中. 从俯视图可知，本题几何体是正六棱柱，所以棱应该在正中间.

【解答】解：从物体的左面看是正六棱柱的两个侧面，因 C 项只有 1 个面，D 项有 3 个面，故排除 C，D；

从俯视图可知，本题几何体是正六棱柱，所以棱应该在正中间，故排除 A.

故选 B.

【点评】本题考查的是简单组合体的三视图 (由几何体判断三视图). 解题的关键，一是要熟知“俯视图打地基，主视图疯狂盖，左视图拆违章”口诀，二是注意所有的看到的棱都应表现在左视图中.

5. 下列说法正确的是 ()

A. 了解飞行员视力的达标率应使用抽样调查

B. 一组数据 3, 6, 6, 7, 9 的中位数是 6

C. 从 2000 名学生中选 200 名学生进行抽样调查，样本容量为 2000

D. 一组数据 1, 2, 3, 4, 5 的方差是 10

【考点】抽样调查、中位数、样本容量、方差.

【分析】根据全面调查以及抽样调查的知识对 A 选项进行判断；根据中位数的定义对 B 选项作出判断；根据样本容量的知识对 C 选项作出判断；根据方差的计算公式对 D 选项作出判断.

【解答】解：A、了解飞行员视力的达标率应使用全面调查，故此选项错误；

B、一组数据 3, 6, 6, 7, 9 的数的个数是奇数，故中位数是处于中间位置的数 6，故此选项正确；

C、从 2000 名学生中选 200 名学生进行抽样调查，样本容量应该是 200，故此选项错误；

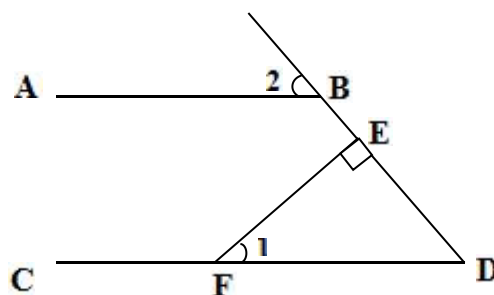
D. 一组数据 1, 2, 3, 4, 5 的平均数 $= \frac{1}{5} (1+2+3+4+5) = 3$, $\therefore$ 方差 $= \frac{1}{5} [(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2] = 2$, 故此选项错误.

故选 B.

【点评】 本题考查的是统计知识。全面调查和抽样调查是按调查对象范围不同划分的调查方式。全面调查是对调查对象中的所有单位全部加以调查，通过基层单位按照一定的报表填报要求进行逐一登记、逐级上报、层层汇总，最后取得调查结果的一种调查方式，如人口普查、经济普查等。抽样调查是一种非全面调查，它是从研究的总体中按随机原则抽取部分样本单位进行调查，并根据样本单位的调查结果来推断总体，以达到认识总体的一种统计调查方式；中位数是指将一组数据按照由小到大（或由大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数；样本容量又称“样本数”，是指一个样本的必要抽样单位数目；样本容量是对于你研究的总体而言的，是在抽样调查中总体的一些抽样。比如：中国人的身高值为一个总体，你随机取一百个人的身高，这一百个人的身高数据就是总体的一个样本。某一个样本中的个体的数量就是样本容量；注意：不能说样本的数量就是样本容量，因为总体中的若干个个体只组成一个样本；样本容量不需要带单位；方差是各个数据与其算术平均数的离差平方和的平均数；方差的公式 $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$ （其中 n 是样本容量， $\bar{x}$ 表示平均数）。

6. 如图所示， $AB \parallel CD$ ， $EF \perp BD$ ，垂足为 E ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）

- A. 50° B. 40°
C. 45° D. 25°



【考点】 平行线的性质，垂直的性质，三角形的内角和定理。

【分析】 根据平行线的性质：两直线平行同位角相等，得出 $\angle 2 = \angle D$ ；再根据垂直的性质和三角形的内角和定理，得出 $\angle D = 40^\circ$ ，从而得出 $\angle 2$ 的度数。

【解答】解： 如图， $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle 2 = \angle D;$$

又 $\because EF \perp BD$

$$\therefore \angle DEF = 90^\circ;$$

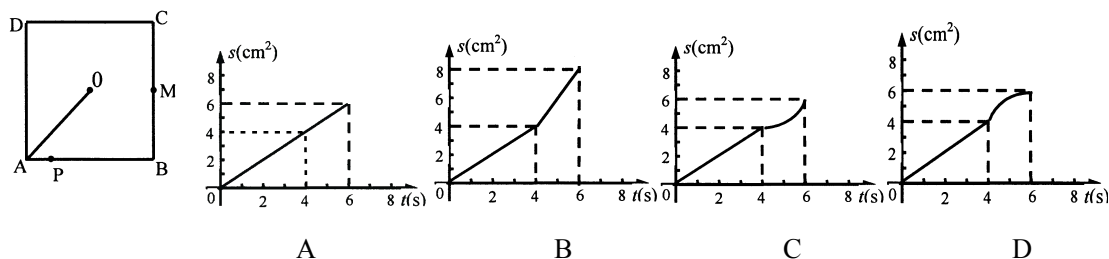
$$\therefore \text{在 } \triangle DEF \text{ 中, } \angle D = 180^\circ - \angle DEF - \angle 1 = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = \angle D = 40^\circ.$$

故选 B.

【点评】 本题解题的关键是弄清性质和定理。平行线的性质之一：两直线平行同位角相等；垂直的性质：如果两直线互相垂直，则它们相交所组成的角为直角；三角形的内角和定理：三角形三个内角的和等于 180° 。

7. 如图， O 是边长为 4cm 的正方形 $ABCD$ 的中心， M 是 BC 的中点，动点 P 由 A 开始沿折线 $A-B-M$ 方向匀速运动，到 M 时停止运动，速度为 1cm/s 。设 P 点的运动时间为 $t(\text{s})$ ，点 P 的运动路径与 OA 、 OP 所围成的图形面积为 $S(\text{cm}^2)$ ，则描述面积 $S(\text{cm}^2)$ 与时间 $t(\text{s})$ 的关系的图像可以是（ ）



【考点】动点函数的图像问题.

【分析】分别判断点 P 在 AB、在 BM 上分别运动时，点 P 的运动路径与 OA、OP 所围成的图形面积为 $S(\text{cm}^2)$ 的变化情况进行求解即可.

【解答】解：点 P 在 AB 上分别运动时，围成的三角形面积为 $S(\text{cm}^2)$ 随着时间的增多不断增大，到达点 B 时，面积为整个正方形面积的四分之一，即 4 cm^2 ；

点 P 在 BM 上分别运动时，点 P 的运动路径与 OA、OP 所围成的图形面积为 $S(\text{cm}^2)$ 随着时间的增多继续增大， $S=4+S_{\triangle OBP}$ ；动点 P 由 A 开始沿折线 A—B—M 方向匀速运动，故排除 C、D；

到达点 M 时，面积为 $4+2=6(\text{cm}^2)$ ，故排除 B.

故选 A.

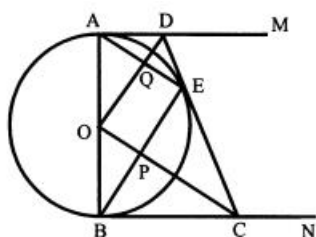
【点评】动点函数的图像问题. 解答此类题目应首先看清横轴和纵轴表示的量，然后根据实际求解. 注意排除法在本题中的灵活运用.

8. 如图所示，AB 是 $\odot O$ 的直径，AM、BN 是 $\odot O$ 的两条切线，D、C 分别在 AM、BN 上，DC 切 $\odot O$ 于点 E，连接 OD、OC、BE、AE，BE 与 OC 相交于点 P，AE 与 OD 相交于点 Q，已知 $AD=4$ ， $BC=9$. 以下结论：

- ① $\odot O$ 的半径为 $\frac{13}{2}$ ② $OD \parallel BE$ ③ $PB = \frac{18}{13} \sqrt{13}$ ④ $\tan \angle CEP = \frac{2}{3}$

其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



【考点】直线与圆的位置关系 (直线与圆的相交，直线与圆的相切)，平行线的判定，矩形的判定和性质，直角三角形的性质及判定，相似三角形的判定和性质，勾股定理，全等三角形的判定和性质，三角函数等.

【分析】①连接 OE，则 $OE \perp DC$ ，易证明四边形 ABCD 是梯形，则其中位线长等于 $\frac{1}{2} (4+9) = \frac{13}{2}$ ，而梯形 ABCD 的中位线平行于两底，显而易见，中位线的长 (斜边) 大于直角边 (或运用垂线段最短判定)，故可判断①错误；另外的方法是直接计算出 $\odot O$ 的半径的长 (做选择题时，不宜)；

②先证明 $\triangle AOD \cong \triangle EOD$ ，得出 $\angle AOD = \angle EOD = \frac{1}{2} \angle AOE$ ，再运用同弧所对的

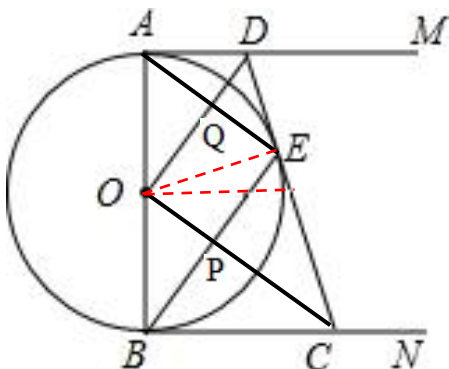
圆周角等于圆心角的一半证明 $\angle AOD = \angle ABE$ ，从而得出 $OD \parallel BE$ ，故②正确；

③由①知 $OB=6$, 根据勾股定理示出 OC , 再证明 $\triangle OPB \sim \triangle OBC$, 则 $\frac{PB}{BC} = \frac{OB}{OC}$, 可得出 PB 的长.

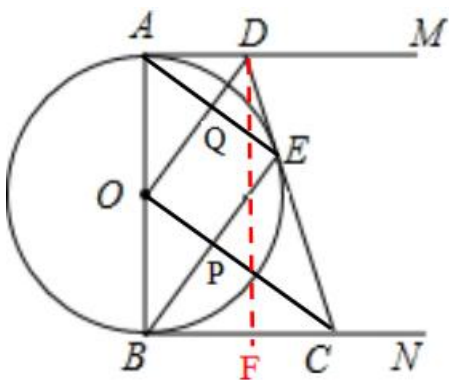
④易知 $\angle CEP > \angle ECP$, 所以 $CP > PE$, 故 $\tan \angle CEP = \frac{2}{3}$ 错误.

【解答】①解法一：易知四边形 $ABCD$ 是梯形，则其中位线长等于 $\frac{1}{2} (4+9) = \frac{13}{2}$ ，

OE 为 $\odot O$ 的半径，且 $OE \perp DC$ ，而梯形 $ABCD$ 的中位线平行于两底，显而易见，中位线的长（斜边）大于直角边的长（或运用垂线段最短判定），故可判断①错误；



解法二：过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F.



$\therefore AM, BN$ 分别切 $\odot O$ 于点 A, B ,

$$\therefore AB \perp AD, \quad AB \perp BC,$$

$\therefore$ 四边形 **ABFD** 是矩形.

$$\therefore AD=BF, \quad AB=DF,$$

又 $\because AD=4, BC=9,$

$$\therefore FC = 9 - 4 = 5,$$

$\therefore AM, BN, DC$ 分别切 $\odot O$ 于点 A, B, E ,

$$\therefore DA = DE, CB = CE,$$

$$\therefore DC = AD + BC = 4 + 9 = 13,$$

在 $RT\triangle DFC$ 中, $DC^2 = DF^2 + FC^2$,

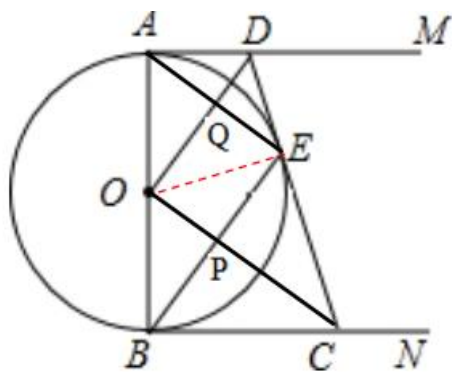
$$\therefore DF = \sqrt{DC^2 - FC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

$$\therefore AB = 12,$$

$\therefore \odot O$ 的半径 R 是 6.

故①错误;

②连接 OE ,



$\because AM, DE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore DA = DE, \angle OAD = \angle OED = 90^\circ,$$

又 $\because OD = OD$,

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle EOD$ 中,

$$\begin{cases} DA = DE \\ OD = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle EOD,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle EOD = \frac{1}{2} \angle AOE,$$

$$\because \angle ABE = \frac{1}{2} \angle AOE,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle ABE,$$

$$\therefore OD \parallel BE.$$

故②正确;

③根据勾股定理, $OC = \sqrt{BC^2 + OB^2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$;

由①知 $OB=6$,

易知 $\triangle OPB \sim \triangle OBC$, 则 $\frac{PB}{BC} = \frac{OB}{OC}$,

$$\therefore PB = \frac{BC \times OB}{OC} = \frac{9 \times 6}{3\sqrt{13}} = \frac{18}{\sqrt{13}}.$$

故③正确;

④易知 $\angle CEP > \angle ECP$, 所以 $CP > PE$, 故 $\tan \angle CEP = \frac{2}{3}$ 错误.

综上, 正确的答案为: B.

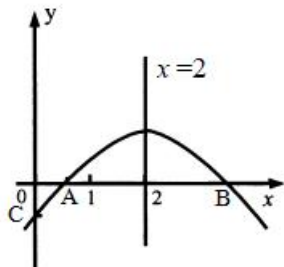
【点评】在解决切线的问题中, 一般先连接切点和圆心, 再证明垂直; 同时熟记切线垂直于经过切点的半径. 在做判断题时, 不需要计算出结果时, 一定要灵活运用多种方法, 以节约时间.

9. 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像与 x 轴正半轴相交于 A 、 B 两点, 与 y 轴相交于点 C , 对称轴为直线 $x=2$, 且 $OA=OC$. 则下列结论:

① $abc > 0$ ② $9a+3b+c < 0$ ③ $c > -1$ ④ 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有一个根为 $-\frac{1}{a}$

其中正确的结论个数有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



【考点】二次函数图象与系数的关系, 数形结合思想.

【分析】①由抛物线开口方向得 $a < 0$, 由抛物线的对称轴位置可得 $b > 0$, 由抛物线与 y 轴的交点位置可得 $c < 0$, 则可对①进行判断; ②当 $x=3$ 时, $y=ax^2+bx+c=9a+3b+c > 0$, 则可对②进行判断; ③

【解答】①解: $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$\because$ 抛物线的对称轴在 y 轴的右侧,

$$\therefore b > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴下方,

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0,$$

$\therefore$ ①正确;

②当 $x=3$ 时, $y=ax^2+bx+c=9a+3b+c > 0$,

$$\therefore \text{② } 9a+3b+c < 0 \text{ 错误;}$$

③ $\because C(0, c)$, $OA=OC$,
 $\therefore A(-c, 0)$,
 由图知, A 在 1 的左边 $\therefore -c < 1$, 即 $c > -1$
 $\therefore$ ③正确;

④把 $-\frac{1}{a}$ 代入方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$), 得

$$ac - b + 1 = 0,$$

把 $A(-c, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 得 $ac^2 - bc + c = 0$,

$$\text{即 } ac - b + 1 = 0,$$

$\therefore$ 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有一个根为 $-\frac{1}{a}$.

综上, 正确的答案为: C.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异); 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定: $\Delta=b^2-4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta=b^2-4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

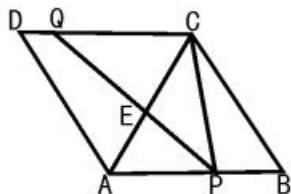
10. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边 $AB=8$, $\angle B=60^\circ$, P 是 AB 上一点, $BP=3$, Q 是 CD 边上一动点, 将梯形 $APQD$ 沿直线 PQ 折叠, A 的对应点为 A' , 当 CA' 的长度最小时, CQ 的长为 ()

A. 5

B. 7

C. 8

D. $\frac{13}{2}$



【考点】 菱形的性质, 梯形, 轴对称 (折叠), 等边三角形的判定和性质, 最值问题.

【分析】 如下图所示, 由题意可知, $\triangle ABC$ 为等边三角形; 过 C 作 $CH \perp AB$, 则 $AH=HB$; 连接 DH ; 要使 CA' 的长度最小, 则梯形 $APQD$ 沿直线 PQ 折叠后 A 的对应点 A' 应落在 CH 上, 且对称轴 PQ 应满足 $PQ \parallel DH$; 因为 $BP=3$, 易知 $HP=DQ=1$, 所以 $CQ=7$.

【解答】 解: 如图, 过 C 作 $CH \perp AB$, 连接 DH ;

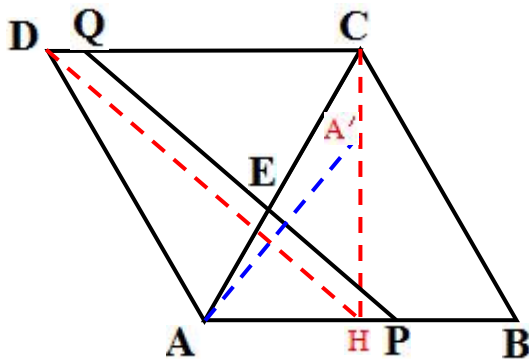
$\because ABCD$ 是菱形, $\angle B=60^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形;

$$\therefore AH=HB=\frac{8}{2}=4;$$

$\because BP=3$,

$\therefore HP=1$



要使 CA' 的长度最小, 则梯形 $APQD$ 沿直线 PQ 折叠后 A 的对应点 A' 应落在 CH 上, 且对称轴 PQ 应满足 $PQ \parallel DH$;

由作图知, $DHPQ$ 为平行四边形

$$\therefore DQ = HP = 1,$$

$$CQ = CD - DQ = 8 - 1 = 7.$$

故正确的答案为: B.

【点评】 本题综合考查了菱形的性质, 梯形, 轴对称 (折叠), 等边三角形的判定和性质, 最值问题. 本题作为选择题, 不必直接去计算, 通过作图得出答案是比较便捷的方法. 弄清在什么情况下 CA' 的长度最小 (相当于平移对称轴) 是解决本题的关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. 方程 $x^2 - 3 = 0$ 的根是_____

【考点】 解一元二次方程.

【分析】 先移项, 写成 $x^2 = 3$, 把问题转化为求 3 的平方根.

【解答】 解: 移项得 $x^2 = 3$,

$$\text{开方得 } x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}.$$

$$\text{答案为: } x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}.$$

【点评】 用直接开平方法求一元二次方程的解, 要注意仔细观察方程的特点.

12. 不等式组 $\begin{cases} 2x - 3 < 3x - 2 \\ 2(x - 2) \geq 3x - 6 \end{cases}$ 的解集是_____

【考点】 解一元一次不等式组.

【分析】 先求出每个不等式的解集, 再根据不等式的解集找出不等式组的解集即可.

【解答】 解: $\begin{cases} 2x - 3 < 3x - 2 \\ 2(x - 2) \geq 3x - 6 \end{cases}$

$$\therefore \text{解不等式 } 2x - 3 < 3x - 2, \text{ 得: } x > -1,$$

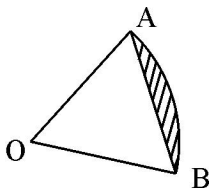
$$\text{解不等式 } 2(x - 2) \geq 3x - 6, \text{ 得: } x \leq 2,$$

$$\therefore \text{不等式组的解集为 } -1 < x \leq 2,$$

故答案为: $-1 < x \leq 2$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组. 解题的关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集, 难度适中.

13. 如图, 扇形 OAB 中, $\angle AOB = 60^\circ$, $OA = 6\text{cm}$, 则图中阴影部分的面积是_____.



【考点】扇形的面积.

【分析】利用阴影部分面积=扇形的面积-三角形的面积进行计算.

【解答】解: $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇}} = \frac{1}{360} \pi n R^2 - S_{\triangle AOB} = \frac{1}{360} \pi \times 60 \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\pi - 9\sqrt{3}$.

故答案为: $(6\pi - 9\sqrt{3}) \text{ cm}^2$.

【点评】本题考查了求扇形的面积. 要熟知不同条件下的扇形的面积的求法: $S_{\text{扇}} = \frac{1}{2} L R$

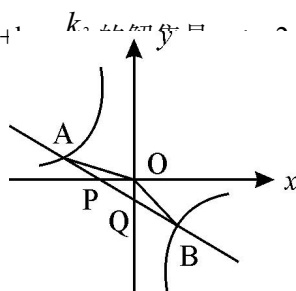
(L 为扇形弧长, R 为半径) $= \frac{1}{2} \alpha R^2$ (α 为弧度制下的扇形圆心角, R 为半径) $= \frac{1}{360} \pi n R^2$

(n 为圆心角的度数, R 为半径); $C_{\text{扇}} = \frac{1}{360} 2 \pi n R + 2R$ (n 为圆心角的度数, R 为半径) $= (\alpha + 2) R$ (α 为弧度制下的扇形圆心角, R 为半径); $S_{\text{扇}} = \pi R M$.

14. 如图, 已知直线 $y = k_1 x + b$ 与 x 轴、 y 轴相交于 P 、 Q 两点, 与 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像相交于 A

$(-2, m)$ 、 $B(1, n)$ 两点, 连接 OA 、 OB . 给出下列结论: ① $k_1 k_2 < 0$; ② $m + \frac{1}{2} n = 0$;

③ $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$; ④ 不等式 $k_1 x + b > \frac{k_2}{x}$ 或 $0 < x < 1$, 其中正确的结论的序号是_____.



【考点】反比例函数, 一次函数, 不等式.

【分析】①由直线 $y = k_1 x + b$ 的图像在二、四象限, 知 $k_1 < 0$; $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像在二、四象限, 知 $k_2 < 0$; 因此 $k_1 k_2 > 0$, 所以①错误;

②A, B 两点在 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像上, 故将 $A(-2, m)$ 、 $B(1, n)$ 代入, 得 $m = \frac{k_2}{-2}$, $n = k_2$;

从而得出 $m + \frac{1}{2} n = 0$, 故②正确;

③令 $x = 0$, 则 $y = b$, 所以 $Q(0, b)$, 则 $S_{\triangle BOQ} = \frac{1}{2} \times 1 \times |b| = -\frac{1}{2} b$; 将 $A(-2, m)$ 、

$B(1, n)$ 分别代入 $y = k_1 x + b$, 解得 $k_1 = \frac{n-m}{3}$, 所以 $y = \frac{n-m}{3} x + b$; 令 $y = 0$, 则 $x = -\frac{1}{2} b$, 所以

$P(-\frac{1}{2} b, 0)$, 则 $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} \times |-2| \times |-\frac{1}{2} b| = -\frac{1}{2} b$; 所以 $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$, 故③正确;

④由图像知, 在 A 点左边, 不等式 $k_1 x + b > \frac{k_2}{x}$ 的图像在 $\frac{k_2}{x}$ 的图像的上边, 故满足 $k_1 x + b > \frac{k_2}{x}$;

在 Q 点与 A 点之间, 不等式 k_1x+b 的图像在 $\frac{k_2}{x}$ 的图像的上边, 故满足 $k_1x+b > \frac{k_2}{x}$; 因此不等式 $k_1x+b > \frac{k_2}{x}$ 的解集是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$. 故④正确.

【解答】解: ①由直线 $y = k_1x + b$ 的图像在二、四象限, 知 $k_1 < 0$;

双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像在二、四象限, 知 $k_2 < 0$;

$\therefore k_1k_2 > 0$;

$\therefore$ ①错误;

②A, B 两点在 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像上, 故将 A $(-2, m)$ 、B $(1, n)$ 代入, 得 $m = \frac{k_2}{-2}$, $n = k_2$;

将 $n = k_2$ 代入 $m = \frac{k_2}{-2}$ 中, 得 $m = \frac{n}{-2}$,

即 $m + \frac{1}{2}n = 0$.

$\therefore$ ②正确;

③令 $x=0$, 则 $y=b$, 所以 Q $(0, b)$, 则 $S_{\triangle BOQ} = \frac{1}{2} \times 1 \times |b| = -\frac{1}{2}b$;

将 A $(-2, m)$ 、B $(1, n)$ 分别代入 $y = k_1x + b$,

解得 $k_1 = \frac{n-m}{3}$,

$\therefore y = \frac{n-m}{3}x + b$;

令 $y=0$, 则 $x = -\frac{1}{2}b$,

$\therefore P(-\frac{1}{2}b, 0)$,

$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} \times |-2| \times |-\frac{1}{2}b| = -\frac{1}{2}b$;

$\therefore S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$.

$\therefore$ ③正确;

④由图像知, 在 A 点左边, 不等式 k_1x+b 的图像在 $\frac{k_2}{x}$ 的图像的上边, 故满足 $k_1x+b > \frac{k_2}{x}$;

在 Q 点与 A 点之间, 不等式 k_1x+b 的图像在 $\frac{k_2}{x}$ 的图像的上边, 故满足 $k_1x+b > \frac{k_2}{x}$;

因此不等式 $k_1x+b > \frac{k_2}{x}$ 的解集是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$.

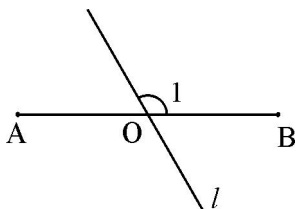
$\therefore$ ④正确.

综上, 正确的答案为: ②③④

【点评】本题考查了反比例函数, 一次函数, 不等式. 注意反比例函数的单调性: 当 $k > 0$ 时, 图像分别位于第一、三象限, 每一个象限内, 从左往右, y 随 x 的增大而减小; 当 $k < 0$

时，图像分别位于第二、四象限，每一个象限内，从左往右， y 随 x 的增大而增大。本题中要注意 $y = k_1x + b$ 中的 $b < 0$ ，不等式 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的解集可以直接从图中得出。

15. 如图， $AB = 6$ ， O 是 AB 的中点，直线 l 经过点 O ， $\angle 1 = 120^\circ$ ， P 是直线 l 上一点。当 $\triangle APB$ 为直角三角形时， $AP = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【考点】 外接圆，切线，直角三角形的判定，勾股定理，三角函数，分类讨论思想。

【分析】 确定 P 点在直线 l 上的位置是解决本题的关键。要使 $\triangle APB$ 为直角三角形，我们就联想到以 AB 为直径的外接圆，但 AB 也有可能为直角边，所以要分类讨论。我们将满足条件的 P 逐一画在图上。如图， P_1, P_2 在以 O 为圆心的外接圆上， P_1, P_2 在 $\odot O$ 的切线上，再根据题目的已知条件逐一解答即可。

【解答】 解：分类讨论如下：

- (1) 在 $\text{Rt}\triangle AP_1B$ 中， $\because \angle 1 = 120^\circ$ ， $OP_1 = OB$ ，
 $\therefore \angle OBP_1 = \angle OP_1B = 30^\circ$ ，
 $\therefore AP_1 = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ；

- (2) 在 $\text{Rt}\triangle AP_2B$ 中， $\because \angle 1 = 120^\circ$ ， $OP_2 = OB$ ，
 $\therefore \angle P_2BO = \angle OP_2B = 60^\circ$ ，
 $\therefore AP_2 = \frac{1}{2}AB = \cos \angle OBP_2 \times 6 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ ；

- (3) P_3B 为以 B 为切点的 $\odot O$ 的切线，
 $\because \angle 1 = 120^\circ$ ， $OP_3 = OB$ ，
 $\therefore \angle P_3BO = \angle OP_3B = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle P_3OB = 60^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OP_3B$ 中， $\therefore BP_3 = \tan \angle P_3OB \times 3 = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$ ；

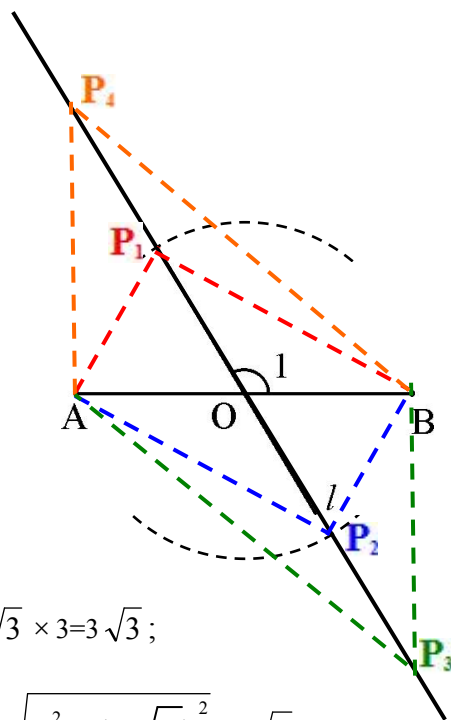
在 $\text{Rt}\triangle AP_3B$ 中， $AP_3 = \sqrt{AB^2 + BP_3^2} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{7}$ ；

- (4) P_4B 为以 A 为切点的 $\odot O$ 的切线，
 $\because \angle 1 = 120^\circ$ ， $OP_4 = OA$ ，
 $\therefore \angle P_4AO = \angle OP_4A = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle P_4OA = 60^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OP_4A$ 中， $\therefore AP_4 = \tan \angle P_4OA \times 3 = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$ 。

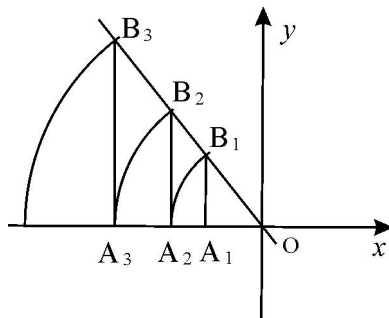
综上，当 $\triangle APB$ 为直角三角形时， $AP = 3$ ，或 $3\sqrt{3}$ ，或 $3\sqrt{7}$ 。

故答案为：3 或 $3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{7}$ 。



【点评】 本题考查了外接圆，切线，直角三角形的判定，勾股定理，三角函数，分类讨论思想. 注意分类讨论思想的运用；本题难度虽然不大，但容易遗漏. 四种情况中，有两种情况的结果相同。

16. 如图，直线 $l: y = -\frac{4}{3}x$ ，点 A_1 坐标为 $(-3, 0)$. 过点 A_1 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 B_1 ，以原点 O 为圆心， OB_1 长为半径画弧交 x 轴负半轴于点 A_2 ，再过点 A_2 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 B_2 ，以原点 O 为圆心， OB_2 长为半径画弧交 x 轴负半轴于点 A_3 ， $\cdots$ ，按此做法进行下去，点 A_{2016} 的坐标为_____.



【考点】 一次函数图像上点的坐标特征，规律型：图形的变化类.

【分析】 由直线 $l: y = -\frac{4}{3}x$ 的解析式求出 A_1B_1 的长，再根据勾股定理，求出 OB_1 的长，从而得出 A_2 的坐标；再把 A_2 的横坐标代入 $y = -\frac{4}{3}x$ 的解析式求出 A_2B_2 的长，再根据勾股定理，求出 OB_2 的长，从而得出 A_3 的坐标； $\cdots$ ，由此得出一般规律.

【解答】 解： $\because$ 点 A_1 坐标为 $(-3, 0)$ ， $\therefore OA_1 = 3$ ，

把 $x = -3$ 代入直线 $y = -\frac{4}{3}x$ 中，得 $y = 4$ ，即 $A_1B_1 = 4$.

根据勾股定理， $OB_1 = \sqrt{OA_1^2 + A_1B_1^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$\therefore A_2$ 坐标为 $(-5, 0)$ ， $OA_2 = 5$ ；

把 $x = -5$ 代入直线 $y = -\frac{4}{3}x$ 中，得 $y = \frac{20}{3}$ ，即 $A_2B_2 = \frac{20}{3}$.

根据勾股定理， $OB_2 = \sqrt{OA_2^2 + A_2B_2^2} = \sqrt{5^2 + \left(\frac{20}{3}\right)^2} = \frac{25}{3} = \frac{5^2}{3}$ ，

$\therefore A_3$ 坐标为 $(-\frac{5^2}{3}, 0)$ ， $OA_3 = \frac{5^2}{3}$ ；

把 $x = -\frac{5^2}{3}$ 代入直线 $y = -\frac{4}{3}x$ 中，得 $y = \frac{100}{9}$ ，即 $A_3B_3 = \frac{100}{9}$.

根据勾股定理， $OB_3 = \sqrt{OA_3^2 + A_3B_3^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{3}\right)^2 + \left(\frac{100}{9}\right)^2} = \frac{125}{9} = \frac{5^3}{3^2}$ ，

$\therefore A_4$ 坐标为 $(-\frac{5^3}{3^2}, 0)$ ， $OA_4 = \frac{5^3}{3^2}$ ；

$\cdots \cdots$

同理可得 A_n 坐标为 $(-\frac{5^{n-1}}{3^{n-2}}, 0)$, $O A_n = \frac{5^{n-1}}{3^{n-2}}$;

$\therefore A_{2016}$ 坐标为 $(-\frac{5^{2015}}{3^{2014}}, 0)$

故答案为: $(-\frac{5^{2015}}{3^{2014}}, 0)$

【点评】 本题是规律型图形的变化类题是全国各地的中考热点题型, 考查了一次函数图像上点的坐标特征. 解题时, 要注意数形结合思想的运用, 总结规律是解题的关键. 解此类题时, 要得到两三个结果后再比较、总结归纳, 不要只求出一个结果就盲目的匆忙得出结论.

三、解答题 (17 题 6 分, 18. 19 题 8 分, 20. 21 题 9 分, 22. 23 题 10 分, 24 题 12 分)

17. 计算 (本题满分 6 分) $|\sqrt{3}-\sqrt{2}|+(\sqrt{2015}-1)^0+2\sin 45^\circ-2\cos 30^\circ+(\frac{1}{2015})^{-1}$

【考点】 绝对值, 0 指数幂, 负整数指数幂, 特殊角的三角函数值, 实数的运算.

【分析】 $\sqrt{3} > \sqrt{2}$, 故可直接去掉绝对值符号, 计算 0 次幂和负整数指数幂, 代入特殊角的三角函数值然后进行加减运算, 最后合并同类二次根式即可.

【解答】 解: 原式 = $(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + 1 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2015$ (3 分)

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + 2015$$

$$= 2016$$

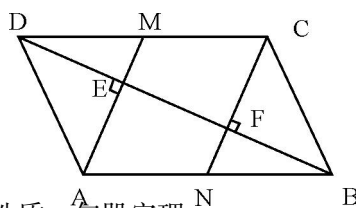
(6 分)

【点评】 本题考查了绝对值, 0 指数幂, 负整数指数幂, 特殊角的三角函数值, 实数的运算. 求正确记忆特殊角的三角函数值及熟练掌握运算法则是解题的关键.

18. (本题满分 8 分) 如图, $\square ABCD$ 中, BD 是它的一条对角线, 过 A 、 C 两点作 $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, 垂足分别为 E 、 F , 延长 AE 、 CF 分别交 CD 、 AB 于 M 、 N .

(1) (4 分) 求证: 四边形 $CMAN$ 是平行四边形.

(2) (4 分) 已知 $DE = 4$, $FN = 3$, 求 BN 的长.



【考点】 平行四边形的判定与性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理.

【分析】 (1) 通过 $AE \perp BD$, $CF \perp BD$ 证明 $AE \parallel CF$, 再由四边形 $ABCD$ 是平行四边形得到 $AB \parallel CD$, 由两组对边分别平行的四边形是平行四边形可证得四边形 $CMAN$ 是平行四边形;

(2) 先证明两三角形全等得 $DE = BF = 4$, 再由勾股定理得 $BN = 5$.

【解答】 (1) 证明: $\because AE \perp BD$ $CF \perp BD$

$$\therefore AE \parallel CF$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AB \parallel CD$$

$\therefore$ 四边形 $CMAN$ 是平行四边形

(4 分)

(2) 由(1)知四边形 $CMAN$ 是平行四边形

$$\therefore CM=AN.$$

又 $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形

$$\therefore AB=CD, \angle MDE=\angle NBF.$$

$$\therefore AB-AN=CD-CM, \text{ 即 } DM=BN.$$

在 $\triangle MDE$ 和 $\triangle NBF$ 中

$$\begin{cases} \angle MDE=\angle NBF \\ \angle DEM=\angle BFN=90^{\circ} \\ DM=BN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MDE \cong \triangle NBF$$

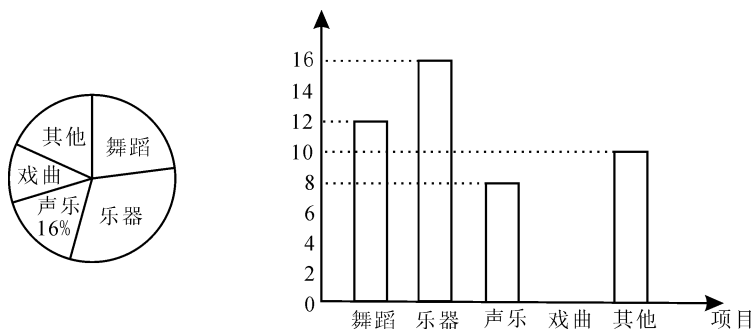
$$\therefore DE=BF=4, (2 \text{ 分})$$

$$\text{由勾股定理得 } BN=\sqrt{FN^2+BF^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5 (4 \text{ 分}).$$

答: BN 的长为 5.

【点评】 本题主要考查了平行四边形的判定及其性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理; 灵活运用判定、性质及定理来分析、判断、推理或解答是解题的关键.

19. (本题满分 8 分) 为了解学生的艺术特长发展情况, 某校音乐组决定围绕在“舞蹈、乐器、声乐、戏曲、其它活动”项目中, 你最喜欢哪一项活动 (每人只限一项) 的问题, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 并将调查结果绘制如下两幅不完整的统计图.



请你根据统计图解答下列问题:

- (3 分) 在这次调查中, 一共抽查了_____名学生。其中喜欢“舞蹈”活动项目的人数占抽查总人数的百分比为_____。扇形统计图中喜欢“戏曲”部分扇形的圆心角为_____度。
- (1 分) 请你补全条形统计图。
- (4 分) 若在“舞蹈、乐器、声乐、戏曲”项目中任选两项成立课外兴趣小组, 请用列表或画树状图的方法求恰好选中“舞蹈、声乐”这两项的概率。

【考点】 条形统计图, 扇形统计图, 列表法或树状图法, 概率.

【分析】 (1) 用喜欢声乐的人数除以所占的百分比, 进行计算即可得出一共抽查了的学生人数; 喜欢“舞蹈”活动项目的人数除以被调查的总人数即可; 先求出喜欢“戏曲”部分的百分比, 再根据扇形所对圆心角的度数与百分比的关系是: 圆心角的度数=百分比 $\times 360^{\circ}$, 即可得出答案;

(2) 求出喜欢“戏曲”的人数, 然后补全统计图即可;

(3) 列表或画出树状图, 然后根据概率公式列式进行计算即可.

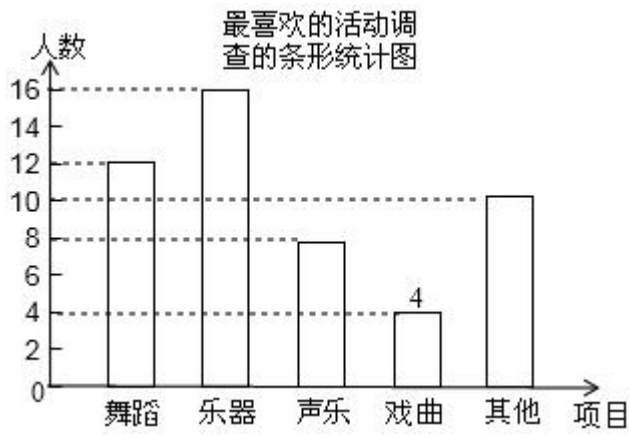
【解答】 解: (1) $8 \div 16\% = 50$,

$$\frac{12}{50} \times 100\% = 24\%,$$

$$100\% - \frac{12}{50} \times 100\% - \frac{16}{50} \times 100\% - 16\% - \frac{10}{50} \times 100\% = 100\% - 24\% - 32\% - 16\% - 20\% = 8\%$$

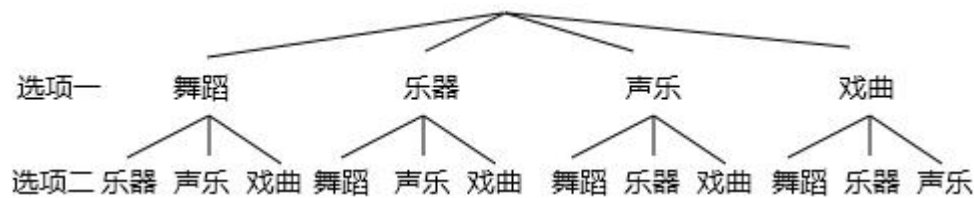
喜欢“戏曲”部分扇形的圆心角的度数=8%×360°=28.8°；

(2) 补全条形统计图如图 (1分)



(3) 图表或树状图正确 (2分)

画树状图如下：



共有 12 种情况，其中恰好选中“舞蹈、声乐”这两项活动的有 2 种结果，

故恰好选中“舞蹈、声乐”这两项活动的概率是： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. (4分)

用列表法如下：

	舞蹈	乐器	声乐	戏曲
舞蹈		(舞蹈、乐器)	(舞蹈、声乐)	(舞蹈、戏曲)
乐器	(乐器、舞蹈)		(乐器、声乐)	(乐器、戏曲)
声乐	(声乐、舞蹈)	(声乐、乐器)		(声乐、戏曲)
戏曲	(戏曲、舞蹈)	(戏曲、乐器)	(戏曲、声乐)	

【点评】 本题主要考查了条形统计图和扇形统计图的综合运用，概率. 读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. (本题满分 9 分) 关于 x 的方程 $(k-1)x^2+2kx+2=0$

(1) (4 分) 求证：无论 k 为何值，方程总有实数根。

(2) (5 分) 设 x_1, x_2 是方程 $(k-1)x^2+2kx+2=0$ 的两个根，记 $S = \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} + x_1 + x_2$ ， S 的

值为 2 吗？若能，求出此时 k 的值。若不能，请说明理由。

【考点】 一元二次方程，根的判别式.

【分析】 (1) 本题二次项系数为 $(k-1)$ ，可能为 0，可能不为 0，故要分情况讨论；要保证一元二次方程总有实数根，就必须使 $\Delta > 0$ 恒成立；

(2) 欲求 k 的值，先把此代数式变形为两根之积或两根之和的形式，代入

数值计算即可.

【解答】解: (1)①当 $k-1=0$ 即 $k=1$ 时, 方程为一元一次方程 $2x=1$,

$x=1/2$ 有一个解; (2 分)

②当 $k-1 \neq 0$ 即 $k \neq 1$ 时, 方程为一元二次方程,

$$\Delta = (2k)^2 - 4 \times 2(k-1) = 4k^2 - 8k + 8 = 4(k-1)^2 + 4 > 0$$

方程有两不等根

综合①②得不论 k 为何值, 方程总有实根 (4 分)

$$(2) \because x_1 + x_2 = -2k/(k-1), x_1 x_2 = 2/(k-1),$$
 (1 分)

$$\therefore S = (x_1^2 + x_2^2)/x_1 x_2 + (x_1 + x_2)$$

$$= [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]/x_1 x_2 + (x_1 + x_2)$$

$$= (4k^2 - 8k + 4)/2(k-1) = 2$$
 (2 分)

$$k^2 - 3k + 2 = 0$$

$$k_1 = 1 \quad k_2 = 2$$
 (3 分)

$\therefore$ 方程为一元二次方程, $k-1 \neq 0$

$\therefore k_1 = 1$ 应舍去

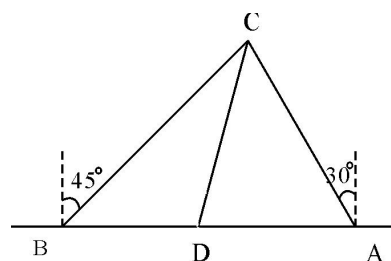
$\therefore$ 当 $k=2$ 时, S 的值为 2

$\therefore S$ 的值能为 2, 此时 k 的值为 2. (5 分)

【点评】本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系. 要熟练掌握一元二次方程的根与系数的关系: 如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根为 x_1, x_2 , 那么 $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. 文字表述: 两个根的和等于一次项系数与二次项的比的相反数, 两个根的积等于常数项与二次项系数的比.

21. (本题满分 9 分) 为了维护海洋权益, 新组建的国家海洋局加大了在南海的巡逻力度. 一天, 我两艘海监船刚好在我某岛东西海岸线上的 A、B 两处巡逻, 同时发现一艘不明国籍的船只停在 C 处海域. 如图所示, $AB = 60(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ 海里, 在 B 处测得 C 在北偏东 45° 的方向上, A 处测得 C 在北偏西 30° 的方向上, 在海岸线 AB 上有一灯塔 D, 测得 $AD = 120(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ 海里.

- (1) (4 分) 分别求出 A 与 C 及 B 与 C 的距离 AC, BC (结果保留根号)



- (2) (5 分) 已知在灯塔 D 周围 100 海里范围内有暗礁群，我在 A 处海监船沿 AC 前往 C 处盘查，途中有无触礁的危险？

(参考数据: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{6} = 2.45$)

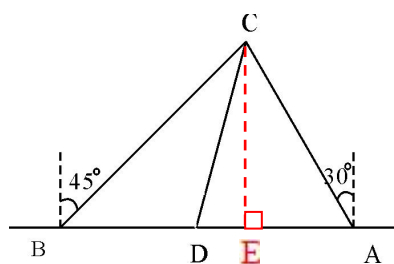
第 21 题图

【考点】解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】(1) 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E, 解直角三角形即可求出 A 与 C 及 B 与 C 的距离 AC, BC;

(2) 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于 F, 解直角三角形即可求出 DF 的长, 再比较与 100 的大小, 从而得出结论有无触礁的危险.

【解答】解: (1) 作 $CE \perp AB$ 于 E, 设 $AE = x$ (1 分)



则在 $\triangle ACE$ 中, $CE = \sqrt{3}x$ $AC = 2x$

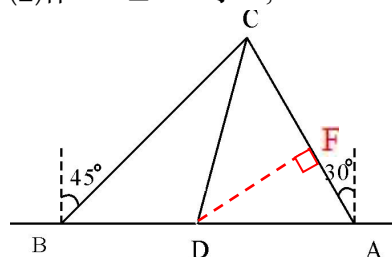
在 $\triangle BCE$ 中, $BE = CE = \sqrt{3}x$ $BC = \sqrt{6}x$ (2 分)

由 $AB = AE + BE$ $\therefore x + \sqrt{3}x = 60(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

解得 $x = 60\sqrt{2}$ (3 分)

所以 $AC = 120\sqrt{2}$ (海里), $BC = 120\sqrt{3}$ (海里) (4 分)

(2) 作 $DF \perp AC$ 于 F, (1 分)



在 $\triangle AFD$ 中, $DF = \sqrt{3}/2 DA$ (2 分)

$\therefore DF = \sqrt{3}/2 \times 60(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 60(3\sqrt{2} - \sqrt{6}) \approx 106.8 > 100$ (4 分)

所以无触礁危险. (5 分)

【点评】本题主要考查了解直角三角形的应用-方向角问题, 求三角形的边或高的问题一般可以转化为解直角三角形的问题, 解决的方法就是作高线.

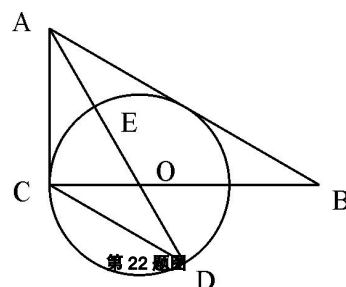
22. (本题满分 10 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AO 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 以 O 为圆心, OC 为半径作 $\odot O$.

(1) (3 分) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线.

(2) (3 分) 已知 AO 交 $\odot O$ 于点 E, 延长 AO 交 $\odot O$ 于

点 D, $\tan D = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{AE}{AC}$ 的值.

(3) (4 分) 在 (2) 的条件下, 设 $\odot O$ 的半径为 3, 求 AB 的长.



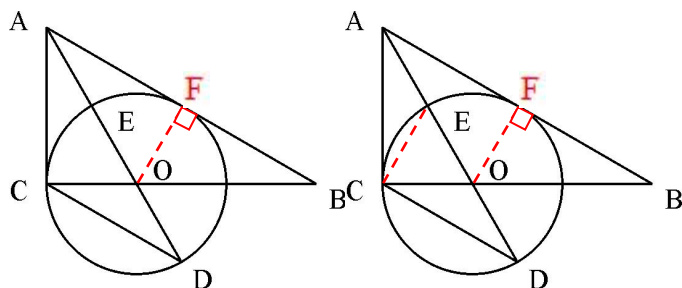
【考点】切线，角平分线，相似三角形的判定与性质，勾股定理，二元一次方程组.

【分析】(1) 过 O 作 $OF \perp AB$ 于 F，由角平分线上的点到角两边的距离相等即可得证；

(2) 连接 CE，证明 $\triangle ACE \sim \triangle ADC$ 可得 $AE/AC = CE/CD = \tan D = 1/2$ ；

(3) 先由勾股定理求得 AE 的长，再证明 $\triangle B0F \sim \triangle BAC$ ，得 $BF/BC = BO/BA = OF/AC$ ，设 $BO=y$ ， $BF=z$ ，列二元一次方程组即可解决问题.

【解答】(1)证明：作 $OF \perp AB$ 于 F (1 分)



$\because AO$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线， $\angle ACB = 90^\circ$

$\therefore OC = OF$ (2 分)

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线 (3 分)

(2)连接 CE (1 分)

$\because AO$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线，

$\therefore \angle CAE = \angle CAD$

$\because \angle ACE$ 所对的弧与 $\angle CDE$ 所对的弧是同弧

$\therefore \angle ACE = \angle CDE$

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle ADC$

$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{CE}{CD} = \tan D = \frac{1}{2}$ (3 分)

(3)先在 $\triangle ACO$ 中，设 $AE=x$ ，

由勾股定理得

$(x+3)^2 = (2x)^2 + 3^2$ ，解得 $x=2$ ， (1 分)

$\because \angle BFO = 90^\circ = \angle ACO$

易证 $Rt\triangle B0F \sim Rt\triangle BAC$ (2 分)

得 $BF/BC = BO/BA = OF/AC$ ，

设 $BO=y$ $BF=z$

$$y/4 + z = z/3 + y = 3/4 \quad \text{即} \quad \begin{cases} 4z = 9 + 3y \\ 4y = 12 + 3z \end{cases}$$

$$\text{解得 } z = \frac{27}{7} \quad y = \frac{75}{7} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\therefore AB = \frac{27}{7} + 4 = \frac{100}{7} \quad (5 \text{ 分})$$

【点评】 本题主要考查了切线，角平分线，相似三角形的判定与性质，勾股定理，二元一次方程组. 作 $OF \perp AB$ 于 F 是解题的关键.

23. (本题满分 10 分) 某宾馆有 50 个房间供游客居住，当每个房间定价 120 元时，房间会全部住满，当每个房间每天的定价每增加 10 元时，就会有一个房间空闲。如果游客居住房间，宾馆需对每个房间每天支出 20 元的各种费用，设每个房间定价增加 $10x$ 元 (x 为整数)。

(1) (2 分) 直接写出每天游客居住的房间数量 y 与 x 的函数关系式。

(2) (4 分) 设宾馆每天的利润为 W 元，当每间房价定价为多少元时，宾馆每天所获利润最大，最大利润是多少？

(3) (4 分) 某日，宾馆了解当天的住宿的情况，得到以下信息：①当日所获利润不低于 5000 元，②宾馆为游客居住的房间共支出费用没有超过 600 元，③每个房间刚好住满 2 人。

问：这天宾馆入住的游客人数最少有多少人？

【考点】 二次函数的应用，不等式组的应用。

【分析】 (1) 通过总房间 50 个可直接写出房间数量 y 与 x 的函数关系式；

(2) 设出每间房的定价，从而利用租房利润减去维护费，可得利润函数，利用配方法，即可求得结论；

(3) 因当日所获利润不低于 5000 元，由 (2) 知 $-10(x-20)^2 + 9000 \geq 5000$ ；由②可知： $20(-x+50) \leq 600$ ；由③每个房间刚好住满 2 人可知： y 个房间住满 $2y$ 人，即 $2y = 2(-x+50)$ ，即可得出结果。

【解答】 解：(1) $y = -x + 50$ (2 分)

(2) 设该宾馆房间的定价为 $(120+10x-20)$ 元 (x 为整数)，那么宾馆内有 $(50-x)$ 个房间被旅客居住，依题意，得

$$W = (-x + 50)(120 + 10x - 20)$$

$$W = (-x + 50)(10x + 100) \quad (2 \text{ 分})$$

$$= -10(x - 20)^2 + 9000 \quad (3 \text{ 分})$$

所以当 $x = 20$ ，即每间房价定价为 $10 \times 20 + 120 = 320$ 元时，每天利润最大，最大利润为 9000 元 (4 分)

$$(3) \quad \text{由} \quad \begin{cases} -10(x-20)^2 + 9000 \geq 5000 \\ 20(-x+50) \leq 600 \end{cases}$$

$$\text{得 } 20 \leq x \leq 40 \quad (2 \text{ 分})$$

当 $x=40$ 时，这天宾馆入住的游客人数最少有：

$$2y=2(-x+50)=2(-40+50)=20 \text{ (人)} \quad (4 \text{ 分})$$

【点评】本题考查了二次函数的应用，不等式组的应用，要求同学们仔细审题，将实际问题转化为数学模型；注意配方法的求二次函数最值的应用。

24. (本题满分 12 分) 如图在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=2x+4$ 与 y 轴交于 A 点，与 x 轴交于 B 点，抛物线 $C_1: y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 过 A、B 两点，与 x 轴另一交点为 C。

- (1) (3 分) 求抛物线解析式及 C 点坐标。
- (2) (4 分) 向右平移抛物线 C_1 ，使平移后的抛物线 C_2 恰好经过 $\triangle ABC$ 的外心，抛物线 C_1 、 C_2 相交于点 D，求四边形 AOCD 的面积。
- (3) (5 分) 已知抛物线 C_2 的顶点为 M，设 P 为抛物线 C_1 对称轴上一点，Q 为抛物线 C_1 上一点，是否存在以点 M、Q、P、B 为顶点的四边形为平行四边形，若存在，直接写出 P 点坐标，不存在，请说明理由。

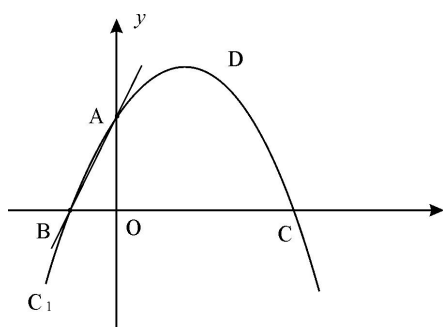


图 (1)

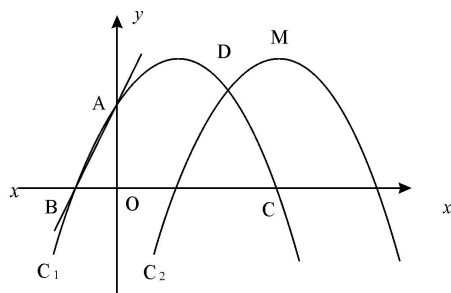


图 (2)

【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 在 $y=2x+4$ 中，令 $x=0$ ，可得 $y=4$ ，则点 A 的坐标为 $A(0, 4)$ ；令 $y=0$ ，可得 $x=-2$ ，则点 B 的坐标为 $(-2, 0)$ ；因为抛物线 $C_1: y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 过 A、B 两点，

故将 $A(0, 4)$ ， $B(-2, 0)$ 代入 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ ，联立方程组，求解 b，c 的值即可

求得抛物线解析式 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4$ ，再令 $-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4=0$ ，即可不就得 C 点坐标；

(2) 先证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，得 $\triangle ABC$ 的斜边 BC 的中点为 $(3, 0)$ 即 E 点坐标为 $(3, 0)$ ，由平移可得 F 点坐标为 $F(13, 0)$ ，从而得出抛物线 C_2 的解析式，

再将 C_1 、 C_2 联立方程组解出 x，y 的值，最后根据 $S_{\text{四边形 AOCD}} = S_{\text{三角形 AOD}} + S_{\text{三角}}$

形 OCD 即可得出四边形 AOCD 的面积;

(3) 分情况讨论可能的情形即可得出结论.

【解答】解: (1) $\because$ 直线 $y=2x+4$ 与 y 轴交于 A 点, 与 x 轴交于 B 点,

$\therefore$ 令 $x=0$, 可得 $y=4$, 则点 A 的坐标为 $A(0, 4)$;

令 $y=0$, 可得 $x=-2$, 则点 B 的坐标为 $(-2, 0)$;

将 $A(0, 4)$, $B(-2, 0)$ 代入 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$, 联立方程组,

$$\begin{cases} 4=c \\ 0=-\frac{1}{4} \times (-2)^2 - 2b + c \end{cases}$$

$$\text{解得, } \begin{cases} b=\frac{3}{2} \\ c=4 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线 C_1 的解析式为: $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4$ (2 分)

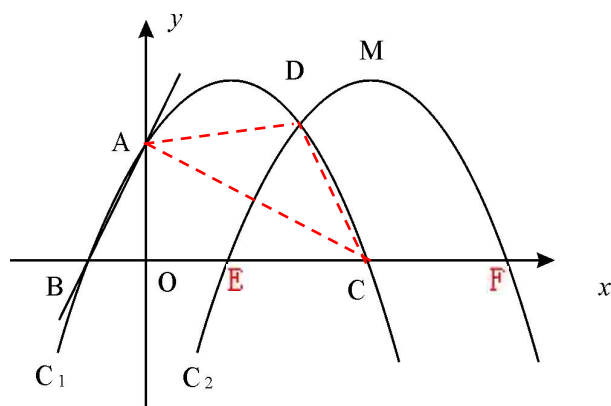
$\therefore$ 抛物线 $C_1: y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 C

$$\text{令 } -\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4=0,$$

解得, $x=8$

$\therefore$ C 点坐标为 $C(8, 0)$ (3 分)

(2) 如图,



由 (1) 知, $C(8, 0)$, $A(0, 4)$, $B(-2, 0)$

$$\therefore AC^2=AO^2+OC^2=4^2+8^2=80,$$

$$AB^2=AO^2+OB^2=4^2+2^2=20,$$

$$\text{又 } BC=BO+OC=8+2=10, \therefore BC^2=10^2=100$$

$$\therefore BC^2=AC^2+AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

$\triangle ABC$ 的斜边 BC 的中点为 $(8+2) \div 2=5$

$$\therefore OE=5-OB=5-2=3$$

$\therefore \triangle ABC$ 的斜边 BC 的中点为 $(3, 0)$

(1 分)

$\therefore$ 抛物线 C_2 恰好经过 $\triangle ABC$ 的外心,

$\therefore$ E 为 $\triangle ABC$ 的外心, E 点坐标为 $(3, 0)$

$\therefore$ F 点坐标为 $(3+8+2, 0)$, 即 $F(13, 0)$

由 E (3,0) , F(13, 0)得抛物线 $C_2 : y = -\frac{1}{4} (x-3) (x-13)$

即 $C_2: y = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - \frac{39}{4}$ (2分)

$$\begin{aligned} \text{联立方程组} \quad & \begin{cases} y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - \frac{39}{4} \end{cases} \\ \text{解得} \quad & \begin{cases} x = \frac{11}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

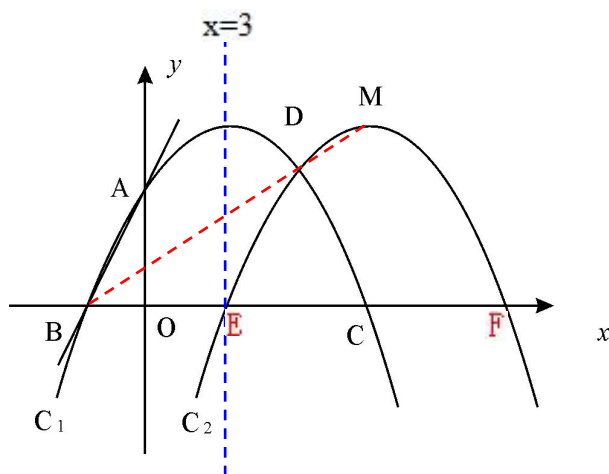
$$y = \frac{75}{16} \quad (3 \text{ 分})$$

$$\therefore S_{\text{四边形 AOCD}} = S_{\text{三角形 AOD}} + S_{\text{三角形 OCD}}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{11}{2} + \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{75}{16} = \frac{119}{4}$$

答: 四边形 AOCD 的面积为 $\frac{119}{4}$. (4 分)

(3)分情况讨论如下:



①BM 为对角线时, 中点在直线 $x=3$ 上, $Q(3, \frac{25}{4})$

所以 P (3, 0) (2 分)

②当四边形 PQBM 为平行四边形时 $PQ \parallel MB$, $Q(-7, -\frac{75}{4})$,

所以 $P(3, -\frac{25}{2})$ (4 分)

③当四边形 PQMB 为平行四边形时 $PQ \parallel BM$, $Q(13, -\frac{75}{4})$,

所以 $P(3, -25)$ (5 分)

(直接写出结果就可, 答对一个点直接得 2 分)

【点评】 本题综合性较强，知识点较多，主要考查了二次函数的综合运用，涉及

待定系数法，平移，三角形的外心，平行四边形的判定和性质，直角三角形的判定和性质，一次函数，解二元二次方程组等知识点。在（3）中要注意分类讨论思想的应用。