

2016 年湖北省荆门市中考数学试卷

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，每小题给出 4 个选项，有且只有一个答案是正确的）

1. 2 的绝对值是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

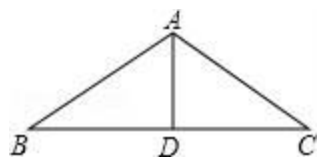
2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a+2a=2a^2$ B. $(-2ab^2)^2=4a^2b^4$ C. $a^6 \div a^3=a^2$ D. $(a-3)^2=a^2-9$

3. 要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 1$ B. $x > -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \geq -1$

4. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 已知 $AB=5$ ， $AD=3$ ，则 BC 的长为（ ）

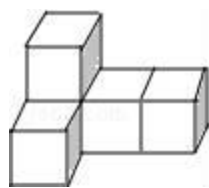


- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

5. 在平面直角坐标系中，若点 A (a, -b) 在第一象限内，则点 B (a, b) 所在的象限是（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 由 5 个大小相同的小正方体拼成的几何体如图所示，则下列说法正确的是（ ）

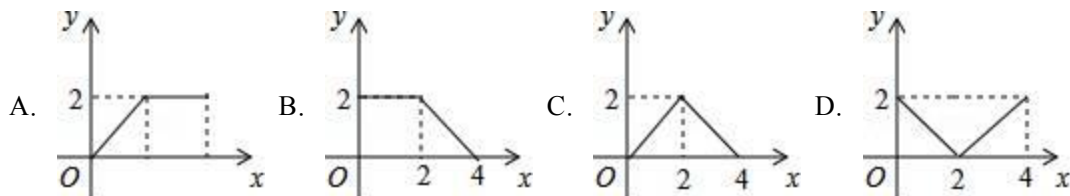
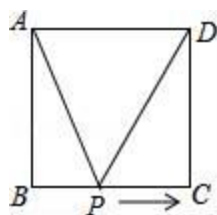


- A. 主视图的面积最小 B. 左视图的面积最小
C. 俯视图的面积最小 D. 三个视图的面积相等

7. 化简 $\frac{x}{x^2+2x+1} \div (1 - \frac{1}{x+1})$ 的结果是（ ）

- A. $\frac{1}{x+1}$ B. $\frac{x+1}{x}$ C. $x+1$ D. $x-1$

8. 如图，正方形 ABCD 的边长为 2cm，动点 P 从点 A 出发，在正方形的边上沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向运动到点 C 停止，设点 P 的运动路程为 x (cm)，在下列图象中，能表示 $\triangle ADP$ 的面积 y (cm^2) 关于 x (cm) 的函数关系的图象是（ ）



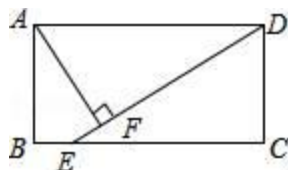
9. 已知 3 是关于 x 的方程 $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ 的一个实数根，并且这个方程的两个实数根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边的边长，则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()

- A. 7 B. 10 C. 11 D. 10 或 11

10. 若二次函数 $y = x^2 + mx$ 的对称轴是 $x = 3$ ，则关于 x 的方程 $x^2 + mx = 7$ 的解为 ()

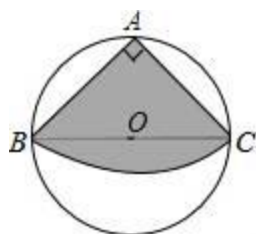
- A. $x_1 = 0, x_2 = 6$ B. $x_1 = 1, x_2 = 7$ C. $x_1 = 1, x_2 = -7$ D. $x_1 = -1, x_2 = 7$

11. 如图，在矩形 $ABCD$ 中 ($AD > AB$)，点 E 是 BC 上一点，且 $DE = DA$ ， $AF \perp DE$ ，垂足为点 F ，在下列结论中，不一定正确的是 ()



- A. $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ B. $AF = \frac{1}{2}AD$ C. $AB = AF$ D. $BE = AD - DF$

12. 如图，从一块直径为 24cm 的圆形纸片上剪出一个圆心角为 90° 的扇形 ABC ，使点 A, B, C 在圆周上，将剪下的扇形作为一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆的半径是 ()



- A. 12cm B. 6cm C. $3\sqrt{2}$ cm D. $2\sqrt{3}$ cm

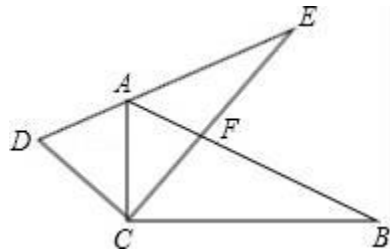
二、填空题 (本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

13. 分解因式: $(m+1)(m-9) + 8m =$ _____.

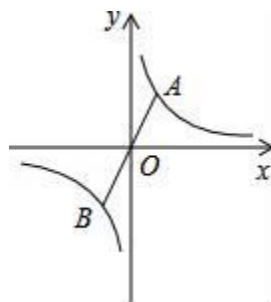
14. 为了改善办学条件，学校购置了笔记本电脑和台式电脑共 100 台，已知笔记本电脑的台数比台式电脑的台数的 $\frac{1}{4}$ 还少 5 台，则购置的笔记本电脑有 _____ 台.

15. 荆楚学校为了了解九年级学生“一分钟内跳绳次数”的情况，随机选取了 3 名女生和 2 名男生，则从这 5 名学生中，选取 2 名同时跳绳，恰好选中一男一女的概率是_____.

16. 两个全等的三角尺重叠放在 $\triangle ACB$ 的位置，将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置，使点 A 恰好落在边 DE 上， AB 与 CE 相交于点 F . 已知 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 8\text{cm}$ ，则 $CF =$ _____ cm .



17. 如图，已知点 $A(1, 2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的一点，连接 AO 并延长交双曲线的另一分支于点 B ，点 P 是 x 轴上一动点；若 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，则点 P 的坐标是_____.



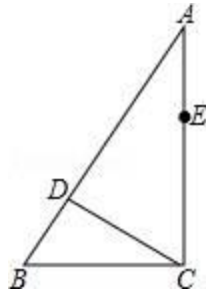
三、解答题 (本题共 7 小题，共 69 分)

18. (1) 计算: $|1 - \sqrt{3}| + 3\tan 30^\circ - (\sqrt{3} - 5)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}$.

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 0 & \text{①} \\ \frac{2-x}{2} \geq \frac{x+3}{3} & \text{②} \end{cases}$.

19. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D ， E 分别在 AB ， AC 上， $CE=BC$ ，连接 CD ，将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° 后得 CF ，连接 EF 。

- (1) 补充完成图形；
- (2) 若 $EF \parallel CD$ ，求证： $\angle BDC=90^\circ$ 。

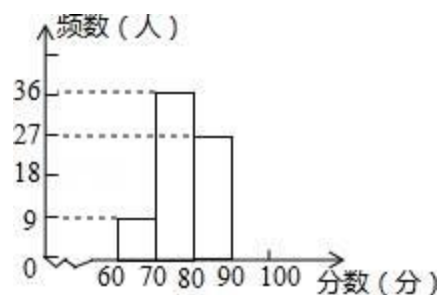


20. 秋季新学期开学时，红城中学对七年级新生掌握“中学生日常行为规范”的情况进行了知识测试，测试成绩全部合格，现学校随机选取了部分学生的成绩，整理并制作成了如下不完整的图表：

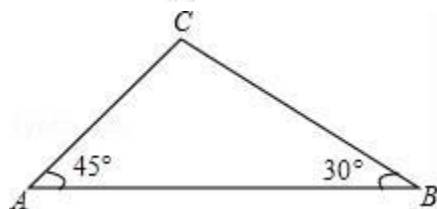
分 数 段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	9	a
$70 \leq x < 80$	36	0.4
$80 \leq x < 90$	27	b
$90 \leq x \leq 100$	c	0.2

请根据上述统计图表，解答下列问题：

- (1) 在表中， $a=$ ____， $b=$ ____， $c=$ ____；
- (2) 补全频数直方图；
- (3) 根据以上选取的数据，计算七年级学生的平均成绩。
- (4) 如果测试成绩不低于 80 分者为“优秀”等次，请你估计全校七年级的 800 名学生中，“优秀”等次的学生约有多少人？

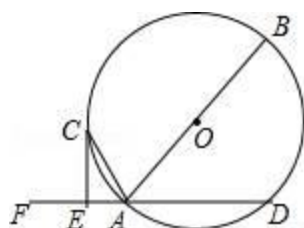


21. 如图，天星山山脚下西端 A 处与东端 B 处相距 $800(1+\sqrt{3})$ 米，小军和小明同时分别从 A 处和 B 处向山顶 C 匀速行走. 已知山的西端的坡角是 45° ，东端的坡角是 30° ，小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒. 若小明与小军同时到达山顶 C 处，则小明的行走速度是多少？



22. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AD 是 $\odot O$ 的弦，点 F 是 DA 延长线的一点，AC 平分 $\angle FAB$ 交 $\odot O$ 于点 C，过点 C 作 $CE \perp DF$ ，垂足为点 E.

- (1) 求证：CE 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $AE=1$ ， $CE=2$ ，求 $\odot O$ 的半径.

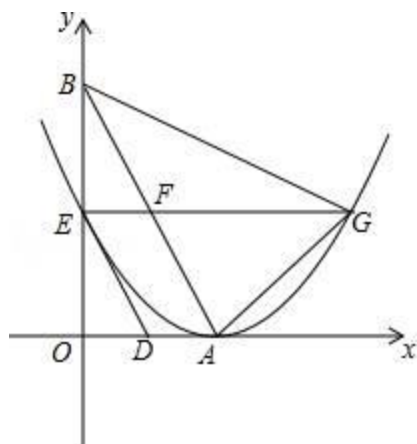


23. A 城有某种农机 30 台，B 城有该农机 40 台，现要将这些农机全部运往 C，D 两乡，调运任务承包给某运输公司. 已知 C 乡需要农机 34 台，D 乡需要农机 36 天，从 A 城往 C，D 两乡运送农机的费用分别为 250 元/台和 200 元/台，从 B 城往 C，D 两乡运送农机的费用分别为 150 元/台和 240 元/台.

- (1) 设 A 城运往 C 乡该农机 x 台，运送全部农机的总费用为 W 元，求 W 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；
- (2) 现该运输公司要求运送全部农机的总费用不低于 16460 元，则有多少种不同的调运方案？将这些方案设计出来；
- (3) 现该运输公司决定对 A 城运往 C 乡的农机，从运输费中每台减免 a 元 ($a \leq 200$) 作为优惠，其它费用不变，如何调运，使总费用最少？

24. 如图, 直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A , 点 B , 两动点 D , E 分别从点 A , 点 B 同时出发向点 O 运动 (运动到点 O 停止), 运动速度分别是 1 个单位长度/秒和 $\sqrt{3}$ 个单位长度/秒, 设运动时间为 t 秒, 以点 A 为顶点的抛物线经过点 E , 过点 E 作 x 轴的平行线, 与抛物线的另一个交点为点 G , 与 AB 相交于点 F .

- (1) 求点 A , 点 B 的坐标;
- (2) 用含 t 的代数式分别表示 EF 和 AF 的长;
- (3) 当四边形 $ADEF$ 为菱形时, 试判断 $\triangle AFG$ 与 $\triangle AGB$ 是否相似, 并说明理由.
- (4) 是否存在 t 的值, 使 $\triangle AGF$ 为直角三角形? 若存在, 求出这时抛物线的解析式; 若不存在, 请说明理由.



2016 年湖北省荆门市中考数学试卷

参考答案及试题解析

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，每小题给出 4 个选项，有且只有一个答案是正确的）

1. 2 的绝对值是（ ）

A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】绝对值.

【分析】计算绝对值要根据绝对值的定义求解. 第一步列出绝对值的表达式；第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.

【解答】解：∵ $2 > 0$,

∴ $|2|=2$.

故选：A.

2. 下列运算正确的是（ ）

A. $a+2a=2a^2$ B. $(-2ab^2)^2=4a^2b^4$ C. $a^6 \div a^3=a^2$ D. $(a-3)^2=a^2-9$

【考点】同底数幂的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；完全平方公式.

【分析】根据合并同类项系数相加字母及指数不变，积的乘方等于乘方的积，同底数幂的除法底数不变指数相减，差的平方等于平方和减积的二倍，可得答案.

【解答】解：A、合并同类项系数相加字母及指数不变，故 A 错误；

B、积的乘方等于乘方的积，故 B 正确；

C、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 C 错误；

D、差的平方等于平方和减积的二倍，故 D 错误；

故选：B.

3. 要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

A. $x > 1$ B. $x > -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \geq -1$

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】直接利用二次根式有意义的条件进而得出 $x-1 \geq 0$ ，求出答案.

【解答】解：要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义，

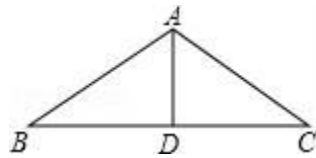
故 $x-1 \geq 0$,

解得： $x \geq 1$.

则 x 的取值范围是： $x \geq 1$.

故选： C.

4. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 已知 $AB=5$ ， $AD=3$ ， 则 BC 的长为 ()



- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

【考点】 勾股定理； 等腰三角形的性质.

【分析】 根据等腰三角形的性质得到 $AD \perp BC$ ， $BD=CD$ ， 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】 解： $\because AB=AC$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore AD \perp BC$ ， $BD=CD$ ，

$\because AB=5$ ， $AD=3$ ，

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4$ ，

$\therefore BC = 2BD = 8$ ，

故选 C.

5. 在平面直角坐标系中， 若点 A (a, -b) 在第一象限内， 则点 B (a, b) 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】 点的坐标.

【分析】 根据各象限内点的坐标特征解答即可.

【解答】 解： $\because$ 点 A (a, -b) 在第一象限内，

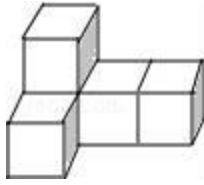
$\therefore a > 0$ ， $-b > 0$ ，

$\therefore b < 0$ ，

$\therefore$ 点 B (a, b) 所在的象限是第四象限.

故选 D.

6. 由 5 个大小相同的小正方体拼成的几何体如图所示， 则下列说法正确的是 ()



- A. 主视图的面积最小 B. 左视图的面积最小
C. 俯视图的面积最小 D. 三个视图的面积相等

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，从左边看得到的图形是左视图，从上边看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：从正面看第一层是三个小正方形，第二层左边一个小正方形，主视图的面积是 4；

从左边看第一层是两个小正方形，第二层左边一个小正方形，左视图的面积为 3；

从上边看第一列是两个小正方形，第二列是一个小正方形，第三列是一个小正方形，俯视图的面积是 4，

左视图面积最小，故 B 正确；

故选：B.

7. 化简 $\frac{x}{x^2+2x+1} \div (1 - \frac{1}{x+1})$ 的结果是 ()

- A. $\frac{1}{x+1}$ B. $\frac{x+1}{x}$ C. $x+1$ D. $x-1$

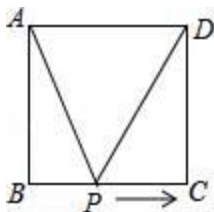
【考点】分式的混合运算.

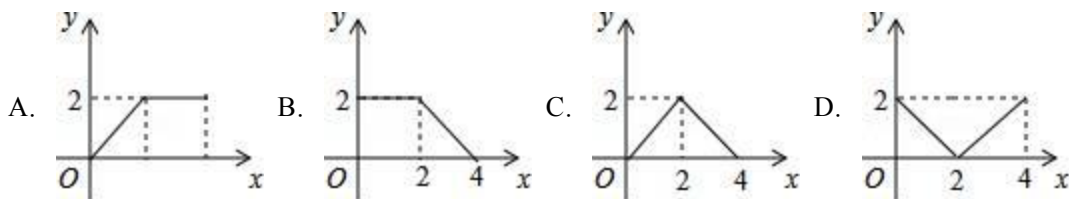
【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

【解答】解：原式 = $\frac{x}{(x+1)^2} \div \frac{x}{x+1} = \frac{x}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x+1}$,

故选 A

8. 如图，正方形 ABCD 的边长为 2cm，动点 P 从点 A 出发，在正方形的边上沿 A→B→C 的方向运动到点 C 停止，设点 P 的运动路程为 x (cm)，在下列图象中，能表示 $\triangle ADP$ 的面积 y (cm²) 关于 x (cm) 的函数关系的图象是 ()





【考点】 动点问题的函数图象.

【分析】 $\triangle ADP$ 的面积可分为两部分讨论, 由 A 运动到 B 时, 面积逐渐增大, 由 B 运动到 C 时, 面积不变, 从而得出函数关系的图象.

【解答】 解: 当 P 点由 A 运动到 B 点时, 即 $0 \leq x \leq 2$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 2x = x$,

当 P 点由 B 运动到 C 点时, 即 $2 < x < 4$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$,

符合题意的函数关系的图象是 A;

故选: A.

9. 已知 3 是关于 x 的方程 $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ 的一个实数根, 并且这个方程的两个实数根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边的边长, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()

A. 7 B. 10 C. 11 D. 10 或 11

【考点】 解一元二次方程-因式分解法; 一元二次方程的解; 三角形三边关系; 等腰三角形的性质.

【分析】 把 $x=3$ 代入已知方程求得 m 的值; 然后通过解方程求得该方程的两根, 即等腰 $\triangle ABC$ 的两条边长, 由三角形三边关系和三角形的周长公式进行解答即可.

【解答】 解: 把 $x=3$ 代入方程得 $9 - 3(m+1) + 2m = 0$,

解得 $m=6$,

则原方程为 $x^2 - 7x + 12 = 0$,

解得 $x_1=3$, $x_2=4$,

因为这个方程的两个根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边长,

①当 $\triangle ABC$ 的腰为 4, 底边为 3 时, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 $4+4+3=11$;

②当 $\triangle ABC$ 的腰为 3, 底边为 4 时, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 $3+3+4=10$.

综上所述, 该 $\triangle ABC$ 的周长为 10 或 11.

故选: D.

10. 若二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$, 则关于 x 的方程 $x^2+mx=7$ 的解为 ()

A. $x_1=0$, $x_2=6$ B. $x_1=1$, $x_2=7$ C. $x_1=1$, $x_2=-7$ D. $x_1=-1$, $x_2=7$

【考点】 二次函数的性质; 解一元二次方程-因式分解法.

【分析】先根据二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$ 求出 m 的值，再把 m 的值代入方程 $x^2+mx=7$ ，求出 x 的值即可.

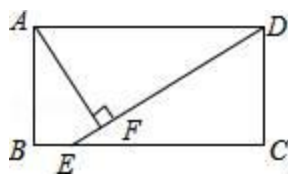
【解答】解：∵ 二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$,

$$\therefore -\frac{m}{2}=3, \text{ 解得 } m=-6,$$

∴ 关于 x 的方程 $x^2+mx=7$ 可化为 $x^2-6x-7=0$, 即 $(x+1)(x-7)=0$, 解得 $x_1=-1$, $x_2=7$.

故选 D.

11. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中 ($AD > AB$), 点 E 是 BC 上一点, 且 $DE=DA$, $AF \perp DE$, 垂足为点 F , 在下列结论中, 不一定正确的是 ()



- A. $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ B. $AF = \frac{1}{2}AD$ C. $AB=AF$ D. $BE=AD-DF$

【考点】矩形的性质; 全等三角形的判定.

【分析】先根据已知条件判定 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ (AAS), 再根据矩形的对边相等, 以及全等三角形的对应边相等进行判断即可.

【解答】解: (A) 由矩形 $ABCD$, $AF \perp DE$ 可得 $\angle C = \angle AFD = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADF = \angle DEC.$$

又 $\because DE=AD$,

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle DCE$ (AAS), 故 (A) 正确;

(B) $\because \angle ADF$ 不一定等于 30° ,

$\therefore$ 直角三角形 ADF 中, AF 不一定等于 AD 的一半, 故 (B) 错误;

(C) 由 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$, 可得 $AF=CD$,

由矩形 $ABCD$, 可得 $AB=CD$,

$\therefore AB=AF$, 故 (C) 正确;

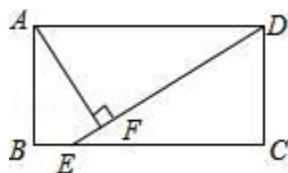
(D) 由 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$, 可得 $CE=DF$,

由矩形 $ABCD$, 可得 $BC=AD$,

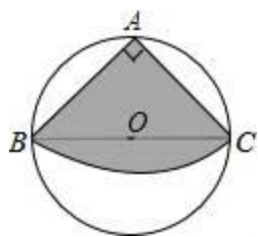
又 $\because BE=BC-EC$,

$\therefore BE=AD-DF$, 故 (D) 正确;

故选 (B)



12. 如图，从一块直径为 24cm 的圆形纸片上剪出一个圆心角为 90° 的扇形 ABC，使点 A, B, C 在圆周上，将剪下的扇形作为一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆的半径是 ()



- A. 12cm B. 6cm C. $3\sqrt{2}$ cm D. $2\sqrt{3}$ cm

【考点】圆锥的计算.

【分析】圆的半径为 12，那么过圆心向 AC 引垂线，利用相应的三角函数可得 AC 的一半的长度，进而求得 AC 的长度，利用弧长公式可求得弧 BC 的长度，圆锥的底面圆的半径=圆锥的弧长 $\div 2\pi$.

【解答】解：作 $OD \perp AC$ 于点 D，连接 OA，

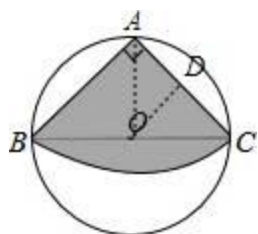
$$\therefore \angle OAD = 45^\circ, AC = 2AD,$$

$$\therefore AC = 2(OA \times \cos 45^\circ) = 12\sqrt{2} \text{cm},$$

$$\therefore \frac{90\pi \times 12\sqrt{2}}{180} = 6\sqrt{2}\pi$$

$$\therefore \text{圆锥的底面圆的半径} = 6\sqrt{2}\pi \div (2\pi) = 3\sqrt{2} \text{cm}.$$

故选 C.



二、填空题 (本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

13. 分解因式： $(m+1)(m-9)+8m = \underline{(m+3)(m-3)}$.

【考点】因式分解-运用公式法.

【分析】先利用多项式的乘法运算法则展开，合并同类项后再利用平方差公式分解因式即可.

【解答】解： $(m+1)(m-9)+8m$,

$$= m^2 - 9m + m - 9 + 8m,$$

$$= m^2 - 9,$$

$$= (m+3)(m-3).$$

故答案为： $(m+3)(m-3)$.

14. 为了改善办学条件,学校购置了笔记本电脑和台式电脑共 100 台,已知笔记本电脑的台数比台式电脑的台数的 $\frac{1}{4}$ 还少 5 台,则购置的笔记本电脑有 16 台.

【考点】一元一次方程的应用.

【分析】设购置的笔记本电脑有 x 台,则购置的台式电脑为台.根据笔记本电脑的台数比台式电脑的台数的 $\frac{1}{4}$ 还少 5 台,可列出关于 x 的一元一次方程,解方程即可得出结论.

【解答】解:设购置的笔记本电脑有 x 台,则购置的台式电脑为台,

依题意得: $x = \frac{1}{4} - 5$, 即 $20 - \frac{5}{4}x = 0$,

解得: $x = 16$.

$\therefore$ 购置的笔记本电脑有 16 台.

故答案为: 16.

15. 荆楚学校为了了解九年级学生“一分钟内跳绳次数”的情况,随机选取了 3 名女生和 2 名男生,则从这 5 名学生中,选取 2 名同时跳绳,恰好选中一男一女的概率是 $\frac{3}{5}$.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图,然后由树状图求得所有等可能的结果与刚好抽到一男一女的情况,再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解:画树状图如下:

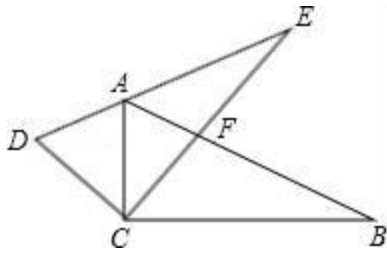


由树状图可知共有 20 种等可能性结果,其中抽到一男一女的情况有 12 种,

所以抽到一男一女的概率为 $P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$,

故答案为: $\frac{3}{5}$.

16. 两个全等的三角尺重叠放在 $\triangle ACB$ 的位置,将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置,使点 A 恰好落在边 DE 上, AB 与 CE 相交于点 F . 已知 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 8\text{cm}$, 则 $CF =$ $2\sqrt{3}$ cm .



【考点】旋转的性质.

【分析】利用旋转的性质得出 $DC=AC$, $\angle D=\angle CAB$, 再利用已知角度得出 $\angle AFC=90^\circ$, 再利用直角三角形的性质得出 FC 的长.

【解答】解: $\because$ 将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置, 使点 A 恰好落在边 DE 上,

$$\therefore DC=AC, \angle D=\angle CAB,$$

$$\therefore \angle D=\angle DAC,$$

$$\because \angle ACB=\angle DCE=90^\circ, \angle B=30^\circ,$$

$$\therefore \angle D=\angle CAB=60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCA=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF=30^\circ,$$

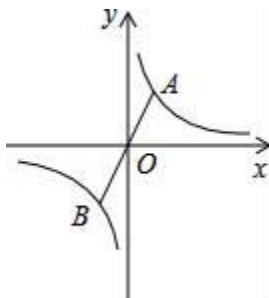
可得 $\angle AFC=90^\circ$,

$$\because AB=8\text{cm}, \therefore AC=4\text{cm},$$

$$\therefore FC=4\cos 30^\circ=2\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

故答案为: $2\sqrt{3}$.

17. 如图, 已知点 $A(1, 2)$ 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的一点, 连接 AO 并延长交双曲线的另一分支于点 B , 点 P 是 x 轴上一动点; 若 $\triangle PAB$ 是等腰三角形, 则点 P 的坐标是 $(-3, 0)$ 或 $(5, 0)$ 或 $(3, 0)$ 或 $(-5, 0)$.



【考点】反比例函数图象上点的坐标特征; 等腰三角形的性质.

【分析】由对称性可知 O 为 AB 的中点, 则当 $\triangle PAB$ 为等腰三角形时只能有 $PA=AB$ 或 $PB=AB$, 设 P 点坐标为 $(x, 0)$, 可分别表示出 PA 和 PB , 从而可得到关于 x 的方程, 可求得 x , 可求得 P 点坐标.

【解答】解:

∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象关于原点对称,

∴A、B 两点关于 O 对称,

∴O 为 AB 的中点, 且 B (-1, -2),

∴当 $\triangle PAB$ 为等腰三角形时有 $PA=AB$ 或 $PB=AB$,

设 P 点坐标为 (x, 0),

∵A (1, 2), B (-1, -2),

$$\therefore AB=\sqrt{[1-(-1)]^2+[2-(-2)]^2}=2\sqrt{5}, \quad PA=\sqrt{(x-1)^2+2^2},$$

$$PB=\sqrt{(x+1)^2+(-2)^2},$$

当 $PA=AB$ 时, 则有 $\sqrt{(x-1)^2+2^2}=2\sqrt{5}$, 解得 $x=-3$ 或 5 , 此时 P 点坐标为 (-3, 0) 或 (5, 0);

当 $PB=AB$ 时, 则有 $\sqrt{(x+1)^2+(-2)^2}=2\sqrt{5}$, 解得 $x=3$ 或 -5 , 此时 P 点坐标为 (3, 0) 或 (-5, 0);

综上所述 P 点的坐标为 (-3, 0) 或 (5, 0) 或 (3, 0) 或 (-5, 0),

故答案为: (-3, 0) 或 (5, 0) 或 (3, 0) 或 (-5, 0).

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 69 分)

18. (1) 计算: $|1-\sqrt{3}|+3\tan 30^\circ - (\sqrt{3}-5)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}$.

$$(2) \text{ 解不等式组 } \begin{cases} 2x+1 > 0 & \text{①} \\ \frac{2-x}{2} \geq \frac{x+3}{3} & \text{②} \end{cases}$$

【考点】解一元一次不等式组; 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 首先去掉绝对值符号, 计算乘方, 代入特殊角的三角函数值, 然后进行加减计算即可;

(2) 首先解每个不等式, 两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解: (1) 原式 $=\sqrt{3}-1+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}-1-(\sqrt{3}-5)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1} = \sqrt{3}-1+\sqrt{3}+3=2$;

(2) 解①得 $x > -\frac{1}{2}$,

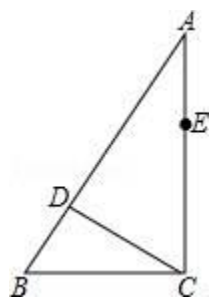
解②得 $x \leq 0$,

则不等式组的解集是 $-\frac{1}{2} < x \leq 0$.

19. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D ， E 分别在 AB ， AC 上， $CE=BC$ ，连接 CD ，将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° 后得 CF ，连接 EF 。

(1) 补充完成图形；

(2) 若 $EF \parallel CD$ ，求证： $\angle BDC=90^\circ$ 。



【考点】旋转的性质。

【分析】(1) 根据题意补全图形，如图所示；

(2) 由旋转的性质得到 $\angle DCF$ 为直角，由 EF 与 CD 平行，得到 $\angle EFC$ 为直角，利用 SAS 得到三角形 BDC 与三角形 EFC 全等，利用全等三角形对应角相等即可得证。

【解答】解：(1) 补全图形，如图所示；

(2) 由旋转的性质得： $\angle DCF=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle DCE + \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle BCD,$$

$$\because EF \parallel DC,$$

$$\therefore \angle EFC + \angle DCF = 180^\circ,$$

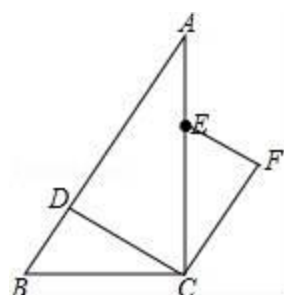
$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle EFC$ 中，

$$\begin{cases} DC=FC \\ \angle BCD=\angle ECF, \\ BC=EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle EFC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BDC = \angle EFC = 90^\circ.$$

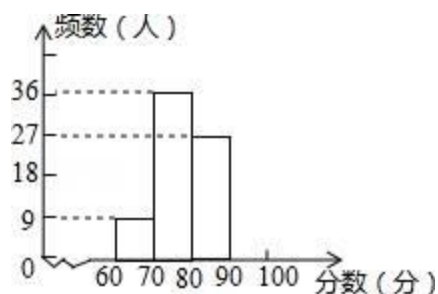


20. 秋季新学期开学时，红城中学对七年级新生掌握“中学生日常行为规范”的情况进行了知识测试，测试成绩全部合格，现学校随机选取了部分学生的成绩，整理并制作成了如下不完整的图表：

分 数 段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	9	a
$70 \leq x < 80$	36	0.4
$80 \leq x < 90$	27	b
$90 \leq x \leq 100$	c	0.2

请根据上述统计图表，解答下列问题：

- (1) 在表中， $a = \underline{0.1}$ ， $b = \underline{0.3}$ ， $c = \underline{18}$ ；
- (2) 补全频数直方图；
- (3) 根据以上选取的数据，计算七年级学生的平均成绩.
- (4) 如果测试成绩不低于 80 分者为“优秀”等次，请你估计全校七年级的 800 名学生中，“优秀”等次的学生约有多少人？



【考点】 频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表；加权平均数.

- 【分析】** (1) 根据表格中的数据可以求得抽查的学生数，从而可以求得 a 、 b 、 c 的值；
- (2) 根据 (1) 中 c 的值，可以将频数分布直方图补充完整；
- (3) 根据平均数的定义和表格中的数据可以求得七年级学生的平均成绩；
- (4) 根据表格中的数据可以求得“优秀”等次的学生数.

【解答】 解：(1) 抽查的学生数： $36 \div 0.4 = 90$ ，

$$a = 9 \div 90 = 0.1, \quad b = 27 \div 90 = 0.3, \quad c = 90 \times 0.2 = 18,$$

故答案为：0.1，0.3，18；

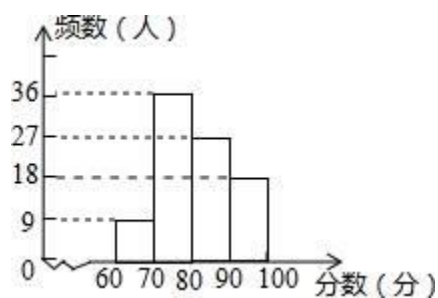
(2) 补全的频数分布直方图如右图所示，

$$(3) \therefore \frac{9 \times 65 + 36 \times 75 + 27 \times 85 + 18 \times 95}{90} = 81,$$

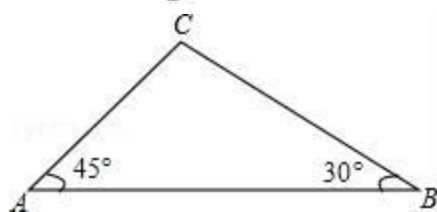
即七年级学生的平均成绩是 81 分；

$$(4) \therefore 800 \times (0.3 + 0.2) = 800 \times 0.5 = 400,$$

即“优秀”等次的学生约有 400 人.



21. 如图, 天星山山脚下西端 A 处与东端 B 处相距 $800(1+\sqrt{3})$ 米, 小军和小明同时分别从 A 处和 B 处向山顶 C 匀速行走. 已知山的西端的坡角是 45° , 东端的坡角是 30° , 小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒. 若小明与小军同时到达山顶 C 处, 则小明的行走速度是多少?



【考点】解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

【分析】过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D, 设 $AD=x$ 米, 小明的行走速度是 a 米/秒, 根据直角三角形的性质用 x 表示出 AC 与 BC 的长, 再根据小明与小军同时到达山顶 C 处即可得出结论.

【解答】解: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D, 设 $AD=x$ 米, 小明的行走速度是 a 米/秒,

$$\because \angle A = 45^\circ, CD \perp AB,$$

$$\therefore AD = CD = x \text{ 米},$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}x.$$

在 $Rt\triangle BCD$ 中,

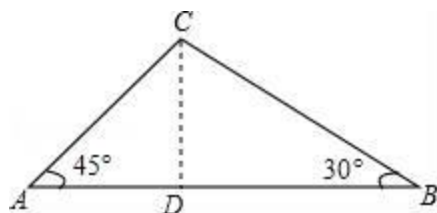
$$\because \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{CD}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\frac{1}{2}} = 2x,$$

$\therefore$ 小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒. 若小明与小军同时到达山顶 C 处,

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{2}x}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2x}{a}, \text{ 解得 } a = 1 \text{ 米/秒}.$$

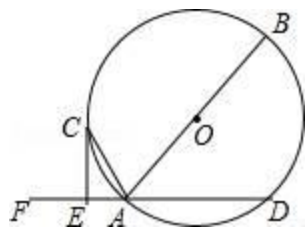
答: 小明的行走速度是 1 米/秒.



22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AD 是 $\odot O$ 的弦, 点 F 是 DA 延长线的一点, AC 平分 $\angle FAB$ 交 $\odot O$ 于点 C, 过点 C 作 $CE \perp DF$, 垂足为点 E.

(1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AE=1$, $CE=2$, 求 $\odot O$ 的半径.



【考点】 切线的判定; 角平分线的性质.

【分析】 (1) 证明: 连接 CO, 证得 $\angle OCA = \angle CAE$, 由平行线的判定得到 $OC \parallel FD$, 再证得 $OC \perp CE$, 即可证得结论;

(2) 证明: 连接 BC, 由圆周角定理得到 $\angle BCA = 90^\circ$, 再证得 $\triangle ABC \sim \triangle ACE$, 根据相似三角形的性质即可证得结论.

【解答】 (1) 证明: 连接 CO,

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle OAC,$$

$$\because AC \text{ 平分 } \angle FAB,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle CAE,$$

$$\therefore OC \parallel FD,$$

$$\because CE \perp DF,$$

$$\therefore OC \perp CE,$$

$$\therefore CE \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 证明: 连接 BC,

$$\text{在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle CEA,$$

$$\because \angle CAE = \angle CAB,$$

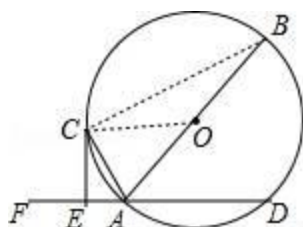
$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \frac{CA}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore AB=5,$$

$\therefore AO=2.5$ ，即 $\odot O$ 的半径为 2.5.



23. A 城有某种农机 30 台，B 城有该农机 40 台，现要将这些农机全部运往 C，D 两乡，调运任务承包给某运输公司. 已知 C 乡需要农机 34 台，D 乡需要农机 36 天，从 A 城往 C，D 两乡运送农机的费用分别为 250 元/台和 200 元/台，从 B 城往 C，D 两乡运送农机的费用分别为 150 元/台和 240 元/台.

(1) 设 A 城运往 C 乡该农机 x 台，运送全部农机的总费用为 W 元，求 W 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 现该运输公司要求运送全部农机的总费用不低于 16460 元，则有多少种不同的调运方案？将这些方案设计出来；

(3) 现该运输公司决定对 A 城运往 C 乡的农机，从运输费中每台减免 a 元 ($a \leq 200$) 作为优惠，其它费用不变，如何调运，使总费用最少？

【考点】 一次函数的应用；一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) A 城运往 C 乡的化肥为 x 吨，则可得 A 城运往 D 乡的化肥为 $30 - x$ 吨，B 城运往 C 乡的化肥为 $34 - x$ 吨，B 城运往 D 乡的化肥为 $40 - (34 - x)$ 吨，从而可得出 W 与 x 大的函数关系.

(2) 根据题意得 $140x + 12540 \geq 16460$ 求得 $28 \leq x \leq 30$ ，于是得到有 3 种不同的调运方案，写出方案即可；

(3) 根据题意得到 $W = x + 12540$ ，所以当 $a = 200$ 时， $y_{\text{最小}} = -60x + 12540$ ，此时 $x = 30$ 时 $y_{\text{最小}} = 10740$ 元. 于是得到结论.

【解答】 解：(1) $W = 250x + 200(30 - x) + 150(34 - x) + 240(6 + x) = 140x + 12540$ ($0 < x \leq 30$)；

(2) 根据题意得 $140x + 12540 \geq 16460$ ，

$$\therefore x \geq 28,$$

$$\therefore x \leq 30,$$

$$\therefore 28 \leq x \leq 30,$$

$\therefore$ 有 3 种不同的调运方案，

第一种调运方案: 从 A 城调往 C 城 28 台, 调往 D 城 2 台, 从 B 城调往 C 城 6 台, 调往 D 城 34 台;

第二种调运方案: 从 A 城调往 C 城 29 台, 调往 D 城 1 台, 从 B 城调往 C 城 5 台, 调往 D 城 35 台;

第三种调运方案: 从 A 城调往 C 城 30 台, 调往 D 城 0 台, 从 B 城调往 C 城 4 台, 调往 D 城 36 台,

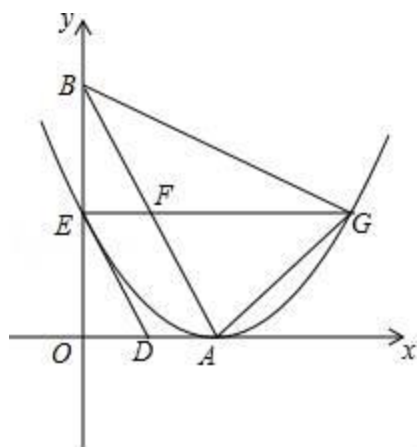
$$(3) \quad W = x + 200(30 - x) + 150(34 - x) + 240(6 + x) = x + 12540,$$

所以当 $a=200$ 时, y 最小 $= -60x + 12540$, 此时 $x=30$ 时 $y_{\text{最小}}=10740$ 元.

此时的方案为：从 A 城调往 C 城 30 台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城 36 台.

24. 如图, 直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A , 点 B , 两动点 D , E 分别从点 A , 点 B 同时出发向点 O 运动 (运动到点 O 停止), 运动速度分别是 1 个单位长度/秒和 $\sqrt{3}$ 个单位长度/秒, 设运动时间为 t 秒, 以点 A 为顶点的抛物线经过点 E , 过点 E 作 x 轴的平行线, 与抛物线的另一个交点为点 G , 与 AB 相交于点 F .

- (1) 求点 A, 点 B 的坐标;
- (2) 用含 t 的代数式分别表示 EF 和 AF 的长;
- (3) 当四边形 ADEF 为菱形时, 试判断 $\triangle AFG$ 与 $\triangle AGB$ 是否相似, 并说明理由.
- (4) 是否存在 t 的值, 使 $\triangle AGF$ 为直角三角形? 若存在, 求出这时抛物线的解析式; 若不存在, 请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【分析】 (1) 在直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 中, 分别令 $y=0$ 和 $x=0$, 容易求得 A、B 两点坐标;

(2) 由 OA、OB 的长可求得 $\angle ABO=30^\circ$ ，用 t 可表示出 BE、EF，和 BF 的长，由勾股定理可求得 AB 的长，从而可用 t 表示出 AF 的长；

(3) 利用菱形的性质可求得 t 的值, 则可求得 $AF=AG$ 的长, 可得到 $\frac{AF}{AG} = \frac{AG}{AB}$, 可判定 $\triangle AFG$ 与 $\triangle AGB$ 相似;

(4) 若 $\triangle AGF$ 为直角三角形时, 由条件可知只能是 $\angle FAG=90^\circ$, 又 $\angle AFG=\angle OAF=60^\circ$, 由 (2) 可知 $AF=4-2t$, $EF=t$, 又由二次函数的对称性可得到 $EG=2OA=4$, 从而可求出 FG , 在 $Rt\triangle AGF$ 中, 可得到关于 t 的方程, 可求得 t 的值, 进一步可求得 E 点坐标, 利用待定系数法可求得抛物线的解析式.

【解答】解:

(1) 在直线 $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 中,

令 $y=0$ 可得 $0=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$, 解得 $x=2$,

令 $x=0$ 可得 $y=2\sqrt{3}$,

$\therefore A$ 为 $(2, 0)$, B 为 $(0, 2\sqrt{3})$;

(2) 由 (1) 可知 $OA=2$, $OB=2\sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore \angle ABO=30^\circ$,

$\because$ 运动时间为 t 秒,

$$\therefore BE=\sqrt{3}t,$$

$\because EF \parallel x$ 轴,

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle BEF \text{ 中, } EF=BE \cdot \tan \angle ABO = \frac{\sqrt{3}}{3}BE=t, \quad BF=2EF=2t,$$

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $OA=2$, $OB=2\sqrt{3}$,

$$\therefore AB=4,$$

$$\therefore AF=4-2t;$$

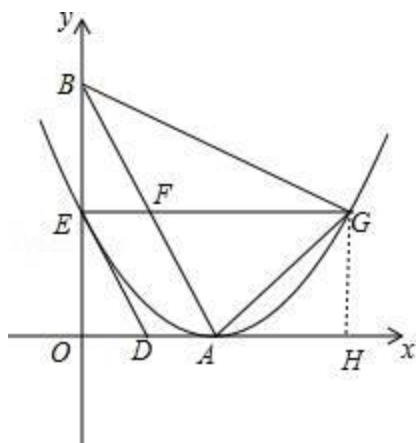
(3) 相似. 理由如下:

当四边形 $ADEF$ 为菱形时, 则有 $EF=AF$,

$$\text{即 } t=4-2t, \text{ 解得 } t=\frac{4}{3},$$

$$\therefore AF=4-2t=4-\frac{8}{3}=\frac{4}{3}, \quad OE=OB-BE=2\sqrt{3}-\sqrt{3} \times \frac{4}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3},$$

如图, 过 G 作 $GH \perp x$ 轴, 交 x 轴于点 H ,



则四边形 OEGH 为矩形,

$$\therefore GH=OE=\frac{2\sqrt{3}}{3},$$

又 $EG \parallel x$ 轴, 抛物线的顶点为 A,

$$\therefore OA=AH=2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AGH \text{ 中, 由勾股定理可得 } AG^2=GH^2+AH^2=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+2^2=\frac{16}{3},$$

$$\text{又 } AF \cdot AB = \frac{4}{3} \times 4 = \frac{16}{3},$$

$$\therefore AF \cdot AB = AG^2, \text{ 即 } \frac{AF}{AG} = \frac{AG}{AB}, \text{ 且 } \angle FAG = \angle GAB,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle AGB;$$

(4) 存在,

$$\because EG \parallel x \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle GFA = \angle BAO = 60^\circ,$$

又 G 点不能在抛物线的对称轴上,

$$\therefore \angle FGA \neq 90^\circ,$$

$$\therefore \text{当 } \triangle AGF \text{ 为直角三角形时, 则有 } \angle FAG = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \angle FGA = 30^\circ,$$

$$\therefore FG = 2AF,$$

$$\because EF = t, EG = 4,$$

$$\therefore FG = 4 - t, \text{ 且 } AF = 4 - 2t,$$

$$\therefore 4 - t = 2(4 - 2t),$$

$$\text{解得 } t = \frac{4}{3},$$

$$\text{即当 } t \text{ 的值为 } \frac{4}{3} \text{ 秒时, } \triangle AGF \text{ 为直角三角形, 此时 } OE = OB - BE = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}t = 2\sqrt{3} -$$

$$\sqrt{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

∴ E 点坐标为 $(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$,

∵ 抛物线的顶点为 A,

∴ 可设抛物线解析式为 $y=a(x-2)^2$,

把 E 点坐标代入可得 $\frac{2\sqrt{3}}{3}=4a$, 解得 $a=\frac{\sqrt{3}}{6}$,

∴ 抛物线解析式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{6}(x-2)^2$,

即 $y=\frac{\sqrt{3}}{6}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$.