

2016 年湖北省荆州市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

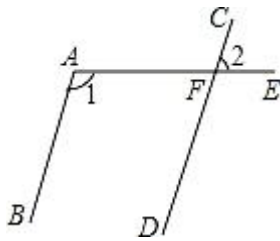
1. 比 0 小 1 的有理数是 ()

A. -1 B. 1 C. 0 D. 2

2. 下列运算正确的是 ()

A. $m^6 \div m^2 = m^3$ B. $3m^2 - 2m^2 = m^2$ C. $(3m^2)^3 = 9m^6$ D. $\frac{1}{2}m \cdot 2m^2 = m^2$

3. 如图, $AB \parallel CD$, 射线 AE 交 CD 于点 F , 若 $\angle 1 = 115^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 55° B. 65° C. 75° D. 85°

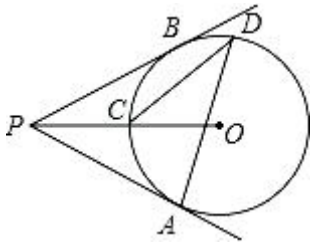
4. 我市气象部门测得某周内七天的日温差数据如下: 4, 6, 6, 5, 7, 6, 8 (单位: $^\circ\text{C}$), 这组数据的平均数和众数分别是 ()

A. 7, 6 B. 6, 5 C. 5, 6 D. 6, 6

5. 互联网“微商”经营已成为大众创业新途径, 某微信平台上一件商品标价为 200 元, 按标价的五折销售, 仍可获利 20 元, 则这件商品的进价为 ()

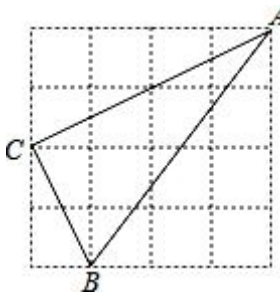
A. 120 元 B. 100 元 C. 80 元 D. 60 元

6. 如图, 过 $\odot O$ 外一点 P 引 $\odot O$ 的两条切线 PA 、 PB , 切点分别是 A 、 B , OP 交 $\odot O$ 于点 C , 点 D 是优弧 $\widehat{ABC}$ 上不与点 A 、点 C 重合的一个动点, 连接 AD 、 CD , 若 $\angle APB = 80^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数是 ()



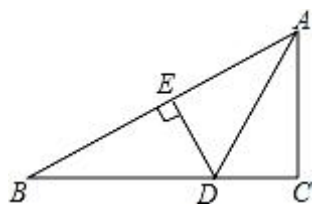
A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

7. 如图, 在 4×4 的正方形方格图形中, 小正方形的顶点称为格点, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 则图中 $\angle ABC$ 的余弦值是 ()



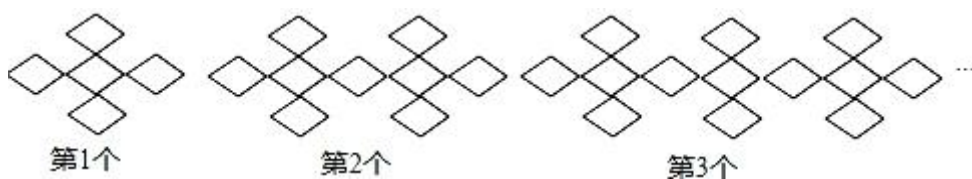
A. 2 B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的平分线交 BC 于 D ， DE 是 AB 的垂直平分线，垂足为 E 。若 $BC=3$ ，则 DE 的长为 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

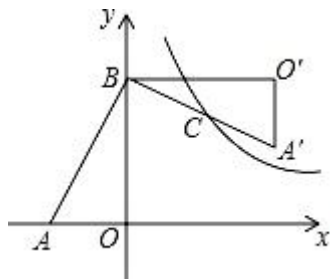
9. 如图，用黑白两种颜色的菱形纸片，按黑色纸片数逐渐增加 1 的规律拼成下列图案，若第 n 个图案中有 2017 个白色纸片，则 n 的值为 ()



A. 671 B. 672 C. 673 D. 674

10. 如图，在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中，两直角边 OA 、 OB 分别在 x 轴的负半轴和 y 轴的正半轴上，将 $\triangle AOB$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle A'O'B$ 。若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象恰好经过斜边 $A'B$ 的中点 C ，

$S_{\triangle ABO}=4$ ， $\tan \angle BAO=2$ ，则 k 的值为 ()



A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

二、填空题 (每小题 3 分，共 24 分)

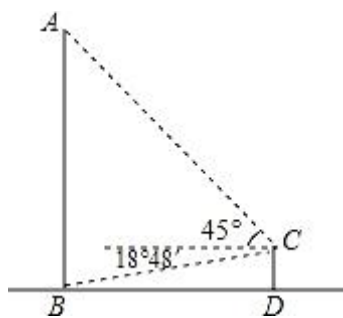
11. 将二次三项式 x^2+4x+5 化成 $(x+p)^2+q$ 的形式应为_____.

12. 当 $a=\sqrt{2}+1$ ， $b=\sqrt{2}-1$ 时，代数式 $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ 的值是_____.

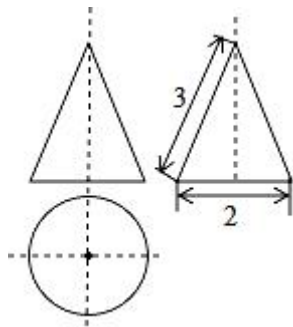
13. 若 $12x^{m-1}y^2$ 与 $3xy^{n+1}$ 是同类项，点 $P(m, n)$ 在双曲线 $y=\frac{a-1}{x}$ 上，则 a 的值为_____.

14. 若点 $M(k-1, k+1)$ 关于 y 轴的对称点在第四象限内，则一次函数 $y=(k-1)x+k$ 的图象不经过第_____象限.

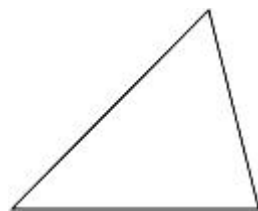
15. 全球最大的关公塑像矗立在荆州古城东门外。如图，张三同学在东门城墙上 C 处测得塑像底部 B 处的俯角为 $18^\circ 48'$ ，测得塑像顶部 A 处的仰角为 45° ，点 D 在观测点 C 正下方城墙底的地面上，若 $CD=10$ 米，则此塑像的高 AB 约为_____米 (参考数据: $\tan 78^\circ 12' \approx 4.8$)。



16. 如图是一个几何体的三视图（图中尺寸单位：cm），根据图中所示数据计算这个几何体的表面积为_____cm².



17. 请用割补法作图，将一个锐角三角形经过一次或两次分割后，重新拼成一个与原三角形面积相等的平行四边形（只要求用一种方法画出图形，把相等的线段作相同的标记）.



18. 若函数 $y = (a - 1)x^2 - 4x + 2a$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 a 的值为_____.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

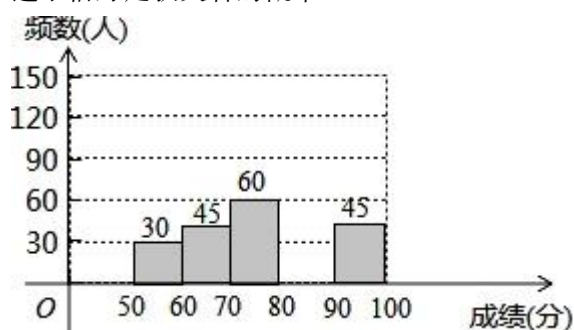
19. 计算： $|- \sqrt{2}| + \sqrt{9} \times (\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{4} \times \sqrt{\frac{1}{2}} - (\pi - 1)^0$.

20. 为了弘扬荆州优秀传统文化，某中学举办了荆州文化知识大赛，其规则是：每位参赛选手回答100道选择题，答对一题得1分，不答或错答为得分、不扣分，赛后对全体参赛选手的答题情况进行了相关统计，整理并绘制成如下图表：

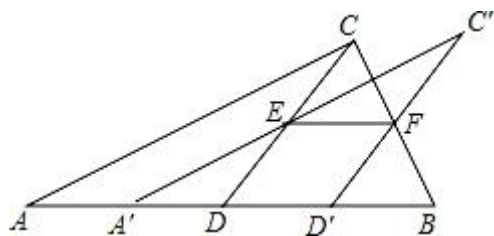
组别	分数段	频数 (人)	频率
1	$50 \leq x < 60$	30	0.1
2	$60 \leq x < 70$	45	0.15
3	$70 \leq x < 80$	60	n
4	$80 \leq x < 90$	m	0.4
5	$90 \leq x < 100$	45	0.15

请根据以图表信息，解答下列问题：

- (1) 表中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 全体参赛选手成绩的中位数落在第几组；
- (4) 若得分在80分以上（含80分）的选手可获奖，记者从所有参赛选手中随机采访1人，求这名选手恰好是获奖者的概率.



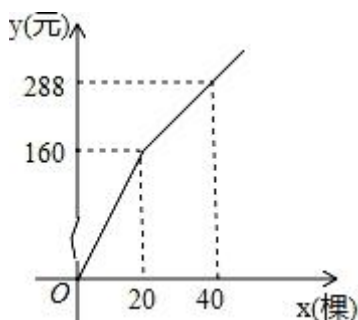
21. 如图，将一张直角三角形 ABC 纸片沿斜边 AB 上的中线 CD 剪开，得到 $\triangle ACD$ ，再将 $\triangle ACD$ 沿 DB 方向平移到 $\triangle A'C'D'$ 的位置，若平移开始后点 D' 未到达点 B 时， $A'C'$ 交 CD 于 E ， $D'C'$ 交 CB 于点 F ，连接 EF ，当四边形 $EDD'F$ 为菱形时，试探究 $\triangle A'DE$ 的形状，并判断 $\triangle A'DE$ 与 $\triangle EFC'$ 是否全等？请说明理由.



22. 为更新果树品种，某果园计划新购进 A、B 两个品种的果树苗栽植培育，若计划购进这两种果树苗共 45 棵，其中 A 种苗的单价为 7 元/棵，购买 B 种苗所需费用 y （元）与购买数量 x （棵）之间存在如图所示的函数关系。

(1) 求 y 与 x 的函数关系式；

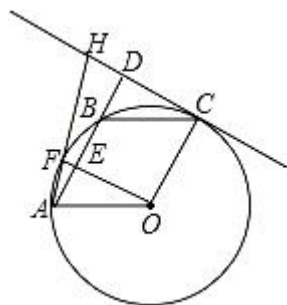
(2) 若在购买计划中，B 种苗的数量不超过 35 棵，但不少于 A 种苗的数量，请设计购买方案，使总费用最低，并求出最低费用。



23. 如图，A、F、B、C 是半圆 O 上的四个点，四边形 OABC 是平行四边形， $\angle FAB=15^\circ$ ，连接 OF 交 AB 于点 E，过点 C 作 OF 的平行线交 AB 的延长线于点 D，延长 AF 交直线 CD 于点 H。

(1) 求证：CD 是半圆 O 的切线；

(2) 若 $DH=6-3\sqrt{3}$ ，求 EF 和半径 OA 的长。



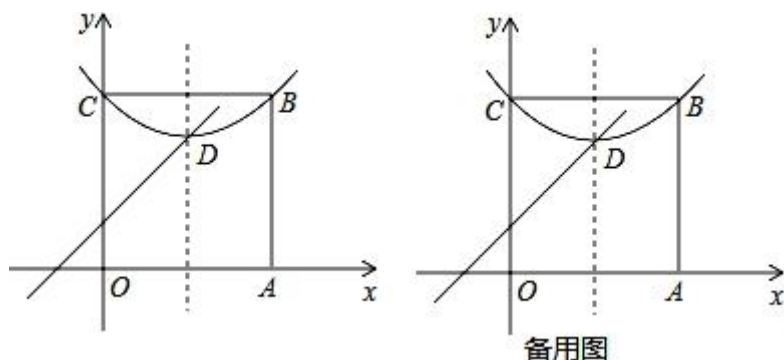
24. 已知在关于 x 的分式方程 $\frac{k-1}{x-1}=2$ ① 和一元二次方程 $(2-k)x^2+3mx+(3-k)n=0$ ② 中， k 、 m 、 n 均为实数，方程①的根为非负数。

(1) 求 k 的取值范围；

(2) 当方程②有两个整数根 x_1 、 x_2 ， k 为整数，且 $k=m+2$ ， $n=1$ 时，求方程②的整数根；

(3) 当方程②有两个实数根 x_1 、 x_2 ，满足 $x_1(x_1-k)+x_2(x_2-k)=(x_1-k)(x_2-k)$ ，且 k 为负整数时，试判断 $|m| \leq 2$ 是否成立？请说明理由。

25. 阅读：我们约定，在平面直角坐标系中，经过某点且平行于坐标轴或平行于两坐标轴夹角平分线的直线，叫该点的“特征线”. 例如，点 $M(1, 3)$ 的特征线有： $x=1$ ， $y=3$ ， $y=x+2$ ， $y=-x+4$.



问题与探究：如图，在平面直角坐标系中有正方形 $OABC$ ，点 B 在第一象限， A 、 C 分别在 x 轴和 y 轴上，抛物线 $y = \frac{1}{4}(x - m)^2 + n$ 经过 B 、 C 两点，顶点 D 在正方形内部.

- (1) 直接写出点 $D(m, n)$ 所有的特征线；
- (2) 若点 D 有一条特征线是 $y=x+1$ ，求此抛物线的解析式；
- (3) 点 P 是 AB 边上除点 A 外的任意一点，连接 OP ，将 $\triangle OAP$ 沿着 OP 折叠，点 A 落在点 A' 的位置，当点 A' 在平行于坐标轴的 D 点的特征线上时，满足 (2) 中条件的抛物线向下平移多少距离，其顶点落在 OP 上？

2016 年湖北省荆州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 比 0 小 1 的有理数是（ ）

A. -1 B. 1 C. 0 D. 2

【分析】直接利用有理数的加减运算得出答案.

【解答】解：由题意可得： $0 - 1 = -1$ ，
故比 0 小 1 的有理数是：-1.

故选：A.

【点评】此题主要考查了有理数的加减运算，正确掌握运算法则是解题关键.

2. 下列运算正确的是（ ）

A. $m^6 \div m^2 = m^3$ B. $3m^2 - 2m^2 = m^2$ C. $(3m^2)^3 = 9m^6$ D. $\frac{1}{2}m \cdot 2m^2 = m^2$

【分析】分别利用同底数幂的除法运算法则以及合并同类项法则、积的乘方运算法则、单项式乘以单项式运算法则分别分析得出答案.

【解答】解：A、 $m^6 \div m^2 = m^4$ ，故此选项错误；

B、 $3m^2 - 2m^2 = m^2$ ，正确；

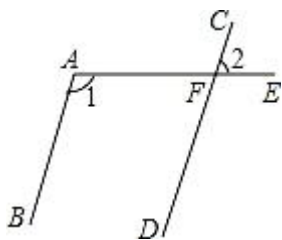
C、 $(3m^2)^3 = 27m^6$ ，故此选项错误；

D、 $\frac{1}{2}m \cdot 2m^2 = m^3$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了同底数幂的除法运算以及合并同类项、积的乘方运算、单项式乘以单项式等知识，熟练应用相关运算法则是解题关键.

3. 如图， $AB \parallel CD$ ，射线 AE 交 CD 于点 F，若 $\angle 1 = 115^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）



A. 55° B. 65° C. 75° D. 85°

【分析】根据两直线平行，同旁内角互补可求出 $\angle AFD$ 的度数，然后根据对顶角相等求出 $\angle 2$ 的度数.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 1 + \angle F = 180^\circ$,

$\because \angle 1 = 115^\circ$,

$\therefore \angle AFD = 65^\circ$,

$\because \angle 2$ 和 $\angle AFD$ 是对顶角,

$\therefore \angle 2 = \angle AFD = 65^\circ$,

故选 B.

【点评】 本题主要考查了平行线的性质，解题的关键是掌握两直线平行，同旁内角互补.

4. 我市气象部门测得某周内七天的日温差数据如下：4，6，6，5，7，6，8（单位： $^{\circ}\text{C}$ ），这组数据的平均数和众数分别是（ ）

A. 7，6 B. 6，5 C. 5，6 D. 6，6

【分析】 根据众数定义确定众数；应用加权平均数计算这组数据的平均数.

【解答】 解：平均数为： $\frac{4+6+6+7+6+8}{7}=6$,

数据6出现了3次，最多，

故众数为6，

故选D.

【点评】 此题考查了加权平均数和众数的定义，属基础题，难度不大.

5. 互联网“微商”经营已成为大众创业新途径，某微信平台上一件商品标价为200元，按标价的五折销售，仍可获利20元，则这件商品的进价为（ ）

A. 120元 B. 100元 C. 80元 D. 60元

【分析】 设该商品的进价为 x 元/件，根据“标价=（进价+利润） $\div$ 折扣”即可列出关于 x 的一元一次方程，解方程即可得出结论.

【解答】 解：设该商品的进价为 x 元/件，

依题意得： $(x+20) \div \frac{5}{10}=200$,

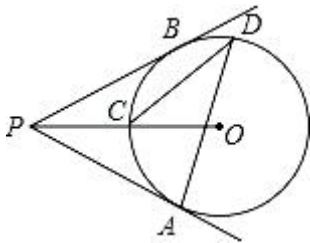
解得： $x=80$.

$\therefore$ 该商品的进价为80元/件.

故选C.

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用，解题的关键是列出方程 $(x+20) \div \frac{5}{10}=200$. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据数量关系列出方程（或方程组）是关键.

6. 如图，过 $\odot O$ 外一点 P 引 $\odot O$ 的两条切线 PA 、 PB ，切点分别是 A 、 B ， OP 交 $\odot O$ 于点 C ，点 D 是优弧 $\widehat{ABC}$ 上不与点 A 、点 C 重合的一个动点，连接 AD 、 CD ，若 $\angle APB=80^{\circ}$ ，则 $\angle ADC$ 的度数是（ ）



A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

【分析】 根据四边形的内角和，可得 $\angle BOA$ ，根据等弧所对的圆周角相等，根据圆周角定理，可得答案.


$$\angle BOA = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 100^\circ.$$
$$\angle AOC = \angle BOC = 50^\circ.$$
$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 25^\circ,$$

【点评】 本题考查了切线的性质，切线的性质得出 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 是解题关键，又利用了圆周角定理.

- 【分析】** 先根据勾股定理的逆定理判断出 $\triangle ABC$ 的形状, 再由锐角三角函数的定义即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 由图可知, $AC^2=2^2+4^2=20$, $BC^2=1^2+2^2=5$, $AB^2=3^2+4^2=25$,

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

【点评】 本题考查的是勾股定理，熟知在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方是解答此题的关键.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】由角平分线和线段垂直平分线的性质可求得 $\angle B = \angle CAD = \angle DAB = 30^\circ$,

【解答】解: $\because DE$ 垂直平分 AB ,

$$\therefore DA = DB,$$

$$\therefore \angle B = \angle DAB,$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle CAB,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle DAB,$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore 3\angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ,$$

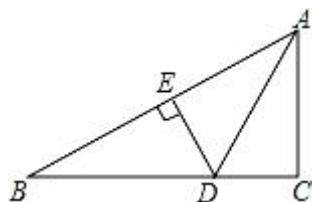
$$\because AD \text{ 平分 } \angle CAB, DE \perp AB, CD \perp AC,$$

$$\therefore CD = DE = \frac{1}{2}BD,$$

$$\because BC = 3,$$

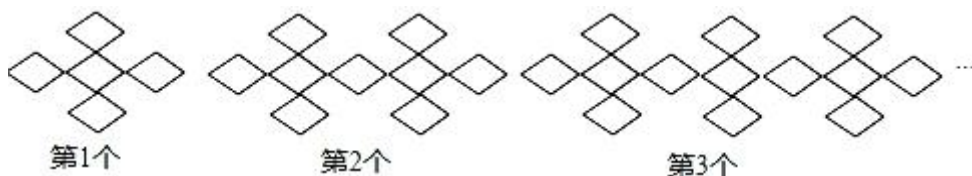
$$\therefore CD = DE = 1,$$

故选 A.



【点评】本题主要考查线段垂直平分线的性质, 掌握线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等是解题的关键.

9. 如图, 用黑白两种颜色的菱形纸片, 按黑色纸片数逐渐增加 1 的规律拼成下列图案, 若第 n 个图案中有 2017 个白色纸片, 则 n 的值为 ()



A. 671 B. 672 C. 673 D. 674

【分析】将已知三个图案中白色纸片数拆分, 得出规律: 每增加一个黑色纸片时, 相应增加 3 个白色纸片; 据此可得第 n 个图案中白色纸片数, 从而可得关于 n 的方程, 解方程可得.

【解答】解: $\because$ 第 1 个图案中白色纸片有 $4 = 1 + 1 \times 3$ 张;

第 2 个图案中白色纸片有 $7 = 1 + 2 \times 3$ 张;

第 3 个图案中白色纸片有 $10 = 1 + 3 \times 3$ 张;

...

$\therefore$ 第 n 个图案中白色纸片有 $1 + n \times 3 = 3n + 1$ (张),

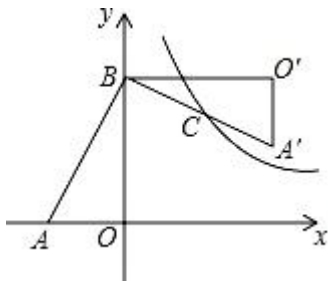
根据题意得: $3n + 1 = 2017$,

解得: $n = 672$,

故选: B.

【点评】本题考查了图形的变化问题, 观察出后一个图形比前一个图形的白色纸片的块数多 3 块, 从而总结出第 n 个图形的白色纸片的块数是解题的关键.

10. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, 两直角边 OA 、 OB 分别在 x 轴的负半轴和 y 轴的正半轴上, 将 $\triangle AOB$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle A'O'B$. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象恰好经过斜边 $A'B$ 的中点 C , $S_{\triangle ABO} = 4$, $\tan \angle BAO = 2$, 则 k 的值为 ()



A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

【分析】 先根据 $S_{\triangle ABO} = 4$, $\tan \angle BAO = 2$ 求出 AO 、 BO 的长度, 再根据点 C 为斜边 $A'B$ 的中点, 求出点 C 的坐标, 点 C 的横纵坐标之积即为 k 值.

【解答】 解: 设点 C 坐标为 (x, y) , 作 $CD \perp BO'$ 交边 BO' 于点 D ,
 $\because \tan \angle BAO = 2$,

$$\therefore \frac{BO}{AO} = 2,$$

$$\because S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BO = 4,$$

$$\therefore AO = 2, BO = 4,$$

$$\because \triangle ABO \cong \triangle A'O'B,$$

$$\therefore AO = A'O' = 2, BO = BO' = 4,$$

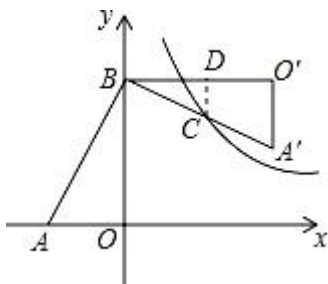
$$\because \text{点 } C \text{ 为斜边 } A'B \text{ 的中点, } CD \perp BO',$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2} A'O' = 1, BD = \frac{1}{2} BO' = 2,$$

$$\therefore x = BO - CD = 4 - 1 = 3, y = BD = 2,$$

$$\therefore k = x \cdot y = 3 \cdot 2 = 6.$$

故选 C.



【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 解答本题的关键在于读懂题意, 作出合适的辅助线, 求出点 C 的坐标, 然后根据点 C 的横纵坐标之积等于 k 值求解即可.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

11. 将二次三项式 $x^2 + 4x + 5$ 化成 $(x+p)^2 + q$ 的形式应为 $(x+2)^2 + 1$.

【分析】 直接利用完全平方公式将原式进行配方得出答案.

【解答】 解: $x^2 + 4x + 5$

$$=x^2+4x+4+1$$

$$=(x+2)^2+1.$$

故答案为: $(x+2)^2+1$.

【点评】此题主要考查了配方法的应用, 正确应用完全平方公式是解题关键.

12. 当 $a=\sqrt{2}+1$, $b=\sqrt{2}-1$ 时, 代数式 $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ 的值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【分析】根据已知条件先求出 $a+b$ 和 $a-b$ 的值, 再把要求的式子进行化简, 然后代值计算即可.

【解答】解: $\because a=\sqrt{2}+1$, $b=\sqrt{2}-1$,

$$\therefore a+b=\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1=2\sqrt{2}, \quad a-b=\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1=2,$$

$$\therefore \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a+b} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

故答案为: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】此题考查了分式的值, 用到的知识点是完全平方公式、平方差公式和分式的化简, 关键是对给出的式子进行化简.

13. 若 $12x^{m-1}y^2$ 与 $3xy^{n+1}$ 是同类项, 点 $P(m, n)$ 在双曲线 $y=\frac{a-1}{x}$ 上, 则 a 的值为 3 .

【分析】先根据同类项的定义求出 m 、 n 的值, 故可得出 P 点坐标, 代入反比例函数的解析式即可得出结论.

【解答】解: $\because 12x^{m-1}y^2$ 与 $3xy^{n+1}$ 是同类项,

$$\therefore m-1=1, \quad n+1=2, \quad \text{解得 } m=2, \quad n=1,$$

$$\therefore P(2, 1).$$

$$\because \text{点 } P(m, n) \text{ 在双曲线 } y=\frac{a-1}{x} \text{ 上,}$$

$$\therefore a-1=2, \quad \text{解得 } a=3.$$

故答案为: 3 .

【点评】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

14. 若点 $M(k-1, k+1)$ 关于 y 轴的对称点在第四象限内, 则一次函数 $y=(k-1)x+k$ 的图象不经过第 一 象限.

【分析】首先确定点 M 所处的象限, 然后确定 k 的符号, 从而确定一次函数所经过的象限, 得到答案.

【解答】解: $\because$ 点 $M(k-1, k+1)$ 关于 y 轴的对称点在第四象限内,

$$\therefore \text{点 } M(k-1, k+1) \text{ 位于第三象限,}$$

$$\therefore k-1 < 0 \text{ 且 } k+1 < 0,$$

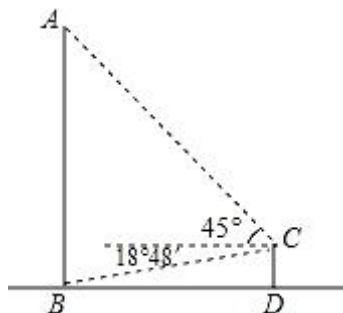
$$\text{解得: } k < -1,$$

$$\therefore y=(k-1)x+k \text{ 经过第二、三、四象限, 不经过第一象限,}$$

故答案为: 一.

【点评】 本题考查的是一次函数的性质，即一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 中，当 $k < 0$, $b < 0$ 时，函数图象经过二、三、四象限.

15. 全球最大的关公塑像矗立在荆州古城东门外. 如图，张三同学在东门城墙上 C 处测得塑像底部 B 处的俯角为 $18^\circ 48'$ ，测得塑像顶部 A 处的仰角为 45° ，点 D 在观测点 C 正下方城墙底的地面上，若 $CD=10$ 米，则此塑像的高 AB 约为 58 米 (参考数据: $\tan 78^\circ 12' \approx 4.8$).



【分析】 直接利用锐角三角函数关系得出 EC 的长，进而得出 AE 的长，进而得出答案.

【解答】 解：如图所示：由题意可得： $CE \perp AB$ 于点 E， $BE=DC$ ，

$$\therefore \angle ECB = 18^\circ 48',$$

$$\therefore \angle EBC = 78^\circ 12',$$

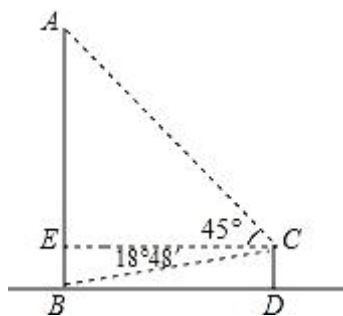
$$\text{则 } \tan 78^\circ 12' = \frac{EC}{BE} = \frac{EC}{10} = 4.8,$$

$$\text{解得： } EC = 48 \text{ (m)},$$

$$\therefore \angle AEC = 45^\circ, \text{ 则 } AE = EC, \text{ 且 } BE = DC = 10\text{m},$$

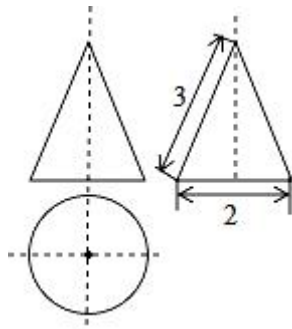
$$\therefore \text{此塑像的高 } AB \text{ 约为： } AE + EB = 58 \text{ (米)}.$$

故答案为： 58.



【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用，根据题意得出 EC 的长是解题关键.

16. 如图是一个几何体的三视图 (图中尺寸单位: cm), 根据图中所示数据计算这个几何体的表面积为 4π cm^2 .



【分析】由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状，确定圆锥的母线长和底面半径，从而确定其表面积.

【解答】解：由主视图和左视图为三角形判断出是锥体，由俯视图是圆形可判断出这个几何体应该是圆锥；

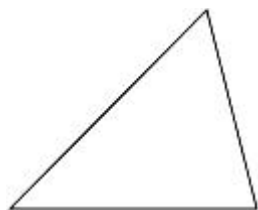
根据三视图知：该圆锥的母线长为 3cm，底面半径为 1cm，

故表面积 $=\pi rl+\pi r^2=\pi\times 1\times 3+\pi\times 1^2=4\pi\text{cm}^2$.

故答案为： 4π .

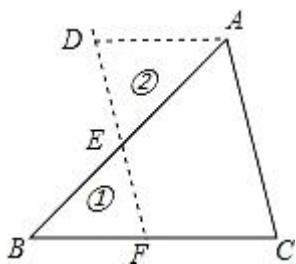
【点评】考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

17. 请用割补法作图，将一个锐角三角形经过一次或两次分割后，重新拼成一个与原三角形面积相等的平行四边形（只要求用一种方法画出图形，把相等的线段作相同的标记）.



【分析】沿 AB 的中点 E 和 BC 的中点 F 剪开，然后拼接成平行四边形即可.

【解答】解：如图所示.



$AE=BE$, $DE=EF$, $AD=CF$.

【点评】本题考查了图形的剪拼，操作性较强，灵活性较大，根据三角形的中位线定理想到从 AB、BC 的中点入手剪开是解题的关键.

18. 若函数 $y=(a-1)x^2-4x+2a$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 a 的值为 -1 或 2 或 1.

【分析】直接利用抛物线与 x 轴相交， $b^2-4ac=0$ ，进而解方程得出答案.

【解答】解： $\because$ 函数 $y=(a-1)x^2-4x+2a$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，

当函数为二次函数时， $b^2-4ac=16-4(a-1)\times 2a=0$,

解得： $a_1=-1$ ， $a_2=2$,

当函数为一次函数时， $a-1=0$ ，解得： $a=1$.

故答案为： -1 或 2 或 1.

【点评】此题主要考查了抛物线与 x 轴的交点，正确得出关于 a 的方程是解题关键.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19. 计算： $|- \sqrt{2}|+\sqrt{9}\times(\frac{1}{2})^{-1}-\sqrt{4}\times\sqrt{\frac{1}{2}}-(\pi-1)^0$.

【分析】直接利用绝对值的性质以及特殊角的三角函数值、负整数指数幂的性质、二次根式的性质、零指数幂的性质化简，进而求出答案.

【解答】解：原式 $=\sqrt{2}+3\times 2-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1$
 $=\sqrt{2}+6-\sqrt{2}-1$
 $=5.$

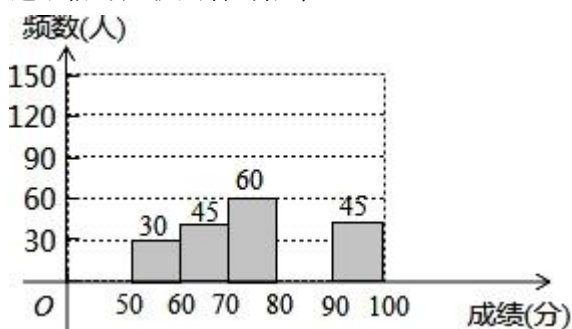
【点评】此题主要考查了实数运算，正确利用负整数指数幂的性质化简是解题关键.

20. 为了弘扬荆州优秀传统文化，某中学举办了荆州文化知识大赛，其规则是：每位参赛选手回答100道选择题，答对一题得1分，不答或错答为得分、不扣分，赛后对全体参赛选手的答题情况进行了相关统计，整理并绘制成如下图表：

组别	分数段	频数(人)	频率
1	$50\leq x < 60$	30	0.1
2	$60\leq x < 70$	45	0.15
3	$70\leq x < 80$	60	n
4	$80\leq x < 90$	m	0.4
5	$90\leq x < 100$	45	0.15

请根据以图表信息，解答下列问题：

- (1) 表中 $m=$ 120 , $n=$ 0.2 ；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 全体参赛选手成绩的中位数落在第几组；
- (4) 若得分在80分以上(含80分)的选手可获奖，记者从所有参赛选手中随机采访1人，求这名选手恰好是获奖者的概率.



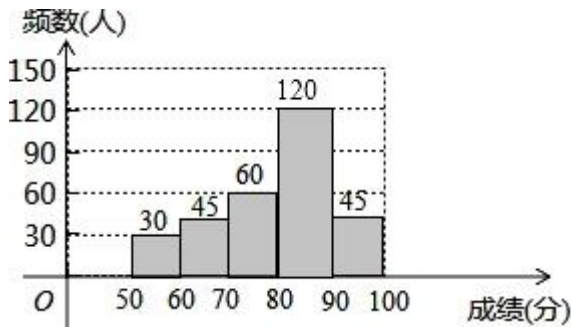
- 【分析】**(1) 根据表格可以求得全体参赛选手的人数，从而可以求得 m 的值， n 的值；
- (2) 根据 (1) 中的 m 的值，可以将补全频数分布直方图；
- (3) 根据表格可以求得全体参赛选手成绩的中位数落在第几组；
- (4) 根据表格中的数据可以求得这名选手恰好是获奖者的概率.

【解答】解：(1) 由表格可得，
 全体参赛的选手人数有： $30\div 0.1=300$ ，
 则 $m=300\times 0.4=120$ ， $n=60\div 300=0.2$ ，
 故答案为：120，0.2；

- (2) 补全的频数分布直方图如右图所示，
- (3) $\because 35+45=75$ ， $75+60=135$ ， $135+120=255$ ，
 $\therefore$ 全体参赛选手成绩的中位数落在 $80\leq x < 90$ 这一组；
- (4) 由题意可得，

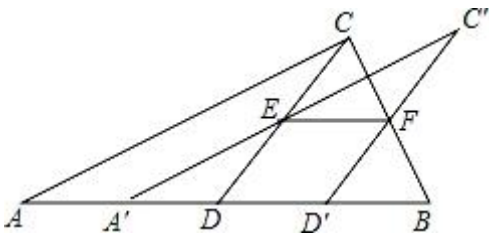
$$\frac{120+45}{300}=0.55.$$

即这名选手恰好是获奖者的概率是 0.55.



【点评】 本题考查频数分布直方图、频数分布表、中位数、概率公式，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

21. 如图，将一张直角三角形 ABC 纸片沿斜边 AB 上的中线 CD 剪开，得到 $\triangle ACD$ ，再将 $\triangle ACD$ 沿 DB 方向平移到 $\triangle A'C'D'$ 的位置，若平移开始后点 D' 未到达点 B 时， $A'C'$ 交 CD 于 E ， $D'C'$ 交 CB 于点 F ，连接 EF ，当四边形 $EDD'F$ 为菱形时，试探究 $\triangle A'DE$ 的形状，并判断 $\triangle A'DE$ 与 $\triangle EFC'$ 是否全等？请说明理由.



【分析】 当四边形 $EDD'F$ 为菱形时， $\triangle A'DE$ 是等腰三角形， $\triangle A'DE \cong \triangle EFC'$. 先证明 $CD=DA=DB$ ，得到 $\angle DAC=\angle DCA$ ，由 $AC \parallel A'C'$ 即可得到 $\angle DA'E=\angle DEA'$ 由此即可判断 $\triangle DA'E$ 的形状. 由 $EF \parallel AB$ 推出 $\angle CEF=\angle EA'D$ ， $\angle EFC=\angle A'D'C=\angle A'DE$ ，再根据 $A'D=DE=EF$ 即可证明.

【解答】 解：当四边形 $EDD'F$ 为菱形时， $\triangle A'DE$ 是等腰三角形， $\triangle A'DE \cong \triangle EFC'$.

理由： $\because \triangle BCA$ 是直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AD=DB$ ，

$$\therefore CD=DA=DB,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle DCA,$$

$$\because A'C \parallel AC,$$

$$\therefore \angle DA'E=\angle A, \quad \angle DEA'=\angle DCA,$$

$$\therefore \angle DA'E=\angle DEA',$$

$$\therefore DA'=DE,$$

$$\therefore \triangle A'DE \text{ 是等腰三角形.}$$

$$\because \text{四边形 } DEFD' \text{ 是菱形,}$$

$$\therefore EF=DE=DA', \quad EF \parallel DD',$$

$$\therefore \angle CEF=\angle DA'E, \quad \angle EFC=\angle CD'A',$$

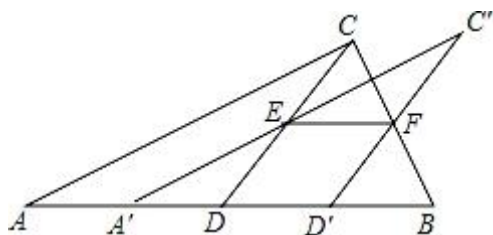
$$\because CD \parallel C'D',$$

$$\therefore \angle A'DE=\angle A'D'C=\angle EFC,$$

在 $\triangle A'DE$ 和 $\triangle EFC'$ 中，

$$\begin{cases} \angle EA'D=\angle CEF \\ A'D=EF \\ \angle A'DE=\angle EFC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle A'DE \cong \triangle EFC'.$$

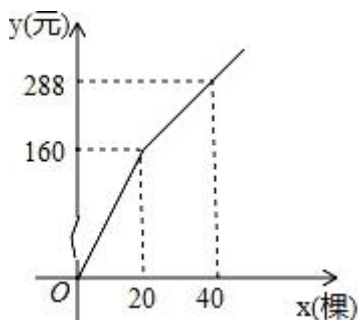


【点评】 本题考查平移、菱形的性质、全等三角形的判定和性质、直角三角形斜边中线定理等知识，解题的关键是灵活运用这些知识解决问题，属于中考常考题型.

22. 为更新果树品种，某果园计划新购进 A、B 两个品种的果树苗栽植培育，若计划购进这两种果树苗共 45 棵，其中 A 种树苗的单价为 7 元/棵，购买 B 种树苗所需费用 y (元) 与购买数量 x (棵) 之间存在如图所示的函数关系.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 若在购买计划中，B 种树苗的数量不超过 35 棵，但不少于 A 种树苗的数量，请设计购买方案，使总费用最低，并求出最低费用.



【分析】 (1) 利用待定系数法求解析式，列出方程组解答即可;

(2) 根据所需费用为 $W = A$ 种树苗的费用 + B 种树苗的费用，即可解答.

【解答】 解: (1) 设 y 与 x 的函数关系式为: $y = kx + b$,

把 $(20, 160)$, $(40, 288)$ 代入 $y = kx + b$ 得:

$$\begin{cases} 20k + b = 160 \\ 40k + b = 288 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 6.4 \\ b = 32 \end{cases}$$

$$\therefore y = 6.4x + 32.$$

(2) $\because$ B 种树苗的数量不超过 35 棵，但不少于 A 种树苗的数量，

$$\therefore \begin{cases} x \leq 35 \\ x \geq 45 - x \end{cases}$$

$$\therefore 22.5 \leq x \leq 35,$$

设总费用为 W 元，则 $W = 6.4x + 32 + 7(45 - x) = -0.6x + 347$,

$$\therefore k = -0.6,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

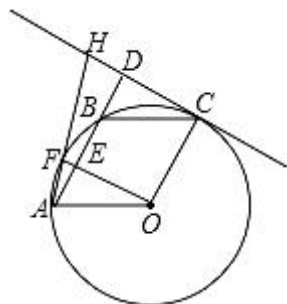
$\therefore$ 当 $x = 35$ 时， W 总费用最低， $W_{\text{最低}} = -0.6 \times 35 + 347 = 137$ (元).

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用，根据一次函数的增减性得出费用最省方案是解决问题的关键.

23. 如图, A、F、B、C 是半圆 O 上的四个点, 四边形 OABC 是平行四边形, $\angle FAB=15^\circ$, 连接 OF 交 AB 于点 E, 过点 C 作 OF 的平行线交 AB 的延长线于点 D, 延长 AF 交直线 CD 于点 H.

(1) 求证: CD 是半圆 O 的切线;

(2) 若 $DH=6-3\sqrt{3}$, 求 EF 和半径 OA 的长.



【分析】 (1) 连接 OB, 根据已知条件得到 $\triangle AOB$ 是等边三角形, 得到 $\angle AOB=60^\circ$, 根据圆周角定理得到 $\angle AOF=\angle BOF=30^\circ$, 根据平行线的性质得到 $OC \perp CD$, 由切线的判定定理即可得到结论;

(2) 根据平行线的性质得到 $\angle DBC=\angle EAO=60^\circ$, 解直角三角形得到 $BD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AB$, 推出 $AE=\frac{1}{3}AD$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{EF}{DH}=\frac{AE}{AD}$, 求得 $EF=2-\sqrt{3}$, 根据直角三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解: (1) 连接 OB,

$\because OA=OB=OC$,

$\because$ 四边形 OABC 是平行四边形,

$\therefore AB=OC$,

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$\therefore \angle AOB=60^\circ$,

$\because \angle FAD=15^\circ$,

$\therefore \angle BOF=30^\circ$,

$\therefore \angle AOF=\angle BOF=30^\circ$,

$\therefore OF \perp AB$,

$\because CD \parallel OF$,

$\therefore CD \perp AD$,

$\because AD \parallel OC$,

$\therefore OC \perp CD$,

$\therefore CD$ 是半圆 O 的切线;

(2) $\because BC \parallel OA$,

$\therefore \angle DBC=\angle EAO=60^\circ$,

$\therefore BD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AB$,

$\therefore AE=\frac{1}{3}AD$,

$\because EF \parallel DH$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ADH$,

$\therefore \frac{EF}{DH}=\frac{AE}{AD}$,

$$\therefore \Delta = 9m^2 - 4m(m-1) = m(5m+4),$$

$\because x_1, x_2$ 是整数, k, m 都是整数,

$$\because x_1 + x_2 = 3, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{m} = 1 - \frac{1}{m},$$

$\therefore 1 - \frac{1}{m}$ 为整数,

$\therefore m=1$ 或 -1 ,

$\therefore$ 把 $m=1$ 代入方程 $mx^2 - 3mx + m - 1 = 0$ 得: $x^2 - 3x + 1 - 1 = 0$,

$$x^2 - 3x = 0,$$

$$x(x-3) = 0,$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3;$$

把 $m = -1$ 代入方程 $mx^2 - 3mx + m - 1 = 0$ 得: $-x^2 + 3x - 2 = 0$,

$$x^2 - 3x + 2 = 0,$$

$$(x-1)(x-2) = 0,$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2;$$

(3) $|m| \leq 2$ 不成立, 理由是:

由 (1) 知: $k \geq -1$ 且 $k \neq 1$ 且 $k \neq 2$,

$\therefore k$ 是负整数,

$$\therefore k = -1,$$

$(2-k)x^2 + 3mx + (3-k)n = 0$ 且方程有两个实数根 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{3m}{2-k} = \frac{3m}{k-2} = -m, \quad x_1 x_2 = \frac{3-k}{2-k} = \frac{4}{3},$$

$$x_1(x_1 - k) + x_2(x_2 - k) = (x_1 - k)(x_2 - k),$$

$$x_1^2 - x_1 k + x_2^2 - x_2 k = x_1 x_2 - x_1 k - x_2 k + k^2,$$

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + k^2,$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - x_1 x_2 = k^2,$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = k^2,$$

$$(-m)^2 - 3 \times \frac{4}{3} = (-1)^2,$$

$$m^2 - 4 = 1,$$

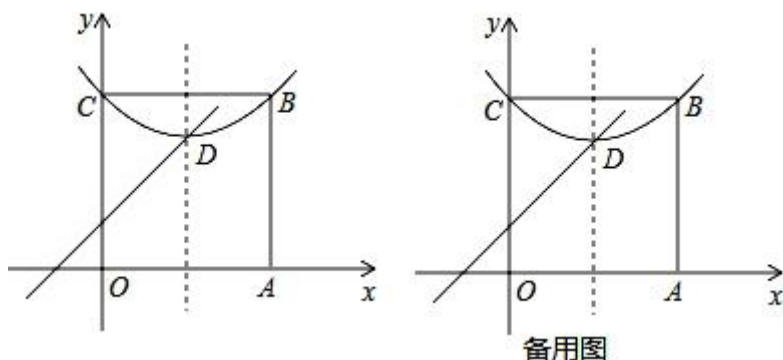
$$m^2 = 5,$$

$$m = \pm\sqrt{5},$$

$\therefore |m| \leq 2$ 不成立.

【点评】 本题考查了一元二次方程的根与系数的关系, 考查了根的判别式及分式方程的解; 注意: ①解分式方程时分母不能为 0; ②一元二次方程有两个整数根时, 根的判别式 Δ 为完全平方数.

25. 阅读: 我们约定, 在平面直角坐标系中, 经过某点且平行于坐标轴或平行于两坐标轴夹角平分线的直线, 叫该点的“特征线”. 例如, 点 $M(1, 3)$ 的特征线有: $x=1$, $y=3$, $y=x+2$, $y=-x+4$.



问题与探究：如图，在平面直角坐标系中有正方形 $OABC$ ，点 B 在第一象限， A 、 C 分别在 x 轴和 y 轴上，抛物线 $y = \frac{1}{4}(x - m)^2 + n$ 经过 B 、 C 两点，顶点 D 在正方形内部。

- (1) 直接写出点 $D(m, n)$ 所有的特征线；
- (2) 若点 D 有一条特征线是 $y = x + 1$ ，求此抛物线的解析式；
- (3) 点 P 是 AB 边上除点 A 外的任意一点，连接 OP ，将 $\triangle OAP$ 沿着 OP 折叠，点 A 落在点 A' 的位置，当点 A' 在平行于坐标轴的 D 点的特征线上时，满足 (2) 中条件的抛物线向下平移多少距离，其顶点落在 OP 上？

【分析】(1) 根据特征线直接求出点 D 的特征线；

(2) 由点 D 的一条特征线和正方形的性质求出点 D 的坐标，从而求出抛物线解析式；

(2) 分平行于 x 轴和 y 轴两种情况，由折叠的性质计算即可。

【解答】解：(1) $\because$ 点 $D(m, n)$ ，

$\therefore$ 点 $D(m, n)$ 的特征线是 $x = m$ ， $y = n$ ， $y = x + n - m$ ， $y = -x + m + n$ ；

(2) 点 D 有一条特征线是 $y = x + 1$ ，

$\therefore n - m = 1$ ，

$\therefore n = m + 1$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{4}(x - m)^2 + n$ ，

$\therefore y = \frac{1}{4}(x - m)^2 + m + 1$ ，

$\because$ 四边形 $OABC$ 是正方形，且 D 点为正方形的对称轴， $D(m, n)$ ，

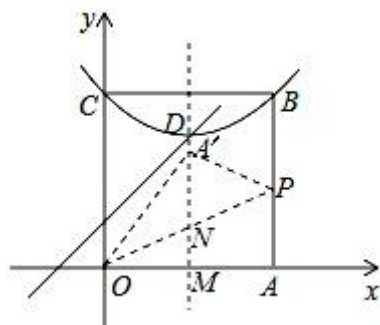
$\therefore B(2m, 2m)$ ，

$\therefore \frac{1}{4}(2m - m)^2 + n = 2m$ ，将 $n = m + 1$ 代入得到 $m = 2$ ， $n = 3$ ；

$\therefore D(2, 3)$ ，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 3$

(3) 如图，当点 A' 在平行于 y 轴的 D 点的特征线时，



根据题意可得，D (2, 3)，

$$\therefore OA' = OA = 4, OM = 2,$$

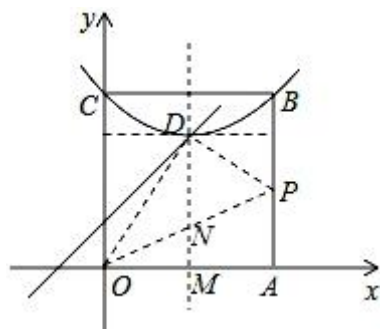
$$\therefore \angle A'OM = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A'OP = \angle AOP = 30^\circ,$$

$$\therefore MN = \frac{OM}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{抛物线需要向下平移的距离} = 3 - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{3}.$$

乳头，当点 A' 在平行于 x 轴的 D 点的特征线时，



$\therefore$ 顶点落在 OP 上，

$\therefore A'$ 与 D 重合，

$$\therefore A' (2, 3),$$

设 P (4, c) (c > 0)，

由折叠有，PD = PA，

$$\therefore \sqrt{4 + (c - 3)^2} = c,$$

$$\therefore c = \frac{13}{6},$$

$$\therefore P (4, \frac{13}{6})$$

$$\therefore \text{直线 OP 解析式为 } y = \frac{13}{24}x,$$

$$\therefore N (2, \frac{13}{12}),$$

$$\therefore \text{抛物线需要向下平移的距离} = 3 - \frac{13}{12} = \frac{23}{12},$$

即：抛物线向下平移 $\frac{9 - 2\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{23}{12}$ 距离，其顶点落在 OP 上。

【点评】 此题是二次函数综合题，主要考查了折叠的性质，正方形的性质，特征线的理解，解本题的关键是用正方形的性质求出点 D 的坐标。