

2016 年湖北省恩施州中考数学试卷

一、选择题（本大题共有 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) 9 的相反数是 ()

- A. -9 B. 9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

2. (3 分) 恩施州 2013 年建筑业生产总值为 36900 万元，将数 36900 用科学记数法表示为 ()

- A. 3.69×10^5 B. 36.9×10^4 C. 3.69×10^4 D. 0.369×10^5

3. (3 分) 下列图标中是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a^3 + 3a^3 = 5a^6$ B. $(x^5)^3 = x^8$
C. $-2m(m-3) = -2m^2 - 6m$ D. $(-3a-2)(-3a+2) = 9a^2 - 4$

5. (3 分) 已知 $\angle AOB = 70^\circ$ ，以 O 为端点作射线 OC，使 $\angle AOC = 42^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的度数为 ()

- A. 28° B. 112° C. 28° 或 112° D. 68°

6. (3 分) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -1$ B. $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$ C. $x \neq \pm 2$ D. $x > -1$ 且 $x \neq 2$

7. (3 分) 有 6 张看上去无差别的卡片，上面分别写着 1, 2, 3, 4, 5, 6，随机抽取一张后，放回并混在一起，再随机抽取一张，两次抽取的数字的积为奇数的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{6}$

8. (3 分) 在广场的电子屏幕上有一个旋转的正方体，正方体的六个面上分别标有“恩施六城同创”六个字。如图是小明在三个不同时刻所观察到的图形，请你帮小明确定与“创”相对的面上的字是 ()



A. 恩 B. 施 C. 城 D. 同

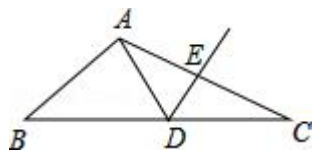
9. (3分) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-m > 0 \\ 2x-3 \geq 3(x-2) \end{cases}$ 恰有四个整数解, 那么 m 的取值范围为 ()

A. $m \geq -1$ B. $m < 0$ C. $-1 \leq m < 0$ D. $-1 < m < 0$

10. (3分) 某商品的售价为 100 元, 连续两次降价 $x\%$ 后售价降低了 36 元, 则 x 为 ()

A. 8 B. 20 C. 36 D. 18

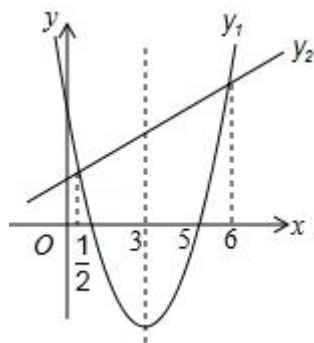
11. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 AC 的垂直平分线, $\triangle ABC$ 的周长为 19cm, $\triangle ABD$ 的周长为 13cm, 则 AE 的长为 ()



A. 3cm B. 6cm C. 12cm D. 16cm

12. (3分) 抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y_2 = mx + n$ 的图象如图所示, 下列判断中:

① $abc < 0$; ② $a+b+c > 0$; ③ $5a - c = 0$; ④ 当 $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > 6$ 时, $y_1 > y_2$, 其中正确的个数有 ()



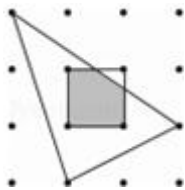
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本题共有 4 个小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

13. (3分) 因式分解: $a^2b - 10ab + 25b =$ _____.

14. (3分) 已知一元二次方程 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的两根为 m, n , 则 $m^2 + n^2 =$ _____.

15. (3分) 如图, 平面内有 16 个格点, 每个格点小正方形的边长为 1, 则图中阴影部分的面积为_____.



16. (3 分) 观察下列等式:

$$1+2+3+4+\dots+n=\frac{1}{2}n(n+1);$$

$$1+3+6+10+\dots+\frac{1}{2}n(n+1)=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2);$$

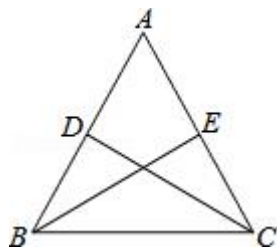
$$1+4+10+20+\dots+\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)=\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3);$$

$$\text{则有: } 1+5+15+35+\dots+\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3)=\underline{\hspace{2cm}}.$$

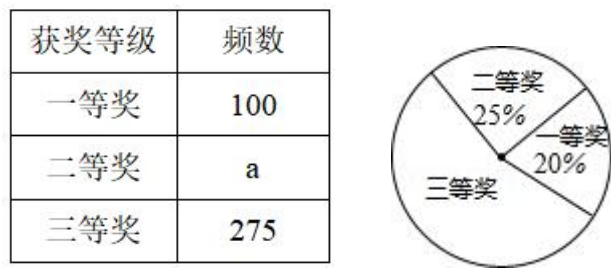
三、解答题 (本大题共有 8 个小题, 共 72 分)

17. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{a-3}{2a-4} \div (a+2-\frac{5}{a-2})$, 其中 $a=\sqrt{5}-3$.

18. (8 分) 如图, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$, 垂足分别为 E, D, $BE=CD$. 求证: $AB=AC$.

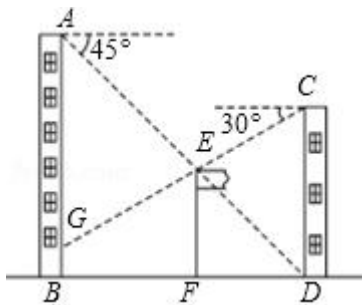


19. (8 分) 在恩施州 2016 年“书香校园，经典诵读”比赛活动中，有 32 万名学生参加比赛活动，其中有 8 万名学生分别获得一、二、三等奖，从获奖学生中随机抽取部分，绘制成如下不完整的统计图表，请根据图表解答下列问题.



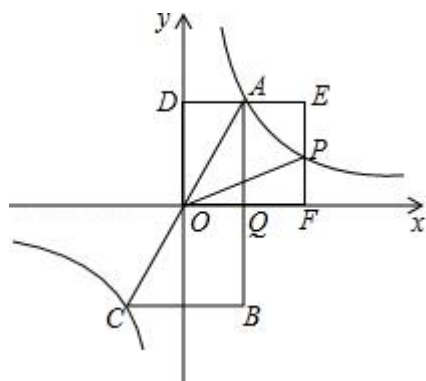
- (1) 表格中 a 的值为_____.
- (2) 扇形统计图中表示获得一等奖的扇形的圆心角为_____度.
- (3) 估计全州有多少名学生获得三等奖?

20. (8 分) 如图，在办公楼 AB 和实验楼 CD 之间有一旗杆 EF，从办公楼 AB 顶部 A 点处经过旗杆顶部 E 点恰好看到实验楼 CD 的底部 D 点，且俯角为 45°，从实验楼 CD 顶部 C 点处经过旗杆顶部 E 点恰好看到办公楼 AB 的 G 点，BG=1 米，且俯角为 30°，已知旗杆 EF=9 米，求办公楼 AB 的高度. (结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{2}\approx1.41$ ， $\sqrt{3}\approx1.73$)



21. (8 分) 如图, 直角三角板 ABC 放在平面直角坐标系中, 直角边 AB 垂直 x 轴, 垂足为 Q , 已知 $\angle ACB=60^\circ$, 点 A, C, P 均在反比例函数 $y=\frac{4\sqrt{3}}{x}$ 的图象上, 分别作 $PF \perp x$ 轴于 F , $AD \perp y$ 轴于 D , 延长 DA , FP 交于点 E , 且点 P 为 EF 的中点.

- (1) 求点 B 的坐标;
- (2) 求四边形 $AOPE$ 的面积.

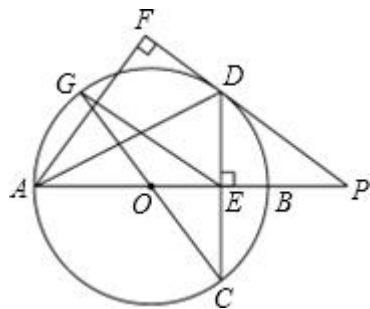


22. (10 分) 在清江河污水网管改造建设中, 需要确保在汛期来临前将建设过程中产生的渣土清运完毕, 每天至少需要清运渣土 12720m^3 , 施工方准备每天租用大、小两种运输车共 80 辆. 已知每辆大车每天运送渣土 200m^3 , 每辆小车每天运送渣土 120m^3 , 大、小车每天每辆租车费用分别为 1200 元, 900 元, 且要求每天租车的总费用不超过 85300 元.

- (1) 施工方共有多少种租车方案?
- (2) 哪种租车方案费用最低, 最低费用是多少?

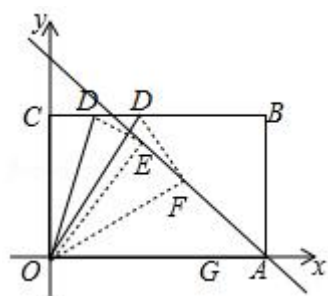
23. (10 分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 AB 垂直弦 CD 于 E , 过点 A 作 $\angle DAF = \angle DAB$, 过点 D 作 AF 的垂线, 垂足为 F , 交 AB 的延长线于点 P , 连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于点 G , 连接 EG , 已知 $DE=4$, $AE=8$.

- (1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 求证: $OC^2 = OE \cdot OP$;
- (3) 求线段 EG 的长.



24. (12 分) 如图, 在矩形 $OABC$ 纸片中, $OA=7$, $OC=5$, D 为 BC 边上动点, 将 $\triangle OCD$ 沿 OD 折叠, 当点 C 的对应点落在直线 $l: y = -x + 7$ 上时, 记为点 E , F , 当点 C 的对应点落在边 OA 上时, 记为点 G .

- (1) 求点 E , F 的坐标;
- (2) 求经过 E , F , G 三点的抛物线的解析式;
- (3) 当点 C 的对应点落在直线 l 上时, 求 CD 的长;
- (4) 在 (2) 中的抛物线上是否存在点 P , 使以 E , F , P 为顶点的三角形是直角三角形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年湖北省恩施州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2016•恩施州) 9 的相反数是 ()

A. -9 B. 9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的定义即可求解.

【解答】解：9 的相反数是 -9 ,

故选 A.

【点评】此题主要考查相反数的定义，比较简单.

2. (3 分) (2016•恩施州) 恩施州 2013 年建筑业生产总值为 36900 万元，将数 36900 用科学记数法表示为 ()

A. 3.69×10^5 B. 36.9×10^4 C. 3.69×10^4 D. 0.369×10^5

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】数据绝对值大于 10 或小于 1 时科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式. 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解： $36900 = 3.69 \times 10^4$;

故选 C.

【点评】本题考查的是科学记数法. 任意一个绝对值大于 10 或绝对值小于 1 的数都可写成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$. 对于绝对值大于 10 的数，指数 n 等于原数的整数位数减去 1.

3. (3 分) (2016•恩施州) 下列图标中是轴对称图形的是 ()



【考点】轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念求解.

如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴.

【解答】解：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、不是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，故本选项正确；

故选 D.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

4. (3 分) (2016•恩施州) 下列计算正确的是 ()

A. $2a^3+3a^3=5a^6$ B. $(x^5)^3=x^8$

C. $-2m(m-3)=-2m^2-6m$ D. $(-3a-2)(-3a+2)=9a^2-4$

【考点】整式的混合运算.

【专题】计算题；整式.

【分析】A、原式合并得到结果，即可作出判断；

B、原式利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可作出判断；

C、原式利用单项式乘多项式法则计算得到结果，即可作出判断；

D、原式利用平方差公式计算得到结果，即可作出判断.

【解答】解：A、原式= $5a^3$ ，错误；

B、原式= x^{15} ，错误；

C、原式= $-2m^2+6m$ ，错误；

D、原式= $9a^2-4$ ，正确，

故选 D

【点评】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

5. (3 分) (2016•恩施州) 已知 $\angle AOB=70^\circ$, 以 O 为端点作射线 OC , 使 $\angle AOC=42^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()

A. 28° B. 112° C. 28° 或 112° D. 68°

【考点】角的计算.

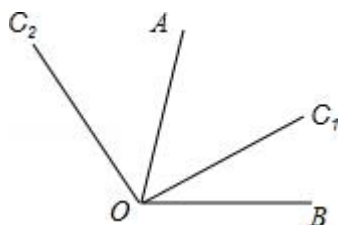
【专题】分类讨论.

【分析】根据题意画出图形, 利用数形结合求解即可.

【解答】解: 如图, 当点 C 与点 C_1 重合时, $\angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = 70^\circ - 42^\circ = 28^\circ$;

当点 C 与点 C_2 重合时, $\angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = 70^\circ + 42^\circ = 112^\circ$.

故选 C.



【点评】本题考查的是角的计算, 在解答此题时要注意进行分类讨论, 不要漏解.

6. (3 分) (2016•恩施州) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq -1$ B. $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$ C. $x \neq \pm 2$ D. $x > -1$ 且 $x \neq 2$

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式有意义的条件是: 被开方数是非负数, 以及分母不等于 0, 据此即可求解.

【解答】解: 根据题意得:
$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases},$$

解得 $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$.

故选: B.

【点评】本题考查了二次根式的意义和性质. 概念: 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质: 二次根式中的被开方数必须是非负数, 否则二次根式无意义.

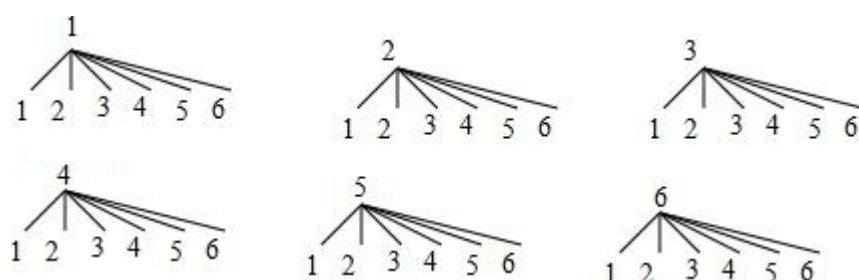
7. (3 分) (2016•恩施州) 有 6 张看上去无差别的卡片, 上面分别写着 1, 2, 3, 4, 5, 6, 随机抽取一张后, 放回并混在一起, 再随机抽取一张, 两次抽取的数字的积为奇数的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】列表法与树状图法.

【分析】画树状图展示所有 36 种等可能的结果数, 再找出两次抽取的数字的积为奇数的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】解: 画树状图为:



共有 36 种等可能的结果数, 其中两次抽取的数字的积为奇数的结果数为 9,

所以随机抽取一张, 两次抽取的数字的积为奇数的概率 $= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

故选 B.

【点评】本题考查了列表法与树状图法: 通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

8. (3 分) (2016•恩施州) 在广场的电子屏幕上有一个旋转的正方体, 正方体的六个面上分别标有“恩施六城同创”六个字. 如图是小明在三个不同时刻所观察到的图形, 请你帮小明确定与“创”相对的面上的字是 ()



- A. 恩 B. 施 C. 城 D. 同

【考点】专题: 正方体相对两个面上的文字.

【分析】根据图象思想确定和六相邻的是施、城、同、创, 和创相邻的是恩、施、六、城由此即可解决问题.

【解答】解：由题意可知和六相邻的是施、城、同、创，所以和六相对的是恩.
因为和创相邻的是恩、施、六、城，所以和创相对的是同.
故选 D.

【点评】本题考查正方体相对面上的文字，解题的关键是先确定或某一个字相邻的字是什么，得出相对的面的字，属于中考常考题型.

9. (3 分) (2016•恩施州) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-m > 0 \\ 2x-3 \geq 3(x-2) \end{cases}$ 恰有四个整数解，那么 m 的取值范围为 ()

A. $m \geq -1$ B. $m < 0$ C. $-1 \leq m < 0$ D. $-1 < m < 0$

【考点】一元一次不等式组的整数解.

【分析】可先用 m 表示出不等式组的解集，再根据恰有四个整数解可得到关于 m 的不等组，可求得 m 的取值范围.

【解答】解：

在 $\begin{cases} x-m > 0 \textcircled{1} \\ 2x-3 \geq 3(x-2) \textcircled{2} \end{cases}$ 中，

解不等式①可得 $x > m$,

解不等式②可得 $x \leq 3$,

由题意可知原不等式组有解，

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $m < x \leq 3$,

$\therefore$ 该不等式组恰好有四个整数解，

$\therefore$ 整数解为 0, 1, 2, 3,

$\therefore -1 \leq m < 0$,

故选 C.

【点评】本题主要考查解不等式组，求得不等式组的解集是解题的关键，注意恰有四个整数解的应用.

10. (3 分) (2016•恩施州) 某商品的售价为 100 元，连续两次降价 $x\%$ 后售价降低了 36 元，则 x 为 ()

A. 8 B. 20 C. 36 D. 18

【考点】一元二次方程的应用.

【专题】增长率问题.

【分析】第一次降价后的单价是原来的 $(1-x\%)$, 那么第二次降价后的单价是原来的 $(1-x\%)^2$, 根据题意列方程解答即可.

【解答】解: 根据题意列方程得

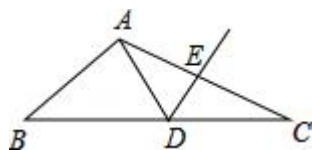
$$100 \times (1-x\%)^2 = 100 - 36$$

解得 $x_1=20$, $x_2=180$ (不符合题意, 舍去).

故选: B.

【点评】本题考查一元二次方程的应用, 要掌握求平均变化率的方法. 若设变化前的量为 a , 变化后的量为 b , 平均变化率为 x , 则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$.

11. (3分) (2016•恩施州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 AC 的垂直平分线, $\triangle ABC$ 的周长为 19cm, $\triangle ABD$ 的周长为 13cm, 则 AE 的长为 ()



A. 3cm B. 6cm C. 12cm D. 16cm

【考点】线段垂直平分线的性质.

【分析】根据线段垂直平分线性质的得出 $AD=DC$, $AE=CE=\frac{1}{2}AC$, 求出 $AB+BC+AC=19\text{cm}$, $AB+BD+AD=AB+BD+DC=AB+BC=13\text{cm}$, 即可求出 AC , 即可得出答案.

【解答】解: $\because DE$ 是 AC 的垂直平分线,

$$\therefore AD=DC, AE=CE=\frac{1}{2}AC,$$

$\because \triangle ABC$ 的周长为 19cm, $\triangle ABD$ 的周长为 13cm,

$$\therefore AB+BC+AC=19\text{cm}, AB+BD+AD=AB+BD+DC=AB+BC=13\text{cm},$$

$$\therefore AC=6\text{cm},$$

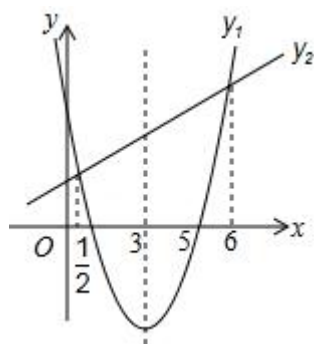
$$\therefore AE=3\text{cm},$$

故选 A.

【点评】本题考查了线段垂直平分线性质的应用, 能熟记线段垂直平分线性质的内容是解此题的关键, 注意: 线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离

相等.

12. (3 分) (2016•恩施州) 抛物线 $y_1=ax^2+bx+c$ 与直线 $y_2=mx+n$ 的图象如图所示, 下列判断中: ① $abc < 0$; ② $a+b+c > 0$; ③ $5a - c=0$; ④当 $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > 6$ 时, $y_1 > y_2$, 其中正确的个数有 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】二次函数与不等式 (组); 二次函数图象与系数的关系.

【分析】①直接根据二次函数的性质来判定;

②观察图象: 当 $x=1$ 时, 对应的 y 的值;

③当 $x=1$ 时与对称轴为 $x=3$ 列方程组可得结论;

④直接看图象得出结论.

【解答】解: ① $\because$ 二次函数开口向上,

$\therefore a > 0$,

$\because$ 二次函数与 y 轴交于正半轴,

$\therefore c > 0$,

$\because$ 二次函数对称轴在 y 轴右侧,

$\therefore b < 0$,

$\therefore abc < 0$,

所以此选项正确;

②由图象可知: 二次函数与 x 轴交于两点分别是 $(1, 0)$ 、 $(5, 0)$,

当 $x=1$ 时, $y=0$, 则 $a+b+c=0$,

所以此选项错误;

③ $\because$ 二次函数对称轴为: $x=3$, 则 $-\frac{b}{2a}=3$, $b=-6a$,

代入 $a+b+c=0$ 中得: $a-6a+c=0$, $5a-c=0$,

所以此选项正确;

④由图象得: 当 $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > 6$ 时, $y_1 > y_2$;

所以此选项正确.

所以正确的结论是①③④, 3个;

故选 C.

【点评】 本题综合考查了二次函数和一次函数的图象及性质, 熟练掌握二次函数的性质是关键: ①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小; 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; ②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异), 反之也成立; ③常数项 c 由抛物线与 y 轴交点的位置确定; ④利用两个函数图象在直角坐标系中的上下位置关系求自变量的取值范围.

二、填空题 (本题共有 4 个小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

13. (3 分) (2016•恩施州) 因式分解: $a^2b - 10ab + 25b = \underline{b(a-5)^2}$.

【考点】 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】 计算题; 因式分解.

【分析】 原式提取公因式, 再利用完全平方公式分解即可.

【解答】 解: 原式 $= b(a^2 - 10a + 25) = b(a - 5)^2$,

故答案为: $b(a - 5)^2$

【点评】 此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

14. (3 分) (2016•恩施州) 已知一元二次方程 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的两根为 m , n , 则 $m^2 + n^2 = \underline{\frac{21}{4}}$.

【考点】 根与系数的关系.

【分析】 先由根与系数的关系得: 两根和与两根积, 再将 $m^2 + n^2$ 进行变形, 化成和或积的形式, 代入即可.

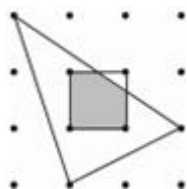
【解答】解：由根与系数的关系得： $m+n=\frac{5}{2}$, $mn=\frac{1}{2}$,

$$\therefore m^2+n^2 = (m+n)^2 - 2mn = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} = \frac{21}{4},$$

故答案为： $\frac{21}{4}$.

【点评】本题考查了利用根与系数的关系求代数式的值，先将一元二次方程化为一般形式，写出两根的和与积的值，再将所求式子进行变形；如 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 、 $x_1^2 + x_2^2$ 等等，本题是常考题型，利用完全平方公式进行转化.

15. (3 分) (2016•恩施州) 如图，平面内有 16 个格点，每个格点小正方形的边长为 1，则图中阴影部分的面积为 $\frac{11}{12}$.



【考点】相似三角形的判定与性质；三角形的面积.

【专题】图形的相似.

【分析】可运用相似三角形的性质求出 GF、MN，从而求出 OF、OM，进而可求出阴影部分的面积.

【解答】解：如图，

$$\because GF \parallel HC,$$

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle AHC,$$

$$\therefore \frac{GF}{HC} = \frac{AG}{AH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore GF = \frac{1}{2}HC = \frac{3}{2},$$

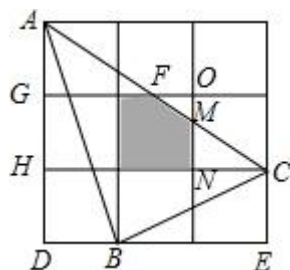
$$\therefore OF = OG - GF = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{同理 } MN = \frac{2}{3}, \text{ 则有 } OM = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore S_{\triangle OFM} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}.$$

故答案为: $\frac{11}{12}$.



【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定与性质、三角形的面积公式，求得 $\triangle OFM$ 的面积是解决本题的关键.

16. (3 分) (2016•恩施州) 观察下列等式:

$$1+2+3+4+\dots+n=\frac{1}{2}n(n+1);$$

$$1+3+6+10+\dots+\frac{1}{2}n(n+1)=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2);$$

$$1+4+10+20+\dots+\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)=\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3);$$

$$\text{则有: } 1+5+15+35+\dots+\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3)=\frac{1}{120}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4).$$

【考点】 整式的混合运算.

【专题】 计算题; 规律型; 整式.

【分析】 根据已知等式发现分母依次乘以 2、乘以 3、乘以 4, 据此作答即可.

$$\text{【解答】 解: } \because 1+2+3+4+\dots+n=\frac{1}{1 \times 2}n(n+1)=\frac{1}{2}n(n+1);$$

$$1+3+6+10+\dots+\frac{1}{2}n(n+1)=\frac{1}{2 \times 3}n(n+1)(n+2)=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2);$$

$$1+4+10+20+\dots+\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)=\frac{1}{6 \times 4}n(n+1)(n+2)(n+3)=\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3),$$

$$\therefore 1+5+15+35+\dots+\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3)=\frac{1}{24 \times 5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4) \\ =\frac{1}{120}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4),$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{120}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4).$$

【点评】 本题主要考查数字的变化规律, 由已知等式发现变化部分的变化规律及不变的部分是解题的关键.

三、解答题 (本大题共有 8 个小题, 共 72 分)

17. (8 分) (2016•恩施州) 先化简, 再求值: $\frac{a-3}{2a-4} \div (a+2-\frac{5}{a-2})$, 其中 $a=\sqrt{5}-3$.

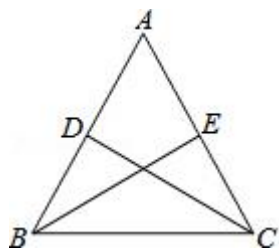
【考点】分式的化简求值.

【分析】先算括号里面的, 再算除法, 最后把 a 的值代入进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{a-3}{2a-4} \div \frac{a^2-9}{a-2}$
 $= \frac{a-3}{2(a-2)} \cdot \frac{a-2}{(a+3)(a-3)}$
 $= \frac{1}{2(a+3)},$
当 $a=\sqrt{5}-3$ 时, 原式 $= \frac{1}{2(\sqrt{5}-3+3)} = \frac{\sqrt{5}}{10}.$

【点评】本题考查的是分式的化简求值, 分式中的一些特殊求值题并非是一味的化简, 代入, 求值. 许多问题还需运用到常见的数学思想, 如化归思想 (即转化)、整体思想等, 了解这些数学解题思想对于解题技巧的丰富与提高有一定帮助.

18. (8 分) (2016•恩施州) 如图, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$, 垂足分别为 E , D , $BE=CD$. 求证: $AB=AC$.



【考点】全等三角形的判定与性质.

【专题】证明题.

【分析】通过全等三角形 ($\text{Rt}\triangle CBE \cong \text{Rt}\triangle BCD$) 的对应角相等得到 $\angle ECB = \angle DBC$, 则 $AB=AC$.

【解答】证明: $\because BE \perp AC$, $CD \perp AB$,

$$\therefore \angle CEB = \angle BDC = 90^\circ.$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 与 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\begin{cases} BE=CD \\ BC=CB \end{cases}$,

$\therefore \text{Rt}\triangle \text{CBE} \cong \text{Rt}\triangle \text{BCD}$ (HL),

$\therefore \angle \text{ECB} = \angle \text{DBC}$,

$\therefore \text{AB} = \text{AC}$.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定. 在应用全等三角形的判定时，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形.

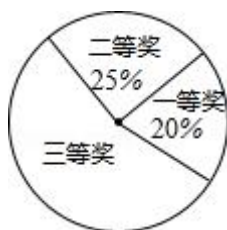
19. (8 分) (2016•恩施州) 在恩施州 2016 年“书香校园，经典诵读”比赛活动中，有 32 万名学生参加比赛活动，其中有 8 万名学生分别获得一、二、三等奖，从获奖学生中随机抽取部分，绘制成如下不完整的统计图表，请根据图表解答下列问题.

获奖等级	频数
一等奖	100
二等奖	a
三等奖	275

(1) 表格中 a 的值为 125.

(2) 扇形统计图中表示获得一等奖的扇形的圆心角为 72 度.

(3) 估计全州有多少名学生获得三等奖?



【考点】 频数（率）分布表；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】 (1) 由一等奖学生数及其所占百分比求得被调查学生总数，根据各组频数之和等于总数即可得 a;

(2) 用 360° 乘以获得一等奖所对应百分比即可得;

(3) 用全州获奖学生总数乘以样本中获三等奖所占比例.

【解答】 解：(1) $\therefore$ 抽取的获奖学生有 $100 \div 20\% = 500$ (人),

$\therefore a = 500 - 100 - 275 = 125$,

故答案为：125；

(2) 扇形统计图中表示获得一等奖的扇形的圆心角为 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ，

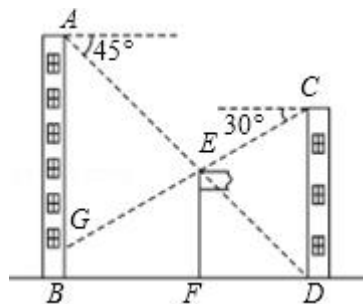
故答案为：72；

$$(3) 8 \times \frac{275}{500} = 4.4 \text{ (万人)},$$

答：估计全州有 4.4 万名学生获得三等奖。

【点评】 本题主要考查频数分布表与扇形统计图及用样本估计总体，从统计图表中获取解题所需信息是解题的关键。

20. (8 分) (2016•恩施州) 如图，在办公楼 AB 和实验楼 CD 之间有一旗杆 EF，从办公楼 AB 顶部 A 点处经过旗杆顶部 E 点恰好看到实验楼 CD 的底部 D 点，且俯角为 45° ，从实验楼 CD 顶部 C 点处经过旗杆顶部 E 点恰好看到办公楼 AB 的 G 点，BG=1 米，且俯角为 30° ，已知旗杆 EF=9 米，求办公楼 AB 的高度. (结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】 根据题意求出 $\angle BAD = \angle ADB = 45^\circ$ ，进而根据等腰直角三角形的性质求得 FD，在 $\text{Rt}\triangle GEH$ 中，利用特殊角的三角函数值分别求出 BF，即可求得 PG，在 $\text{Rt}\triangle AGP$ 中，继而可求出 AB 的长度.

【解答】 解：由题意可知 $\angle BAD = \angle ADB = 45^\circ$ ，

$$\therefore FD = EF = 9 \text{ 米}, AB = BD$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle GEH \text{ 中}, \therefore \tan \angle EGH = \frac{EH}{GH} = \frac{8}{GH}, \text{ 即 } \frac{8}{GH} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore BF = 8\sqrt{3},$$

比例函数 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ 的图象上，求出 m 和 $S_{\triangle OPF}$ ，再求出 $S_{\text{长方形 DEFO}}$ ，最后根据 $S_{\text{四}}$

边形 $AOPE = S_{\text{长方形 DEFO}} - S_{\triangle AOD} - S_{\triangle OPF}$ ，代入计算即可。

【解答】 解：(1) $\because \angle ACB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOQ = 60^\circ$ ，

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AQ}{OQ} = \sqrt{3},$$

设点 $A(a, b)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \frac{b}{a} = \sqrt{3} \\ b = \frac{4\sqrt{3}}{a} \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} a=2 \\ b=2\sqrt{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-2 \\ b=-2\sqrt{3} \end{cases}$ (不合题意，舍去)

$\therefore$ 点 A 的坐标是 $(2, 2\sqrt{3})$ ，

$\therefore$ 点 C 的坐标是 $(-2, -2\sqrt{3})$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(2, -2\sqrt{3})$ ，

(2) $\because$ 点 A 的坐标是 $(2, 2\sqrt{3})$ ，

$$\therefore AQ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EF = AQ = 2\sqrt{3},$$

$\because$ 点 P 为 EF 的中点，

$$\therefore PF = \sqrt{3},$$

设点 P 的坐标是 (m, n) ，则 $n = \sqrt{3}$

$\because$ 点 P 在反比例函数 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ 的图象上，

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{m}, \quad S_{\triangle OPF} = \frac{1}{2} |4\sqrt{3}| = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore m = 4,$$

$$\therefore OF = 4,$$

$$\therefore S_{\text{长方形 DEFO}} = OF \cdot OD = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3},$$

$\because$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ 的图象上，

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} |4\sqrt{3}| = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 A O P E}} = S_{\text{长方形 D E F O}} - S_{\triangle A O D} - S_{\triangle O P F} = 8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

【点评】此题主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即图象上的点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 的关系即 $S = \frac{1}{2}|k|$.

22. (10 分) (2016•恩施州) 在清江河污水网管改造建设中，需要确保在汛期来临前将建设过程中产生的渣土清运完毕，每天至少需要清运渣土 12720m^3 ，施工方准备每天租用大、小两种运输车共 80 辆. 已知每辆大车每天运送渣土 200m^3 ，每辆小车每天运送渣土 120m^3 ，大、小车每天每辆租车费用分别为 1200 元，900 元，且要求每天租车的总费用不超过 85300 元.

(1) 施工方共有多少种租车方案？

(2) 哪种租车方案费用最低，最低费用是多少？

【考点】分式方程的应用；一元一次不等式的应用.

【分析】(1) 设大车租 x 辆，则小车载 $(80 - x)$ 辆. 列出不等式组，求整数解即可解决问题.

(2) 设租车费用为 w 元，则 $w = 1200x + 900(80 - x) = 300x + 72000$ ，利用一次函数的增减性，即可解决问题.

【解答】解：(1) 设大车租 x 辆，则小车载 $(80 - x)$ 辆.

$$\text{由题意} \begin{cases} 200x + 120(80 - x) \geq 12720 \\ 1200x + 900(80 - x) \leq 85300 \end{cases}$$

$$\text{解得 } 39 \leq x \leq 44\frac{1}{3},$$

$\therefore x$ 为整数,

$\therefore x = 39$ 或 40 或 41 或 42 或 43 或 44 .

$\therefore$ 施工方共有 6 种租车方案.

(2) 设租车费用为 w 元，则 $w = 1200x + 900(80 - x) = 300x + 72000$,

$\therefore 300 > 0$,

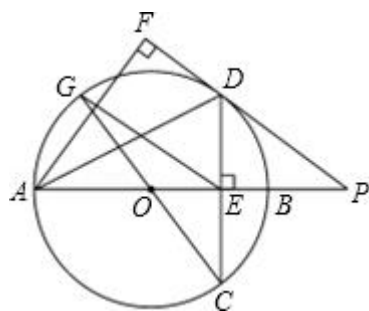
$\therefore w$ 随 x 增大而增大,

$\therefore x = 39$ 时， w 最小，最小值为 83700 元.

【点评】 本题考查一元一次不等式组的应用，一次函数的性质等整数，解题的关键是学会构建不等式组解决实际问题，学会构建一次函数，利用一次函数的性质解决问题，属于中考常考题型.

23. (10 分) (2016•恩施州) 如图，在 $\odot O$ 中，直径 AB 垂直弦 CD 于 E ，过点 A 作 $\angle DAF = \angle DAB$ ，过点 D 作 AF 的垂线，垂足为 F ，交 AB 的延长线于点 P ，连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于点 G ，连接 EG ，已知 $DE=4$ ， $AE=8$.

- (1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 求证: $OC^2 = OE \cdot OP$;
- (3) 求线段 EG 的长.



【考点】 圆的综合题.

【分析】 (1) 连接 OD ，由等腰三角形的性质得出 $\angle DAB = \angle ADO$ ，再由已知条件得出 $\angle ADO = \angle DAF$ ，证出 $OD \parallel AF$ ，由已知 $DF \perp AF$ ，得出 $DF \perp OD$ ，即可得出结论；

(2) 由射影定理得出 $OD^2 = OE \cdot OP$ ，由 $OC = OD$ ，即可得出 $OC^2 = OE \cdot OP$ ；

(3) 连接 DG ，由垂径定理得出 $DE = CE = 4$ ，得出 $CD = 8$ ，由勾股定理求出 DG ，再由勾股定理求出 EG 即可.

【解答】 (1) 证明: 连接 OD ，如图 1 所示:

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle ADO,$$

$$\because \angle DAF = \angle DAB,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle DAF,$$

$$\therefore OD \parallel AF,$$

$$\text{又} \because DF \perp AF,$$

$\therefore DF \perp OD$,

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: 由 (1) 得: $DF \perp OD$,

$\therefore \angle ODF = 90^\circ$,

$\therefore AB \perp CD$,

$\therefore$ 由射影定理得: $OD^2 = OE \cdot OP$,

$\therefore OC = OD$,

$\therefore OC^2 = OE \cdot OP$;

(3) 解: 连接 DG , 如图 2 所示:

$\therefore AB \perp CD$,

$\therefore DE = CE = 4$,

$\therefore CD = DE + CE = 8$,

设 $OD = OA = x$, 则 $OE = 8 - x$,

在 $Rt\triangle ODE$ 中, 由勾股定理得: $OE^2 + DE^2 = OD^2$,

即 $(8 - x)^2 + 4^2 = x^2$,

解得: $x = 5$,

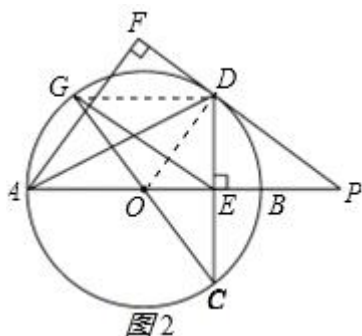
$\therefore CG = 2OA = 10$,

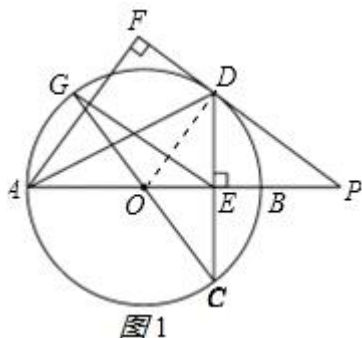
$\therefore CG$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle CDG = 90^\circ$,

$\therefore DG = \sqrt{CG^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$,

$\therefore EG = \sqrt{DG^2 + DE^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

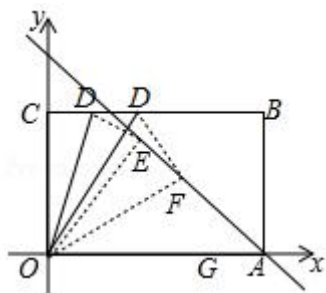




【点评】 本题是圆的综合题目，考查了切线的判定、等腰三角形的性质、平行线的判定、射影定理、相交弦定理、余弦定理、三角函数等知识；本题综合性强，有一定难度，熟练掌握切线的判定和勾股定理是解决问题的关键.

24. (12 分) (2016•恩施州) 如图，在矩形 OABC 纸片中， $OA=7$ ， $OC=5$ ，D 为 BC 边上动点，将 $\triangle OCD$ 沿 OD 折叠，当点 C 的对应点落在直线 $l: y = -x + 7$ 上时，记为点 E，F，当点 C 的对应点落在边 OA 上时，记为点 G.

- (1) 求点 E，F 的坐标；
- (2) 求经过 E，F，G 三点的抛物线的解析式；
- (3) 当点 C 的对应点落在直线 l 上时，求 CD 的长；
- (4) 在 (2) 中的抛物线上是否存在点 P，使以 E，F，P 为顶点的三角形是直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由点 E 在直线 l 上，设出点 E 的坐标，由翻折的特性可知 $OE=OC$ ，利用两点间的距离公式即可得出关于 x 的无理方程，解方程即可求出 x 值，在代入点 E 的坐标中即可得出点 E、F 的坐标；

(2) 由 $OG=OC$ 即可得出点 G 的坐标，根据点 E、F、G 的坐标利用待定系数法即可求出抛物线的解析式；

(3) 设点 D 的坐标为 $(m, 5)$ ($m > 0$), 则 $CD=m$, 利用 $ED=CD$, $FD=CD$ 即可得出关于 m 的无理方程, 解方程即可求出 m 的值, 从而得出 CD 的长度;

(4) 假设存在, 设点 P 的坐标为 $(n, -n^2+6n-5)$, 由两点间的距离公式找出 PE、PF、EF 的长, 根据三个角分别为直角, 利用勾股定理即可得出关于 n 的方程, 解方程即可求出 n 的值, 再代入点 P 坐标即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 E 在直线 $l: y=-x+7$ 上,

$\therefore$ 设点 E 的坐标为 $(x, -x+7)$,

$\therefore OE=OC=5$,

$$\therefore \sqrt{x^2+(-x+7)^2}=5,$$

解得: $x_1=3, x_2=4$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(3, 4)$, 点 F 的坐标为 $(4, 3)$.

(2) $\because OG=OC=5$, 且点 G 在 x 正半轴上,

$\therefore G(5, 0)$.

设经过 E, F, G 三点的抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

将 E $(3, 4)$ 、F $(4, 3)$ 、G $(5, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 中,

$$\text{得: } \begin{cases} 9a+3b+c=4 \\ 16a+4b+c=3 \\ 25a+5b+c=0 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} a=-1 \\ b=6 \\ c=-5 \end{cases},$$

$\therefore$ 经过 E, F, G 三点的抛物线的解析式为 $y=-x^2+6x-5$.

(3) $\because BC \parallel x$ 轴, 且 $OC=5$,

$\therefore$ 设点 D 的坐标为 $(m, 5)$ ($m > 0$), 则 $CD=m$.

$\therefore ED=CD$ 或 $FD=CD$,

$$\therefore \sqrt{(3-m)^2+(4-5)^2}=m \text{ 或 } \sqrt{(4-m)^2+(3-5)^2}=m,$$

解得: $m=\frac{5}{3}$ 或 $m=\frac{5}{2}$.

$\therefore$ 当点 C 的对应点落在直线 l 上时, CD 的长为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{5}{2}$.

(4) 假设存在, 设点 P 的坐标为 $(n, -n^2+6n-5)$,

$\therefore E(3, 4), F(4, 3)$,

$$\therefore EF = \sqrt{(4-3)^2+(3-4)^2} = \sqrt{2}, \quad PE = \sqrt{(n-3)^2+(-n^2+6n-5-4)^2},$$

$$PF = \sqrt{(n-4)^2+(-n^2+6n-5-3)^2}.$$

公式找出方程是关键.