

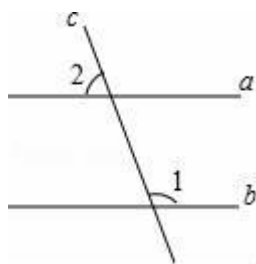
2016 年湖北省孝感市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1. 下列各数中, 最小的数是 ()

- A. 5 B. -3 C. 0 D. 2

2. 如图, 直线 a , b 被直线 c 所截, 若 $a \parallel b$, $\angle 1 = 110^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()

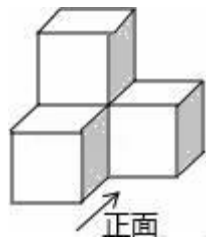


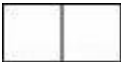
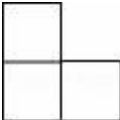
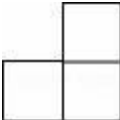
- A. 70° B. 75° C. 80° D. 85°

3. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^2 = a^4$ B. $a^5 - a^3 = a^2$ C. $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$ D. $(a^5)^2 = a^{10}$

4. 如图是由四个相同的小正方体组成的几何体, 则这个几何体的主视图是 ()

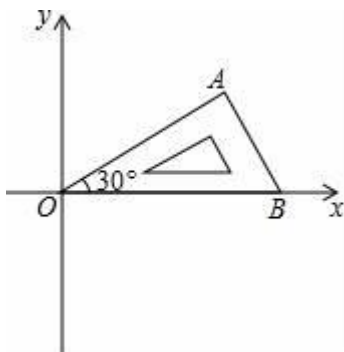


- A.  B.  C.  D. 

5. 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 1 \\ x+8 < 4x-1 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

6. 将含有 30° 角的直角三角板 OAB 如图放置在平面直角坐标系中, OB 在 x 轴上, 若 $OA=2$, 将三角板绕原点 O 顺时针旋转 75° , 则点 A 的对应点 A' 的坐标为 ()



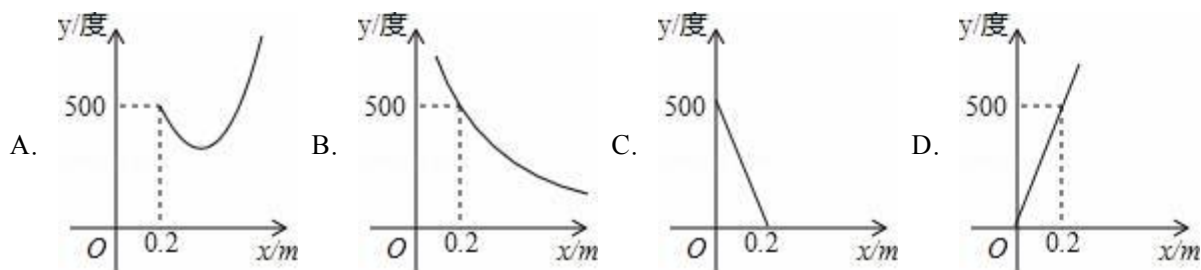
- A. $(\sqrt{3}, -1)$ B. $(1, -\sqrt{3})$ C. $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ D. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

7. 在 2016 年体育中考中，某班一学习小组 6 名学生的体育成绩如下表，则这组学生的体育成绩的众数，中位数，方差依次为（ ）

成绩（分）	27	28	30
人数	2	3	1

- A. 28, 28, 1 B. 28, 27.5, 1 C. 3, 2.5, 5 D. 3, 2, 5

8. “科学用眼，保护视力”是青少年珍爱生命的具体表现. 科学证实：近视眼镜的度数 y （度）与镜片焦距 x （m）成反比例. 如果 500 度近视眼镜片的焦距为 0.2m，则表示 y 与 x 函数关系的图象大致是（ ）



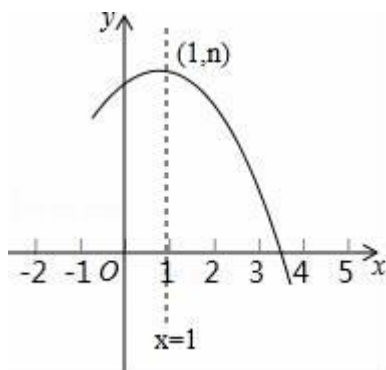
9. 在 $\square ABCD$ 中， $AD=8$ ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ， DF 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 F ，且 $EF=2$ ，则 AB 的长为（ ）

- A. 3 B. 5 C. 2 或 3 D. 3 或 5

10. 如图是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的部分图象，其顶点坐标为 $(1, n)$ ，且与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和 $(4, 0)$ 之间. 则下列结论:

- ① $a - b + c > 0$;
 ② $3a + b = 0$;
 ③ $b^2 = 4a(c - n)$;
 ④ 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = n - 1$ 有两个不相等的实数根.

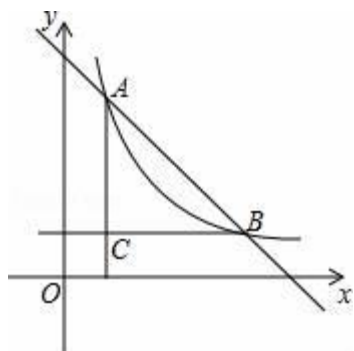
其中正确结论的个数是（ ）



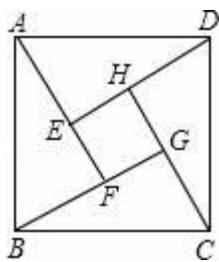
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

11. 若代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.
12. 分解因式： $2x^2 - 8y^2 =$ _____.
13. 若一个圆锥的底面圆半径为 3cm，其侧面展开图的圆心角为 120° ，则圆锥的母线长是_____cm.
14. 《九章算术》是东方数学思想之源，该书中记载：“今有勾八步，股一十五步，问勾中容圆径几何。”其意思为：“今有直角三角形，勾（短直角边）长为 8 步，股（长直角边）长为 15 步，问该直角三角形内切圆的直径是多少步。”该问题的答案是_____步.
15. 如图，已知双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与直线 $y = -x + 6$ 相交于 A, B 两点，过点 A 作 x 轴的垂线与过点 B 作 y 轴的垂线相交于点 C，若 $\triangle ABC$ 的面积为 8，则 k 的值为_____.



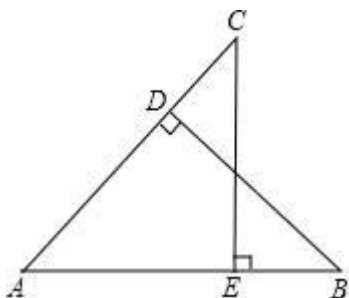
16. 如图示我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”，图中的四个直角三角形是全等的，如果大正方形 ABCD 的面积是小正方形 EFGH 面积的 13 倍，那么 $\tan \angle ADE$ 的值为_____.



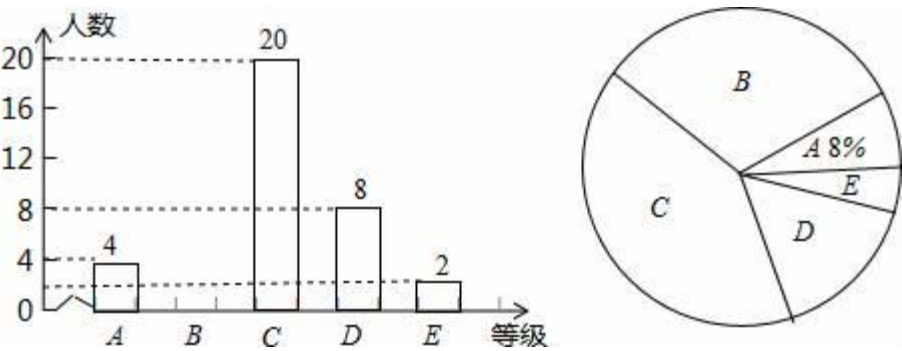
三、解答题 (共 8 小题, 满分 72 分)

17. 计算: $\sqrt{9} + |-4| + 2\sin 30^\circ - 3^2$.

18. 如图, $BD \perp AC$ 于点 D, $CE \perp AB$ 于点 E, $AD = AE$. 求证: $BE = CD$.



19. 为弘扬中华优秀传统文化, 我市教育局在全市中小学积极推广“太极拳”运动. 弘孝中学为争创“太极拳”示范学校, 今年3月份举行了“太极拳”比赛, 比赛成绩评定为A, B, C, D, E五个等级, 该校七(1)班全体学生参加了学校的比赛, 并将比赛结果绘制成如下两幅不完整的统计图. 请根据图中信息, 解答下列问题:



(1) 该校七(1)班共有_____名学生; 扇形统计图中C等级所对应扇形的圆心角等于_____度; 并补全条形统计图;

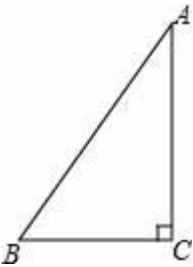
(2) A等级的4名学生中有2名男生, 2名女生, 现从中任意选取2名学生作为全班训练的示范者, 请你用列表法或画树状图的方法, 求出恰好选到1名男生和1名女生的概率.

20. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$.

(1) 请用直尺和圆规按下列步骤作图, 保留作图痕迹:

- ①作 $\angle ACB$ 的平分线, 交斜边 AB 于点 D ;
- ②过点 D 作 AC 的垂线, 垂足为点 E .

(2) 在(1)作出的图形中, 若 $CB=4$, $CA=6$, 则 $DE=_____$.



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2$ 时, 求 m 的值.

22. 孝感市在创建国家级园林城市中, 绿化档次不断提升. 某校计划购进 A, B 两种树木共 100 棵进行校园绿化升级, 经市场调查: 购买 A 种树木 2 棵, B 种树木 5 棵, 共需 600 元; 购买 A 种树木 3 棵, B 种树木 1 棵, 共需 380 元.

(1) 求 A 种, B 种树木每棵各多少元?

(2) 因布局需要, 购买 A 种树木的数量不少于 B 种树木数量的 3 倍. 学校与中标公司签订的合同中规定: 在市场价格不变的情况下 (不考虑其他因素), 实际付款总金额按市场价九折优惠, 请设计一种购买树木的方案, 使实际所花费用最省, 并求出最省的费用.

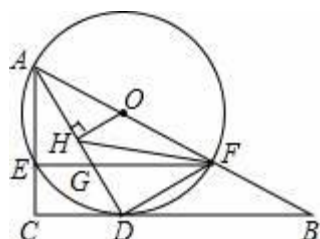
23. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 O 在 AB 上, 经过点 A 的 $\odot O$ 与 BC 相切于点 D , 与 AC , AB 分别相交于点 E, F , 连接 AD 与 EF 相交于点 G .

(1) 求证: AD 平分 $\angle CAB$;

(2) 若 $OH \perp AD$ 于点 H , FH 平分 $\angle AFE$, $DG = 1$.

①试判断 DF 与 DH 的数量关系, 并说明理由;

②求 $\odot O$ 的半径.



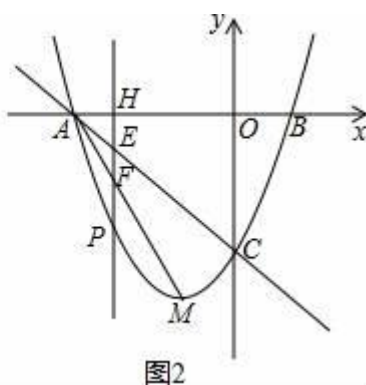
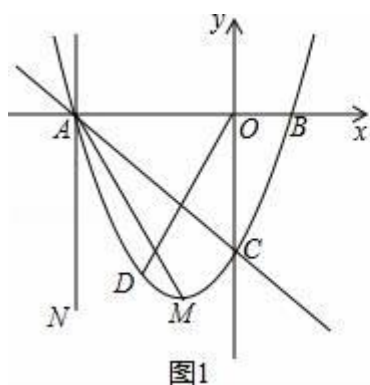
24. 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点 M 的坐标为 $(-1, -4)$ ，且与 x 轴交于点 A ，点 B （点 A 在点 B 的左边），与 y 轴交于点 C 。

(1) 填空: $b=$ _____, $c=$ _____, 直线 AC 的解析式为_____;

(2) 直线 $x=t$ 与 x 轴相交于点 H 。

①当 $t=-3$ 时得到直线 AN （如图 1），点 D 为直线 AC 下方抛物线上一点，若 $\angle COD=\angle MAN$ ，求出此时点 D 的坐标；

②当 $-3 < t < -1$ 时（如图 2），直线 $x=t$ 与线段 AC ， AM 和抛物线分别相交于点 E ， F ， P 。试证明线段 HE ， EF ， FP 总能组成等腰三角形；如果此等腰三角形底角的余弦值为 $\frac{3}{5}$ ，求此时 t 的值。



2016 年湖北省孝感市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 下列各数中，最小的数是（ ）

A. 5 B. -3 C. 0 D. 2

【考点】有理数大小比较.

【分析】根据有理数大小比较的法则解答即可.

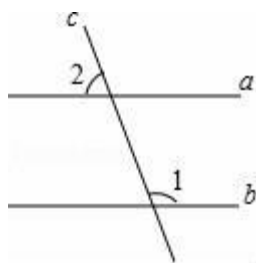
【解答】解： $-3 < 0 < 2 < 5$,

则最小的数是 -3 ,

故选：B.

【点评】本题考查的是有理数的大小比较，有理数大小比较的法则：①正数都大于 0； ②负数都小于 0； ③正数大于一切负数； ④两个负数，绝对值大的其值反而小.

2. 如图，直线 a , b 被直线 c 所截，若 $a \parallel b$, $\angle 1 = 110^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于（ ）



A. 70° B. 75° C. 80° D. 85°

【考点】平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质求出 $\angle 3$ 的度数，根据对顶角相等得到答案.

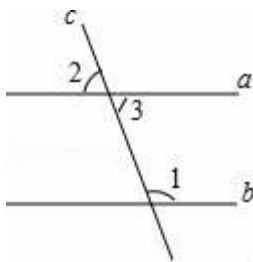
【解答】解： $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 70^\circ,$$

故选：A.



【点评】 本题考查的是平行线的性质和对顶角的性质，掌握两直线平行，同位角相等、两直线平行，内错角相等、两直线平行，同旁内角互补是解题的关键.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $a^2+a^2=a^4$ B. $a^5-a^3=a^2$ C. $a^2 \cdot a^2=2a^2$ D. $(a^5)^2=a^{10}$

【考点】 幂的乘方与积的乘方；合并同类项；同底数幂的乘法.

【分析】 分别利用合并同类项法则以及同底数幂的乘法运算法则和幂的乘方运算法则分别化简判断即可.

【解答】 解：A、 $a^2+a^2=2a^2$ ，故此选项错误；

B、 a^5-a^3 ，无法计算，故此选项错误；

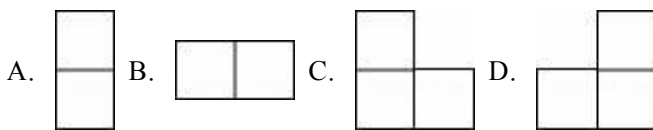
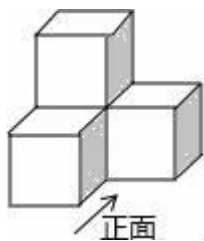
C、 $a^2 \cdot a^2=a^4$ ，故此选项错误；

D、 $(a^5)^2=a^{10}$ ，正确.

故选：D.

【点评】 此题主要考查了合并同类项以及同底数幂的乘法运算和幂的乘方运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

4. 如图是由四个相同的小正方体组成的几何体，则这个几何体的主视图是 ()



【考点】 简单组合体的三视图.

【分析】 主视图就是从主视方向看到的正面的图形，也可以理解为该物体的正投影，据此求解即可.

【解答】解：观察该几何体发现：从正面看到的应该是三个正方形，上面1个，下面2个，
故选 C.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，解题的关键是了解主视图的定义，属于基础题，难度不大.

5. 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 1 \\ x+8 < 4x-1 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

【考点】解一元一次不等式组.

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解： $\begin{cases} x-1 > 1 \text{ ①} \\ x+8 < 4x-1 \text{ ②} \end{cases}$

解①得： $x > 2$,

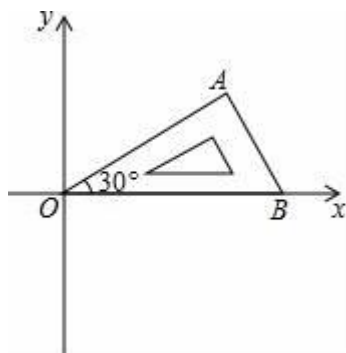
解②得： $x > 3$,

则不等式的解集是： $x > 3$.

故选： A.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

6. 将含有 30° 角的直角三角板 OAB 如图放置在平面直角坐标系中，OB 在 x 轴上，若 $OA=2$ ，将三角板绕原点 O 顺时针旋转 75° ，则点 A 的对应点 A' 的坐标为 ()

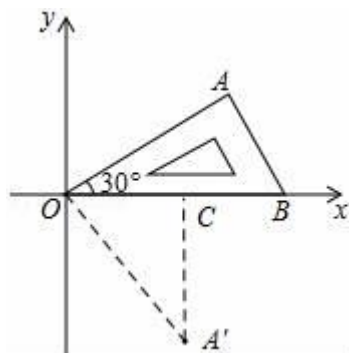


A. $(\sqrt{3}, -1)$ B. $(1, -\sqrt{3})$ C. $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ D. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

【考点】坐标与图形变化-旋转.

【分析】先根据题意画出点 A' 的位置，然后过点 A' 作 $A'C \perp OB$ ，接下来依据旋转的定义和性质可得到 OA' 的长和 $\angle COA'$ 的度数，最后依据特殊锐角三角函数值求解即可。

【解答】解：如图所示：过点 A' 作 $A'C \perp OB$ 。



$\because$ 将三角板绕原点 O 顺时针旋转 75° ,

$\therefore \angle AOA' = 75^\circ$, $OA' = OA$.

$\therefore \angle COA' = 45^\circ$.

$\therefore OC = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$, $CA' = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

$\therefore A'$ 的坐标为 $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

故选：C.

【点评】本题主要考查的是旋转的定义和性质、特殊锐角三角函数值的应用，得到 $\angle COA' = 45^\circ$ 是解题的关键。

7. 在 2016 年体育中考中，某班一学习小组 6 名学生的体育成绩如下表，则这组学生的体育成绩的众数，中位数，方差依次为（ ）

成绩（分）	27	28	30
人数	2	3	1

A. 28, 28, 1 B. 28, 27.5, 1 C. 3, 2.5, 5 D. 3, 2, 5

【考点】方差；中位数；众数.

【分析】根据众数、中位数的定义和方差公式分别进行解答即可.

【解答】解：这组数据 28 出现的次数最多，出现了 3 次，则这组数据的众数是 28；

把这组数据从小到大排列，最中间两个数的平均数是 $(28+28) \div 2 = 28$ ，则中位数是 28；

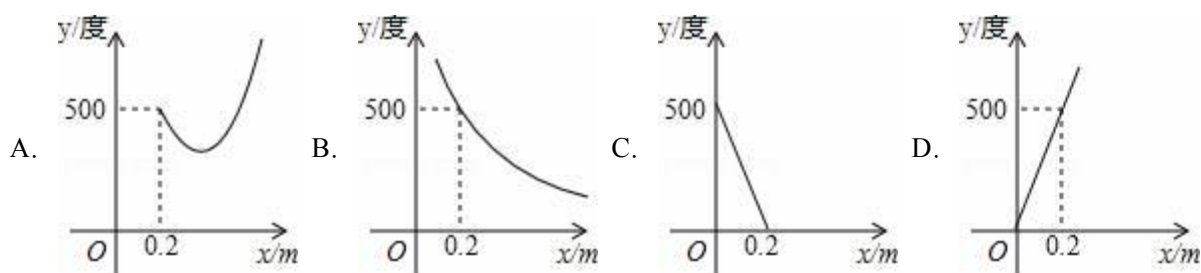
这组数据的平均数是： $(27 \times 2 + 28 \times 3 + 30) \div 6 = 28$,

则方差是： $\frac{1}{6} \times [2 \times (27 - 28)^2 + 3 \times (28 - 28)^2 + (30 - 28)^2] = 1$;

故选 A.

【点评】 本题考查了众数、中位数和方差，众数是一组数据中出现次数最多的数；中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数）；一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$.

8. “科学用眼，保护视力”是青少年珍爱生命的具体表现. 科学证实：近视眼镜的度数 y （度）与镜片焦距 x （m）成反比例. 如果 500 度近视眼镜片的焦距为 0.2m，则表示 y 与 x 函数关系的图象大致是（ ）



【考点】 函数的图象.

【分析】 由于近视眼镜的度数 y （度）与镜片焦距 x （米）成反比例，可设 $y = \frac{k}{x}$ ，由于点 $(0.2, 500)$ 在此函数解析式上，故可先求得 k 的值.

【解答】 解：根据题意近视眼镜的度数 y （度）与镜片焦距 x （米）成反比例，设 $y = \frac{k}{x}$ ，
由于点 $(0.2, 500)$ 在此函数解析式上，

$$\therefore k = 0.2 \times 500 = 100,$$

$$\therefore y = \frac{100}{x}.$$

故选：B.

【点评】 考查了根据实际问题列反比例函数关系式的知识，解答该类问题的关键是确定两个变量之间的函数关系，然后利用待定系数法求出它们的关系式.

9. 在 $\square ABCD$ 中， $AD=8$ ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ， DF 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 F ，且 $EF=2$ ，则 AB 的长为（ ）

A. 3 B. 5 C. 2 或 3 D. 3 或 5

【考点】 平行四边形的性质.

【分析】根据平行线的性质得到 $\angle ADF = \angle DFC$ ，由 DF 平分 $\angle ADC$ ，得到 $\angle ADF = \angle CDF$ ，等量代换得到 $\angle DFC = \angle FDC$ ，根据等腰三角形的判定得到 $CF = CD$ ，同理 $BE = AB$ ，根据已知条件得到四边形 ABCD 是平行四边形，根据平行四边形的性质得到 $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，即可得到结论.

【解答】解：①如图 1，在 $\square ABCD$ 中， $\because BC = AD = 8$ ， $BC \parallel AD$ ， $CD = AB$ ， $CD \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB, \angle ADF = \angle DFC,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAD \text{ 交 } BC \text{ 于点 } E, DF \text{ 平分 } \angle ADC \text{ 交 } BC \text{ 于点 } F,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE, \angle ADF = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB, \angle CFD = \angle CDF,$$

$$\therefore AB = BE, CF = CD,$$

$$\because EF = 2,$$

$$\therefore BC = BE + CF = 2AB - EF = 8,$$

$$\therefore AB = 5;$$

②在 $\square ABCD$ 中， $\because BC = AD = 8$ ， $BC \parallel AD$ ， $CD = AB$ ， $CD \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB, \angle ADF = \angle DFC,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAD \text{ 交 } BC \text{ 于点 } E, DF \text{ 平分 } \angle ADC \text{ 交 } BC \text{ 于点 } F,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE, \angle ADF = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB, \angle CFD = \angle CDF,$$

$$\therefore AB = BE, CF = CD,$$

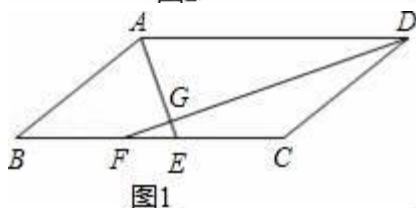
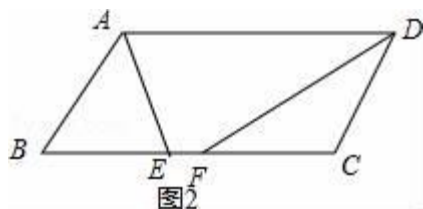
$$\because EF = 2,$$

$$\therefore BC = BE + CF = 2AB + EF = 8,$$

$$\therefore AB = 3;$$

综上所述：AB 的长为 3 或 5.

故选 D.

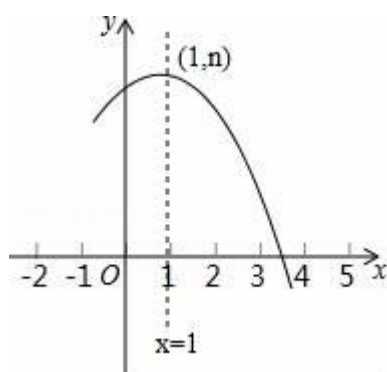


【点评】 本题考查了等腰三角形的判定和性质，平行线的性质，平行四边形的性质，解答本题的关键是判断出 $BA=BE=CF=CD$.

10. 如图是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的部分图象，其顶点坐标为 $(1, n)$ ，且与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和 $(4, 0)$ 之间. 则下列结论:

- ① $a - b + c > 0$;
- ② $3a + b = 0$;
- ③ $b^2 = 4a(c - n)$;
- ④ 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = n - 1$ 有两个不相等的实数根.

其中正确结论的个数是 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】 二次函数图象与系数的关系.

【专题】 数形结合.

【分析】 利用抛物线的对称性得到抛物线与 x 轴的另一个交点在点 $(-2, 0)$ 和 $(-1, 0)$ 之间，则当 $x = -1$ 时， $y > 0$ ，于是可对①进行判断；利用抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，即 $b = -2a$ ，则可对②进行判断；利用抛物线的顶点的纵坐标为 n 得到 $\frac{4ac - b^2}{4a} = n$ ，则可对③进行判断；由于抛物线与直线 $y = n$ 有一个公共点，则抛物线与直线 $y = n - 1$ 有 2 个公共点，于是可对④进行判断.

【解答】 解： $\because$ 抛物线与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和 $(4, 0)$ 之间，而抛物线的对称轴为直线 $x = 1$,

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的另一个交点在点 $(-2, 0)$ 和 $(-1, 0)$ 之间.

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时， $y > 0$,

即 $a - b + c > 0$ ，所以①正确；

∴ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = 1$, 即 $b = -2a$,

∴ $3a + b = 3a - 2a = a$, 所以②错误;

∴ 抛物线的顶点坐标为 $(1, n)$,

$$\therefore \frac{4ac - b^2}{4a} = n,$$

∴ $b^2 = 4ac - 4an = 4a(c - n)$, 所以③正确;

∴ 抛物线与直线 $y = n$ 有一个公共点,

∴ 抛物线与直线 $y = n - 1$ 有 2 个公共点,

∴ 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = n - 1$ 有两个不相等的实数根, 所以④正确.

故选 C.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右; 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点位置: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定: $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. 若代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【考点】 二次根式有意义的条件.

【专题】 计算题.

【分析】 根据式子 $\sqrt{a}$ 有意义的条件为 $a \geq 0$ 得到 $x - 2 \geq 0$, 然后解不等式即可.

【解答】 解: ∵ 代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义,

$$\therefore x - 2 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 2.$$

故答案为 $x \geq 2$.

【点评】 本题考查了二次根式有意义的条件: 式子 $\sqrt{a}$ 有意义的条件为 $a \geq 0$.

12. 分解因式: $2x^2 - 8y^2 = \underline{2(x+2y)(x-2y)}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】观察原式 $2x^2 - 8y^2$ ，找到公因式 2，提出公因式后发现 $x^2 - 4y^2$ 符合平方差公式，所以利用平方差公式继续分解可得.

【解答】解： $2x^2 - 8y^2 = 2(x^2 - 4y^2) = 2(x+2y)(x-2y)$.

故答案为： $2(x+2y)(x-2y)$.

【点评】考查了对一个多项式因式分解的能力. 一般地，因式分解有两种方法，提公因式法，公式法，能提公因式先提公因式，然后再考虑公式法（平方差公式）. 要求灵活运用各种方法进行因式分解.

13. 若一个圆锥的底面圆半径为 3cm，其侧面展开图的圆心角为 120° ，则圆锥的母线长是 9 cm.

【考点】圆锥的计算.

【分析】利用圆锥的底面周长等于圆锥的侧面展开图的弧长即可求解.

【解答】解：设母线长为 l ，则 $\frac{120\pi \times l}{180} = 2\pi \times 3$

解得： $l=9$.

故答案为： 9.

【点评】考查了圆锥的计算，正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键，理解圆锥的母线长是扇形的半径，圆锥的底面圆周长是扇形的弧长.

14. 《九章算术》是东方数学思想之源，该书中记载：“今有勾八步，股一十五步，问勾中容圆径几何.”其意思为：“今有直角三角形，勾（短直角边）长为 8 步，股（长直角边）长为 15 步，问该直角三角形内切圆的直径是多少步.”该问题的答案是 6 步.

【考点】三角形的内切圆与内心.

【分析】根据勾股定理求出直角三角形的斜边，根据直角三角形的内切圆的半径的求法确定出内切圆半径，得到直径.

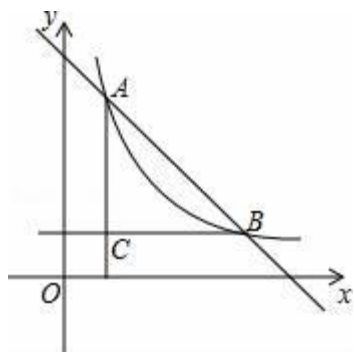
【解答】解：根据勾股定理得：斜边为 $\sqrt{8^2 + 15^2} = 17$,

则该直角三角形能容纳的圆形（内切圆）半径 $r = \frac{8+15-17}{2} = 3$ （步），即直径为 6 步，

故答案为： 6.

【点评】此题考查了三角形的内切圆与内心，掌握 $Rt\triangle ABC$ 中，两直角边分别为 a 、 b ，斜边为 c ，其内切圆半径 $r = \frac{a+b-c}{2}$ 是解题的关键。

15. 如图，已知双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与直线 $y = -x + 6$ 相交于 A 、 B 两点，过点 A 作 x 轴的垂线与过点 B 作 y 轴的垂线相交于点 C ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 8，则 k 的值为 5。



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题。

【分析】根据双曲线和直线的解析式，求出点 A 、 B 的坐标，继而求出 AC 、 BC 的长度，然后根据 $\triangle ABC$ 的面积为 8，代入求解 k 值。

【解答】解：
$$\begin{cases} y = \frac{k}{x} \\ y = -x + 6 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x_1 = 3 - \sqrt{9-k} \\ y_1 = 3 + \sqrt{9-k} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 3 + \sqrt{9-k} \\ y_2 = 3 - \sqrt{9-k} \end{cases}$$

即点 A 的坐标为 $(3 - \sqrt{9-k}, 3 + \sqrt{9-k})$ ，
点 B 的坐标为 $(3 + \sqrt{9-k}, 3 - \sqrt{9-k})$ ，
则 $AC = 2\sqrt{9-k}$ ， $BC = 2\sqrt{9-k}$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 8,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot BC = 8,$$

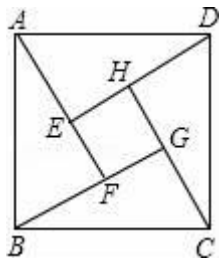
$$\text{即 } 2(9-k) = 8,$$

$$\text{解得： } k = 5.$$

故答案为：5。

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，解答本题的关键是把两个函数关系式联立成方程组求出交点，然后根据三角形的面积公式求解。

16. 如图示我国汉代数学家赵爽在注解《周脾算经》时给出的“赵爽弦图”，图中的四个直角三角形是全等的，如果大正方形ABCD的面积是小正方形EFGH面积的13倍，那么 $\tan \angle ADE$ 的值为 $\frac{2}{3}$ 。



【考点】勾股定理；全等三角形的判定；锐角三角函数的定义。

【分析】小正方形EFGH面积是 a^2 ，则大正方形ABCD的面积是 $13a^2$ ，则小正方形EFGH边长是 a ，则大正方形ABCD的面积是 $\sqrt{13}a$ ，设 $AE=DH=x$ ，利用勾股定理求出 x ，最后利用熟记函数即可解答。

【解答】解：设小正方形EFGH面积是 a^2 ，则大正方形ABCD的面积是 $13a^2$ ，

$\therefore$ 小正方形EFGH边长是 a ，则大正方形ABCD的面积是 $\sqrt{13}a$ ，

$\therefore$ 图中的四个直角三角形是全等的，

$\therefore AE=DH$ ，

设 $AE=DH=x$ ，

在 $Rt\triangle AED$ 中， $AD^2=AE^2+DE^2$ ，

即 $13a^2=x^2+(x+a)^2$

解得： $x_1=2a$ ， $x_2=-3a$ （舍去），

$\therefore AE=2a$ ， $DE=3a$ ，

$\therefore \tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}$ ，

故答案为： $\frac{2}{3}$ 。

【点评】此题中根据正方形以及直角三角形的面积公式求得直角三角形的三边，进一步运用锐角三角函数的定义求解。

三、解答题（共8小题，满分72分）

17. 计算： $\sqrt{9} + |-4| + 2\sin 30^\circ - 3^2$ 。

【考点】实数的运算；特殊角的三角函数值。

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及结合绝对值、二次根式的性质分别化简求出答案。

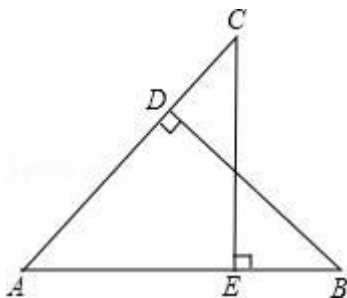
【解答】解： $\sqrt{9} + |-4| + 2\sin 30^\circ - 3^2$

$$=3+4+1-9$$

$$=-1.$$

【点评】此题主要考查了实数运算，根据相关运算法则正确化简是解题关键.

18. 如图， $BD \perp AC$ 于点 D ， $CE \perp AB$ 于点 E ， $AD=AE$. 求证： $BE=CD$.



【考点】全等三角形的判定与性质.

【专题】证明题.

【分析】要证明 $BE=CD$ ，只要证明 $AB=AC$ 即可，由条件可以求得 $\triangle AEC$ 和 $\triangle ADB$ 全等，从而可以证得结论.

【解答】证明： $\because BD \perp AC$ 于点 D ， $CE \perp AB$ 于点 E ，

$$\therefore \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle AEC \\ AD = AE \\ \angle A = \angle A \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC \text{ (ASA)}$$

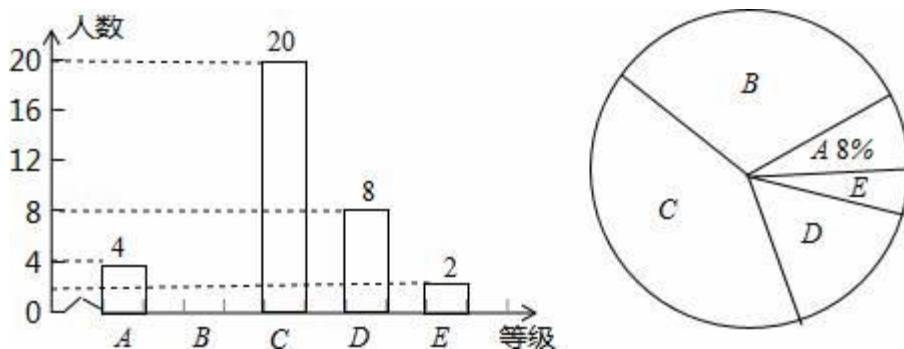
$$\therefore AB = AC,$$

$$\text{又} \because AD = AE,$$

$$\therefore BE = CD.$$

【点评】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

19. 为弘扬中华优秀传统文化，我市教育局在全市中小学积极推广“太极拳”运动. 弘孝中学为争创“太极拳”示范学校，今年3月份举行了“太极拳”比赛，比赛成绩评定为A，B，C，D，E五个等级，该校七（1）班全体学生参加了学校的比赛，并将比赛结果绘制成如下两幅不完整的统计图. 请根据图中信息，解答下列问题：



(1) 该校七 (1) 班共有 50 名学生；扇形统计图中 C 等级所对应扇形的圆心角等于 144 度；并补全条形统计图；

(2) A 等级的 4 名学生中有 2 名男生，2 名女生，现从中任意选取 2 名学生作为全班训练的示范者，请你用列表法或画树状图的方法，求出恰好选到 1 名男生和 1 名女生的概率。

【考点】 列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图。

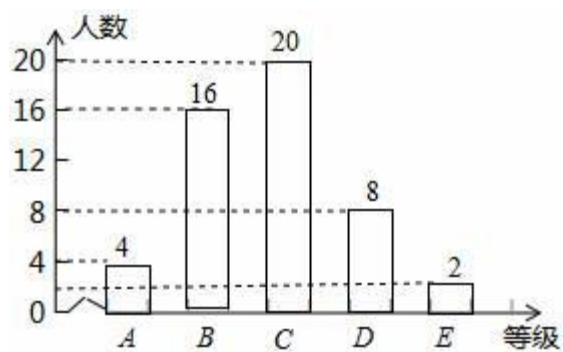
【分析】 (1) 由 A 的人数和其所占的百分比即可求出总人数；C 的人数可知，而总人数已求出，进而可求出其所对应扇形的圆心角的度数；根据求出的数据即可补全条形统计图；

(2) 列表得出所有等可能的情况数，找出刚好抽到一男一女的情况数，即可求出所求的概率。

【解答】 解：

(1) 由题意可知总人数 $= 4 \div 8\% = 50$ 人；扇形统计图中 C 等级所对应扇形的圆心角 $= 20 \div 50 \times 100\% \times 360^\circ = 144^\circ$ ；

补全条形统计图如图所示：



故答案为：50，144；

(2) 列表如下：

	男	男	女	女
男	---	(男, 男)	(女, 男)	(女, 男)
男	(男, 男)	---	(女, 男)	(女, 男)

女	(男, 女)	(男, 女)	— — —	(女, 女)
女	(男, 女)	(男, 女)	(女, 女)	— — —

得到所有等可能的情况有 12 种，其中恰好抽中一男一女的情况有 8 种，

所以恰好选到 1 名男生和 1 名女生的概率 $= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

【点评】 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

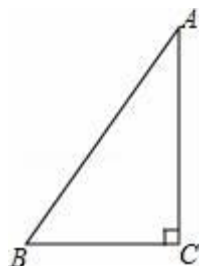
20. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$.

(1) 请用直尺和圆规按下列步骤作图，保留作图痕迹：

①作 $\angle ACB$ 的平分线，交斜边 AB 于点 D ；

②过点 D 作 AC 的垂线，垂足为点 E .

(2) 在 (1) 作出的图形中，若 $CB = 4$ ， $CA = 6$ ，则 $DE = \frac{12}{5}$.



【考点】 作图—基本作图.

【分析】 (1) 以 C 为圆心，任意长为半径画弧，交 BC ， AC 两点，再以这两点为圆心，大于这两点的线段的一半为半径画弧，过这两弧的交点与 C 在直线交 AB 于 D 即可，根据过直线外一点作已知直线的垂线的方法可作出垂线即可；

(2) 根据平行线的性质和角平分线的性质推出 $\angle ECD = \angle EDC$ ，进而证得 $DE = CE$ ，由 $DE \parallel BC$ ，推出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，根据相似三角形的性质即可推得结论.

【解答】 解：(1) 如图所示；

(2) 解： $\because DC$ 是 $\angle ACB$ 的平分线，

$$\therefore \angle BCD = \angle ACD,$$

$$\because DE \perp AC, BC \perp AC,$$

$$\therefore DE \parallel BC, \therefore \angle EDC = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle EDC, \therefore DE = CE,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC},$$

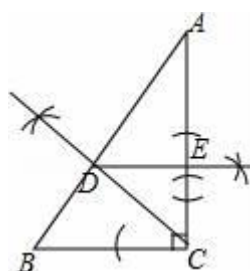
设 $DE=CE=x$, 则 $AE=6-x$,

$$\therefore \frac{x}{4} = \frac{6-x}{6},$$

$$\text{解得: } x = \frac{12}{5},$$

$$\text{即 } DE = \frac{12}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{12}{5}.$$



【点评】 本题考查了角的平分线的性质，平行线的性质，等腰三角形的性质，相似三角形的判定和性质，基本作图，解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2$ 时, 求 m 的值.

【考点】 根与系数的关系; 根的判别式.

【分析】 (1) 根据一元二次方程 $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ 有两个实数根, 可得 $\Delta \geq 0$, 据此求出 m 的取值范围;

(2) 根据根与系数的关系求出 $x_1 + x_2, x_1 \cdot x_2$ 的值, 代入 $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2$ 求解即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 原方程有两个实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4(m-1) \geq 0,$$

$$\text{整理得: } 4 - 4m + 4 \geq 0,$$

$$\text{解得: } m \leq 2;$$

$$(2) \because x_1 + x_2 = 2, x_1 \cdot x_2 = m - 1, x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2,$$

$$\therefore (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 6x_1 \cdot x_2,$$

$$\text{即 } 4=8(m-1),$$

$$\text{解得: } m=\frac{3}{2}.$$

$$\therefore m=\frac{3}{2}<2,$$

$$\therefore \text{符合条件的 } m \text{ 的值为 } \frac{3}{2}.$$

【点评】 本题考查了根与系数的关系以及根的判别式，解答本题的关键是掌握两根之和与两根之积的表达式。

22. 孝感市在创建国家级园林城市中，绿化档次不断提升. 某校计划购进 A, B 两种树木共 100 棵进行校园绿化升级，经市场调查：购买 A 种树木 2 棵，B 种树木 5 棵，共需 600 元；购买 A 种树木 3 棵，B 种树木 1 棵，共需 380 元.

(1) 求 A 种，B 种树木每棵各多少元？

(2) 因布局需要，购买 A 种树木的数量不少于 B 种树木数量的 3 倍. 学校与中标公司签订的合同中规定：在市场价格不变的情况下（不考虑其他因素），实际付款总金额按市场价九折优惠，请设计一种购买树木的方案，使实际所花费用最省，并求出最省的费用.

【考点】 一次函数的应用；二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 设 A 种树每棵 x 元，B 种树每棵 y 元，根据“购买 A 种树木 2 棵，B 种树木 5 棵，共需 600 元；购买 A 种树木 3 棵，B 种树木 1 棵，共需 380 元”列出方程组并解答；

(2) 设购买 A 种树木为 a 棵，则购买 B 种树木为 (100 - a) 棵，根据“购买 A 种树木的数量不少于 B 种树木数量的 3 倍”列出不等式并求得 a 的取值范围，结合实际付款总金额 = 0.9 (A 种树的金额 + B 种树的金额) 进行解答.

【解答】 解：(1) 设 A 种树每棵 x 元，B 种树每棵 y 元，

$$\text{依题意得: } \begin{cases} 2x+5y=600 \\ 3x+y=380 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=100 \\ y=80 \end{cases}.$$

答：A 种树每棵 100 元，B 种树每棵 80 元；

(2) 设购买 A 种树木为 a 棵，则购买 B 种树木为 (100 - a) 棵，
则 $a > 3(100 - a)$ ，

解得 $a \geq 75$.

设实际付款总金额是 y 元, 则

$$y = 0.9[100a + 80(100 - a)], \text{ 即 } y = 18a + 7200.$$

$\because 18 > 0$, y 随 a 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $a = 75$ 时, y 最小.

即当 $a = 75$ 时, $y_{\text{最小值}} = 18 \times 75 + 7200 = 8550$ (元).

答: 当购买 A 种树木 75 棵, B 种树木 25 棵时, 所需费用最少, 最少为 8550 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用和二元一次方程组的应用. 解决问题的关键是读懂题意, 找到关键描述语, 进而找到所求的量的等量关系和不等关系.

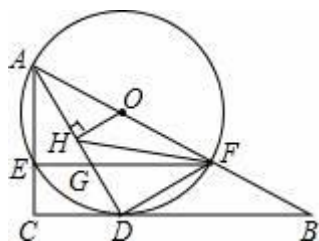
23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 O 在 AB 上, 经过点 A 的 $\odot O$ 与 BC 相切于点 D , 与 AC , AB 分别相交于点 E , F , 连接 AD 与 EF 相交于点 G .

(1) 求证: AD 平分 $\angle CAB$;

(2) 若 $OH \perp AD$ 于点 H , FH 平分 $\angle AFE$, $DG = 1$.

①试判断 DF 与 DH 的数量关系, 并说明理由;

②求 $\odot O$ 的半径.



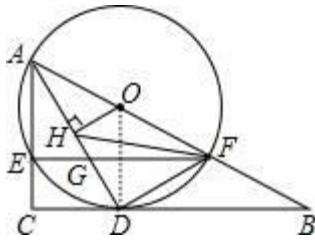
【考点】 切线的性质; 角平分线的性质; 垂径定理.

【分析】 (1) 连接 OD . 先证明 $OD \parallel AC$, 得到 $\angle CAD = \angle ODA$, 再根据 $OA = OD$, 得到 $\angle OAD = \angle ODA$, 进而得到 $\angle CAD = \angle BAD$, 即可解答.

(2) ① $DF = DH$, 利用 FH 平分 $\angle AFE$, 得到 $\angle AFH = \angle EFH$, 再证明 $\angle DFH = \angle DHF$, 即可得到 $DF = DH$.

② 设 $HG = x$, 则 $DH = DF = 1 + x$, 证明 $\triangle DFG \sim \triangle DAF$, 得到 $\frac{DF}{AD} = \frac{DG}{DF}$, 即 $\frac{1+x}{2(1+x)} = \frac{1}{1+x}$, 求出 $x = 1$, 再根据勾股定理求出 AF , 即可解答.

【解答】 解: (1) 如图, 连接 OD ,



$\because \odot O$ 与 BC 相切于点 D ,

$\therefore OD \perp BC$,

$\because \angle C = 90^\circ$,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\therefore \angle CAD = \angle ODA$,

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle OAD = \angle ODA$,

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$,

$\therefore AD$ 平分 $\angle CAB$.

(2) ① $DF = DH$, 理由如下:

$\because FH$ 平分 $\angle AFE$,

$\therefore \angle AFH = \angle EFH$,

又 $\angle DFG = \angle EAD = \angle HAF$,

$\therefore \angle DFG = \angle EAD = \angle HAF$,

$\therefore \angle DFG + \angle GFH = \angle HAF + \angle HFA$,

即 $\angle DFH = \angle DHF$,

$\therefore DF = DH$.

② 设 $HG = x$, 则 $DH = DF = 1 + x$,

$\because OH \perp AD$,

$\therefore AD = 2DH = 2(1 + x)$,

$\because \angle DFG = \angle DAF$, $\angle FDG = \angle FDG$,

$\therefore \triangle DFG \sim \triangle DAF$,

$$\therefore \frac{DF}{AD} = \frac{DG}{DF},$$

$$\therefore \frac{1+x}{2(1+x)} = \frac{1}{1+x},$$

$\therefore x = 1$,

$$\because DF=2, AD=4,$$

$\therefore AF$ 为直径,

$$\therefore \angle ADF=90^\circ,$$

$$\therefore AF=\sqrt{DF^2+AD^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\sqrt{5}$.

【点评】 本题考查了切线的性质，相似三角形的判定和性质，本题涉及的知识点：两直线平行，等腰三角形的判定、三角形相似.

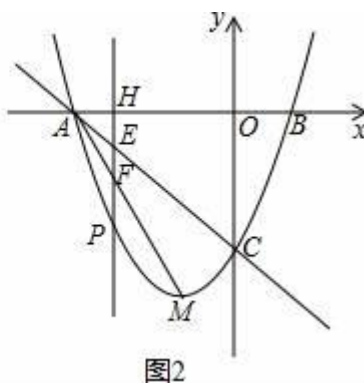
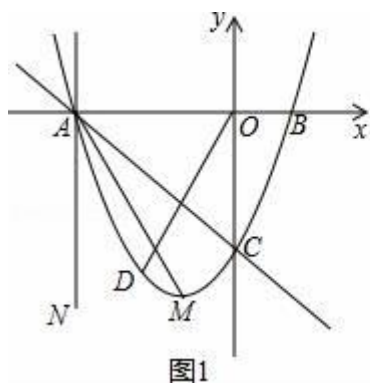
24. 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点 M 的坐标为 $(-1, -4)$ ，且与 x 轴交于点 A ，点 B （点 A 在点 B 的左边），与 y 轴交于点 C .

(1) 填空: $b=$ 2 , $c=$ -3 , 直线 AC 的解析式为 $y=-x-3$;

(2) 直线 $x=t$ 与 x 轴相交于点 H .

①当 $t=-3$ 时得到直线 AN (如图 1)，点 D 为直线 AC 下方抛物线上一点，若 $\angle COD=\angle MAN$ ，求出此时点 D 的坐标;

②当 $-3 < t < -1$ 时 (如图 2)，直线 $x=t$ 与线段 AC ， AM 和抛物线分别相交于点 E ， F ， P 。试证明线段 HE ， EF ， FP 总能组成等腰三角形；如果此等腰三角形底角的余弦值为 $\frac{3}{5}$ ，求此时 t 的值.



【考点】 二次函数综合题.

【专题】 压轴题.

【分析】 (1) 根据顶点坐标列出关于 b 、 c 的方程组求解可得，由抛物线解析式求得 A 、 C 坐标，利用待定系数法可得直线 AC 解析式；

(2) ①设点 D 的坐标为 (m, m^2+2m-3) ，由 $\angle COD = \angle MAN$ 得 $\tan \angle COD = \tan \angle MAN$ ，列出关于 m 的方程求解可得；②求出直线 AM 的解析式，进而可用含 t 的式子表示出 HE、EF、FP 的长度，根据等腰三角形定义即可判定；由等腰三角形底角的余弦值为 $\frac{3}{5}$ 可得 $\frac{\frac{1}{2}FP}{EF} = \frac{3}{5}$ ，列方程可求得 t 的值。

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点 M 的坐标为 $(-1, -4)$ ，

$$\therefore \begin{cases} -\frac{b}{2} = -1 \\ \frac{4c-b^2}{4} = -4 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b=2 \\ c=-3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为： $y=x^2+2x-3$ ，

令 $y=0$ ，得： $x^2+2x-3=0$ ，解得： $x_1=1, x_2=-3$ ，

$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$ ，

令 $x=0$ ，得 $y=-3$ ，

$\therefore C(0, -3)$ ，

设直线 AC 的解析式为： $y=kx+b$ ，

将 $A(-3, 0), C(0, -3)$ 代入，

$$\text{得: } \begin{cases} -3k+b=0 \\ b=-3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k=-1 \\ b=-3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为： $y=-x-3$ ；

故答案为： $2, -3, y=-x-3$ 。

(2) ①设点 D 的坐标为 (m, m^2+2m-3) ，

$\therefore \angle COD = \angle MAN$ ，

$\therefore \tan \angle COD = \tan \angle MAN$ ，

$$\therefore \frac{-m}{-(m^2+2m-3)} = \frac{2}{4}$$

解得： $m = \pm\sqrt{3}$ ，

$\therefore -3 < m < 0$ ，

$\therefore m = -\sqrt{3}$ ，

故点 D 的坐标为 $(-\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ ；

②设直线 AM 的解析式为 $y=mx+n$ ，

将点 A (-3, 0)、M (-1, -4) 代入,

$$\text{得: } \begin{cases} -3m+n=0 \\ -m+n=-4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} m=-2 \\ n=-6 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AM 的解析式为: $y=-2x-6$,

$\therefore$ 当 $x=t$ 时, $HE=-(-t-3)=t+3$, $HF=-(-2t-6)=2t+6$, $HP=- (t^2+2t-3)$,

$\therefore HE=EF=HF-HE=t+3$, $FP=-t^2-4t-3$,

$\therefore HE+EF-FP=2(t+3)+t^2+4t+3=(t+3)^2>0$,

$\therefore HE+EF>FP$,

又 $HE+FP>EF$, $EF+FP>HE$,

$\therefore$ 当 $-3<t<-1$ 时, 线段 HE, EF, FP 总能组成等腰三角形;

$$\text{由题意得: } \frac{\frac{1}{2}FP}{EF}=\frac{3}{5}, \text{ 即 } \frac{\frac{1}{2}(-t^2-4t-3)}{t+3}=\frac{3}{5},$$

整理得: $5t^2+26t+33=0$,

$$\text{解得: } t_1=-3, t_2=-\frac{11}{5},$$

$\therefore -3<t<-1$,

$$\therefore t=-\frac{11}{5}.$$

【点评】 本题主要考查了待定系数法求二次函数解析式函数图象交点的求法等知识点、等腰三角形的判定等知识点, 主要考查学生数形结合的数学思想方法. 综合性强.

