

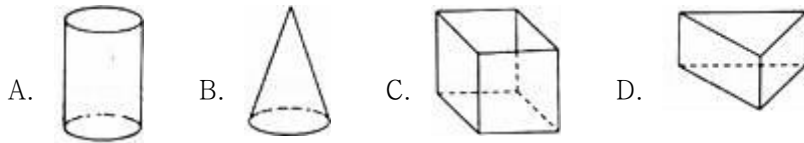
2016 年湖北省十堰市中考数学试卷

一、选择题. (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. $\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 下面几何体中, 其主视图与俯视图相同的是 ()



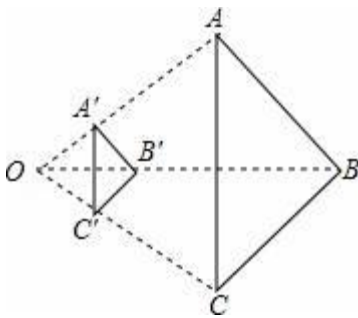
3. 一次数学测验中, 某小组五位同学的成绩分别是: 110, 105, 90, 95, 90, 则这五个数据的中位数是 ()

- A. 90 B. 95 C. 100 D. 105

4. 下列运算正确的是 ()

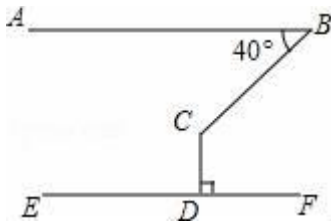
- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-a^3)^2 = -a^6$ C. $(ab)^2 = ab^2$ D. $2a^3 \div a = 2a^2$

5. 如图, 以点 O 为位似中心, 将 $\triangle ABC$ 缩小后得到 $\triangle A'B'C'$, 已知 $OB = 3OB'$, 则 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 ()



- A. 1: 3 B. 1: 4 C. 1: 5 D. 1: 9

6. 如图, $AB \parallel EF$, $CD \perp EF$ 于点 D, 若 $\angle ABC = 40^\circ$, 则 $\angle BCD =$ ()

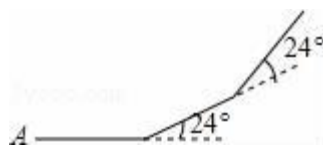


- A. 140° B. 130° C. 120° D. 110°

7. 用换元法解方程 $\frac{x^2-12}{x} - \frac{4x}{x^2-12} = 3$ 时, 设 $\frac{x^2-12}{x} = y$, 则原方程可化为 ()

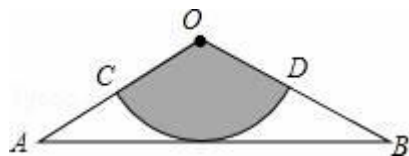
- A. $y = \frac{1}{y} - 3 = 0$ B. $y - \frac{4}{y} - 3 = 0$ C. $y - \frac{1}{y} + 3 = 0$ D. $y - \frac{4}{y} + 3 = 0$

8. 如图所示, 小华从 A 点出发, 沿直线前进 10 米后左转 24°, 再沿直线前进 10 米, 又向左转 24°, …, 照这样走下去, 他第一次回到出发地 A 点时, 一共走的路程是 ()



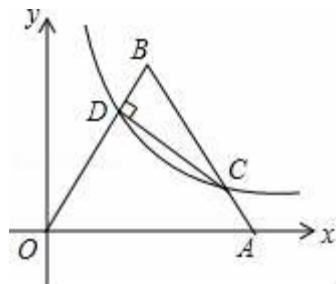
- A. 140 米 B. 150 米 C. 160 米 D. 240 米

9. 如图, 从一张腰长为 60cm, 顶角为 120° 的等腰三角形铁皮 OAB 中剪出一个最大的扇形 OCD, 用此剪下的扇形铁皮围成一个圆锥的侧面 (不计损耗), 则该圆锥的高为 ()



- A. 10cm B. 15cm C. $10\sqrt{3}$ cm D. $20\sqrt{2}$ cm

10. 如图, 将边长为 10 的正三角形 OAB 放置于平面直角坐标系 xOy 中, C 是 AB 边上的动点 (不与端点 A, B 重合), 作 $CD \perp OB$ 于点 D, 若点 C, D 都在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上 ($k > 0, x > 0$), 则 k 的值为 ()



- A. $25\sqrt{3}$ B. $18\sqrt{3}$ C. $9\sqrt{3}$ D. 9

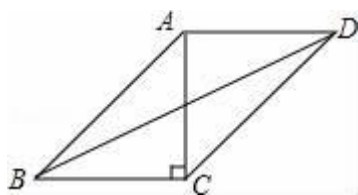
二、填空题. (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 武当山机场于 2016 年 2 月 5 日正式通航以来, 截至 5 月底, 旅客吞吐最近 92000 人次, 92000 用科学记数法表示为_____.

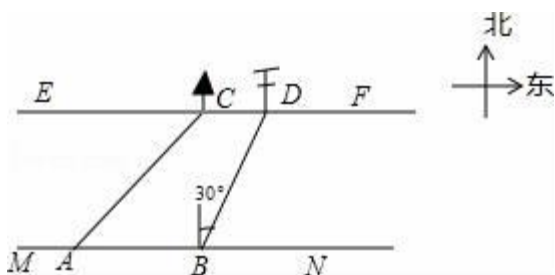
12. 计算: $|\sqrt[3]{8} - 4| - (\frac{1}{2})^{-2} =$ _____.

13. 某种药品原来售价 100 元, 连续两次降价后售价为 81 元, 若每次下降的百分率相同, 则这个百分率是_____.

14. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=2\sqrt{13}\text{cm}$, $AD=4\text{cm}$, $AC \perp BC$, 则 $\triangle DBC$ 比 $\triangle ABC$ 的周长长_____cm.



15. 在综合实践课上, 小聪所在小组要测量一条河的宽度, 如图, 河岸 $EF \parallel MN$, 小聪在河岸 MN 上点 A 处用测角仪测得河对岸小树 C 位于东北方向, 然后沿河岸走了 30 米, 到达 B 处, 测得河对岸电线杆 D 位于北偏东 30° 方向, 此时, 其他同学测得 $CD=10$ 米. 请根据这些数据求出河的宽度为_____米. (结果保留根号)



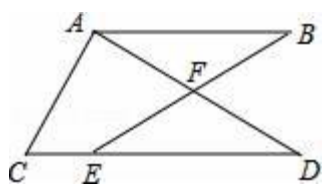
16. 已知关于 x 的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $(-2, y_1)$, $(-1, y_2)$, $(1, 0)$, 且 $y_1 < 0 < y_2$, 对于以下结论: ① $abc > 0$; ② $a+3b+2c \leq 0$; ③ 对于自变量 x 的任意一个取值, 都有 $\frac{a}{b}x^2+x \geq -\frac{b}{4a}$; ④ 在 $-2 < x < -1$ 中存在一个实数 x_0 , 使得 $x_0 = -\frac{a+b}{a}$, 其中结论错误的是_____ (只填写序号).

三、解答题. (本大题共 9 小题, 共 72 分)

17. 化简: $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} + \frac{x-2}{x^2+2x} + 2$.

18. x 取哪些整数值时, 不等式 $5x+2 > 3(x-1)$ 与 $\frac{1}{2}x \leq 2 - \frac{3}{2}x$ 都成立?

19. 如图, $AB \parallel CD$, E 是 CD 上一点, BE 交 AD 于点 F , $EF=BF$. 求证: $AF=DF$.



20. 为了提高科技创新意识, 我市某中学在“2016 年科技节”活动中举行科技比赛, 包括“航模”、“机器人”、“环保”、“建模”四个类别 (2016•十堰) 已知关于 x 的方程 $(x-3)(x-2) - p^2 = 0$.

(1) 求证: 无论 p 取何值时, 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 设方程两实数根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2$, 求实数 p 的值.

22. 一茶叶专卖店经销某种品牌的茶叶, 该茶叶的成本价是 80 元/kg, 销售单价不低于 120 元/kg, 且不高于 180 元/kg, 经销一段时间后得到如下数据:

销售单价 x (元/kg)	120	130	...	180
每天销量 y (kg)	100	95	...	70

设 y 与 x 的关系是我们所学过的某一种函数关系.

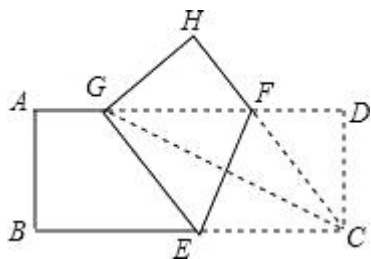
(1) 直接写出 y 与 x 的函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围;

(2) 当销售单价为多少时, 销售利润最大? 最大利润是多少?

23. 如图，将矩形纸片 $ABCD$ ($AD > AB$) 折叠，使点 C 刚好落在线段 AD 上，且折痕分别与边 BC , AD 相交，设折叠后点 C , D 的对应点分别为点 G , H ，折痕分别与边 BC , AD 相交于点 E , F 。

(1) 判断四边形 $CEGF$ 的形状，并证明你的结论；

(2) 若 $AB=3$, $BC=9$ ，求线段 CE 的取值范围。



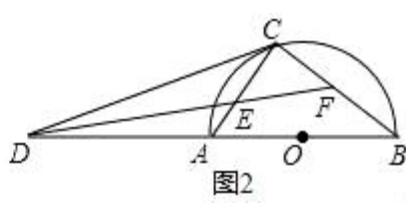
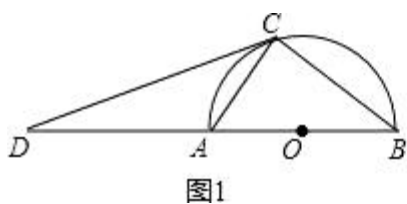
24. 如图 1， AB 为半圆 O 的直径， D 为 BA 的延长线上一点， DC 为半圆 O 的切线，切点为 C 。

(1) 求证: $\angle ACD = \angle B$;

(2) 如图 2， $\angle BDC$ 的平分线分别交 AC , BC 于点 E , F ;

①求 $\tan \angle CFE$ 的值;

②若 $AC=3$, $BC=4$ ，求 CE 的长。



25. 如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+1$ 经过点 $A(4, -3)$, 顶点为点 B , 点 P 为抛物线上的一个动点, l 是过点 $(0, 2)$ 且垂直于 y 轴的直线, 过 P 作 $PH \perp l$, 垂足为 H , 连接 PO .

(1) 求抛物线的解析式, 并写出其顶点 B 的坐标;

(2) ①当 P 点运动到 A 点处时, 计算: $PO=$ _____, $PH=$ _____, 由此发现, PO _____ PH (填 “ $>$ ”、“ $<$ ” 或 “ $=$ ”);

②当 P 点在抛物线上运动时, 猜想 PO 与 PH 有什么数量关系, 并证明你的猜想;

(3) 如图 2, 设点 $C(1, -2)$, 问是否存在点 P , 使得以 P, O, H 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 求出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

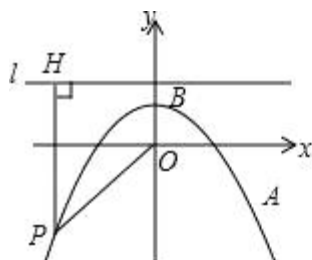


图1

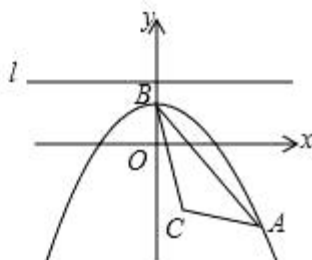


图2

2016 年湖北省十堰市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题. (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. $\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】倒数.

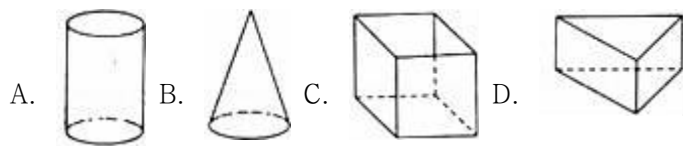
【分析】根据乘积为 1 的两个数互为倒数, 可得一个数的倒数.

【解答】解: $\frac{1}{2}$ 的倒数是 2,

故选: A.

【点评】本题考查了倒数, 分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

2. 下面几何体中, 其主视图与俯视图相同的是 ()



【考点】简单几何体的三视图.

【分析】根据主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形进行分析.

【解答】解: A、圆柱主视图是矩形, 俯视图是圆;

B、圆锥主视图是三角形, 俯视图是圆;

C、正方体的主视图与俯视图都是正方形;

D、三棱柱的主视图是矩形与俯视图都是三角形;

故选: C.

【点评】本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

3. 一次数学测验中, 某小组五位同学的成绩分别是: 110, 105, 90, 95, 90, 则这五个数据的中位数是 ()

- A. 90 B. 95 C. 100 D. 105

【考点】中位数.

【分析】根据中位数的概念, 找出正确选项.

【解答】解：将数据按照从小到大的顺序排列为：90，90，95，105，110，
则中位数为：95.

故选 B.

【点评】本题考查了中位数的知识，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

4. 下列运算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-a^3)^2 = -a^6$ C. $(ab)^2 = ab^2$ D. $2a^3 \div a = 2a^2$

【考点】幂的乘方与积的乘方；合并同类项；同底数幂的乘法.

【分析】分别利用同底数幂的乘除运算法则以及积的乘方运算法则和幂的乘方运算法则分别化简求出答案.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

B、 $(-a^3)^2 = a^6$ ，故此选项错误；

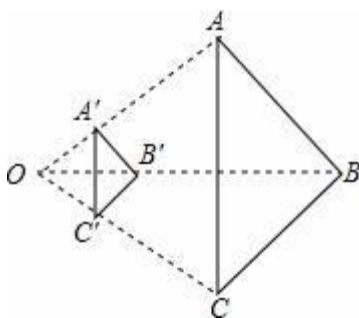
C、 $(ab)^2 = a^2b^2$ ，故此选项错误；

D、 $2a^3 \div a = 2a^2$ ，正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除运算以及积的乘方运算和幂的乘方运算等知识，正确应用相关运算法则是解题关键.

5. 如图，以点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小后得到 $\triangle A'B'C'$ ，已知 $OB = 3OB'$ ，则 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为（ ）



A. 1: 3 B. 1: 4 C. 1: 5 D. 1: 9

【考点】位似变换.

【分析】先求出位似比，根据位似比等于相似比，再由相似三角形的面积比等于相似比的平方即可.

【解答】解：∵OB=3OB'，

$$\therefore \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{3},$$

∴以点O为位似中心，将△ABC缩小后得到△A'B'C'，

$$\therefore \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC,$$

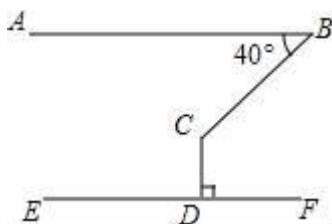
$$\therefore \frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

故选D

【点评】此题是位似变换，主要考查了位似比等于相似比，相似三角形的面积比等于相似比的平方，解本题的关键是掌握位似的性质.

6. 如图，AB//EF，CD⊥EF于点D，若∠ABC=40°，则∠BCD=（ ）



A. 140° B. 130° C. 120° D. 110°

【考点】平行线的性质.

【分析】直接利用平行线的性质得出∠B=∠BCD，∠ECD=90°，进而得出答案.

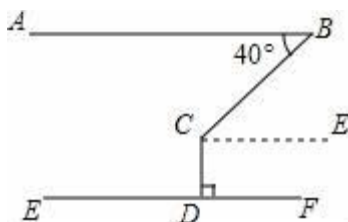
【解答】解：过点C作EC//AB，

由题意可得：AB//EF//EC，

故∠B=∠BCD，∠ECD=90°，

则∠BCD=40°+90°=130°.

故选：B.



【点评】此题主要考查了平行线的判定与性质，作出正确辅助线是解题关键.

7. 用换元法解方程 $\frac{x^2-12}{x} - \frac{4x}{x^2-12} = 3$ 时, 设 $\frac{x^2-12}{x} = y$, 则原方程可化为 ()

A. $y = \frac{1}{y} - 3 = 0$ B. $y - \frac{4}{y} - 3 = 0$ C. $y - \frac{1}{y} + 3 = 0$ D. $y - \frac{4}{y} + 3 = 0$

【考点】换元法解分式方程.

【分析】直接利用已知将原式用 y 替换得出答案.

【解答】解: $\because$ 设 $\frac{x^2-12}{x} = y$,

$\therefore \frac{x^2-12}{x} - \frac{4x}{x^2-12} = 3$, 可转化为: $y - \frac{4}{y} = 3$,

即 $y - \frac{4}{y} - 3 = 0$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了换元法解分式方程, 正确得出 y 与 x 值间的关系是解题关键.

8. 如图所示, 小华从 A 点出发, 沿直线前进 10 米后左转 24° , 再沿直线前进 10 米, 又向左转 24° , $\dots$, 照这样走下去, 他第一次回到出发地 A 点时, 一共走的路程是 ()



A. 140 米 B. 150 米 C. 160 米 D. 240 米

【考点】多边形内角与外角.

【分析】多边形的外角和为 360° 每一个外角都为 24° , 依此可求边数, 再求多边形的周长.

【解答】解: $\because$ 多边形的外角和为 360° , 而每一个外角为 24° ,

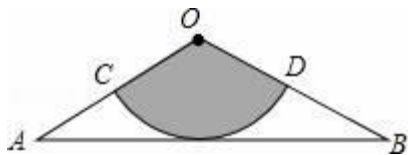
$\therefore$ 多边形的边数为 $360^\circ \div 24^\circ = 15$,

$\therefore$ 小明一共走了: $15 \times 10 = 150$ 米.

故选 B.

【点评】本题考查多边形的内角和计算公式, 多边形的外角和. 关键是根据多边形的外角和及每一个外角都为 24° 求边数.

9. 如图，从一张腰长为 60cm，顶角为 120° 的等腰三角形铁皮 OAB 中剪出一个最大的扇形 OCD，用此剪下的扇形铁皮围成一个圆锥的侧面（不计损耗），则该圆锥的高为（ ）



A. 10cm B. 15cm C. $10\sqrt{3}$ cm D. $20\sqrt{2}$ cm

【考点】圆锥的计算.

【分析】根据等腰三角形的性质得到 OE 的长，再利用弧长公式计算出弧 CD 的长，设圆锥的底面圆的半径为 r，根据圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长得到 r，然后利用勾股定理计算出圆锥的高.

【解答】解：过 O 作 $OE \perp AB$ 于 E， $\because OA=OD=60\text{cm}$ ， $\angle AOB=120^\circ$ ，

$\therefore \angle A=\angle B=30^\circ$ ，

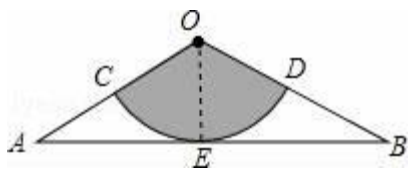
$\therefore OE=\frac{1}{2}OA=30\text{cm}$ ，

$\therefore$ 弧 CD 的长 $=\frac{120 \cdot \pi \times 30}{180}=20\pi$ ，

设圆锥的底面圆的半径为 r，则 $2\pi r=20\pi$ ，解得 $r=10$ ，

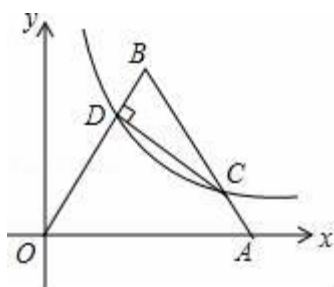
$\therefore$ 圆锥的高 $=\sqrt{30^2-10^2}=20\sqrt{2}$.

故选 D.



【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

10. 如图，将边长为 10 的正三角形 OAB 放置于平面直角坐标系 xOy 中，C 是 AB 边上的动点（不与端点 A，B 重合），作 $CD \perp OB$ 于点 D，若点 C，D 都在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上（ $k>0$ ， $x>0$ ），则 k 的值为（ ）

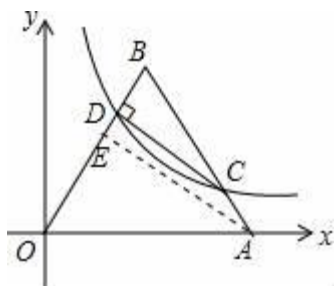


A. $25\sqrt{3}$ B. $18\sqrt{3}$ C. $9\sqrt{3}$ D. 9

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征；平行线的性质；等边三角形的性质.

【分析】过点 A 作 $AE \perp OB$ 于点 E，根据正三角形的性质以及三角形的边长可找出点 A、B、E 的坐标，再由 $CD \perp OB$ ， $AE \perp OB$ 可找出 $CD \parallel AE$ ，即得出 $\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BA}$ ，令该比例 $\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BA} = n$ ，根据比例关系找出点 D、C 的坐标，利用反比例函数图象上点的坐标特征即可得出关于 k、n 的二元一次方程组，解方程组即可得出结论.

【解答】解：过点 A 作 $AE \perp OB$ 于点 E，如图所示.



$\because \triangle OAB$ 为边长为 10 的正三角形，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(10, 0)$ 、点 B 的坐标为 $(5, 5\sqrt{3})$ ，点 E 的坐标为 $(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2})$.

$\because CD \perp OB$ ， $AE \perp OB$ ，

$\therefore CD \parallel AE$ ，

$$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BA} .$$

设 $\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BA} = n$ ($0 < n < 1$) ,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(\frac{10-5n}{2}, \frac{10\sqrt{3}-5\sqrt{3}n}{2})$ ，点 C 的坐标为 $(5+5n, 5\sqrt{3}-5\sqrt{3}n)$.

$\because$ 点 C、D 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上，

$$\therefore \begin{cases} k = \frac{10-5n}{2} \times \frac{10\sqrt{3}-5\sqrt{3}n}{2} \\ k = (5+5n) \times (5\sqrt{3}-5\sqrt{3}n) \end{cases} , \text{解得: } \begin{cases} n = \frac{4}{5} \\ k = 9\sqrt{3} \end{cases}$$

故选 C.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、平行线的性质以及等边三角形的性质，解题的关键是找出点 D、C 的坐标. 本题属于中档题，稍显繁琐，解决该题型题目时，巧妙的借助了比例来表示点的坐标，根据反比例函数图象上点的坐标特征找出方程组是关键.

二、填空题. (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 武当山机场于 2016 年 2 月 5 日正式通航以来，截至 5 月底，旅客吞吐最近 92000 人次，92000 用科学记数法表示为 9.2×10^4 .

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：将 92000 用科学记数法表示为： 9.2×10^4 .

故答案为： 9.2×10^4 .

【点评】 本题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 计算： $|\sqrt[3]{8} - 4| - (\frac{1}{2})^{-2} = -2$.

【考点】 实数的运算；负整数指数幂.

【分析】 直接利用立方根的性质以及绝对值的性质、负整数指数幂的性质分别化简求出答案.

【解答】 解： $|\sqrt[3]{8} - 4| - (\frac{1}{2})^{-2}$

$$= |2 - 4| - 4$$

$$= 2 - 4$$

$$= -2.$$

故答案为： -2 .

【点评】 此题主要考查了实数运算，根据相关运算法则正确化简是解题关键.

13. 某种药品原来售价 100 元，连续两次降价后售价为 81 元，若每次下降的百分率相同，则这个百分率是 10% .

【考点】 一元二次方程的应用.

【专题】增长率问题.

【分析】设平均每次降价的百分率为 x ，那么第一次降价后的售价是原来的 $(1-x)$ ，那么第二次降价后的售价是原来的 $(1-x)^2$ ，根据题意列方程解答即可.

【解答】解：设平均每次降价的百分率为 x ，根据题意列方程得

$$100 \times (1-x)^2 = 81,$$

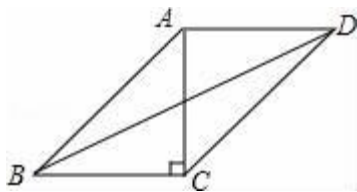
解得 $x_1 = 0.1 = 10\%$ ， $x_2 = 1.9$ （不符合题意，舍去）.

答：这两次的百分率是 10% .

故答案为： 10% .

【点评】本题考查一元二次方程的应用，要掌握求平均变化率的方法. 若设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$.

14. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB = 2\sqrt{13}$ cm， $AD = 4$ cm， $AC \perp BC$ ，则 $\triangle DBC$ 比 $\triangle ABC$ 的周长长 4 cm.



【考点】平行四边形的性质.

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AB = CD = 2\sqrt{13}$ cm， $AD = BC = 4$ cm， $AO = CO$ ， $BO = DO$ ，根据勾股定理得到 $OC = 3$ cm， $BD = 10$ cm，于是得到结论.

【解答】解：在 $\square ABCD$ 中， $\therefore AB = CD = 2\sqrt{13}$ cm， $AD = BC = 4$ cm， $AO = CO$ ， $BO = DO$ ，

$\therefore AC \perp BC$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 6 \text{ cm},$$

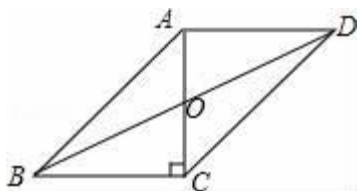
$\therefore OC = 3$ cm,

$$\therefore BO = \sqrt{OC^2 + BC^2} = 5 \text{ cm},$$

$\therefore BD = 10$ cm,

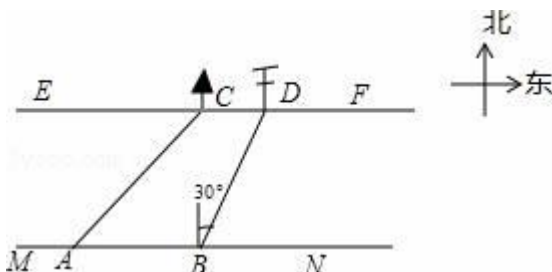
$\therefore \triangle DBC$ 的周长 $- \triangle ABC$ 的周长 $= BC + CD + BD - (AB + BC + AC) = BD - AC = 10 - 6 = 4$ cm,

故答案为：4.



【点评】 本题考查了平行四边形的性质，勾股定理，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

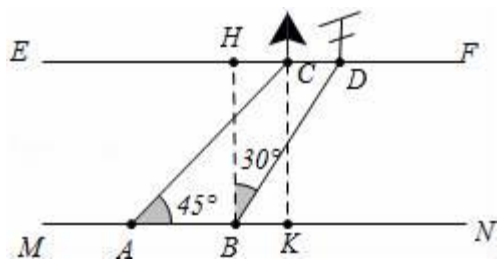
15. 在综合实践课上，小聪所在小组要测量一条河的宽度，如图，河岸 $EF \parallel MN$ ，小聪在河岸 MN 上点 A 处用测角仪测得河对岸小树 C 位于东北方向，然后沿河岸走了 30 米，到达 B 处，测得河对岸电线杆 D 位于北偏东 30° 方向，此时，其他同学测得 $CD=10$ 米. 请根据这些数据求出河的宽度为 $(30+10\sqrt{3})$ 米. (结果保留根号)



【考点】 解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】 如图作 $BH \perp EF$, $CK \perp MN$, 垂足分别为 H, K , 则四边形 $BHCK$ 是矩形, 设 $CK=HB=x$, 根据 $\tan 30^\circ = \frac{HD}{BH}$ 列出方程即可解决问题.

【解答】 解: 如图作 $BH \perp EF$, $CK \perp MN$, 垂足分别为 H, K , 则四边形 $BHCK$ 是矩形,



设 $CK=HB=x$,

$$\therefore \angle CKA=90^\circ, \angle CAK=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAK=\angle ACK=45^\circ,$$

$$\therefore AK=CK=x, BK=HC=AK-AB=x-30,$$

$$\therefore HD=x-30+10=x-20,$$

在 $RT\triangle BHD$ 中, $\therefore \angle BHD=30^\circ, \angle HBD=30^\circ,$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{HD}{HB},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x-20}{x},$$

$$\text{解得 } x = 30 + 10\sqrt{3}.$$

$\therefore$ 河的宽度为 $(30 + 10\sqrt{3})$ 米.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用、方向角、三角函数等知识，解题的关键是添加辅助线构造直角三角形，学会利用三角函数的定义，列出方程解决问题，属于中考常考题型.

16. 已知关于 x 的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(-2, y_1)$ ， $(-1, y_2)$ ， $(1, 0)$ ，且 $y_1 < 0 < y_2$ ，

对于以下结论：① $abc > 0$ ；② $a + 3b + 2c \leq 0$ ；③ 对于自变量 x 的任意一个取值，都有 $\frac{a}{b}x^2 + x \geq -\frac{b}{4a}$ ；④ 在 -2

$< x < -1$ 中存在一个实数 x_0 ，使得 $x_0 = -\frac{a+b}{a}$ ，其中结论错误的是 ②。（只填写序号）.

【考点】 二次函数图象与系数的关系；二次函数图象上点的坐标特征.

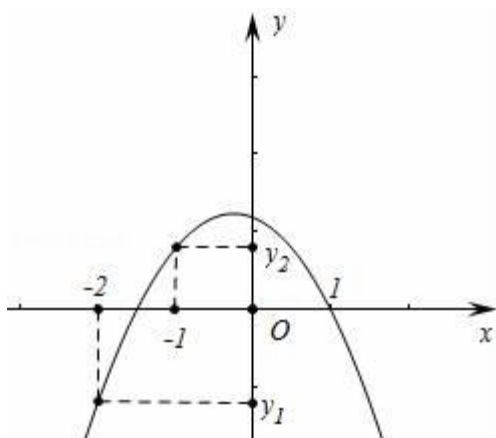
【分析】 ① 正确. 画出函数图象即可判断.

② 错误. 因为 $a + b + c = 0$ ，所以 $a + 3b + 2c = a + 3b - 2a - 2b = b - a$ ，又 $a - b + c > 0$ ，所以 $b - a < c$ ，故 $b - a$ 可以是正数，由此可以周长判断.

③ 正确. 利用函数 $y' = \frac{a}{b}x^2 + x = \frac{a}{b}(x^2 + \frac{b}{a}x) = \frac{a}{b}(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b}{4a}$ ，根据函数的最值问题即可解决.

④ 令 $y = 0$ 则 $ax^2 + bx - a - b = 0$ ，设它的两个根为 $x_1, 1$ ，则 $x_1 \cdot 1 = \frac{-a-b}{a} = -\frac{a+b}{a}$ ，求出 x_1 即可解决问题.

【解答】 解：由题意二次函数图象如图所示，



$$\therefore a < 0, b < 0, c > 0,$$

$$\therefore abc > 0, \text{ 故①正确.}$$

$$\therefore a + b + c = 0,$$

$$\therefore c = -a - b,$$

$$\therefore a + 3b + 2c = a + 3b - 2a - 2b = b - a,$$

又 $\because x = -1$ 时, $y > 0$,

$$\therefore a - b + c > 0,$$

$$\therefore b - a < c,$$

$$\therefore c > 0,$$

$\therefore b - a$ 可以是正数,

$\therefore a + 3b + 2c \leq 0$, 故②错误.

故答案为②.

$$\therefore \text{函数 } y' = \frac{a}{b}x^2 + x = \frac{a}{b}\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) = \frac{a}{b}\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b}{4a},$$

$$\therefore \frac{a}{b} > 0,$$

$$\therefore \text{函数 } y' \text{ 有最小值 } -\frac{b}{4a},$$

$$\therefore \frac{a}{b}x^2 + x \geq -\frac{b}{4a}, \text{ 故③正确.}$$

$\therefore y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(1, 0)$,

$$\therefore a + b + c = 0,$$

$$\therefore c = -a - b,$$

令 $y = 0$ 则 $ax^2 + bx - a - b = 0$, 设它的两个根为 $x_1, 1$,

$$\therefore x_1 \cdot 1 = \frac{-a-b}{a} = -\frac{a+b}{a},$$

$$\therefore x_1 = -\frac{a+b}{a},$$

$$\therefore -2 < x_1 < x_2,$$

$\therefore$ 在 $-2 < x < -1$ 中存在一个实数 x_0 , 使得 $x_0 = -\frac{a+b}{a}$, 故④正确,

【点评】 本题考查二次函数的图象与系数的关系、二次函数图象上的点的坐标特征, 解题的关键是灵活运用二次函数的性质解决问题, 学会构建二次函数解决最值问题, 属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题. (本大题共 9 小题, 共 72 分)

17. 化简: $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} + \frac{x - 2}{x^2 + 2x} + 2.$

【考点】分式的加减法.

【分析】首先把第一个分式的分子、分母分解因式后约分,再通分,然后根据分式的加减法法则分母不变,分子相加即可.

【解答】解: $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} + \frac{x-2}{x^2+2x} + 2$

$$= \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} + \frac{x-2}{x(x+2)} + 2$$
$$= \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-2}{x(x+2)} + 2$$
$$= \frac{x(x-2)}{x(x+2)} + \frac{x-2}{x(x+2)} + \frac{2x(x+2)}{x(x+2)}$$
$$= \frac{x^2-2x+x-2+2x^2+4x}{x(x+2)}$$
$$= \frac{3x^2+3x-2}{x(x+2)}$$

【点评】本题考查了分式的加减法法则、分式的通分、约分以及因式分解;熟练掌握分式的通分是解决问题的关键.

18. x 取哪些整数值时, 不等式 $5x+2 > 3(x-1)$ 与 $\frac{1}{2}x \leq 2 - \frac{3}{2}x$ 都成立?

【考点】一元一次不等式的整数解.

【分析】根据题意分别求出每个不等式解集, 根据口诀: 大小小大中间找, 确定两不等式解集的公共部分, 即可得整数值.

【解答】解: 根据题意解不等式组 $\begin{cases} 5x+2 > 3(x-1) & \text{①} \\ \frac{1}{2}x \leq 2 - \frac{3}{2}x & \text{②} \end{cases}$,

解不等式①, 得: $x > -\frac{5}{2}$,

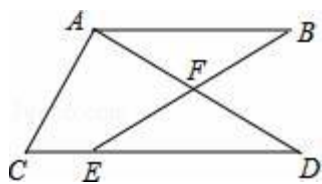
解不等式②, 得: $x \leq 1$,

$$\therefore -\frac{5}{2} < x \leq 1,$$

故满足条件的整数有 $-2, -1, 0, 1$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19. 如图, $AB \parallel CD$, E 是 CD 上一点, BE 交 AD 于点 F , $EF=BF$. 求证: $AF=DF$.



【考点】 全等三角形的判定与性质.

【专题】 证明题.

【分析】 欲证明 $AF=DF$ 只要证明 $\triangle ABF \cong \triangle DEF$ 即可解决问题.

【解答】 证明: $\because AB \parallel CD$,

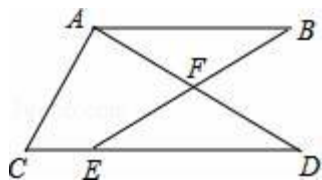
$$\therefore \angle B = \angle FED,$$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle FED \\ BF = EF \\ \angle AFB = \angle EFD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DEF,$$

$$\therefore AF = DF.$$



【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质, 平行线的性质等知识, 解题的关键是熟练掌握全等三角形的判断和性质, 熟练掌握平行线的性质, 属于基础题, 中考常考题型.

20. 为了提高科技创新意识, 我市某中学在“2016 年科技节”活动中举行科技比赛, 包括“航模”、“机器人”、“环保”、“建模”四个类别 (2016•十堰) 已知关于 x 的方程 $(x-3)(x-2) - p^2 = 0$.

(1) 求证: 无论 p 取何值时, 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 设方程两实数根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2$, 求实数 p 的值.

【考点】 根的判别式.

【分析】 (1) 化成一般形式, 求根的判别式, 当 $\Delta > 0$ 时, 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 根据根与系的关系求出两根和与两根积, 再把 $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2$ 变形, 化成和与乘积的形式, 代入计算, 得到一个关于 p 的一元二次方程, 解方程.

【解答】 证明: (1) $(x-3)(x-2) - p^2 = 0$,
 $x^2 - 5x + 6 - p^2 = 0$,
 $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (6 - p^2) = 25 - 24 + 4p^2 = 1 + 4p^2$,
 $\therefore$ 无论 p 取何值时, 总有 $4p^2 \geq 0$,
 $\therefore 1 + 4p^2 > 0$,
 $\therefore$ 无论 p 取何值时, 方程总有两个不相等的实数根;

(2) $x_1 + x_2 = 5$, $x_1x_2 = 6 - p^2$,
 $\therefore x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2$,
 $\therefore (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3x_1x_2$,
 $\therefore 5^2 = 5(6 - p^2)$,
 $\therefore p = \pm 1$.

【点评】 本题考查了根的判别式和根与系数的关系, 注意熟记以下知识点:

- (1) 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:
- ① 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;
 - ② 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;
 - ③ 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

(2) 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两实数根分别为 x_1, x_2 , 则有 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

22. 一茶叶专卖店经销某种品牌的茶叶, 该茶叶的成本价是 80 元/kg, 销售单价不低于 120 元/kg, 且不高于 180 元/kg, 经销一段时间后得到如下数据:

销售单价 x (元/kg)	120	130	...	180
每天销量 y (kg)	100	95	...	70

设 y 与 x 的关系是我们所学过的某一种函数关系.

- (1) 直接写出 y 与 x 的函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围;
- (2) 当销售单价为多少时, 销售利润最大? 最大利润是多少?

【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 首先由表格可知: 销售单价没涨 10 元, 就少销售 5kg, 即可得 y 与 x 是一次函数关系, 则可求得答案;

(2) 首先设销售利润为 w 元, 根据题意可得二次函数, 然后求最值即可.

【解答】解: (1) $\because$ 由表格可知: 销售单价没涨 10 元, 就少销售 5kg,

$\therefore y$ 与 x 是一次函数关系,

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为: $y=100-0.5(x-120)=-0.5x+160$,

$\therefore$ 销售单价不低于 120 元/kg. 且不高于 180 元/kg,

$\therefore$ 自变量 x 的取值范围为: $120 \leq x \leq 180$;

(2) 设销售利润为 w 元,

$$\text{则 } w = (x-80)(-0.5x+160) = -\frac{1}{2}x^2 + 200x - 12800 = -\frac{1}{2}(x-200)^2 + 7200,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} < 0,$$

$\therefore$ 当 $x < 200$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x=180$ 时, 销售利润最大, 最大利润是: $w = -\frac{1}{2}(180-200)^2 + 7200 = 7000$ (元),

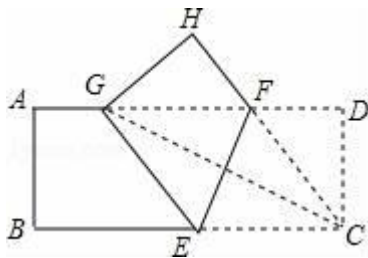
答: 当销售单价为 180 元时, 销售利润最大, 最大利润是 7000 元.

【点评】此题考查了二次函数与一次函数的应用. 注意理解题意, 找到等量关系是关键.

23. 如图, 将矩形纸片 $ABCD$ ($AD > AB$) 折叠, 使点 C 刚好落在线段 AD 上, 且折痕分别与边 BC , AD 相交, 设折叠后点 C , D 的对应点分别为点 G , H , 折痕分别与边 BC , AD 相交于点 E , F .

(1) 判断四边形 $CEGF$ 的形状, 并证明你的结论;

(2) 若 $AB=3$, $BC=9$, 求线段 CE 的取值范围.



【考点】翻折变换 (折叠问题) .

【分析】 (1) 由四边形 ABCD 是矩形, 根据折叠的性质, 易证得 $\triangle EFG$ 是等腰三角形, 即可得 $GF=EC$, 又由 $GF \parallel EC$, 即可得四边形 CEGF 为平行四边形, 根据邻边相等的平行四边形是菱形, 即可得四边形 BGEF 为菱形;

(2) 如图 1, 当 G 与 A 重合时, CE 取最大值, 由折叠的性质得 $CD=DG$, $\angle CDE=\angle GDE=45^\circ$, 推出四边形 CEGD 是矩形, 根据矩形的性质即可得到 $CE=CD=AB=3$; 如图 2, 当 F 与 D 重合时, CE 取最小值, 由折叠的性质得 $AE=CE$, 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle GFE = \angle FEC$,

$\because$ 图形翻折后点 G 与点 C 重合, EF 为折线,

$\therefore \angle GEF = \angle FEC$,

$\therefore \angle GFE = \angle FEG$,

$\therefore GF = GE$,

$\because$ 图形翻折后 BC 与 GE 完全重合,

$\therefore BE = EC$,

$\therefore GF = EC$,

$\therefore$ 四边形 CEGF 为平行四边形,

$\therefore$ 四边形 CEGF 为菱形;

(2) 解: 如图 1, 当 F 与 D 重合时, CE 取最小值,

由折叠的性质得 $CD=DG$, $\angle CDE=\angle GDE=45^\circ$,

$\therefore \angle ECD=90^\circ$,

$\therefore \angle DEC=45^\circ = \angle CDE$,

$\therefore CE=CD=DG$,

$\therefore DG \parallel CE$,

$\therefore$ 四边形 CEGD 是矩形,

$\therefore CE=CD=AB=3$;

如图 2, 当 G 与 A 重合时, CE 取最大值,

由折叠的性质得 $AE=CE$,

$\therefore \angle B=90^\circ$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$\because$ CD 是 $\odot O$ 切线,

$$\therefore OC \perp CD,$$

$$\therefore \angle DCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$\because$ AB 是直径,

$$\therefore \angle 1 + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle B.$$

(2) 解: ① $\because \angle CEF = \angle ECD + \angle CDE$, $\angle CFE = \angle B + \angle FDB$,

$$\because \angle CDE = \angle FDB, \angle ECD = \angle B,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle CFE, \therefore \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle CFE = 45^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle CFE = \tan 45^\circ = 1.$$

② 在 $RT\triangle ABC$ 中, $\because AC=3$, $BC=4$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5,$$

$$\because \angle CDA = \angle BDC, \angle DCA = \angle B,$$

$$\therefore \triangle DCA \sim \triangle DBC,$$

$$\therefore \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{BC} = \frac{DA}{CD} = \frac{3}{4}, \text{ 设 } DC=3k, DB=4k,$$

$$\because CD^2 = DA \cdot DB,$$

$$\therefore 9k^2 = (4k - 5) \cdot 4k,$$

$$\therefore k = \frac{20}{7},$$

$$\therefore CD = \frac{60}{7}, DB = \frac{80}{7},$$

$$\because \angle CDE = \angle BDF, \angle DCE = \angle B,$$

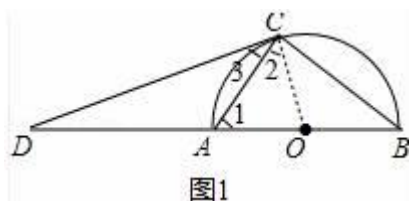
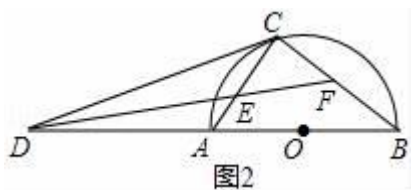
$$\therefore \triangle DCE \sim \triangle DBF,$$

$$\therefore \frac{EC}{FB} = \frac{DC}{DB}, \text{ 设 } EC=CF=x,$$

$$\therefore \frac{x}{4-x} = \frac{\frac{60}{7}}{\frac{80}{7}},$$

$$\therefore x = \frac{12}{7}.$$

$$\therefore CE = \frac{12}{7}.$$



【点评】 本题考查切线的性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形，利用相似三角形的性质解决问题，学会用方程的思想思考问题，属于中考常考题型.

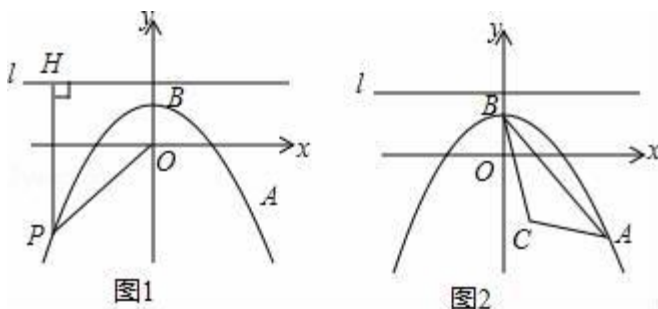
25. 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + 1$ 经过点 $A(4, -3)$ ，顶点为点 B ，点 P 为抛物线上的一个动点， l 是过点 $(0, 2)$ 且垂直于 y 轴的直线，过 P 作 $PH \perp l$ ，垂足为 H ，连接 PO .

(1) 求抛物线的解析式，并写出其顶点 B 的坐标；

(2) ①当 P 点运动到 A 点处时，计算： $PO = \underline{5}$ ， $PH = \underline{5}$ ，由此发现， $PO \underline{=} PH$ (填 “ $>$ ”、“ $<$ ” 或 “ $=$ ”)；

②当 P 点在抛物线上运动时，猜想 PO 与 PH 有什么数量关系，并证明你的猜想；

(3) 如图 2，设点 $C(1, -2)$ ，问是否存在点 P ，使得以 P, O, H 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似？若存在，求出 P 点的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 利用待定系数法即可解决问题.

(2) ①求出 PO 、 PH 即可解决问题.

②结论： $PO = PH$. 设点 P 坐标 $(m, -\frac{1}{4}m^2 + 1)$ ，利用两点之间距离公式求出 PH 、 PO 即可解决问题.

(3) 首先判断 PH 与 BC, PO 与 AC 是对应边, 设点 P $(m, -\frac{1}{4}m^2+1)$, 由 $\frac{PH}{HO}=\frac{BC}{BA}$ 列出方程即可解决问题.

【解答】(1) 解: $\because$ 抛物线 $y=ax^2+1$ 经过点 A $(4, -3)$,

$$\therefore -3=16a+1,$$

$$\therefore a=-\frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y=-\frac{1}{4}x^2+1, \text{ 顶点 B } (0, 1).$$

(2) ①当 P 点运动到 A 点处时, $\because PO=5, PH=5,$

$$\therefore PO=PH,$$

故答案分别为 5, 5, =.

②结论: $PO=PH$.

理由: 设点 P 坐标 $(m, -\frac{1}{4}m^2+1)$,

$$\therefore PH=2-(-\frac{1}{4}m^2+1)=\frac{1}{4}m^2+1$$

$$PO=\sqrt{m^2+(-\frac{1}{4}m^2+1)^2}=\frac{1}{4}m^2+1,$$

$$\therefore PO=PH.$$

$$(3) \because BC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}, AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}, AB=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$$

$$\therefore BC=AC,$$

$$\therefore PO=PH,$$

又 $\because$ 以 P, O, H 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似,

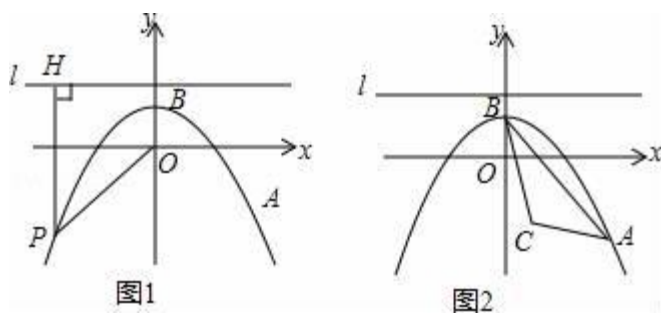
$\therefore PH$ 与 BC , PO 与 AC 是对应边,

$$\therefore \frac{PH}{HO}=\frac{BC}{BA}, \text{ 设点 P } (m, -\frac{1}{4}m^2+1),$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{4}m^2+1}{\sqrt{m^2+4}}=\frac{\sqrt{10}}{4\sqrt{2}},$$

解得 $m=\pm 1$,

$$\therefore \text{点 P 坐标 } (1, \frac{3}{4}) \text{ 或 } (-1, \frac{3}{4}).$$



【点评】 本题考查二次函数综合题、待定系数法、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是记住两点之间的距离公式，学会转化的思想，用方程去解决问题，属于中考压轴题.