

2016 年湖北省潜江市、天门市、仙桃市、江汉油田中考

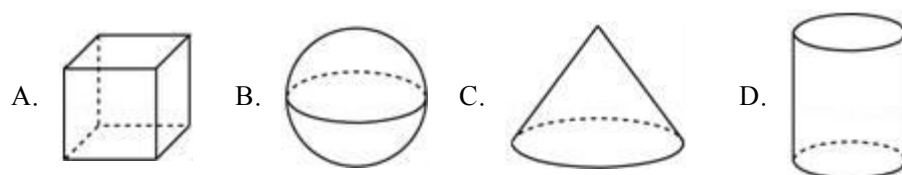
数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (2016 天门·1·3 分) 下列各数中，最小的数是 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. -2

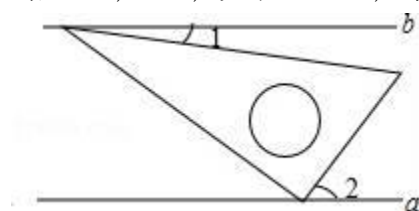
2. (2016 天门·2·3 分) 下面几个几何体，主视图是圆的是 ()



3. (2016 天门·3·3 分) 第 31 届夏季奥运会将于 2016 年 8 月 5 日 - 21 日在巴西举行，为纪念此次体育盛事发行的奥运会纪念币，在中国发行 450000 套，450000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 45×10^4 B. 4.5×10^5 C. 0.45×10^6 D. 4.5×10^6

4. (2016 天门·4·3 分) 如图，将一块含有 60° 角的直角三角板的两个顶点放在两条平行的直线 a , b 上，如果 $\angle 2 = 50^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 的度数为 ()

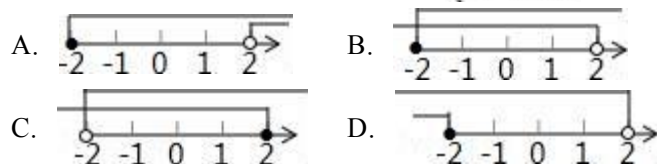


- A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°

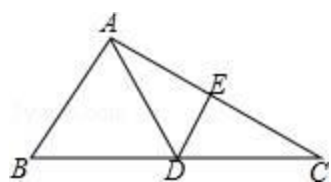
5. (2016 天门·5·3 分) 在下列事件中，必然事件是 ()

- A. 在足球赛中，弱队战胜强队
B. 任意画一个三角形，其内角和是 360°
C. 抛掷一枚硬币，落地后反面朝上
D. 通常温度降到 0°C 以下，纯净的水结冰

6. (2016 天门·6·3 分) 不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x > 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



7. (2016 天门·7·3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AC 的垂直平分线分别交 AC 、 BC 于 E 、 D 两点， $EC=4$ ， $\triangle ABC$ 的周长为 23，则 $\triangle ABD$ 的周长为 ()



A. 13 B. 15 C. 17 D. 19

8. (2016 天门·8·3 分) 在平面直角坐标系中, 点 $P(-4, 2)$ 向右平移 7 个单位长度得到点 P_1 , 点 P_1 绕原点逆时针旋转 90° 得到点 P_2 , 则点 P_2 的坐标是 ()

A. $(-2, 3)$ B. $(-3, 2)$ C. $(2, -3)$ D. $(3, -2)$

9. (2016 天门·9·3 分) 在下列条件中, 能够判定一个四边形是平行四边形的是 ()

- A. 一组对边平行, 另一组对边相等
B. 一组对边相等, 一组对角相等
C. 一组对边平行, 一条对角线平分另一条对角线
D. 一组对边相等, 一条对角线平分另一条对角线

10. (2016 天门·10·3 分) 在一次自行车越野赛中, 出发 m h 后, 小明骑行了 25km, 小刚骑行了 18km, 此后两人分别以 a km/h, b km/h 匀速骑行, 他们骑行的时间 t (单位: h) 与骑行的路程 s (单位: km) 之间的函数关系如图, 观察图象, 下列说法:

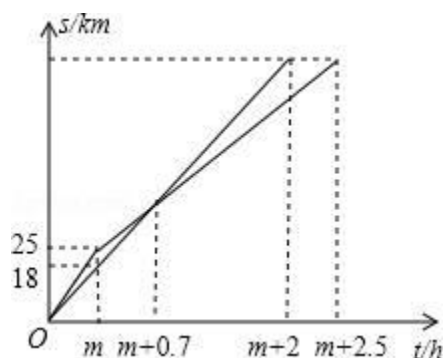
①出发 m h 内小明的速度比小刚快;

② $a=26$;

③小刚追上小明时离起点 43km;

④此次越野赛的全程为 90km,

其中正确的说法有 ()



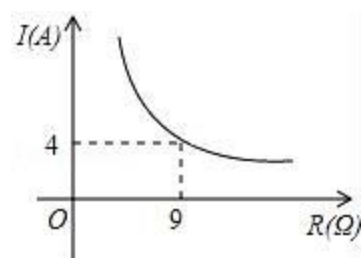
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

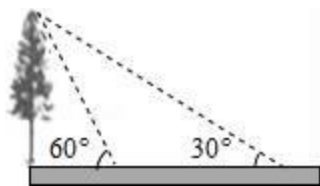
11. (2016 天门·11·3 分) 分解因式: $x^3 - 9x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (2016 天门·12·3 分) 某班为奖励在校运动会上取得好成绩的同学, 花了 200 元钱购买甲、乙两种奖品共 30 件, 其中甲种奖品每件 8 元, 乙种奖品每件 6 元, 则购买了甲种奖品 件.

13. (2016 天门·13·3 分) 已知蓄电池的电压为定值, 使用蓄电池时, 电流 I (单位: A) 与电阻 R (单位: Ω) 是反比例函数关系, 它的图象如图所示, 如果以此蓄电池为电源的用电器, 其限制电流不能超过 10A, 那么用电器可变电阻 R 应控制的范围是 .

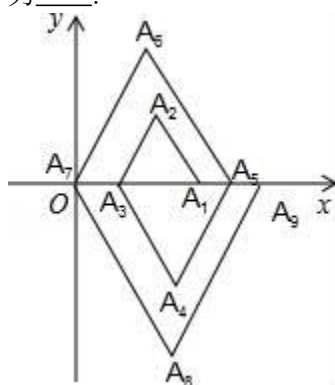


14. (2016 天门·14·3 分) 如图, 校园内有一颗与地面垂直的树, 数学兴趣小组两次测量它在地面上的影子, 第一次是阳光与地面成 60° 角时, 第二次是阳光与地面成 30° 角时, 两次测量的影长相差 8 米, 则树高____米. (结果保留根号)



15. (2016 天门·15·3 分) 有 4 张看上去无差别的卡片, 上面分别写着 2, 3, 4, 6, 小红随机抽取 1 张后, 放回并混在一起, 再随机抽取 1 张, 则小红第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的概率为_____.

16. (2016 天门·16·3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle A_1A_2A_3$, $\triangle A_3A_4A_5$, $\triangle A_5A_6A_7$, $\triangle A_7A_8A_9$, ..., 都是等边三角形, 且点 A_1 , A_3 , A_5 , A_7 , A_9 的坐标分别为 $A_1(3, 0)$, $A_3(1, 0)$, $A_5(4, 0)$, $A_7(0, 0)$, $A_9(5, 0)$, 依据图形所反映的规律, 则 A_{100} 的坐标为_____.

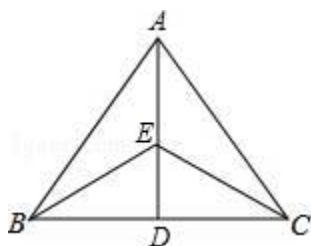


三、解答题 (本大题共 9 个小题, 满分 72 分)

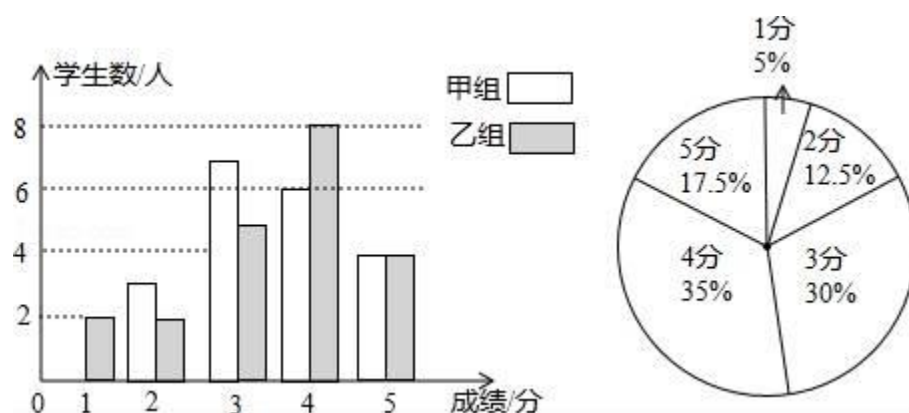
17. (2016 天门·17·6 分) 计算: $\sqrt{81} - 2016^0 - |-5| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

18. (2016 天门·18·6 分) 解方程: $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{x-1} - 1$.

19. (2016 天门·19·6 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是角平分线, 点 E 在 AD 上, 请写出图中两对全等三角形, 并选择其中的一对加以证明.



20. (2016 天门·20·6 分) 八 (1) 班同学分成甲、乙两组, 开展“社会主义核心价值观”知识竞赛, 满分 5 分, 得分均为整数, 小马虎根据竞赛成绩, 绘制了分组成绩条形统计图和全班成绩扇形统计图, 经确认, 扇形统计图是正确的, 条形统计图也只有乙组成绩统计有一处错误.



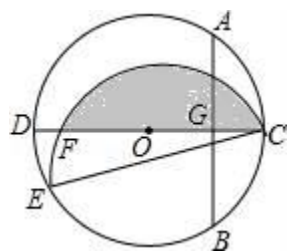
- (1) 甲组同学成绩的平均数是____, 中位数是____, 众数是____;
- (2) 指出条形统计图中存在的错误, 并求出正确值.

21. (2016 天门·21·8 分) 某宾馆有客房 50 间, 当每间客房每天的定价为 220 元时, 客房会全部住满; 当每间客房每天的定价增加 10 元时, 就会有一间客房空闲, 设每间客房每天的定价增加 x 元时, 客房入住数为 y 间.

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出 x 的取值范围);
- (2) 如果每间客房入住后每天的各种支出为 40 元, 不考虑其他因素, 则该宾馆每间客房每天的定价为多少时利润最大?

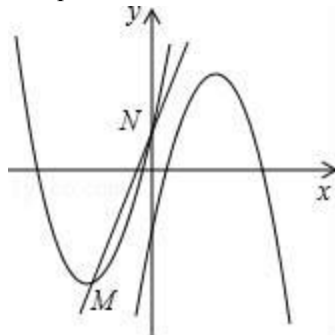
22. (2016 天门·22·8 分) 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB \perp CD$, 垂足为 G , $OG: OC=3: 5$, $AB=8$.

- (1) 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 点 E 为圆上一点, $\angle ECD=15^\circ$, 将 $\widehat{CE}$ 沿弦 CE 翻折, 交 CD 于点 F , 求图中阴影部分的面积.



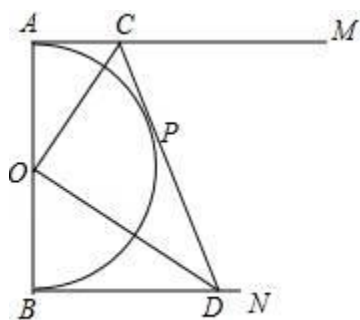
23. (2016 天门 · 23 · 10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $C_1: y = \frac{3}{2}x^2 + 6x + 2$ 的顶点为 M , 与 y 轴相交于点 N , 先将抛物线 C_1 沿 x 轴翻折, 再向右平移 p 个单位长度后得到抛物线 C_2 : 直线 $l: y = kx + b$ 经过 M, N 两点.

- (1) 结合图象, 直接写出不等式 $\frac{3}{2}x^2 + 6x + 2 < kx + b$ 的解集;
- (2) 若抛物线 C_2 的顶点与点 M 关于原点对称, 求 p 的值及抛物线 C_2 的解析式;
- (3) 若直线 l 沿 y 轴向下平移 q 个单位长度后, 与 (2) 中的抛物线 C_2 存在公共点, 求 $3 - 4q$ 的最大值.

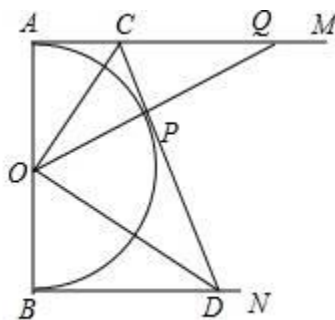


24. (2016 天门 · 24 · 10 分) 如图①, 半圆 O 的直径 $AB = 6$, AM 和 BN 是它的两条切线, CP 与半圆 O 相切于点 P , 并于 AM, BN 分别相交于 C, D 两点.

- (1) 请直接写出 $\angle COD$ 的度数;
- (2) 求 $AC \cdot BD$ 的值;
- (3) 如图②, 连接 OP 并延长交 AM 于点 Q , 连接 DQ , 试判断 $\triangle PQD$ 能否与 $\triangle ACO$ 相似? 若能相似, 请求 $AC:BD$ 的值; 若不能相似, 请说明理由.



图①



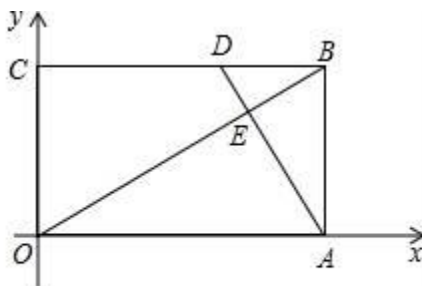
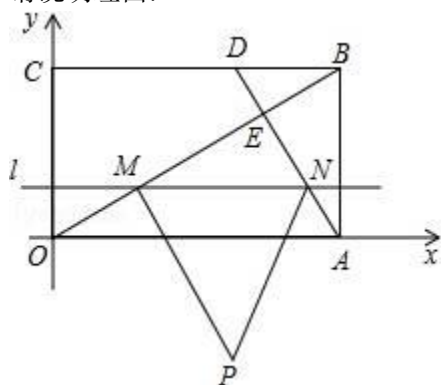
图②

25. (2016 天门 · 25 · 12 分) 如图, 矩形 $OABC$ 的两边 OA , OC 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上, 点 B 的坐标为 $(4\sqrt{3}, 4)$, 点 D 在 CB 上, 且 $CD: DB=2: 1$, OB 交 AD 于点 E . 平行于 x 轴的直线 l 从原点 O 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿 y 轴向上平移, 到 C 点时停止; l 与线段 OB , AD 分别相交与 M , N 两点, 以 MN 为边作等边 $\triangle MNP$ (点 P 在线段 MN 的下方). 设直线 l 的运动时间为 t (秒), $\triangle MNP$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分的面积为 S (平方单位).

(1) 直接写出点 E 的坐标;

(2) 求 S 与 t 的函数关系式;

(3) 是否存在某一时刻 t , 使得 $S = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$ 成立? 若存在, 请求出此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



2016 年湖北省潜江市、天门市、仙桃市、江汉油田中考

数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 下列各数中，最小的数是（ ）

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. -2

【考点】有理数大小比较.

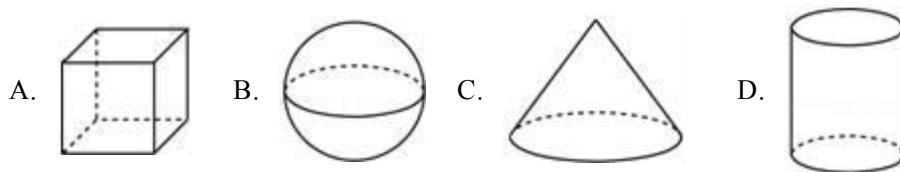
【分析】根据正数大于 0，0 大于负数，两个负数相比较，绝对值大的反而小，可得答案.

【解答】解： $-3 < -2 < 0 < \frac{1}{3}$,

故 -3 最小，

故选 C.

2. 下面几个几何体，主视图是圆的是（ ）



【考点】简单几何体的三视图.

【分析】分别判断 A, B, C, D 的主视图，即可解答.

【解答】解：A、主视图为正方形，故错误；

B、主视图为圆，正确；

C、主视图为三角形，故错误；

D、主视图为长方形，故错误；

故选：B.

3. 第 31 届夏季奥运会将于 2016 年 8 月 5 日 - 21 日在巴西举行，为纪念此次体育盛事发行的奥运会纪念币，在中国发行 450000 套，450000 这个数用科学记数法表示为（ ）

- A. 45×10^4 B. 4.5×10^5 C. 0.45×10^6 D. 4.5×10^6

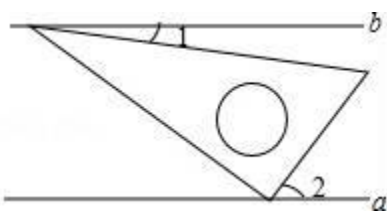
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

【解答】解：将 450000 用科学记数法表示为： 4.5×10^5 .

故选：B.

4. 如图，将一块含有 60° 角的直角三角板的两个顶点放在两条平行的直线 a, b 上，如果 $\angle 2 = 50^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 的度数为（ ）



- A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°

【考点】平行线的性质.

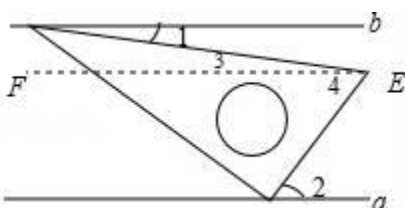
【分析】根据平行线的性质即可得到结论.

【解答】解：如图，过 E 作 $EF \parallel$ 直线 a，
则 $EF \parallel$ 直线 b，

$$\therefore \angle 3 = \angle 1, \quad \angle 4 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = 60^\circ - \angle 2 = 10^\circ,$$

故选 A.



5. 在下列事件中，必然事件是 ()

- A. 在足球赛中，弱队战胜强队
B. 任意画一个三角形，其内角和是 360°
C. 抛掷一枚硬币，落地后反面朝上
D. 通常温度降到 0°C 以下，纯净的水结冰

【考点】随机事件.

【分析】根据必然事件的概念 (必然事件指在一定条件下一定发生的事件) 可判断正确答案.

【解答】解：A、在足球赛中，弱队战胜强队，是随机事件；

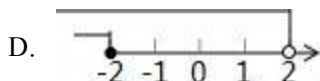
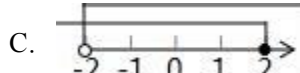
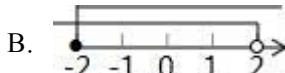
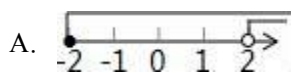
B、任意画一个三角形，其内角和是 360° ，是不可能事件；

C、抛掷一枚硬币，落地后反面朝上，是随机事件；

D、通常温度降到 0°C 以下，纯净的水结冰，是必然事件.

故选：D.

6. 不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x > 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



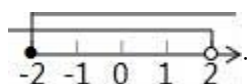
【考点】解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

【解答】解： $\begin{cases} x+2 \geq 0 \text{ ①} \\ 3-x > 1 \text{ ②} \end{cases}$ ，由①得， $x \geq -2$ ，由②得， $x < 2$ ，

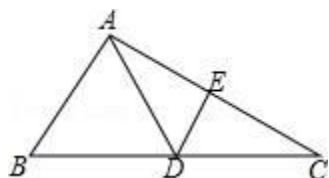
故不等式组的解集为： $-2 \leq x < 2$ ，

在数轴上表示为：



故选 B.

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AC 的垂直平分线分别交 AC 、 BC 于 E 、 D 两点, $EC=4$, $\triangle ABC$ 的周长为 23, 则 $\triangle ABD$ 的周长为 ()



A. 13 B. 15 C. 17 D. 19

【考点】线段垂直平分线的性质.

【分析】根据线段垂直平分线性质的得出 $AD=DC$, $AE=CE=4$, 求出 $AC=8$, $AB+BC=15$, 求出 $\triangle ABD$ 的周长为 $AB+BC$, 代入求出即可.

【解答】解: $\because AC$ 的垂直平分线分别交 AC 、 BC 于 E 、 D 两点,

$\therefore AD=DC$, $AE=CE=4$,

即 $AC=8$,

$\because \triangle ABC$ 的周长为 23,

$\therefore AB+BC+AC=23$,

$\therefore AB+BC=23-8=15$,

$\therefore \triangle ABD$ 的周长为 $AB+BD+AD=AB+BD+CD=AB+BC=15$,

故选 B.

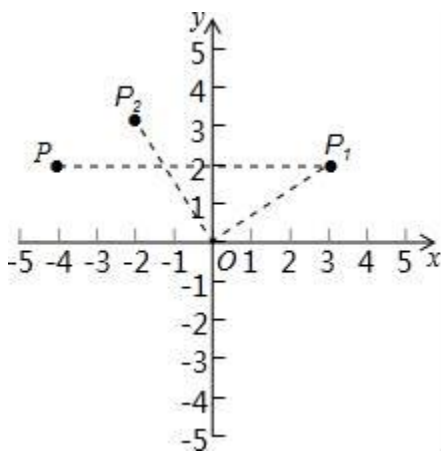
8. 在平面直角坐标系中, 点 $P(-4, 2)$ 向右平移 7 个单位长度得到点 P_1 , 点 P_1 绕原点逆时针旋转 90° 得到点 P_2 , 则点 P_2 的坐标是 ()

A. $(-2, 3)$ B. $(-3, 2)$ C. $(2, -3)$ D. $(3, -2)$

【考点】坐标与图形变化-旋转; 坐标与图形变化-平移.

【分析】根据题意画出图形, 利用平移与旋转性质确定出所求点坐标即可.

【解答】解: 如图所示:



根据图形得: $P_1(3, 2)$, $P_2(-2, 3)$,

故选 A

9. 在下列条件中，能够判定一个四边形是平行四边形的是（ ）

- A. 一组对边平行，另一组对边相等
- B. 一组对边相等，一组对角相等
- C. 一组对边平行，一条对角线平分另一条对角线
- D. 一组对边相等，一条对角线平分另一条对角线

【考点】平行四边形的判定.

【分析】根据平行四边形的判定方法以及全等三角形的判定方法一一判断即可.

【解答】解：A、错误. 这个四边形有可能是等腰梯形.

B、错误. 不满足三角形全等的条件，无法证明相等的一组对边平行.

C、正确. 可以利用三角形全等证明平行的一组对边相等. 故是平行四边形.

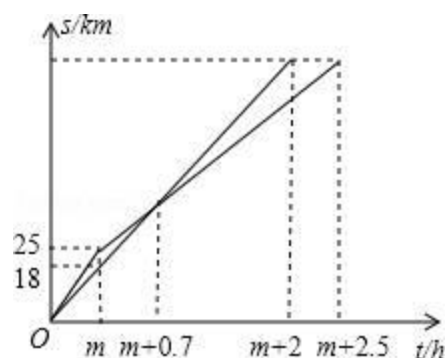
D、错误. 不满足三角形全等的条件，无法证明相等的一组对边平行.

故选 C.

10. 在一次自行车越野赛中，出发 m h 后，小明骑行了 25km，小刚骑行了 18km，此后两人分别以 a km/h, b km/h 匀速骑行，他们骑行的时间 t (单位: h) 与骑行的路程 s (单位: km) 之间的函数关系如图，观察图象，下列说法：

- ①出发 m h 内小明的速度比小刚快；
- ② $a=26$ ；
- ③小刚追上小明时离起点 43km；
- ④此次越野赛的全程为 90km，

其中正确的说法有（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】一次函数的应用.

【分析】①根据函数图象可以判断出发 m h 内小明的速度比小刚快是否正确；

②根据图象可以得到关于 a 、 b 、 m 的三元一次方程组，从而可以求得 a 、 b 、 m 的值，从而可以解答本题；

③根据②中的 b 、 m 的值可以求得小刚追上小明时离起点的路程，本题得以解决；

④根据②中的数据可以求得此次越野赛的全程.

【解答】解：由图象可知，

出发 m h 内小明的速度比小刚快，故①正确；

$$\text{由图象可得, } \begin{cases} 25+a(m+0.7-m)=(m+0.7)b \\ 25+(m+2.5-m)a=(m+2)b \\ bm=18 \end{cases},$$

解得,
$$\begin{cases} a=26 \\ b=36 \\ m=0.5 \end{cases},$$

故②正确;

小刚追上小明走过的路程是: $36 \times (0.5+0.7) = 36 \times 1.2 = 43.2\text{km} > 43\text{km}$, 故③错误;

此次越野赛的全程是: $36 \times (0.5+2) = 36 \times 2.5 = 90\text{km}$, 故④正确;

故选 C.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. 分解因式: $x^3 - 9x = \underline{x(x+3)(x-3)}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】根据提取公因式、平方差公式, 可分解因式.

【解答】解: 原式 $= x(x^2 - 9)$

$= x(x+3)(x-3)$,

故答案为: $x(x+3)(x-3)$.

12. 某班为奖励在校运动会上取得好成绩的同学, 花了 200 元钱购买甲、乙两种奖品共 30 件, 其中甲种奖品每件 8 元, 乙种奖品每件 6 元, 则购买了甲种奖品 10 件.

【考点】二元一次方程组的应用.

【分析】设购买甲种奖品 x 件, 乙种奖品 y 件, 根据甲、乙两种奖品共 30 件和花了 200 元钱购买甲、乙两种奖品, 甲种奖品每件 8 元, 乙种奖品每件 6 元, 列出方程组, 再进行求解即可.

【解答】解: 设购买甲种奖品 x 件, 乙种奖品 y 件, 由题意得

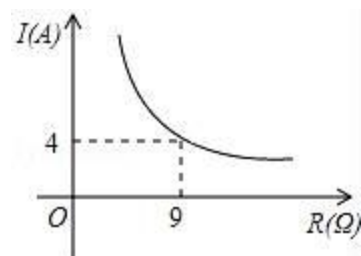
$$\begin{cases} x+y=30 \\ 8x+6y=200 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases},$$

答: 购买了甲种奖品 10 件.

故答案为: 10.

13. 已知蓄电池的电压为定值, 使用蓄电池时, 电流 I (单位: A) 与电阻 R (单位: Ω) 是反比例函数关系, 它的图象如图所示, 如果以此蓄电池为电源的用电器, 其限制电流不能超过 10A, 那么用电器可变电阻 R 应控制的范围是 $R \geq 3.6$.



【考点】反比例函数的应用.

【分析】根据图象中的点的坐标先求反比例函数关系式, 再由电流不能超过 10A 列不等式, 求出结论, 并结合图象.

【解答】解：设反比例函数关系式为： $I=\frac{k}{R}$,

把 (9, 4) 代入得： $k=4 \times 9=36$,

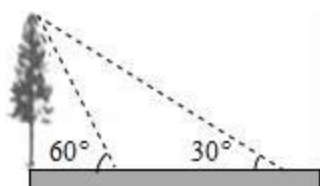
$\therefore$ 反比例函数关系式为： $I=\frac{36}{R}$,

当 $I \leq 10$ 时, 则 $\frac{36}{R} \leq 10$,

$R \geq 3.6$,

故答案为： $R \geq 3.6$.

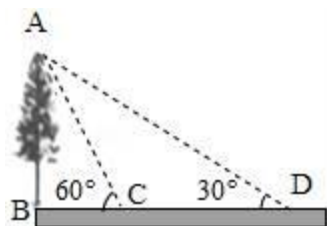
14. 如图, 校园内有一颗与地面垂直的树, 数学兴趣小组两次测量它在地面上的影子, 第一次是阳光与地面成 60° 角时, 第二次是阳光与地面成 30° 角时, 两次测量的影长相差 8 米, 则树高 $4\sqrt{3}$ 米. (结果保留根号)



【考点】平行投影.

【分析】设出树高, 利用所给角的正切值分别表示出两次影子的长, 然后作差建立方程即可.

【解答】解: 如图,



在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$,

$$\therefore BC = \frac{AB}{\tan \angle ACB} = \frac{x}{\tan 60^\circ},$$

同理: $BD = \frac{x}{\tan 30^\circ}$,

$\therefore$ 两次测量的影长相差 8 米,

$$\therefore \frac{x}{\tan 30^\circ} - \frac{x}{\tan 60^\circ} = 8,$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3}$$

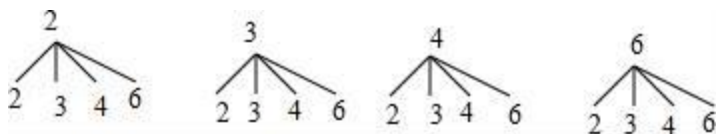
故答案为 $4\sqrt{3}$.

15. 有 4 张看上去无差别的卡片, 上面分别写着 2, 3, 4, 6, 小红随机抽取 1 张后, 放回并混在一起, 再随机抽取 1 张, 则小红第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的概率为 $\frac{7}{16}$.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】画树状图展示所有 16 种等可能的结果数，再找出小红第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的结果数，然后根据概率公式求解。

【解答】解：画树状图为：

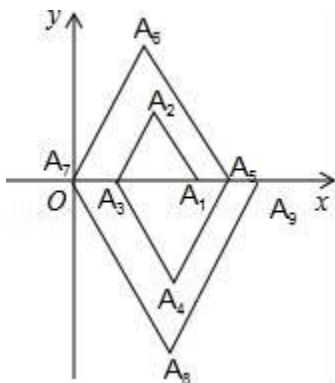


共有 16 种等可能的结果数，其中小红第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的结果数为 7，

所以小红第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的概率 $= \frac{7}{16}$ 。

故答案为 $\frac{7}{16}$ 。

16. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle A_1A_2A_3$ ， $\triangle A_3A_4A_5$ ， $\triangle A_5A_6A_7$ ， $\triangle A_7A_8A_9$ ，...，都是等边三角形，且点 A_1 ， A_3 ， A_5 ， A_7 ， A_9 的坐标分别为 $A_1(3, 0)$ ， $A_3(1, 0)$ ， $A_5(4, 0)$ ， $A_7(0, 0)$ ， $A_9(5, 0)$ ，依据图形所反映的规律，则 A_{100} 的坐标为 $(\frac{5}{2}, -\frac{51\sqrt{3}}{2})$ 。



【考点】规律型：点的坐标。

【分析】根据等边三角形的性质可得出 $A_2(2, \sqrt{3})$ ， $A_4(\frac{5}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$ ， $A_6(2, 2\sqrt{3})$ ， $A_8(\frac{5}{2}, -\frac{5\sqrt{3}}{2})$ ，...，根据点的变化找出变化规律“ $A_{4n+2}(2, \sqrt{3}n + \sqrt{3})$ ， $A_{4n+4}(\frac{5}{2}, -\frac{(2n+3)\sqrt{3}}{2})$ （ n 为自然数）”，依此规律即可得出点 A_{100} 的坐标。

【解答】解：观察，发现规律： $A_2(2, \sqrt{3})$ ， $A_4(\frac{5}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$ ， $A_6(2, 2\sqrt{3})$ ， $A_8(\frac{5}{2}, -\frac{5\sqrt{3}}{2})$ ，...

$\therefore A_{4n+2}(2, \sqrt{3}n + \sqrt{3})$ ， $A_{4n+4}(\frac{5}{2}, -\frac{(2n+3)\sqrt{3}}{2})$ （ n 为自然数），

$\therefore 100 = 4 \times 24 + 4$ ，

$\therefore A_{100}$ 的坐标为 $(\frac{5}{2}, -\frac{51\sqrt{3}}{2})$ 。

故答案为: $(\frac{5}{2}, -\frac{51\sqrt{3}}{2})$.

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 满分 72 分)

17. 计算: $\sqrt{81} - 2016^0 - |-5| + (\frac{1}{2})^{-1}$.

【考点】实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

【分析】原式利用算术平方根定义, 零指数幂、负整数指数幂法则, 以及绝对值的代数意义化简, 计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= 9 - 1 - 5 + 2 = 5$.

18. 解方程: $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{x-1} - 1$.

【考点】解分式方程.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

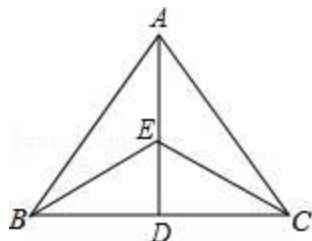
【解答】解: 去分母得: $3(x-1) = x(x+1) - (x+1)(x-1)$,

解得: $x=2$,

检验: 当 $x=2$ 时, $(x+1)(x-1) \neq 0$,

$\therefore$ 原分式方程的解是 $x=2$.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是角平分线, 点 E 在 AD 上, 请写出图中两对全等三角形, 并选择其中的一对加以证明.



【考点】等腰三角形的性质; 全等三角形的判定.

【分析】由 $AB=AC$, AD 是角平分线, 即可利用 (SAS) 证出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 同理可得出 $\triangle ABE \cong \triangle ACE$, $\triangle EBD \cong \triangle ECD$.

【解答】解: $\triangle ABE \cong \triangle ACE$, $\triangle EBD \cong \triangle ECD$, $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

以 $\triangle ABE \cong \triangle ACE$ 为例, 证明如下:

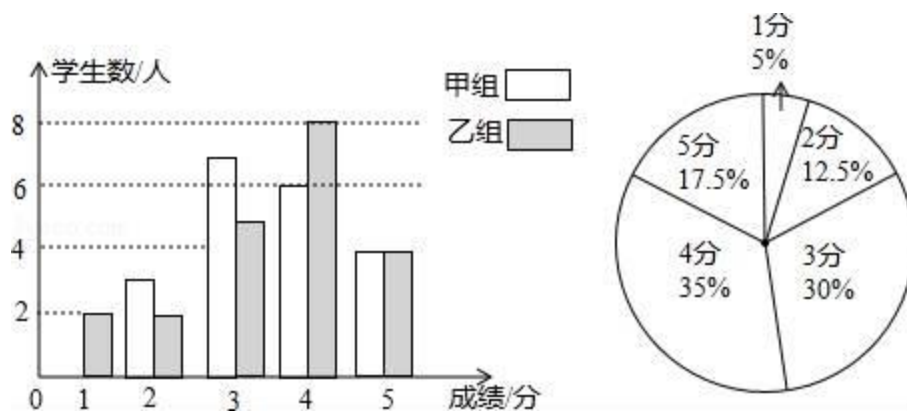
$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAE = \angle CAE$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACE$ 中,
$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAE=\angle CAE \\ AE=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACE$ (SAS).

20. 八 (1) 班同学分成甲、乙两组, 开展“社会主义核心价值观”知识竞赛, 满分 5 分, 得分均为整数, 小马虎根据竞赛成绩, 绘制了分组成绩条形统计图和全班成绩扇形统计图, 经确认, 扇形统计图是正确的, 条形统计图也只有乙组成绩统计有一处错误.



(1) 甲组同学成绩的平均数是 3.55 分，中位数是 3.5 分，众数是 3 分；

(2) 指出条形统计图中存在的错误，并求出正确值。

【考点】 条形统计图；扇形统计图；加权平均数；中位数；众数。

【分析】 (1) 利用加权平均数求法以及中位数的定义和众数的定义分别分析得出答案；

(2) 分别利用条形统计图和扇形统计图得出总人数，进而得出错误的哪组。

【解答】 解：(1) 甲组同学成绩的平均数是： $(3 \times 2 + 3 \times 7 + 6 \times 4 + 5 \times 4) \div 20 = 3.55$ (分)，
中位数是： $(3 + 4) \div 2 = 3.5$ (分)，众数是 3 分；
故答案为：3.55 分，3.5 分，3 分；

(2) 乙组得分的人数统计有误，

理由：由条形统计图和扇形统计图的对应可得，

$$2 \div 5\% = 40, (3 + 2) \div 12.5\% = 40,$$

$$(7 + 5) \div 30\% = 40, (6 + 8) \div 35\% = 40, (4 + 4) \div 17.5\% \neq 40,$$

故乙组得 5 分的人数统计有误，

$$\text{正确人数应为：} 40 \times 17.5\% - 4 = 3.$$

21. 某宾馆有客房 50 间，当每间客房每天的定价为 220 元时，客房会全部住满；当每间客房每天的定价增加 10 元时，就会有一间客房空闲，设每间客房每天的定价增加 x 元时，客房入住数为 y 间。

(1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出 x 的取值范围)；

(2) 如果每间客房入住后每天的各种支出为 40 元，不考虑其他因素，则该宾馆每间客房每天的定价为多少时利润最大？

【考点】 二次函数的应用。

【分析】 (1) 客房入住数为 $50 -$ 每间增加 x 元后空出的房间数，以此等量关系求解即可；

(2) 宾馆每天的利润 = 每天客房的入住数 $\times$ (每间客房的定价 - 每天的各种支出)。

【解答】 解：(1) 由题意可得，

$$y = 50 - \frac{x}{10} - \frac{x}{10} + 50,$$

$$\text{即 } y \text{ 与 } x \text{ 的函数关系式是：} y = -\frac{1}{10}x + 50;$$

(2) 当每间客房每天的定价增加 x 元时，设宾馆的利润为 w 元，

$$\text{则 } w = \left(-\frac{1}{10}x + 50\right)$$

$$= -\frac{1}{10}x^2 + 32x + 9000,$$

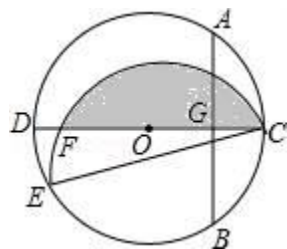
当 $x = -\frac{32}{2 \times (-\frac{1}{10})} = 160$ 时, w 有最大值,

故这一天宾馆每间客房的定价为: $220 + 160 = 380$ (元),
即当宾馆每间客房的定价为 380 元时, 宾馆利润最大.

22. 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB \perp CD$, 垂足为 G , $OG: OC = 3: 5$, $AB = 8$.

(1) 求 $\odot O$ 的半径;

(2) 点 E 为圆上一点, $\angle ECD = 15^\circ$, 将 $\widehat{CE}$ 沿弦 CE 翻折, 交 CD 于点 F , 求图中阴影部分的面积.



【考点】垂径定理; 扇形面积的计算; 翻折变换 (折叠问题).

【分析】(1) 根据 $AB \perp CD$, 垂足为 G , $OG: OC = 3: 5$, $AB = 8$, 可以求得 $\odot O$ 的半径;

(2) 要求阴影部分的面积只要做出合适的辅助线, 然后利用锐角三角函数、扇形的面积和三角形的面积即可解答本题.

【解答】解: (1) 连接 AO , 如右图 1 所示,

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的直径, $AB \perp CD$, $AB = 8$,

$$\therefore AG = \frac{1}{2} AB = 4,$$

$\because OG: OC = 3: 5$, $AB \perp CD$, 垂足为 G ,

$\therefore$ 设 $\odot O$ 的半径为 $5k$, 则 $OG = 3k$,

$$\therefore (3k)^2 + 4^2 = (5k)^2,$$

解得, $k = 1$ 或 $k = -1$ (舍去),

$$\therefore 5k = 5,$$

即 $\odot O$ 的半径是 5;

(2) 如图 2 所示, 将阴影部分沿 CE 翻折, 点 F 的对应点为 M ,

$\because \angle ECD = 15^\circ$, 由对称性可知, $\angle DCM = 30^\circ$, $S_{\text{阴影}} = S_{\text{弓形 CBM}}$,

连接 OM , 则 $\angle MOD = 60^\circ$,

$$\therefore \angle MOC = 120^\circ,$$

过点 M 作 $MN \perp CD$ 于点 N ,

$$\therefore MN = MO \cdot \sin 60^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OMC}} - S_{\triangle OMC} = \frac{120 \times \pi \times 5^2}{360} - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{25\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4},$$

$$\text{即图中阴影部分的面积是: } \frac{25\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4}.$$

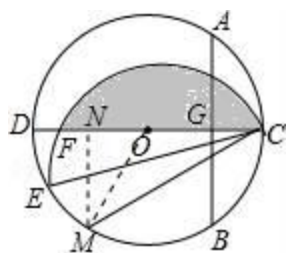


图2

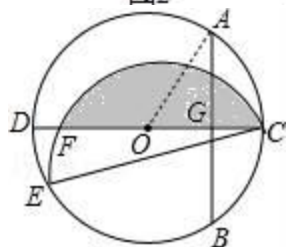
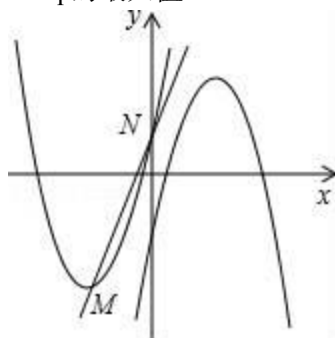


图1

23. 如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $C_1: y = \frac{3}{2}x^2 + 6x + 2$ 的顶点为 M ，与 y 轴相交于点 N ，先将抛物线 C_1 沿 x 轴翻折，再向右平移 p 个单位长度后得到抛物线 C_2 ：直线 $l: y = kx + b$ 经过 M ， N 两点.

- (1) 结合图象，直接写出不等式 $\frac{3}{2}x^2 + 6x + 2 < kx + b$ 的解集；
- (2) 若抛物线 C_2 的顶点与点 M 关于原点对称，求 p 的值及抛物线 C_2 的解析式；
- (3) 若直线 l 沿 y 轴向下平移 q 个单位长度后，与 (2) 中的抛物线 C_2 存在公共点，求 $3 - 4q$ 的最大值.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 令抛物线 C_1 的解析式中 $x=0$ ，求出 y 值即可得出点 N 的坐标，再利用配方法将抛物线 C_1 的解析式配方，即可得出顶点 M 的坐标，结合函数图象的上下位置关系，即可得出不等式的解集；

(2) 找出点 M 关于 x 轴对称的对称点的坐标，找出点 M 关于原点对称的对称点的坐标，二者横坐标做差即可得出 p 的值，根据抛物线的开口大小没变，开口方向改变，再结合平移后的抛物线的顶点坐标即可得出抛物线 C_2 的解析式；

(3) 由点 M 、 N 的坐标利用待定系数法即可求出直线 l 的解析式，根据直线 l 沿 y 轴向下平移 q 个单位长度后与抛物线 C_2 存在公共点，即可得出方程 $-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 2 = 3x + 2 - q$ 有实数

根, 利用根的判别式 $\Delta \geq 0$, 即可求出 q 的取值范围, 再根据一次函数的性质即可得出当 $q = \frac{5}{2}$ 时, $3 - 4q$ 取最大值, 代入数据求出最值即可.

【解答】 解: (1) 令 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x + 2 + 6x + 2$ 中 $x=0$, 则 $y=2$,

$\therefore N(0, 2)$;

$$\therefore y = \frac{3}{2}x^2 + 6x + 2 + 6x + 2 = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 4,$$

$\therefore M(-2, -4)$.

观察函数图象, 发现: 当 $-2 < x < 0$ 时, 抛物线 C_1 在直线 l 的下方,

$\therefore$ 不等式 $\frac{3}{2}x^2 + 6x + 2 < kx + b$ 的解集为 $-2 < x < 0$.

(2) $\because$ 抛物线 $C_1: y = \frac{3}{2}x^2 + 6x + 2$ 的顶点为 $M(-2, -4)$,

沿 x 轴翻折后的对称点坐标为 $(-2, 4)$.

$\therefore$ 抛物线 C_2 的顶点与点 M 关于原点对称,

$\therefore$ 抛物线 C_2 的顶点坐标为 $(2, 4)$,

$$\therefore p = 2 - (-2) = 4.$$

$\therefore$ 抛物线 C_2 与 C_1 开口大小相同, 开口方向相反,

$$\therefore \text{抛物线 } C_2 \text{ 的解析式为 } y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 4 = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - 2.$$

(3) 将 $M(-2, -4)$ 、 $N(0, 2)$ 代入 $y = kx + b$ 中,

$$\text{得: } \begin{cases} -2k + b = -4 \\ b = 2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 l 的解析式为 $y = 3x + 2$.

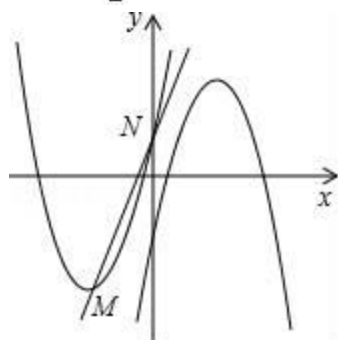
$\therefore$ 若直线 l 沿 y 轴向下平移 q 个单位长度后与抛物线 C_2 存在公共点,

$\therefore$ 方程 $-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 2 = 3x + 2 - q$ 有实数根, 即 $3x^2 - 6x + 8 - 2q$ 有实数根,

$$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times (8 - 2q) \geq 0, \text{ 解得: } q \geq \frac{5}{2}.$$

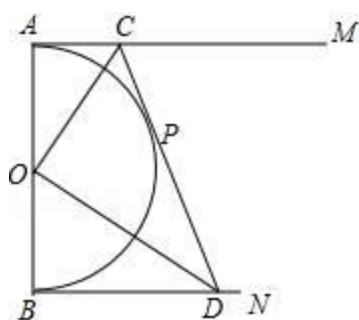
$$\therefore -4 < 0,$$

$\therefore$ 当 $q = \frac{5}{2}$ 时, $3 - 4q$ 取最大值, 最大值为 -7 .

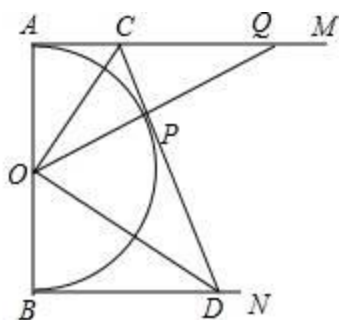


24. 如图①, 半圆 O 的直径 $AB=6$, AM 和 BN 是它的两条切线, CP 与半圆 O 相切于点 P , 并于 AM , BN 分别相交于 C , D 两点.

- (1) 请直接写出 $\angle COD$ 的度数；
- (2) 求 $AC \cdot BD$ 的值；
- (3) 如图②，连接 OP 并延长交 AM 于点 Q ，连接 DQ ，试判断 $\triangle PQD$ 能否与 $\triangle ACO$ 相似？若能相似，请求 $AC:BD$ 的值；若不能相似，请说明理由。



图①



图②

【考点】圆的综合题.

【分析】(1) 结论: $\angle COD=90^\circ$, 只要证明 $\angle OCD+\angle ODC=90^\circ$ 即可解决问题.

(2) 由 $RT\triangle AOC \sim RT\triangle BDO$, 得 $\frac{AC}{BO} = \frac{AO}{BD}$, 由此即可解决问题.

(3) 分两种情形①如图②中, 当 $\triangle PQD \sim \triangle ACO$ 时, ②如图②中, 当 $\triangle PQD \sim \triangle AOC$ 时, 分别计算即可.

【解答】解: (1) $\angle COD=90^\circ$.

理由: 如图①中, $\because AB$ 是直径, AM 、 BN 是切线,

$\therefore AM \perp AB$, $BN \perp AB$,

$\therefore AM \parallel BN$,

$\therefore CA$ 、 CP 是切线,

$\therefore \angle ACO = \angle OCP$, 同理 $\angle ODP = \angle ODB$,

$\therefore \angle ACD + \angle BDC = 180^\circ$,

$\therefore 2\angle OCD + 2\angle ODC = 180^\circ$,

$\therefore \angle OCD + \angle ODC = 90^\circ$,

$\therefore \angle COD = 90^\circ$.

(2) 如图①中, $\because AB$ 是直径, AM 、 BN 是切线,

$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACO + \angle AOC = 90^\circ$,

$\therefore \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOD + \angle AOC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACO = \angle BOD$,

$\therefore RT\triangle AOC \sim RT\triangle BDO$,

$$\therefore \frac{AC}{BO} = \frac{AO}{BD},$$

即 $AC \cdot BD = AO \cdot BO$,

$\because AB = 6$,

$\therefore AO = BO = 3$,

$\therefore AC \cdot BD = 9$.

(3) $\triangle PQD$ 能与 $\triangle ACQ$ 相似.

$\because$ CA 、 CP 是 $\odot O$ 切线,

$\therefore AC=CP$, $\angle 1=\angle 2$,

$\because$ DB 、 DP 是 $\odot O$ 切线,

$\therefore DB=DP$, $\angle B=\angle OPD=90^\circ$, $OD=OD$,

$\therefore \text{RT}\triangle ODB \cong \text{RT}\triangle ODP$,

$\therefore \angle 3=\angle 4$,

①如图②中, 当 $\triangle PQD \sim \triangle ACO$ 时, $\angle 5=\angle 1$,

$\because \angle ACO=\angle BOD$, 即 $\angle 1=\angle 3$,

$\therefore \angle 5=\angle 4$,

$\therefore DQ=DO$,

$\therefore \angle PDO=\angle PDQ$,

$\therefore \triangle DCQ \cong \triangle DCO$,

$\therefore \angle DCQ=\angle 2$,

$\because \angle 1+\angle 2+\angle DCQ=180^\circ$,

$\therefore \angle 1=60^\circ=\angle 3$,

在 $\text{RT}\triangle ACO$, $\text{RT}\triangle BDO$ 中, 分别求得 $AC=\sqrt{3}$, $BD=3\sqrt{3}$.

$\therefore AC:BD=1:3$.

②如图②中, 当 $\triangle PQD \sim \triangle AOC$ 时, $\angle 6=\angle 1$,

$\because \angle 2=\angle 1$,

$\therefore \angle 6=\angle 2$,

$\therefore CO \parallel QD$,

$\therefore \angle 1=\angle CQD$,

$\therefore \angle 6=\angle CQD$,

$\therefore CQ=CD$,

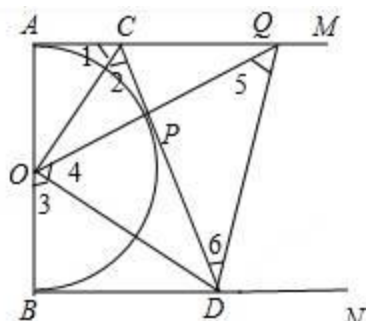
$\because S_{\triangle CDQ}=\frac{1}{2} \cdot CD \cdot PQ=\frac{1}{2} \cdot CQ \cdot AB$,

$\therefore PQ=AB=6$,

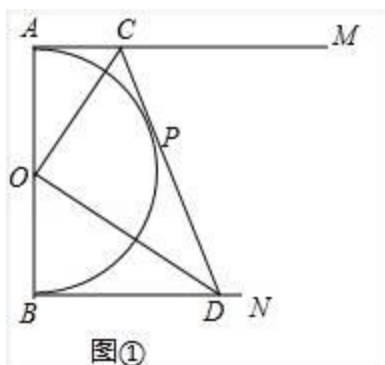
$\because CO \parallel QD$,

$\therefore \frac{PC}{PD}=\frac{PO}{PQ}$, 即 $\frac{AC}{BD}=\frac{3}{6}$,

$\therefore AC:BD=1:2$



图②

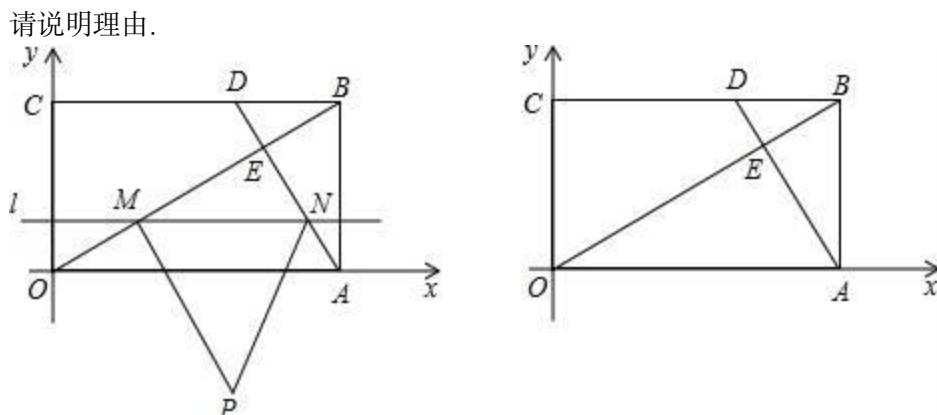


25. 如图, 矩形 OABC 的两边 OA, OC 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上, 点 B 的坐标为 $(4\sqrt{3}, 4)$, 点 D 在 CB 上, 且 $CD:DB=2:1$, OB 交 AD 于点 E. 平行于 x 轴的直线 l 从原点 O 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿 y 轴向上平移, 到 C 点时停止; l 与线段 OB, AD 分别相交与 M, N 两点, 以 MN 为边作等边 $\triangle MNP$ (点 P 在线段 MN 的下方). 设直线 l 的运动时间为 t (秒), $\triangle MNP$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分的面积为 S (平方单位).

(1) 直接写出点 E 的坐标;

(2) 求 S 与 t 的函数关系式;

(3) 是否存在某一时刻 t, 使得 $S = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$ 成立? 若存在, 请求出此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 四边形综合题.

【分析】 (1) 作辅助线, 利用平行相似, 得 $\triangle BDE \sim \triangle OAE$, 根据相似三角形对应高的比等于相似比列式求出 EH 的长, 即点 E 的纵坐标; 再根据勾股定理和 30° 角求 OH, 即点 E 的横坐标, 则 E $(3\sqrt{3}, 3)$;

(2) 先计算点 P 在 x 轴上时 $t=2$, 直线过点 E 时, $t=3$;

分三种情况讨论: ①当 $0 \leq t < 2$ 时, 如图 3, $\triangle MNP$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分的面积为梯形的面积;

②当 $2 \leq t \leq 3$ 时, 如图 4, $\triangle MNP$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分的面积为 $\triangle PMN$ 的面积;

③当 $3 < t \leq 4$ 时, 如图 5, $\triangle MNP$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分的面积为 $\triangle PMN$ 的面积的一半;

(3) 存在, 因为 $S_{\triangle ABD} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$, 根据 (2) 计算的 S 的值代入到 $S = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$ 分别列方程,

解出即可.

【解答】 解 (1) 如图 1, 过 E 作 $GH \perp OA$, 交 BC 于 G, 交 OA 于 H, 则 $GH \perp BC$,

$\therefore$ 四边形 OABC 是矩形,

$\therefore BC \parallel OA, BC=OA$,

$$\therefore B(4\sqrt{3}, 4),$$

$$\therefore OA=4\sqrt{3}, AB=GH=4,$$

$$\text{由勾股定理得: } OB=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8,$$

$$\therefore \angle EOA=30^\circ,$$

$$\therefore BC \parallel OA,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle OAE,$$

$$\therefore \frac{BD}{OA} = \frac{EG}{EH},$$

$$\therefore CD:DB=2:1,$$

$$\therefore \frac{BD}{OA} = \frac{EG}{EH} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore EH=3,$$

$$\therefore OE=2EH=6,$$

$$\therefore OH=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3},$$

$$\therefore E(3\sqrt{3}, 3);$$

(2) 如图 1, 在矩形 OABC 中,

$$\therefore \text{点 B 的坐标为 } (4\sqrt{3}, 4), \text{ 且 } CD:DB=2:1,$$

$$\therefore A(4\sqrt{3}, 0), D\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}, 4\right),$$

$$\text{可得直线 OB 的解析式为: } y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\text{直线 AD 的解析式为: } y_2 = -\sqrt{3}x+12,$$

当 $y_1=y_2=t$ 时, 可得点 M、N 的横坐标分别为:

$$x_M = \sqrt{3}t, x_N = 4\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}t,$$

$$\text{则 } MN = |x_M - x_N| = |4\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3}t|,$$

当点 P 运动到 x 轴时, 如图 2,

$$\therefore \triangle MNP \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore MN \cdot \sin 60^\circ = t, \text{ 解得 } t=2;$$

当 $t=3$ 时, M、N、P 三点重合, $S=0$;

讨论: ①当 $0 \leq t < 2$ 时, 如图 3, 设 PM、PN 分别交 x 轴于点 F、G,

则 $\triangle PFG$ 的高为 $MN \cdot \sin 60^\circ = t = 6 - 3t$,

$$\therefore \triangle PFG \text{ 的边长为 } \frac{6-3t}{\sin 60^\circ} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}t,$$

$$\therefore MN = x_N - x_M = 4\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3}t,$$

$$\therefore S = S_{\text{梯形 FGNM}},$$

$$= \frac{1}{2}t(4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}t + 4\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3}t),$$

$$= -\frac{5\sqrt{3}}{3}t^2 + 4\sqrt{3}t,$$

②当 $2 \leq t \leq 3$ 时, 如图 4,
此时等边 $\triangle MNP$ 整体落在 $\triangle OAB$ 内,
则 $\triangle PMN$ 的高为 $MN \cdot \sin 60^\circ = 6 - 2t$,

$$\therefore MN = x_N - x_M = 4\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3}t,$$

$$\therefore S = S_{\triangle MNP}$$

$$= \frac{1}{2} (6 - 2t) \left(4\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3}t \right) \\ = \frac{4\sqrt{3}}{3} t^2 - 8\sqrt{3}t + 12\sqrt{3}.$$

③当 $3 < t \leq 4$ 时, 如图 5,

在 $Rt\triangle OAB$ 中, $\angle AOB = 30^\circ$,

$$\therefore \angle NME = 30^\circ,$$

$\therefore$ 等边 $\triangle NMP$ 关于直线 OB 对称,

$$\therefore MN = |x_N - x_M| = \frac{4\sqrt{3}}{3}t - 4\sqrt{3},$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} S_{\triangle MNP}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (6 - 2t) \left(-4\sqrt{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3}t \right) \\ = -\frac{2\sqrt{3}}{3} t^2 + 4\sqrt{3}t - 6\sqrt{3}.$$

综上所述: ①当 $0 \leq t < 2$ 时, $S = -\frac{5\sqrt{3}}{3}t^2 + 4\sqrt{3}t$,

$$②当 2 \leq t \leq 3 时, S = \frac{4\sqrt{3}}{3} t^2 - 8\sqrt{3}t + 12\sqrt{3},$$

$$③当 3 < t \leq 4 时, S = -\frac{2\sqrt{3}}{3} t^2 + 4\sqrt{3}t - 6\sqrt{3},$$

④当 $t = 3$ 时, $S = 0$;

(3) 存在 t 的值, 使 $S = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD}$ 成立,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{8\sqrt{3}}{3}, \text{ 若 } S = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} \text{ 成立, 则:}$$

$$①当 0 \leq t < 2 时, 由 -\frac{5\sqrt{3}}{3} t^2 + 4\sqrt{3}t = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得: } t_1 = 2 \text{ (舍去), } t_2 = \frac{2}{5},$$

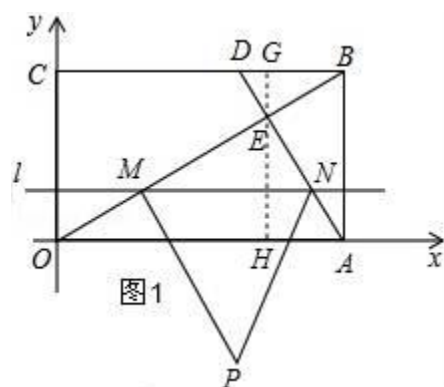
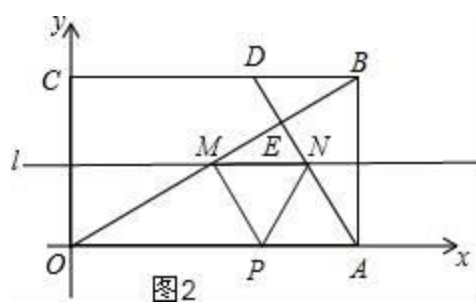
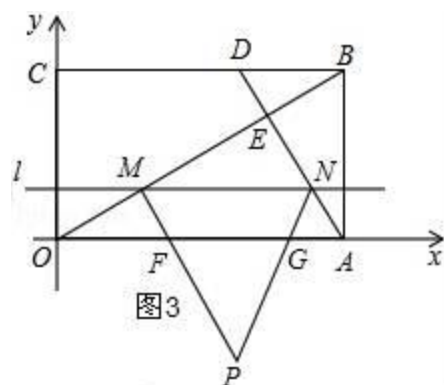
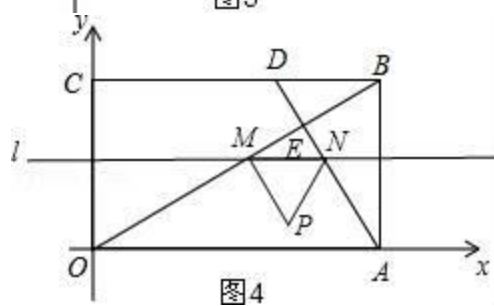
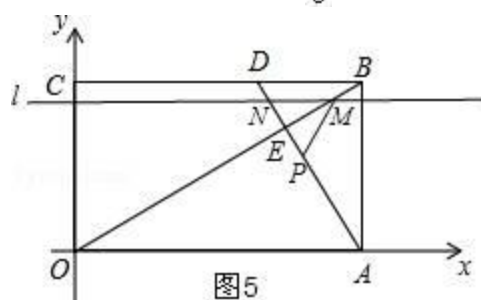
$$②当 2 \leq t \leq 3 时, 由 \frac{4\sqrt{3}}{3} t^2 - 8\sqrt{3}t + 12\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得: } t_1 = 2, t_2 = 4 \text{ (舍去),}$$

$$③当 3 < t \leq 4 时, 由 -\frac{2\sqrt{3}}{3} t^2 + 4\sqrt{3}t - 6\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$\Delta < 0$, 无实数解,

∴ 符合条件的 t 有: 2 或 $\frac{2}{5}$.



2016 年 10 月 15 日