

2015 年湖北省黄石市中考数学试卷

一. 仔细选一选 (每小题 3 分, 共 30 分 每小题的四个选项中只有一个是正确的)

1. (3 分) (2015•黄石) -5 的倒数是 ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

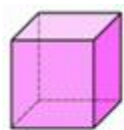
2. (3 分) (2015•黄石) 国家统计局数据显示, 截至 2014 年末全国商品房待售面积约为 62200 万平方米, 该数据用科学记数法可表示为 ()

- A. 6.22×10^4 B. 6.22×10^7 C. 6.22×10^8 D. 6.22×10^9

3. (3 分) (2015•黄石) 下列运算正确的是 ()

- A. $4m - m = 3$ B. $2m^2 \cdot m^3 = 2m^5$
C. $(-m^3)^2 = m^9$ D. $-(m+2n) = -m+2n$

4. (3 分) (2015•黄石) 下列四个立体图形中, 左视图为矩形的是 ()



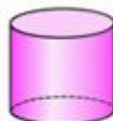
①正方体



②球



③圆锥



④圆柱

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ③④

5. (3 分) (2015•黄石) 某班组织了一次读书活动, 统计了 10 名同学在一周内的读书时间, 他们一周内的读书时间累计如表, 则这 10 名同学一周内累计读书时间的中位数是 ()

一周内累计的读书时间 (小时)	5	8	10	14
人数 (个)	1	4	3	2

- A. 8 B. 7 C. 9 D. 10

6. (3 分) (2015•黄石) 在下列艺术字中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

A.



B.



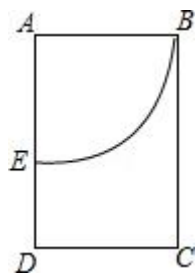
C.



D.



7. (3分) (2015•黄石) 在长方形 ABCD 中 $AB=16$, 如图所示裁出一扇形 ABE, 将扇形围成一个圆锥 (AB 和 AE 重合), 则此圆锥的底面半径为 ()



- A. 4 B. 16 C. $4\sqrt{2}$ D. 8

8. (3分) (2015•黄石) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BD \perp AC$, $\angle ABC=72^\circ$, 则 $\angle ABD=$ ()

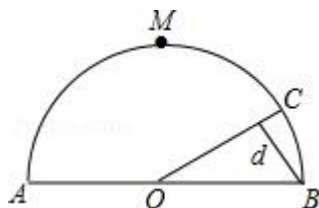


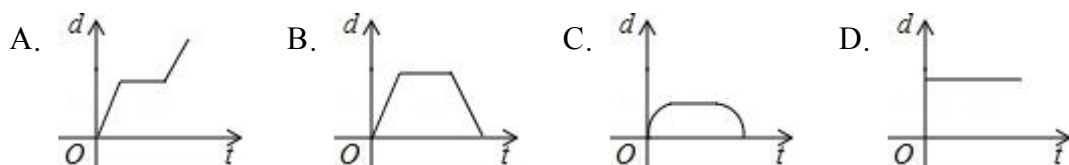
- A. 36° B. 54° C. 18° D. 64°

9. (3分) (2015•黄石) 当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $ax+2 > 0$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > -1$ B. $a > -2$ C. $a > 0$ D. $a > -1$ 且 $a \neq 0$

10. (3分) (2015•黄石) 如图是自行车骑行训练场地的一部分, 半圆 O 的直径 $AB=100$, 在半圆弧上有一运动员 C 从 B 点沿半圆周匀速运动到 M (最高点), 此时由于自行车故障原地停留了一段时间, 修理好继续以相同的速度运动到 A 点停止. 设运动时间为 t , 点 B 到直线 OC 的距离为 d , 则下列图象能大致刻画 d 与 t 之间的关系是 ()



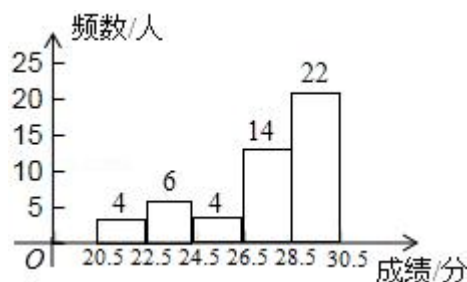


二.认真填一填 (每小题 3 分, 共 18 分)

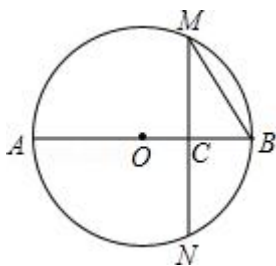
11. (3 分) (2015•黄石) 分解因式: $3x^2 - 27 =$ _____.

12. (3 分) (2015•黄石) 反比例函数 $y = \frac{2a-1}{x}$ 的图象有一支位于第一象限, 则常数 a 的取值范围是_____.

13. (3 分) (2015•黄石) 九年级 (3) 班共有 50 名同学, 如图是该班一次体育模拟测试成绩的频数分布直方图 (满分为 30 分, 成绩均为整数). 若将不低于 23 分的成绩评为合格, 则该班此次成绩达到合格的同学占全班人数的百分比是_____.



14. (3 分) (2015•黄石) 如图, 圆 O 的直径 $AB=8$, $AC=3CB$, 过 C 作 AB 的垂线交圆 O 于 M, N 两点, 连结 MB , 则 $\angle MBA$ 的余弦值为_____.



15. (3 分) (2015•黄石) 一食堂需要购买盒子存放食物, 盒子有 A, B 两种型号, 单个盒子的容量和价格如表. 现有 15 升食物需要存放且要求每个盒子要装满, 由于 A 型号盒子正做促销活动: 购买三个及三个以上可一次性返还现金 4 元, 则购买盒子所需要最少费用为_____元.

型号	A	B
单个盒子容量(升)	2	3
单价 (元)	5	6

16. (3 分) (2015•黄石) 现有多个全等直角三角形, 先取三个拼成如图 1 所示的形状, R 为 DE 的中点, BR 分别交 AC, CD 于 P, Q, 易得 BP: QR: QR=3: 1: 2.

(1) 若取四个直角三角形拼成如图 2 所示的形状, S 为 EF 的中点, BS 分别交 AC, CD, DE 于 P, Q, R, 则 BP: PQ: QR: RS=_____

(2) 若取五个直角三角形拼成如图 3 所示的形状, T 为 FG 的中点, BT 分别交 AC, CD, DE, EF 于 P, Q, R, S, 则 BP: PQ: QR: RS: ST=_____.

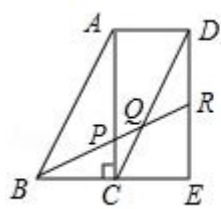


图1

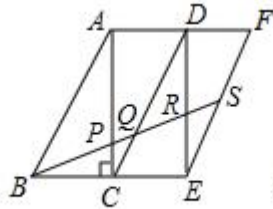


图2

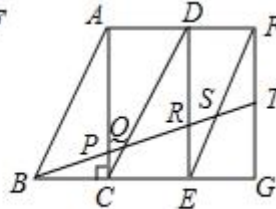


图3

三.解答题 (9 个小题, 共 72 分)

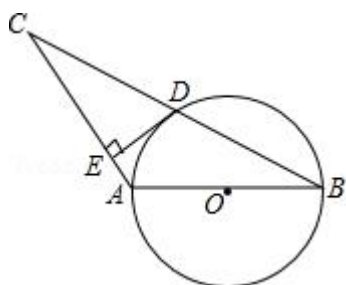
17. (7 分) (2015•黄石) 计算: $-\sqrt{8}+|-\sqrt{2}|+2\sin 45^{\circ}+\pi^0+(\frac{1}{2})^{-1}$.

18. (7 分) (2015•黄石) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-4x+4}{x} \div (\frac{2}{x}-1)$, 其中 $x=2-\sqrt{2}$.

19. (7 分) (2015•黄石) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=4$, $\angle ABC=30^{\circ}$, BC 交 $\odot O$ 于 D, D 是 BC 的中点.

(1) 求 BC 的长;

(2) 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E, 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线.



20. (8 分) (2015•黄石) 解方程组
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ \sqrt{3}x + 2y = 2 \end{cases}$$

21. (8 分) (2015•黄石) 父亲节快到了, 明明准备为爸爸煮四个大汤圆作早点: 一个芝麻馅, 一个水果馅, 两个花生馅, 四个汤圆除内部馅料不同外, 其它一切均相同.

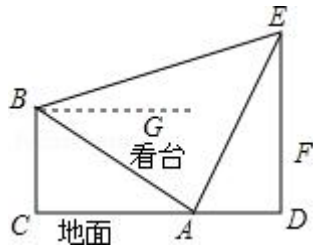
(1) 求爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的概率;

(2) 若给爸爸再增加一个花生馅的汤圆, 则爸爸吃前两个汤圆都是花生的可能性是否会增大? 请说明理由.

22. (8 分) (2015•黄石) 如图所示, 体育场内一看台与地面所成夹角为 30° , 看台最低点 A 到最高点 B 的距离为 $10\sqrt{3}$, A, B 两点正前方有垂直于地面的旗杆 DE. 在 A, B 两点处用仪器测量旗杆顶端 E 的仰角分别为 60° 和 15° (仰角即视线与水平线的夹角)

(1) 求 AE 的长;

(2) 已知旗杆上有一面旗在离地 1 米的 F 点处, 这面旗以 0.5 米/秒的速度匀速上升, 求这面旗到达旗杆顶端需要多少秒?



23. (8 分) (2015·黄石) 大学毕业生小王响应国家“自主创业”的号召, 利用银行小额无息贷款开办了一家饰品店. 该店购进一种今年新上市的饰品进行销售, 饰品的进价为每件 40 元, 售价为每件 60 元, 每月可卖出 300 件. 市场调查反映: 调整价格时, 售价每涨 1 元每月要少卖 10 件; 售价每下降 1 元每月要多卖 20 件. 为了获得更大的利润, 现将饰品售价调整为 $60+x$ (元/件) ($x > 0$ 即售价上涨, $x < 0$ 即售价下降), 每月饰品销量为 y (件), 月利润为 w (元).

(1) 直接写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 如何确定销售价格才能使月利润最大? 求最大月利润;

(3) 为了使每月利润不少于 6000 元应如何控制销售价格?

24. (9 分) (2015·黄石) 在 $\triangle AOB$ 中, C, D 分别是 OA, OB 边上的点, 将 $\triangle OCD$ 绕点 O 顺时针旋转到 $\triangle OC'D'$.

(1) 如图 1, 若 $\angle AOB=90^\circ$, $OA=OB$, C, D 分别为 OA, OB 的中点, 证明:

① $AC'=BD'$; ② $AC' \perp BD'$;

(2) 如图 2, 若 $\triangle AOB$ 为任意三角形且 $\angle AOB = \theta$, $CD \parallel AB$, AC' 与 BD' 交于点 E , 猜想 $\angle AEB = \theta$ 是否成立? 请说明理由.

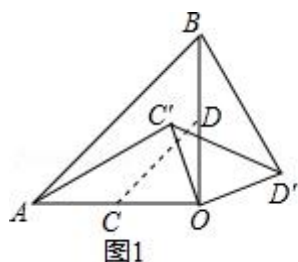


图1

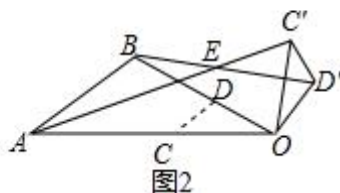


图2

25. (10 分) (2015·黄石) 已知双曲线 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$), 直线 $l_1: y - \sqrt{2} = k(x - \sqrt{2})$

($k < 0$) 过定点 F 且与双曲线交于 A, B 两点, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$), 直线 $l_2: y = -x + \sqrt{2}$.

(1) 若 $k = -1$, 求 $\triangle OAB$ 的面积 S ;

(2) 若 $AB = \frac{5}{2}\sqrt{2}$, 求 k 的值;

(3) 设 $N(0, 2\sqrt{2})$, P 在双曲线上, M 在直线 l_2 上且 $PM \parallel x$ 轴, 求 $PM + PN$ 最小值, 并求 $PM + PN$ 取得最小值时 P 的坐标. (参考公式: 在平面直角坐标系中, 若 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 则 A, B 两点间的距离为

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

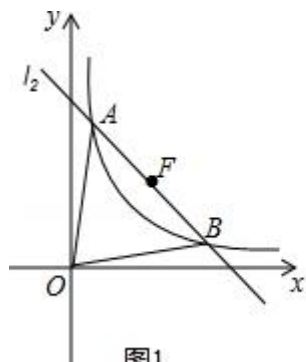


图1

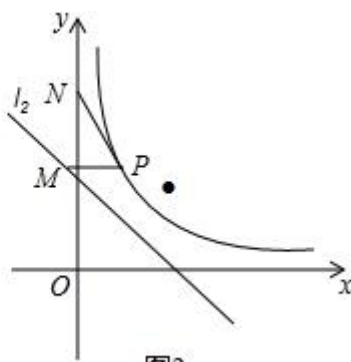


图2

2015 年湖北省黄石市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一.仔细选一选 (每小题 3 分, 共 30 分每小题的四个选项中只有一个是正确的)

1. (3 分) (2015•黄石) -5 的倒数是 ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

考点: 倒数. .

分析: 乘积是 1 的两数互为倒数, 所以 -5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

解答: 解: -5 与 $-\frac{1}{5}$ 的乘积是 1,

所以 -5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

故选 D.

点评: 本题主要考查倒数的概念: 乘积是 1 的两数互为倒数.

2. (3 分) (2015•黄石) 国家统计局数据显示, 截至 2014 年末全国商品房待售面积约为 62200 万平方米, 该数据用科学记数法可表示为 ()

- A. 6.22×10^4 B. 6.22×10^7 C. 6.22×10^8 D. 6.22×10^9

考点: 科学记数法—表示较大的数. .

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 62200 万用科学记数法表示为 6.22×10^8 .

故选 C

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形

式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2015•黄石) 下列运算正确的是 ()

- A. $4m - m = 3$ B. $2m^2 \cdot m^3 = 2m^5$
C. $(-m^3)^2 = m^9$ D. $-(m+2n) = -m+2n$

考点： 单项式乘单项式；合并同类项；去括号与添括号；幂的乘方与积的乘方..

分析： 分别利用合并同类项法则以及单项式乘以单项式运算法则和幂的乘方、去括号法则化简各式判断即可.

解答： 解：A、 $4m - m = 3m$ ，故此选项错误；

B、 $2m^2 \cdot m^3 = 2m^5$ ，正确；

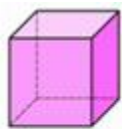
C、 $(-m^3)^2 = m^6$ ，故此选项错误；

D、 $-(m+2n) = -m - 2n$ ，故此选项错误；

故选：B.

点评： 此题主要考查了合并同类项法则以及单项式乘以单项式运算法则和幂的乘方、去括号法则等知识，正确掌握运算法则是解题关键.

4. (3 分) (2015•黄石) 下列四个立体图形中，左视图为矩形的是 ()



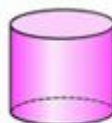
①正方体



②球



③圆锥



④圆柱

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ③④

考点： 简单几何体的三视图..

分析： 根据左视图是分别从物体左面看，所得到的图形，即可解答.

解答： 解：长方体左视图为矩形；球左视图为圆；圆锥左视图为三角形；圆柱

左视图为矩形；

因此左视图为矩形的有①④.

故选：B.

点评： 本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

5. (3 分) (2015•黄石) 某班组织了一次读书活动，统计了 10 名同学在一周内的读书时间，他们一周内的读书时间累计如表，则这 10 名同学一周内累计读书时间的中位数是 ()

一周内累计的读书时间 (小时)	5	8	10	14
人数 (个)	1	4	3	2

A. 8

B. 7

C. 9

D. 10

考点： 中位数. .

分析： 根据中位数的概念求解.

解答： 解：∵共有 10 名同学，

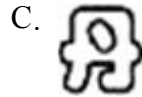
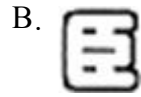
∴第 5 名和第 6 名同学的读书时间的平均数为中位数，

则中位数为： $\frac{8+10}{2}=9$.

故选 C.

点评： 本题考查了中位数的知识，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

6. (3 分) (2015•黄石) 在下列艺术字中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



考点： 中心对称图形；轴对称图形．．

分析： 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

解答： 解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形．故错误；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形．故错误；

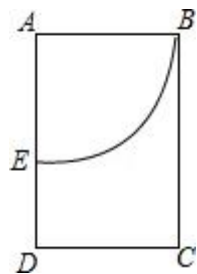
C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形．故错误；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形．故正确．

故选 D．

点评： 本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

7. (3 分) (2015•黄石) 在长方形 ABCD 中 AB=16，如图所示裁出一扇形 ABE，将扇形围成一个圆锥 (AB 和 AE 重合)，则此圆锥的底面半径为 ()



- A. 4 B. 16 C. $4\sqrt{2}$ D. 8

考点： 圆锥的计算．．

分析： 圆锥的底面圆半径为 r，根据圆锥的底面圆周长=扇形的弧长，列方程求解．

解答： 解：设圆锥的底面圆半径为 r，依题意，得

$$2\pi r = \frac{90\pi \times 16}{180},$$

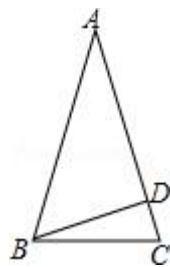
解得 r=4．

故小圆锥的底面半径为 4;

故选 A.

点评: 本题考查了圆锥的计算. 圆锥的侧面展开图为扇形, 计算要体现两个转化: 1、圆锥的母线长为扇形的半径, 2、圆锥的底面圆周长为扇形的弧长.

8. (3 分) (2015•黄石) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BD \perp AC$, $\angle ABC=72^\circ$, 则 $\angle ABD=$ ()



A. 36° B. 54° C. 18° D. 64°

考点: 等腰三角形的性质.

分析: 根据等腰三角形的性质由已知可求得 $\angle A$ 的度数, 再根据垂直的定义和三角形内角和定理不难求得 $\angle ABD$ 的度数.

解答: 解: $\because AB=AC$, $\angle ABC=72^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 36^\circ,$$

$$\because BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ.$$

故选: B.

点评: 本题主要考查等腰三角形的性质, 解答本题的关键是会综合运用等腰三角形的性质和三角形的内角和定理进行答题, 此题难度一般.

9. (3分) (2015•黄石) 当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $ax+2 > 0$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > -1$ B. $a > -2$ C. $a > 0$ D. $a > -1$ 且 $a \neq 0$

考点: 不等式的性质. .

分析: 当 $x=1$ 时, $a+2 > 0$; 当 $x=2$, $2a+2 > 0$, 解两个不等式, 得到 a 的范围, 最后综合得到 a 的取值范围.

解答: 解: 当 $x=1$ 时, $a+2 > 0$

解得: $a > -2$;

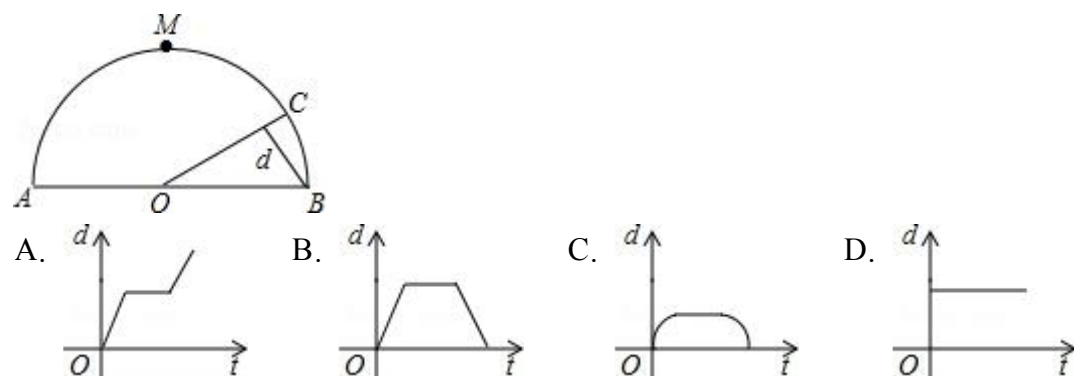
当 $x=2$, $2a+2 > 0$,

解得: $a > -1$,

$\therefore a$ 的取值范围为: $a > -1$.

点评: 本题考查了不等式的性质, 解决本题的关键是熟记不等式的性质.

10. (3分) (2015•黄石) 如图是自行车骑行训练场地的一部分, 半圆 O 的直径 $AB=100$, 在半圆弧上有一运动员 C 从 B 点沿半圆周匀速运动到 M (最高点), 此时由于自行车故障原地停留了一段时间, 修理好继续以相同的速度运动到 A 点停止. 设运动时间为 t , 点 B 到直线 OC 的距离为 d , 则下列图象能大致刻画 d 与 t 之间的关系是 ()



考点: 动点问题的函数图象. .

分析: 设运动员 C 的速度为 v , 则运动了 t 的路程为 vt , 设 $\angle BOC = \alpha$, 当点 C 从运动到 M 时, 当点 C 从 M 运动到 A 时, 分别求出 d 与 t 之间的关系

即可进行判断.

解答: 解: 设运动员 C 的速度为 v , 则运动了 t 的路程为 vt ,

设 $\angle BOC = \alpha$,

当点 C 从运动到 M 时,

$$\therefore vt = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot 50}{180} = \frac{5\pi \alpha}{18},$$

$$\therefore \alpha = \frac{18vt}{5\pi},$$

在直角三角形中, $\therefore d = 50 \sin \alpha = 50 \sin \frac{18vt}{5\pi} = 50 \sin \frac{180v}{\pi} t$,

$\therefore d$ 与 t 之间的关系 $d = 50 \sin \frac{180v}{\pi} t$,

当点 C 从 M 运动到 A 时, d 与 t 之间的关系 $d = 50 \sin (180 - \frac{180v}{\pi} t)$,

故选 C.

点评: 本题考查的是动点问题的函数图象, 熟知圆的特点是解答此题的关键.

二.认真填一填 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2015•黄石) 分解因式: $3x^2 - 27 = \underline{3(x+3)(x-3)}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

专题: 因式分解.

分析: 观察原式 $3x^2 - 27$, 找到公因式 3, 提出公因式后发现 $x^2 - 9$ 符合平方差公式, 利用平方差公式继续分解.

解答: 解: $3x^2 - 27$,

$$= 3(x^2 - 9),$$

$$= 3(x+3)(x-3).$$

故答案为: $3(x+3)(x-3)$.

点评: 本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式, 熟记公式是解题的关键, 难点在于要进行二次分解因式.

12. (3 分) (2015•黄石) 反比例函数 $y=\frac{2a-1}{x}$ 的图象有一支位于第一象限, 则常数 a 的取值范围是 $a>\frac{1}{2}$.

考点: 反比例函数的性质. .

分析: 根据反比例函数的性质: 当 $k>0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小可得 $2a-1>0$, 再解不等式即可.

解答: 解: $\because$ 反比例函数 $y=\frac{2a-1}{x}$ 的图象有一支位于第一象限,

$$\therefore 2a-1>0,$$

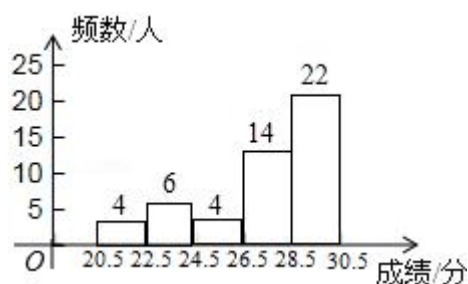
$$\text{解得: } a>\frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } a>\frac{1}{2}.$$

点评: 此题主要考查了反比例函数的性质, 关键是掌握反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$),

(1) $k>0$, 反比例函数图象在一、三象限; (2) $k<0$, 反比例函数图象在第二、四象限内.

13. (3 分) (2015•黄石) 九年级 (3) 班共有 50 名同学, 如图是该班一次体育模拟测试成绩的频数分布直方图 (满分为 30 分, 成绩均为整数). 若将不低于 23 分的成绩评为合格, 则该班此次成绩达到合格的同学占全班人数的百分比是 92%.



考点: 频数 (率) 分布直方图. .

分析: 利用合格的人数即 $50-4=46$ 人, 除以总人数即可求得.

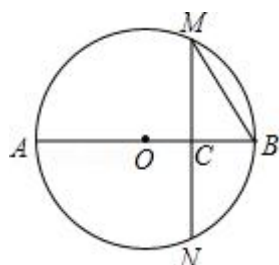
解答: 解: 该班此次成绩达到合格的同学占全班人数的百分比是

$$\frac{50-4}{50} \times 100\% = 92\%.$$

故答案是：92%.

点评： 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

14. (3分) (2015•黄石) 如图，圆O的直径AB=8，AC=3CB，过C作AB的垂线交圆O于M，N两点，连结MB，则 $\angle MBA$ 的余弦值为 $\frac{1}{2}$.



考点： 垂径定理；解直角三角形. .

分析： 如图，作辅助线；求出BC的长度；运用射影定理求出BM的长度，借助锐角三角函数的定义求出 $\angle MBA$ 的余弦值，即可解决问题.

解答： 解：如图，连接AM；

$$\because AB=8, AC=3CB,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{4}AB = 2;$$

$$\because AB \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径,}$$

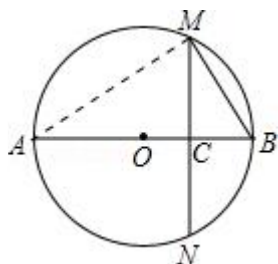
$$\therefore \angle AMB = 90^\circ;$$

由射影定理得：

$$BM^2 = AB \cdot CB,$$

$$\therefore BM = 4, \cos \angle MBA = \frac{BM}{AB} = \frac{1}{2}.$$

故答案为 $\frac{1}{2}$.



点评： 该题主要考查了圆周角定理及其推论、射影定理、锐角三角函数的定义等知识点及其应用问题；解题的方法是作辅助线，构造直角三角形；解题的关键是灵活运用圆周角定理及其推论、射影定理等知识点来分析、判断、解答.

15. (3 分) (2015•黄石) 一食堂需要购买盒子存放食物，盒子有 A, B 两种型号，单个盒子的容量和价格如表. 现有 15 升食物需要存放且要求每个盒子要装满，由于 A 型号盒子正做促销活动：购买三个及三个以上可一次性返还现金 4 元，则购买盒子所需要最少费用为 29 元.

型号	A	B
单个盒子容量(升)	2	3
单价 (元)	5	6

考点： 一次函数的应用. .

分析： 设购买 A 种型号盒子 x 个，购买盒子所需要费用为 y 元，则购买 B 种盒子的个数为 $\frac{15-2x}{3}$ 个，分两种情况讨论：①当 $0 \leq x < 3$ 时；②当 $3 \leq x$ 时，利用一次函数的性质即可解答.

解答： 解：设购买 A 种型号盒子 x 个，购买盒子所需要费用为 y 元，则购买 B 种盒子的个数为 $\frac{15-2x}{3}$ 个，

$$\text{①当 } 0 \leq x < 3 \text{ 时, } y = 5x + \frac{15-2x}{3} \times 6 = x + 30,$$

$$\because k=1 > 0,$$

∴y 随 x 的增大而增大,

∴当 x=0 时, y 有最小值, 最小值为 30 元;

②当 $3 \leq x$ 时, $y = 5x + \frac{15-2x}{3} \times 6 - 4 = 26 + x,$

∵k=1 > 0,

∴y 随 x 的增大而增大,

∴当 x=3 时, y 有最小值, 最小值为 29 元;

综合①②可得, 购买盒子所需要最少费用为 29 元.

故答案为: 29.

点评: 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是根据题意列出函数解析式, 利用一次函数的性质解决最小值的问题, 注意分类讨论思想的应用.

16. (3 分) (2015•黄石) 现有多个全等直角三角形, 先取三个拼成如图 1 所示的形状, R 为 DE 的中点, BR 分别交 AC, CD 于 P, Q, 易得 BP: PQ: QR=3: 1: 2.

(1) 若取四个直角三角形拼成如图 2 所示的形状, S 为 EF 的中点, BS 分别交 AC, CD, DE 于 P, Q, R, 则 BP: PQ: QR: RS= 4: 1: 3: 2

(2) 若取五个直角三角形拼成如图 3 所示的形状, T 为 FG 的中点, BT 分别交 AC, CD, DE, EF 于 P, Q, R, S, 则 BP: PQ: QR: RS: ST= 5: 1: 4: 2: 3.

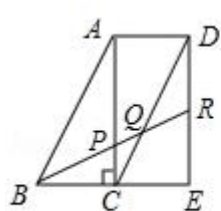


图1

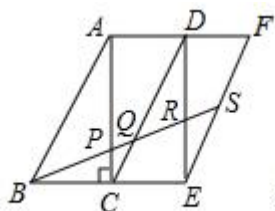


图2

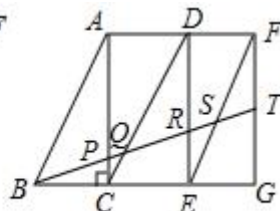


图3

考点: 相似三角形的判定与性质. .

分析: (1) 首先证明 $\triangle BCQ \sim \triangle BES$, 从而可求得 $CQ = \frac{1}{4}EF$, $DQ = \frac{3}{4}EF$, 然后

证明 $\triangle BAP \sim \triangle QDR$ 得到 $BP: QR=4: 3$ 从而可知: $BP: PQ: QR=4: 1:$

3, 然后由 $DQ \parallel SE$, 可知: $QR: RS=DQ: SE=3: 2$, 从而可求得 $BP:$

$PQ: QR: RS=4: 1: 3: 2$;

(2) 由 $AC \parallel DE \parallel GF$, 可知: $\triangle BPC \sim \triangle BER \sim \triangle BTG$, 能够求得: $AP:$

$DR: FT=5: 4: 3$, 然后再证明 $\triangle BAP \sim \triangle QDR \sim \triangle SFT$, 求得 $BP:$

$QR: ST=AP: DR: FT=5: 4: 3$, 因为 $\therefore BP: QR: RT=1: 1: 1$, 所以

可求得: $BP: PQ: QR: RS: ST=5: 1: 4: 2: 3$.

解答: 解: (1) $\therefore$ 四个直角三角形是全等三角形,

$\therefore AB=EF=CD, AB \parallel EF \parallel CD, BC=CE, AC \parallel DE$,

$\therefore BP: PR=BC: CE=1$,

$\therefore CD \parallel EF$,

$\therefore \triangle BCQ \sim \triangle BES$.

又 $\therefore BC=CE$

$\therefore CQ=\frac{1}{2}SE=\frac{1}{4}EF$,

$\therefore DQ=\frac{3}{4}EF$

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABP=\angle DQR$.

又 $\therefore \angle BAP=\angle QDR$,

$\therefore \triangle BAP \sim \triangle QDR$.

$\therefore BP: QR=4: 3$.

$\therefore BP: PQ: QR=4: 1: 3$,

$\therefore DQ \parallel SE$,

$$\therefore QR: RS=DQ: SE=3: 2,$$

$$\therefore BP: PQ: QR: RS=4: 1: 3: 2.$$

故答案为: 4: 1: 3: 2;

(2) $\because$ 五个直角三角形是全等直角三角形

$$\therefore AB=CD=EF, AB \parallel CD \parallel EF, AC=DE=GF, AC \parallel DE \parallel GF,$$

$$BC=CE=EG,$$

$$\therefore BP=PR=RT,$$

$$\therefore AC \parallel DE \parallel GF,$$

$$\therefore \triangle BPC \sim \triangle BER \sim \triangle BTG,$$

$$\therefore PC=\frac{1}{3}TG=\frac{1}{6}FG, RE=\frac{2}{3}TG=\frac{1}{3}FG,$$

$$\therefore AP=\frac{5}{6}FG, DR=\frac{2}{3}FG, FT=\frac{1}{2}FG$$

$$\therefore AP: DR: FT=5: 4: 3.$$

$$\therefore AC \parallel DE \parallel GF,$$

$$\therefore \angle BPA=\angle QRD=\angle STF.$$

$$\text{又} \because \angle BAP=\angle QDR=\angle SFT,$$

$$\therefore \triangle BAP \sim \triangle QDR \sim \triangle SFT.$$

$$\therefore BP: QR: ST=AP: DR: FT=5: 4: 3.$$

$$\text{又} \because BP: QR: RT=1: 1: 1,$$

$$\therefore BP: PQ: QR: RS: ST=5: (5-4): 4: (5-3): 3=5: 1: 4: 2: 3.$$

故答案为: 5: 1: 4: 2: 3.

点评: 本题主要考查的是相似三角形的判定和性质, 找出图中的相似三角形, 求得相应线段之间的比例关系是解题的关键.

三.解答题 (9 个小题, 共 72 分)

17. (7分) (2015•黄石) 计算: $-\sqrt{8}+|-\sqrt{2}|+2\sin 45^{\circ}+\pi^0+(\frac{1}{2})^{-1}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项化为最简二次根式, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 第三项利用特殊角的三角函数值计算, 第四项利用零指数幂法则计算, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= -2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 2 = 3$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (7分) (2015•黄石) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-4x+4}{x} \div (\frac{2}{x}-1)$, 其中 $x=2-\sqrt{2}$.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 $= \frac{(x-2)^2}{x} \div \frac{2-x}{x} = -\frac{(x-2)^2}{x} \cdot \frac{x}{x-2} = -x+2$,

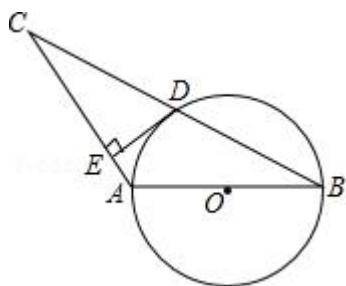
当 $x=2-\sqrt{2}$ 时, 原式 $= -2+\sqrt{2}+2=\sqrt{2}$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (7分) (2015•黄石) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=4$, $\angle ABC=30^{\circ}$, BC 交 $\odot O$ 于 D , D 是 BC 的中点.

(1) 求 BC 的长;

(2) 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E , 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线.



考点：切线的判定；含 30° 度角的直角三角形；圆周角定理．

分析： (1) 根据圆周角定理求得 $\angle ADB = 90^\circ$ ，然后解直角三角形即可求得 BD，进而求得 BC 即可；

(2) 要证明直线 DE 是 $\odot O$ 的切线只要证明 $\angle EDO = 90^\circ$ 即可．

解答： 证明：(1) 解：连接 AD，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle ABC = 30^\circ$ ， $AB = 4$ ，

$\therefore BD = 2\sqrt{3}$ ，

$\because D$ 是 BC 的中点，

$\therefore BC = 2BD = 4\sqrt{3}$ ；

(2) 证明：连接 OD．

$\because D$ 是 BC 的中点， O 是 AB 的中点，

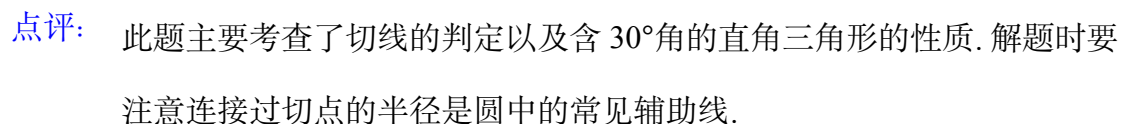
$\therefore DO$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore OD \parallel AC$ ，则 $\angle EDO = \angle CED$

又 $\because DE \perp AC$ ，

$\therefore \angle CED = 90^\circ$ ， $\angle EDO = \angle CED = 90^\circ$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线．



20. (8分) (2015•黄石) 解方程组 $\begin{cases} x^2+4y^2=4 \\ \sqrt{3}x+2y=2 \end{cases}$.

分析: 由②得 $4y^2 = 4 - 4\sqrt{3}x + 3x^2$ ③, 把③代入①解答即可.

解答: 解: $\begin{cases} x^2+4y^2=4 \text{ ①} \\ \sqrt{3}x+2y=2 \text{ ②} \end{cases}$, 由②得 $4y^2=4-4\sqrt{3}x+3x^2$ ③,

把③代入①得: $x^2 - \sqrt{3}x = 0$,

解得: $x_1=0, x_2=\sqrt{3}$,

当 $x_1=0$ 时, $y_1=1$;

当 $x_2 = \sqrt{3}$ 时, $y_2 = -\frac{1}{2}$,

所以方程组的解是 $\begin{cases} x_1=0 \\ y_2=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=\sqrt{3} \\ y_2=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

点评: 此题考查高次方程问题, 关键是把高次方程化为一般方程再解答.

21. (8 分) (2015•黄石) 父亲节快到了, 明明准备为爸爸煮四个大汤圆作早点: 一个芝麻馅, 一个水果馅, 两个花生馅, 四个汤圆除内部馅料不同外, 其它一切均相同.

(1) 求爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的概率;

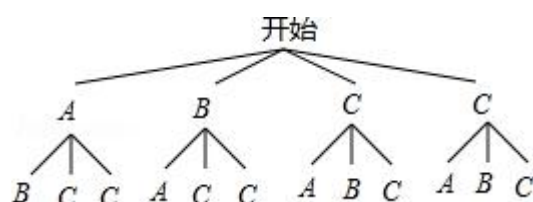
(2) 若给爸爸再增加一个花生馅的汤圆，则爸爸吃前两个汤圆都是花生的可能性是否会增大？请说明理由.

考点：列表法与树状图法.

分析： (1) 首先分别用 A, B, C 表示芝麻馅、水果馅、花生馅的大汤圆，然后根据题意画树状图，再由树状图求得所有等可能的结果与爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的情况，然后利用概率公式求解即可求得答案；

(2) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与爸爸吃前两个汤圆都是花生的情况，再利用概率公式即可求得给爸爸再增加一个花生馅的汤圆，则爸爸吃前两个汤圆都是花生的概率，比较大小，即可知爸爸吃前两个汤圆都是花生的可能性是否会增大.

解答： 解：(1) 分别用 A, B, C 表示芝麻馅、水果馅、花生馅的大汤圆，画树状图得：

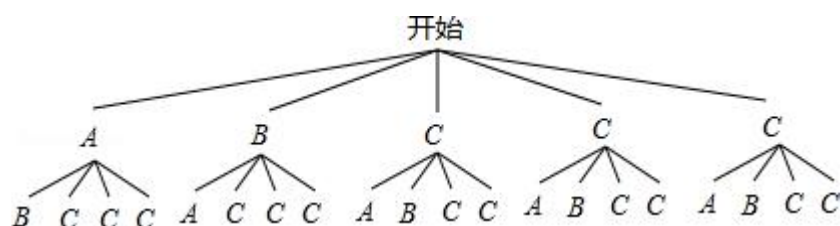


∴ 共有 12 种等可能的结果，爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的有 2 种情况，

∴ 爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的概率为： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$;

(2) 会增大.

理由：分别用 A, B, C 表示芝麻馅、水果馅、花生馅的大汤圆，画树状图得：



∴ 共有 20 种等可能的结果，爸爸吃前两个汤圆都是花生的有 6 种情况，

∴爸爸吃前两个汤圆都是花生的概率为： $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}>\frac{1}{6}$;

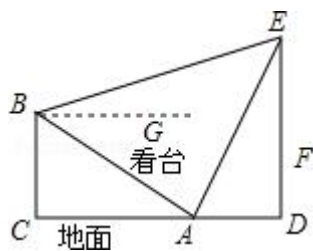
∴给爸爸再增加一个花生馅的汤圆，则爸爸吃前两个汤圆都是花生的可能性会增大.

点评：此题考查了树状图法与列表法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (8分) (2015•黄石) 如图所示，体育场内一看台与地面所成夹角为 30° ，看台最低点 A 到最高点 B 的距离为 $10\sqrt{3}$ ，A、B 两点正前方有垂直于地面的旗杆 DE. 在 A、B 两点处用仪器测量旗杆顶端 E 的仰角分别为 60° 和 15° (仰角即视线与水平线的夹角)

(1) 求 AE 的长;

(2) 已知旗杆上有一面旗在离地 1 米的 F 点处，这面旗以 0.5 米/秒的速度匀速上升，求这面旗到达旗杆顶端需要多少秒?



考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题. .

分析： (1) 先求得 $\angle ABE$ 和 $\angle AEB$ ，利用等腰直角三角形即可求得 AE;

(2) 在 $\text{RT}\triangle ADE$ 中，利用 $\sin \angle EAD = \frac{DE}{AE}$ ，求得 ED 的长，即可求得这面旗到达旗杆顶端需要的时间.

解答： 解：(1) $\because BG \parallel CD$,

$$\therefore \angle GBA = \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle GBE = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle BAE=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle AEB=45^{\circ},$$

$$\therefore AB=AE=10\sqrt{3},$$

故 AE 的长为 $10\sqrt{3}$ 米.

$$(2) \text{ 在 } \text{RT}\triangle ADE \text{ 中, } \sin \angle EAD = \frac{DE}{AE},$$

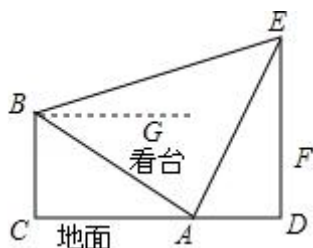
$$\therefore DE = 10\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15,$$

$$\text{又} \because DF=1,$$

$$\therefore FE=14,$$

$$\therefore \text{时间 } t = \frac{14}{0.5} = 28 \text{ (秒)}.$$

故旗子到达旗杆顶端需要 28 秒.



点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 此类问题的解决关键是建立数学建模, 把实际问题转化成数学问题, 利用数学知识解决.

23. (8 分) (2015•黄石) 大学毕业生小王响应国家“自主创业”的号召, 利用银行小额无息贷款开办了一家饰品店. 该店购进一种今年新上市的饰品进行销售, 饰品的进价为每件 40 元, 售价为每件 60 元, 每月可卖出 300 件. 市场调查反映: 调整价格时, 售价每涨 1 元每月要少卖 10 件; 售价每下降 1 元每月要多卖 20 件. 为了获得更大的利润, 现将饰品售价调整为 $60+x$ (元/件) ($x>0$ 即售价上涨, $x<0$ 即售价下降), 每月饰品销量为 y (件), 月利润为 w (元).

(1) 直接写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 如何确定销售价格才能使月利润最大? 求最大月利润;

(3) 为了使每月利润不少于 6000 元应如何控制销售价格?

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 直接根据题意售价每涨 1 元每月要少卖 10 件; 售价每下降 1 元每月要多卖 20 件, 进而得出等量关系;

(2) 利用每件利润 $\times$ 销量=总利润, 进而利用配方法求出即可;

(3) 利用函数图象结合一元二次方程的解法得出符合题意的答案.

解答: 解: (1) 由题意可得: $y = \begin{cases} 300 - 10x & (0 \leq x \leq 30) \\ 300 - 20x & (-20 \leq x < 0) \end{cases}$;

(2) 由题意可得: $w = \begin{cases} (20+x)(300-10x) & (0 \leq x \leq 30) \\ (20+x)(300-20x) & (-20 \leq x < 0) \end{cases}$,

化简得: $w = \begin{cases} -10x^2 + 100x + 6000 & (0 \leq x \leq 30) \\ -20x^2 - 100x + 6000 & (-20 \leq x < 0) \end{cases}$,

即 $w = \begin{cases} -10(x-5)^2 + 6250 & (0 \leq x \leq 30) \\ -20(x+\frac{5}{2})^2 + 6125 & (-20 \leq x < 0) \end{cases}$,

由题意可知 x 应取整数, 故当 $x = -2$ 或 $x = -3$ 时, $w < 6125 < 6250$,

故当销售价格为 65 元时, 利润最大, 最大利润为 6250 元;

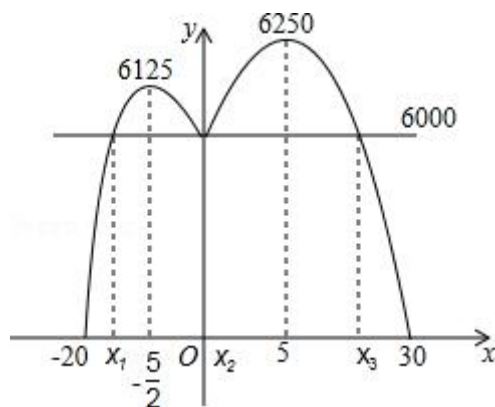
(3) 由题意 $w \geq 6000$, 如图, 令 $w = 6000$,

即 $6000 = -10(x-5)^2 + 6250$, $6000 = -20(x+\frac{5}{2})^2 + 6125$,

解得: $x_1 = -5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 10$,

$-5 \leq x \leq 10$,

故将销售价格控制在 55 元到 70 元之间 (含 55 元和 70 元) 才能使每月利润不少于 6000 元.



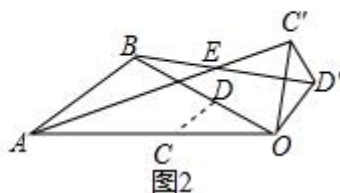
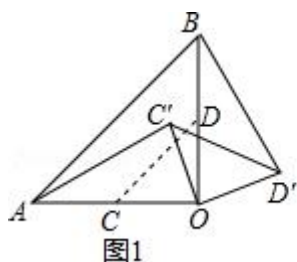
点评： 此题主要考查了二次函数的应用以及配方法求二次函数最值等知识，利用函数图象得出 x 的取值范围是解题关键.

24. (9 分) (2015•黄石) 在 $\triangle AOB$ 中, C, D 分别是 OA, OB 边上的点, 将 $\triangle OCD$ 绕点 O 顺时针旋转到 $\triangle OC'D'$.

(1) 如图 1, 若 $\angle AOB=90^\circ$, $OA=OB$, C, D 分别为 OA, OB 的中点, 证明:

① $AC'=BD'$; ② $AC' \perp BD'$;

(2) 如图 2, 若 $\triangle AOB$ 为任意三角形且 $\angle AOB=\theta$, $CD \parallel AB$, AC' 与 BD' 交于点 E , 猜想 $\angle AEB=\theta$ 是否成立? 请说明理由.



考点： 相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；旋转的性质．

分析： (1) ①由旋转的性质得出 $OC=OC'$, $OD=OD'$, $\angle AOC'=\angle BOD'$, 证出 $OC'=OD'$, 由 SAS 证明 $\triangle AOC' \cong \triangle BOD'$, 得出对应边相等即可;

②由全等三角形的性质得出 $\angle OAC'=\angle OBD'$, 又由对顶角相等和三角形内角和定理得出 $\angle BEA=90^\circ$, 即可得出结论;

(2) 由旋转的性质得出 $OC=OC'$, $OD=OD'$, $\angle AOC'=\angle BOD'$, 由平行线得出比例式 $\frac{OC}{OA}=\frac{OD}{OB}$, 得出 $\frac{OC'}{OD'}=\frac{OA}{OB}$, 证明 $\triangle AOC' \sim \triangle BOD'$, 得出 $\angle OAC'=\angle OBD'$ 再由对顶角相等和三角形内角和定理即可得出 $\angle AEB=\theta$.

解答:

(1) 证明: ① $\because \triangle OCD$ 旋转到 $\triangle OC'D'$,

$\therefore OC=OC'$, $OD=OD'$, $\angle AOC'=\angle BOD'$,

$\because OA=OB$, C 、 D 为 OA 、 OB 的中点,

$\therefore OC=OD$,

$\therefore OC'=OD'$,

在 $\triangle AOC'$ 和 $\triangle BOD'$ 中, $\begin{cases} OA=OB \\ \angle AOC' = \angle BOD' \\ OC' = OD' \end{cases}$,

$\therefore \triangle AOC' \cong \triangle BOD'$ (SAS),

$\therefore AC'=BD'$;

② 延长 AC' 交 BD' 于 E , 交 BO 于 F , 如图 1 所示:

$\because \triangle AOC' \cong \triangle BOD'$,

$\therefore \angle OAC'=\angle OBD'$,

又 $\angle AFO=\angle BFE$, $\angle OAC'+\angle AFO=90^\circ$,

$\therefore \angle OBD'+\angle BFE=90^\circ$,

$\therefore \angle BEA=90^\circ$,

$\therefore AC' \perp BD'$;

(2) 解: $\angle AEB=\theta$ 成立, 理由如下: 如图 2 所示:

$\because \triangle OCD$ 旋转到 $\triangle OC'D'$,

$$\therefore OC=OC', OD=OD', \angle AOC'=\angle BOD',$$

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB},$$

$$\therefore \frac{OC'}{OA} = \frac{OD'}{OB},$$

$$\therefore \frac{OC'}{OD'} = \frac{OA}{OB},$$

$$\text{又 } \angle AOC' = \angle BOD',$$

$$\therefore \triangle AOC' \sim \triangle BOD',$$

$$\therefore \angle OAC' = \angle OBD',$$

$$\text{又 } \angle AFO = \angle BFE,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AOB = \theta.$$

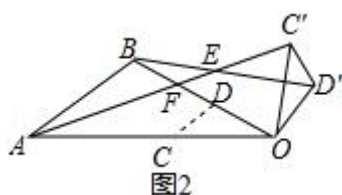


图2

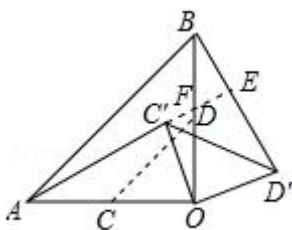


图1

点评： 本题考查了旋转的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质；熟练掌握旋转的性质，并能进行推理论证是解决问题的关键。

25. (10 分) (2015•黄石) 已知双曲线 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$), 直线 $l_1: y - \sqrt{2} = k(x - \sqrt{2})$

($k < 0$) 过定点 F 且与双曲线交于 A, B 两点, 设 A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) ($x_1 < x_2$), 直线 $l_2: y = -x + \sqrt{2}$.

(1) 若 $k = -1$, 求 $\triangle OAB$ 的面积 S;

(2) 若 $AB = \frac{5}{2}\sqrt{2}$, 求 k 的值;

(3) 设 $N(0, 2\sqrt{2})$, P 在双曲线上, M 在直线 l_2 上且 $PM \parallel x$ 轴, 求 $PM+PN$ 最小值, 并求 $PM+PN$ 取得最小值时 P 的坐标. (参考公式: 在平面直角坐标系中, 若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 则 A, B 两点间的距离为

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

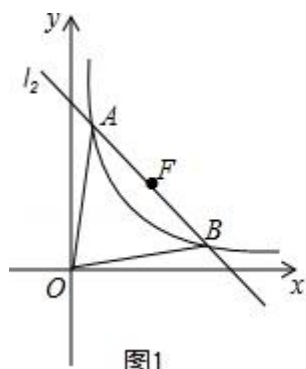


图1

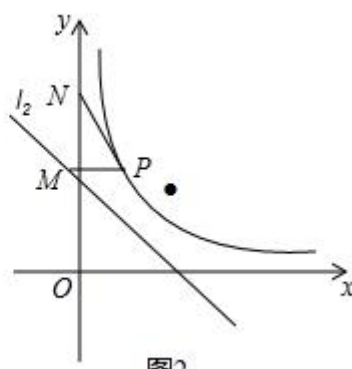


图2

考点: 反比例函数综合题.

分析: (1) 将 l_1 与 $y = \frac{1}{x}$ 组成方程组, 即可得到 C 点坐标, 从而求出 $\triangle OAB$ 的面积;

(2) 根据题意得:
$$\begin{cases} y - \sqrt{2} = k(x - \sqrt{2}) \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$$
 整理得: $kx^2 + \sqrt{2}(1-k)x - 1 = 0$ ($k < 0$), 根据根与系数的关系得到 $2k^2 + 5k + 2 = 0$, 从而求出 k 的值;

(3) 设 $P(x, \frac{1}{x})$, 则 $M(-\frac{1}{x} + \sqrt{2}, \frac{1}{x})$, 根据 $PM = PF$, 求出点 P 的坐标.

解答: 解: (1) 当 $k=1$ 时, $l_1: y = -x + 2\sqrt{2}$,

联立得,
$$\begin{cases} y = -x + 2\sqrt{2} \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$$
, 化简得 $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$,

解得: $x_1 = \sqrt{2} - 1$, $x_2 = \sqrt{2} + 1$,

设直线 l_1 与 y 轴交于点 C , 则 $C(0, 2\sqrt{2})$.

$$S_{\triangle OAB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot (x_2 - x_1) = 2\sqrt{2};$$

$$(2) \text{ 根据题意得: } \begin{cases} y - \sqrt{2} = k(x - \sqrt{2}) \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \text{整理得: } kx^2 + \sqrt{2}(1-k)x - 1 = 0 \quad (k < 0),$$

$$1 = 0 \quad (k < 0),$$

$$\therefore \Delta = [\sqrt{2}(1-k)]^2 - 4 \times k \times (-1) = 2(1+k^2) > 0,$$

$\therefore x_1, x_2$ 是方程的两根,

$$\therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{\sqrt{2}(k-1)}{k} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{k} \end{cases} \quad \text{①},$$

$$\therefore AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right)^2},$$

,

$$= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 \left(1 + \frac{1}{x_1 \cdot x_2}\right)},$$

$$= \sqrt{[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2] \left(1 + \frac{1}{x_1 \cdot x_2}\right)},$$

$$\text{将①代入得, } AB = \sqrt{\frac{2(k^2+1)^2}{k^2}} = \frac{\sqrt{2}(k^2+1)}{-k} \quad (k < 0),$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}(k^2+1)}{-k} = \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{整理得: } 2k^2 + 5k + 2 = 0,$$

$$\text{解得: } k = 2, \text{ 或 } k = -\frac{1}{2};$$

(3) $F(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, 如图:

设 $P(x, \frac{1}{x})$, 则 $M(-\frac{1}{x} + \sqrt{2}, \frac{1}{x})$,

$$\text{则 } PM = x + \frac{1}{x} - \sqrt{2} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x} - \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4},$$

$$\therefore PF = \sqrt{(x - \sqrt{2})^2 + \left(\frac{1}{x} - \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4},$$

$$\therefore PM = PF.$$

$$\therefore PM+PN=PF+PN\geq NF=2,$$

当点 P 在 NF 上时等号成立，此时 NF 的方程为 $y = -x + 2\sqrt{2}$,

由 (1) 知 P $(\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+1)$,

$\therefore$ 当 P $(\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+1)$ 时，PM+PN 最小值是 2.

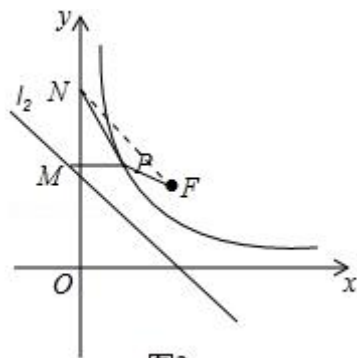


图2

点评: 本题考查了反比例函数综合题，涉及函数图象的交点与方程组的解的关系、三角形的面积、一元二次方程根的判别式、一元二次方程的解法、两点间的距离公式的等知识，综合性较强.