

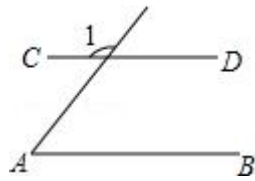
2015 年湖北省随州市中考数学试卷

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分随州市 2015 年初中毕业升学考试数学试题

1. 在 -1 , -2 , 0 , 1 四个数中最小的数是 ()

- A. -1 B. -2 C. 0 D. 1

2. (3 分) (2015•随州) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle A=50^\circ$, 则 $\angle 1$ 的大小是 ()



- A. 50° B. 120° C. 130° D. 150°

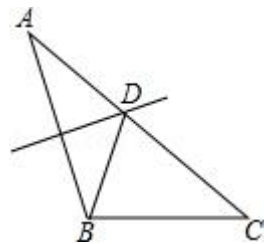
3. (3 分) (2015•随州) 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 6x - 4 = 0$, 下列变形正确的是 ()

- A. $(x - 6)^2 = -4 + 36$ B. $(x - 6)^2 = 4 + 36$
C. $(x - 3)^2 = -4 + 9$ D. $(x - 3)^2 = 4 + 9$

4. (3 分) (2015•随州) 下列说法正确的是 ()

- A. “购买 1 张彩票就中奖”是不可能事件
B. “掷一次骰子, 向上一面的点数是 6”是随机事件
C. 了解我国青年人喜欢的电视节目应作全面调查
D. 甲、乙两组数据, 若 $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$, 则乙组数据波动大

5. (3 分) (2015•随州) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=6$, $BC=4$, 边 AB 的垂直平分线交 AC 于点 D , 则 $\triangle BDC$ 的周长是 ()

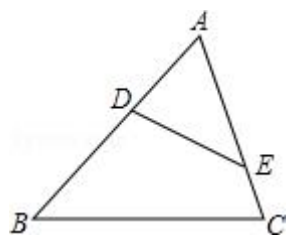


- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

6. (3 分) (2015•随州) 若代数式 $\frac{1}{x-1} + \sqrt{x}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

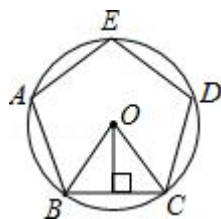
- A. $x \neq 1$ B. $x \geq 0$ C. $x \neq 0$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$

7. (3 分) (2015•随州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 下列条件中不能判断 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 的是 ()



- A. $\angle AED = \angle B$ B. $\angle ADE = \angle C$ C. $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$ D. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

8. (3 分) (2015•随州) 如图, $\odot O$ 是正五边形 $ABCDE$ 的外接圆, 这个正五边形的边长为 a , 半径为 R , 边心距为 r , 则下列关系式错误的是 ()



- A. $R^2 - r^2 = a^2$ B. $a = 2R \sin 36^\circ$ C. $a = 2r \tan 36^\circ$ D. $r = R \cos 36^\circ$

9. (3 分) (2015•随州) 在直角坐标系中, 将点 $(-2, 3)$ 关于原点的对称点向左平移 2 个单位长度得到的点的坐标是 ()

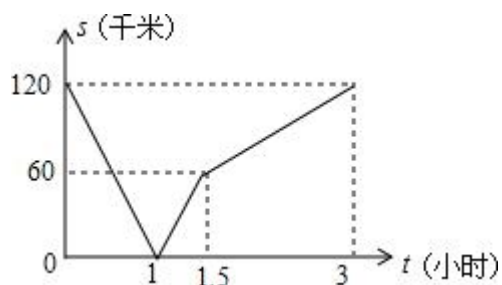
- A. $(4, -3)$ B. $(-4, 3)$ C. $(0, -3)$ D. $(0, 3)$

10. (3 分) (2015•随州) 甲骑摩托车从 A 地去 B 地, 乙开汽车从 B 地去 A 地, 同时出发, 匀速行驶, 各自到达终点后停止, 设甲、乙两人间距离为 s (单位: 千米), 甲行驶的时间为 t (单位: 小时), s 与 t 之间的函数关系如图所示, 有下列结论:

- ①出发 1 小时时, 甲、乙在途中相遇;
②出发 1.5 小时时, 乙比甲多行驶了 60 千米;
③出发 3 小时时, 甲、乙同时到达终点;

④甲的速度是乙速度的一半.

其中，正确结论的个数是（ ）



A. 4

B. 3

C. 2

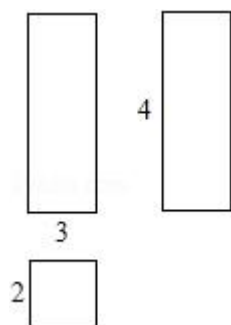
D. 1

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

11. (3 分) (2015•随州) 4 的算术平方根是_____, 9 的平方根是_____, -27 的立方根是_____.

12. (3 分) (2015•随州) 为创建“全国环保模范城”，我市对白云湖 73 个排污口进行了封堵，每年可减少污水排放 185000 吨，将 185000 用科学记数法表示为_____.

13. (3 分) (2015•随州) 如图是一个长方体的三视图（单位：cm），根据图中数据计算这个长方体的体积是_____ cm^3 .

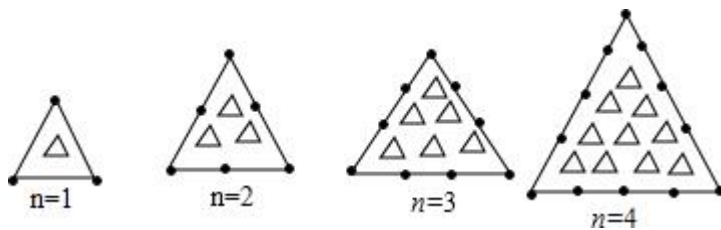


14. (3 分) (2015•随州) 某校抽样调查了七年级学生每天体育锻炼时间，整理数据后制成了如下所示的频数分布表，这个样本的中位数在第_____组.

组别	时间 (小时)	频数 (人)
第 1 组	$0 \leq t < 0.5$	12
第 2 组	$0.5 \leq t < 1$	24

第 3 组	$1 \leq t < 1.5$	18
第 4 组	$1.5 \leq t < 2$	10
第 5 组	$2 \leq t < 2.5$	6

15. (3 分) (2015•随州) 观察下列图形规律: 当 $n=$ _____时, 图形“●”的个数和“△”的个数相等.



16. (3 分) (2015•随州) 在 $\square ABCD$ 中, $AB < BC$, 已知 $\angle B = 30^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle AB'C$, 使点 B' 落在 $\square ABCD$ 所在的平面内, 连接 $B'D$. 若 $\triangle AB'D$ 是直角三角形, 则 BC 的长为_____.

三、解答题: 本大题共 9 小题, 共 72 分

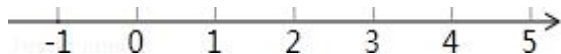
17. (6 分) (2015•随州) 解不等式组
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x > 1 \text{ ①} \\ 1 - x \geq -3 \text{ ②} \end{cases}$$

请结合题意, 完成本题解答.

(I) 解不等式①, 得_____;

(II) 解不等式②, 得_____;

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:



(IV) 原不等式组的解集为_____.

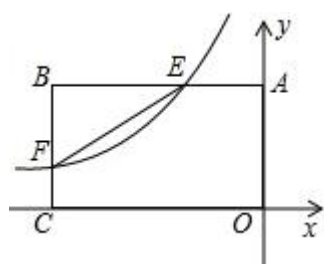
18. (6分) (2015•随州) 先化简, 再求值: $(2+a)(2-a) + a(a-5b) + 3a^5b^3 \div (-a^2b)^2$, 其中 $ab = -\frac{1}{2}$.

19. (6分) (2015•随州) 端午节前夕, 小东的父母准备购买若干个粽子和咸鸭蛋 (每个粽子的价格相同, 每个咸鸭蛋的价格相同). 已知粽子的价格比咸鸭蛋的价格贵 1.8 元, 花 30 元购买粽子的个数与花 12 元购买咸鸭蛋的个数相同, 求粽子与咸鸭蛋的价格各多少?

20. (8分) (2015•随州) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象与矩形 ABCD 的边相交于 E、F 两点, 且 $BE = 2AE$, $E(-1, 2)$.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 连接 EF, 求 $\triangle BEF$ 的面积.



21. (8分) (2015•随州) 为推进“传统文化进校园”活动, 某校准备成立“经典诵读”、“传统礼仪”、“民族器乐”和“地方戏曲”等四个课外活动小组. 学生报名情况如图 (每人只能选择一个小组):

(1) 报名参加课外活动小组的学生共有 100 人，将条形图补充完整；

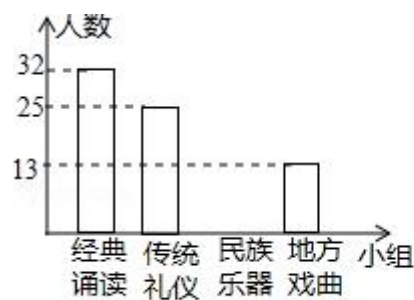


图1



图2

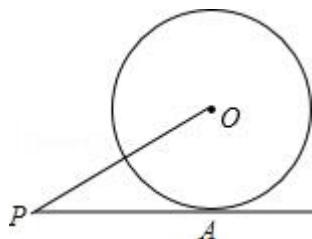
(2) 扇形图中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 根据报名情况，学校决定从报名“经典诵读”小组的甲、乙、丙、丁四人中随机安排两人到“地方戏曲”小组，甲、乙恰好都被安排到“地方戏曲”小组的概率是多少？请用列表或画树状图的方法说明。

22. (8 分) (2015•随州) 如图，射线 PA 切 $\odot O$ 于点 A，连接 PO.

(1) 在 PO 的上方作射线 PC，使 $\angle OPC = \angle OPA$ (用尺规在原图中作，保留痕迹，不写作法)，并证明：PC 是 $\odot O$ 的切线；

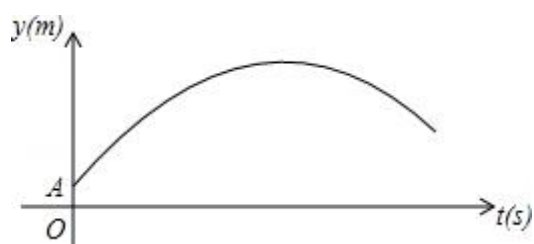
(2) 在 (1) 的条件下，若 PC 切 $\odot O$ 于点 B， $AB = AP = 4$ ，求 $\widehat{AB}$ 的长.



23. (8 分) (2015•随州) 如图, 某足球运动员站在点 O 处练习射门, 将足球从离地面 0.5m 的 A 处正对球门踢出 (点 A 在 y 轴上), 足球的飞行高度 y (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间满足函数关系 $y=at^2+5t+c$, 已知足球飞行 0.8s 时, 离地面的高度为 3.5m.

(1) 足球飞行的时间是多少时, 足球离地面最高? 最大高度是多少?

(2) 若足球飞行的水平距离 x (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有函数关系 $x=10t$, 已知球门的高度为 2.44m, 如果该运动员正对球门射门时, 离球门的水平距离为 28m, 他能否将球直接射入球门?



24. (10 分) (2015•随州) 问题: 如图 (1), 点 E、F 分别在正方形 ABCD 的边 BC、CD 上, $\angle EAF=45^\circ$, 试判断 BE、EF、FD 之间的数量关系.

【发现证明】

小聪把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 至 $\triangle ADG$, 从而发现 $EF=BE+FD$, 请你利用图 (1) 证明上述结论.

【类比引申】

如图 (2), 四边形 ABCD 中, $\angle BAD \neq 90^\circ$, $AB=AD$, $\angle B+\angle D=180^\circ$, 点 E、F 分别在边 BC、CD 上, 则当 $\angle EAF$ 与 $\angle BAD$ 满足 $\angle BAD=2\angle EAF$ 关系时, 仍有 $EF=BE+FD$.

【探究应用】

如图 (3), 在某公园的同一水平面上, 四条通道围成四边形 $ABCD$. 已知 $AB=AD=80$ 米, $\angle B=60^\circ$, $\angle ADC=120^\circ$, $\angle BAD=150^\circ$, 道路 BC 、 CD 上分别有景点 E 、 F , 且 $AE \perp AD$, $DF=40(\sqrt{3}-1)$ 米, 现要在 E 、 F 之间修一条笔直道路, 求这条道路 EF 的长 (结果取整数, 参考数据: $\sqrt{2}=1.41$, $\sqrt{3}=1.73$)

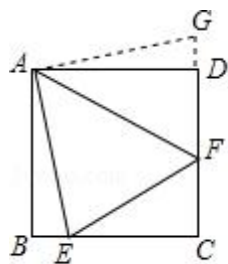


图 (1)

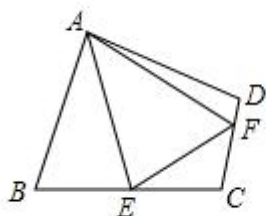


图 (2)

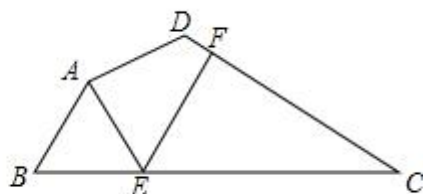
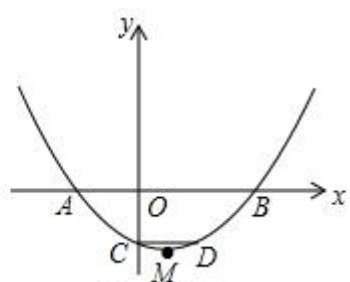
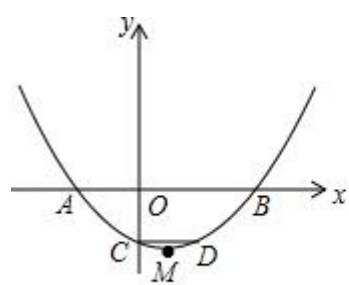


图 (3)

25. (12 分) (2015•随州) 如图, 已知抛物线 $y=\frac{\sqrt{2}}{8}(x+2)(x-4)$ 与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 位于点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , $CD \parallel x$ 轴交抛物线于点 D , M 为抛物线的顶点.

- (1) 求点 A 、 B 、 C 的坐标;
- (2) 设动点 $N(-2, n)$, 求使 $MN+BN$ 的值最小时 n 的值;
- (3) P 是抛物线上一点, 请你探究: 是否存在点 P , 使以 P 、 A 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似 ($\triangle PAB$ 与 $\triangle ABD$ 不重合)? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



备用图

2015 年湖北省随州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分随州市 2015 年初中毕业升学考试数学试题

1. 在 -1 ， -2 ， 0 ， 1 四个数中最小的数是 ()

- A. -1 B. -2 C. 0 D. 1

考点：有理数大小比较. .

分析：根据正数大于零，零大于负数，可得答案.

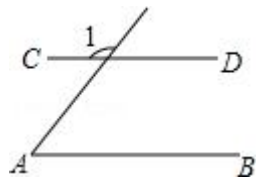
解答：解：由正数大于零，零大于负数，得

$$1 > 0 > -1 > -2,$$

故选：B.

点评：本题考查了有理数大小比较，正数大于零，零大于负数，注意两个负数比较大小，绝对值大的数反而小.

2. (3 分) (2015•随州) 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle A=50^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的大小是 ()

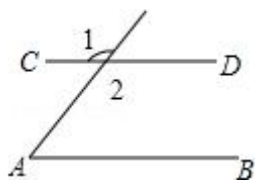


- A. 50° B. 120° C. 130° D. 150°

考点：平行线的性质. .

分析：由平行线的性质可得出 $\angle 2$ ，根据对顶角相得出 $\angle 1$.

解答：解：如图：



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle A + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 130^\circ.$$

故选 C.

点评: 本题考查了平行线的性质, 关键是根据两直线平行同旁内角互补和对顶角相等分析.

3. (3 分) (2015•随州) 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 6x - 4 = 0$, 下列变形正确的是 ()

- A. $(x - 6)^2 = -4 + 36$ B. $(x - 6)^2 = 4 + 36$ C. $(x - 3)^2 = -4 + 9$ D. $(x - 3)^2 = 4 + 9$

考点: 解一元二次方程-配方法.

分析: 根据配方法, 可得方程的解.

解答: 解: $x^2 - 6x - 4 = 0$,

移项, 得 $x^2 - 6x = 4$,

配方, 得 $(x - 3)^2 = 4 + 9$.

故选: D.

点评: 本题考查了解一元一次方程, 利用配方法解一元一次方程: 移项、二次项系数化为 1, 配方, 开方.

4. (3 分) (2015•随州) 下列说法正确的是 ()

A. “购买 1 张彩票就中奖”是不可能事件

B. “掷一次骰子, 向上一面的点数是 6”是随机事件

C. 了解我国青年人喜欢的电视节目应作全面调查

D. 甲、乙两组数据, 若 $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$, 则乙组数据波动大

考点: 随机事件; 全面调查与抽样调查; 方差.

分析: 根据随机事件, 可判断 A、B; 根据调查方式, 可判断 C; 根据方差的性质, 可判断 D.

解答: 解: A、“购买 1 张彩票就中奖”是随机事件, 故 A 错误;

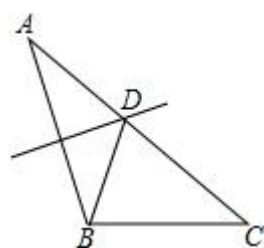
B、“掷一次骰子, 向上一面的点数是 6”是随机事件, 故 B 正确;

C、了解我国青年人喜欢的电视节目应作抽样调查, 故 C 错误;

D、甲、乙两组数据, 若 $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$, 则甲组数据波动大, 故 D 错误;
故选: B.

点评: 本题考查了随机事件, 解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 用到的知识点为: 确定事件包括必然事件和不可能事件. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件不可能事件是指在一定条件下, 一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

5. (3 分) (2015•随州) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=6$, $BC=4$, 边 AB 的垂直平分线交 AC 于点 D, 则 $\triangle BDC$ 的周长是 ()



A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

考点: 线段垂直平分线的性质.

分析: 由 ED 是 AB 的垂直平分线, 可得 $AD=BD$, 又由 $\triangle BDC$ 的周长 $=DB+BC+CD$, 即可得 $\triangle BDC$ 的周长 $=AD+BC+CD=AC+BC$.

解答： 解： $\because$ ED 是 AB 的垂直平分线，

$$\therefore AD=BD,$$

$$\therefore \triangle BDC \text{ 的周长} = DB+BC+CD,$$

$$\therefore \triangle BDC \text{ 的周长} = AD+BC+CD = AC+BC = 6+4 = 10.$$

故选 C.

点评： 本题考查了线段垂直平分线的性质，三角形周长的计算，掌握转化思想的应用是解题的关键.

6. (3 分) (2015•随州) 若代数式 $\frac{1}{x-1} + \sqrt{x}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 1$

B. $x \geq 0$

C. $x \neq 0$

D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$

考点： 二次根式有意义的条件；分式有意义的条件. .

分析： 先根据分式及二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式组，求出 x 的取值范围即可.

解答： 解： $\because$ 代数式 $\frac{1}{x-1} + \sqrt{x}$ 有意义，

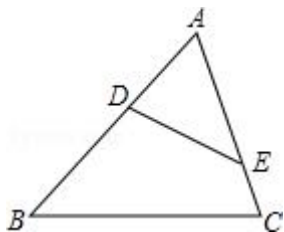
$$\therefore \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x \geq 0 \end{cases},$$

解得 $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$.

故选 D.

点评： 本题考查的是二次根式及分式有意义的条件，熟知二次根式具有非负性是解答此题的关键.

7. (3 分) (2015•随州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，下列条件中不能判断 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 的是 ()



- A. $\angle AED = \angle B$ B. $\angle ADE = \angle C$ C. $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$ D. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

考点：相似三角形的判定．

分析：由于两三角形有公共角，则根据有两组角对应相等的两个三角形相似可对 A、B 选项进行判断；根据两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似可对 C、D 选项进行判断．

解答：解： $\because \angle DAE = \angle CAB$,

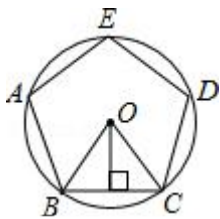
$\therefore$ 当 $\angle AED = \angle B$ 或 $\angle ADE = \angle C$ 时， $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ；

当 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ 时， $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ．

故选 D．

点评：本题考查了相似三角形的判定：两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似；有两组角对应相等的两个三角形相似．

8. (3 分) (2015•随州) 如图， $\odot O$ 是正五边形 ABCDE 的外接圆，这个正五边形的边长为 a，半径为 R，边心距为 r，则下列关系式错误的是 ()



- A. $R^2 - r^2 = a^2$ B. $a = 2R \sin 36^\circ$ C. $a = 2r \tan 36^\circ$ D. $r = R \cos 36^\circ$

考点：正多边形和圆；解直角三角形．

分析：根据圆内接正五边形的性质求出 $\angle BOC$ ，再根据垂径定理求出 $\angle 1 = 36^\circ$ ，

然后利用勾股定理和解直角三角形对各选项分析判断即可得解.

解答: 解: $\because \odot O$ 是正五边形 $ABCDE$ 的外接圆,

$$\therefore \angle BOC = \frac{1}{5} \times 360^\circ = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ,$$

$$R^2 - r^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{4}a^2,$$

$$\frac{1}{2}a = R \sin 36^\circ,$$

$$a = 2R \sin 36^\circ;$$

$$\frac{1}{2}a = r \tan 36^\circ,$$

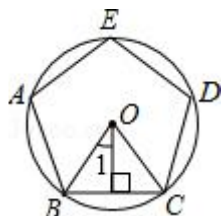
$$a = 2r \tan 36^\circ,$$

$$\cos 36^\circ = \frac{r}{R},$$

$$r = R \cos 36^\circ,$$

所以, 关系式错误的是 $R^2 - r^2 = a^2$.

故选 A.



点评: 本题考查了圆内接四边形, 解直角三角形, 熟练掌握圆内接正五边形的性质并求出中心角的度数是解题的关键.

9. (3 分) (2015•随州) 在直角坐标系中, 将点 $(-2, 3)$ 关于原点的对称点向左平移 2 个单位长度得到的点的坐标是 ()

A. $(4, -3)$ B. $(-4, 3)$ C. $(0, -3)$ D. $(0, 3)$

考点: 关于原点对称的点的坐标; 坐标与图形变化-平移.

分析: 根据关于原点的点的横坐标互为相反数, 纵坐标互为相反数, 可得关于

原点的对称点，根据点的坐标向左平移减，可得答案.

解答： 解：在直角坐标系中，将点 $(-2, 3)$ 关于原点的对称点是 $(2, -3)$ ，再向左平移 2 个单位长度得到的点的坐标是 $(0, -3)$ ，

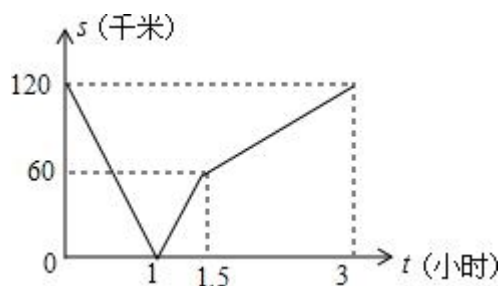
故选：C.

点评： 本题考查了点的坐标，关于原点的点的横坐标互为相反数，纵坐标互为相反数；点的坐标向左平移减，向右平移加，向上平移加，向下平移减.

10. (3 分) (2015•随州) 甲骑摩托车从 A 地去 B 地，乙开汽车从 B 地去 A 地，同时出发，匀速行驶，各自到达终点后停止，设甲、乙两人间距离为 s (单位：千米)，甲行驶的时间为 t (单位：小时)， s 与 t 之间的函数关系如图所示，有下列结论：

- ①出发 1 小时时，甲、乙在途中相遇；
- ②出发 1.5 小时时，乙比甲多行驶了 60 千米；
- ③出发 3 小时时，甲、乙同时到达终点；
- ④甲的速度是乙速度的一半.

其中，正确结论的个数是 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

考点： 一次函数的应用. .

分析： 根据题意结合横纵坐标的意义得出辆摩托车的速度进而分别分析得出答案.

解答： 解：由图象可得：出发 1 小时，甲、乙在途中相遇，故①正确；

甲骑摩托车的速度为： $120 \div 3 = 40$ （千米/小时），设乙开汽车的速度为 a 千米/小时，

$$\text{则 } \frac{120}{40+a} = 1,$$

解得： $a = 80$ ，

$\therefore$ 乙开汽车的速度为 80 千米/小时，

$\therefore$ 甲的速度是乙速度的一半，故④正确；

$\therefore$ 出发 1.5 小时，乙比甲多行驶了： $1.5 \times (80 - 40) = 60$ （千米），故②正确；

乙到达终点所用的时间为 1.5 小时，甲得到终点所用的时间为 3 小时，
故③错误；

$\therefore$ 正确的有 3 个，

故选：B.

点评： 此题主要考查了一次函数的应用，读函数的图象时首先要理解横纵坐标表示的含义是解题关键.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

11. (3 分) (2015•随州) 4 的算术平方根是 2，9 的平方根是 ± 3 ， -27 的立方根是 -3 .

考点： 立方根；平方根；算术平方根. .

分析： 根据算术平方根、平方根和立方根的定义求出即可.

解答： 解：4 的算术平方根是 2，9 的平方根是 ± 3 ， -27 的立方根是 -3 .

故答案为：2； ± 3 ， -3 .

点评： 本题考查了对算术平方根、平方根和立方根的定义的应用，主要考查学生的理解能力和计算能力.

12. (3 分) (2015•随州) 为创建“全国环保模范城”，我市对白云湖 73 个排污口进行了封堵，每年可减少污水排放 185000 吨，将 185000 用科学记数法表示为 1.85×10^5 .

考点： 科学记数法—表示较大的数. .

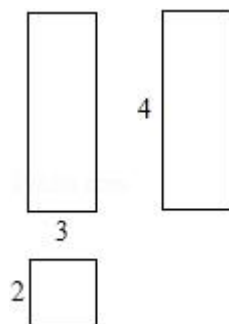
分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解：将 185000 用科学记数法表示为： 1.85×10^5 .

故答案为： 1.85×10^5 .

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

13. (3 分) (2015•随州) 如图是一个长方体的三视图（单位：cm），根据图中数据计算这个长方体的体积是 24 cm^3 .



考点： 由三视图判断几何体. .

分析： 根据三视图我们可以得出这个几何体应该是个长方体，它的体积应该是 $3 \times 2 \times 4 = 24 \text{cm}^3$.

解答： 解：该几何体的主视图以及左视图都是相同的矩形，俯视图也为一个矩形，可确定这个几何体是一个长方体，

依题意可求出该几何体的体积为 $3 \times 2 \times 4 = 24 \text{cm}^3$.

答：这个长方体的体积是 24cm^3 .

故答案为：24.

点评： 考查了由三视图判断几何体，本题要先判断出几何体的形状，然后根据其体积公式进行计算即可.

14. (3 分) (2015•随州) 某校抽样调查了七年级学生每天体育锻炼时间，整理数据后制成了如下所示的频数分布表，这个样本的中位数在第 2 组.

组别	时间 (小时)	频数 (人)
第 1 组	$0 \leq t < 0.5$	12
第 2 组	$0.5 \leq t < 1$	24
第 3 组	$1 \leq t < 1.5$	18
第 4 组	$1.5 \leq t < 2$	10
第 5 组	$2 \leq t < 2.5$	6

考点： 中位数；频数（率）分布表. .

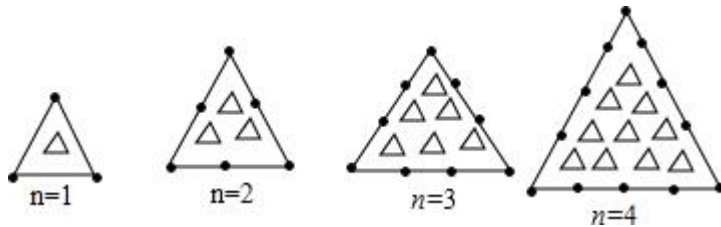
分析： 共 $12+24+18+10+6=70$ 个数据，中位数为第 35 和第 36 个数的平均数，依此即可求解.

解答： 解：共 $12+24+18+10+6=70$ 个数据，
 $12+24=36$ ，
所以第 35 和第 36 个都在第 2 组，
所以这个样本的中位数在第 2 组.
故答案为：2.

点评： 本题考查了利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题. 同时

考查了中位数的求法.

15. (3分) (2015•随州) 观察下列图形规律: 当 $n=$ 5 时, 图形“●”的个数和“△”的个数相等.



考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: 首先根据 $n=1, 2, 3, 4$ 时, “●”的个数分别是 3、6、9、12, 判断出第 n 个图形中“●”的个数是 $3n$; 然后根据 $n=1, 2, 3, 4$, “△”的个数分别是 1、3、6、10, 判断出第 n 个“△”的个数是 $\frac{n(n+1)}{2}$; 最后根据图形“●”的个数和“△”的个数相等, 求出 n 的值是多少即可.

解答: 解: $\because n=1$ 时, “●”的个数是 $3=3 \times 1$;

$n=2$ 时, “●”的个数是 $6=3 \times 2$;

$n=3$ 时, “●”的个数是 $9=3 \times 3$;

$n=4$ 时, “●”的个数是 $12=3 \times 4$;

$\therefore$ 第 n 个图形中“●”的个数是 $3n$;

又 $\because n=1$ 时, “△”的个数是 $1=\frac{1 \times (1+1)}{2}$;

$n=2$ 时, “△”的个数是 $3=\frac{2 \times (2+1)}{2}$;

$n=3$ 时, “△”的个数是 $6=\frac{3 \times (3+1)}{2}$;

$n=4$ 时, “△”的个数是 $10=\frac{4 \times (4+1)}{2}$;

$\therefore$ 第 n 个“△”的个数是 $\frac{n(n+1)}{2}$;

$$\text{由 } 3n = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$\text{可得 } n^2 - 5n = 0,$$

$$\text{解得 } n=5 \text{ 或 } n=0 \text{ (舍去),}$$

∴ 当 $n=5$ 时, 图形“●”的个数和“△”的个数相等.

故答案为: 5.

点评: 此题主要考查了规律型: 图形的变化类问题, 要熟练掌握, 解答此类问题的关键是: 首先应找出图形哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的, 通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解. 探寻规律要认真观察、仔细思考, 善用联想来解决这类问题.

16. (3 分) (2015•随州) 在 $\square ABCD$ 中, $AB < BC$, 已知 $\angle B = 30^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle AB'C$, 使点 B' 落在 $\square ABCD$ 所在的平面内, 连接 $B'D$. 若 $\triangle AB'D$ 是直角三角形, 则 BC 的长为 4 或 6.

考点: 翻折变换 (折叠问题); 平行四边形的性质.

分析: 在 $\square ABCD$ 中, $AB < BC$, 要使 $\triangle AB'D$ 是直角三角形, 有两种情况:

$\angle B'AD = 90^\circ$ 或 $\angle AB'D = 90^\circ$, 画出图形, 分类讨论即可.

解答: 解: 当 $\angle B'AD = 90^\circ$ $AB < BC$ 时, 如图 1,

$$\because AD = BC, BC = B'C,$$

$$\therefore AD = B'C,$$

$$\because AC \parallel B'D, \angle B'AD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B'GC = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = 30^\circ, AB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle AB'C = 30^\circ,$$

$$\therefore GC = \frac{1}{2} B'C = \frac{1}{2} BC,$$

$\therefore G$ 是 BC 的中点,

$$\text{在 } \text{RT}\triangle ABG \text{ 中, } BG = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3,$$

$$\therefore BC = 6;$$

当 $\angle AB'D = 90^\circ$ 时, 如图 2,

$$\because AD = BC, \quad BC = B'C,$$

$$\therefore AD = B'C,$$

$$\because AC \parallel B'D,$$

$\therefore$ 四边形 $ACDB'$ 是等腰梯形,

$$\because \angle AB'D = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ACDB'$ 是矩形,

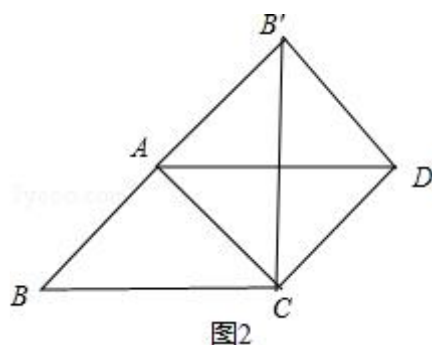
$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = 30^\circ, \quad AB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = AB \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4,$$

$\therefore$ 当 BC 的长为 4 或 6 时, $\triangle AB'D$ 是直角三角形.

故答案为: 4 或 6.



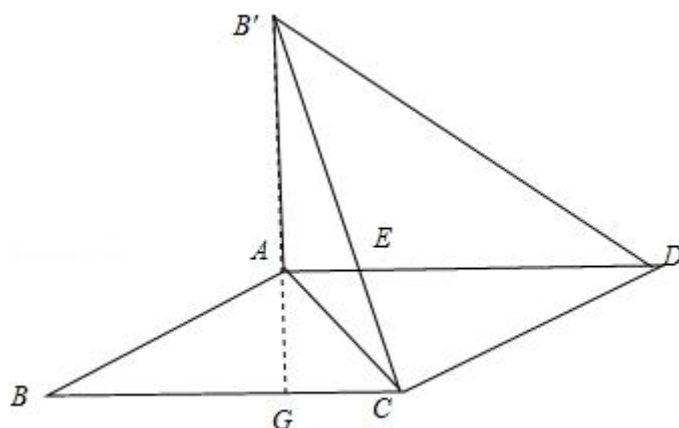


图1

点评： 本题主要考查了翻折变换的性质，解题的关键是画出图形，发现存在两种情况，进行分类讨论.

三、解答题： 本大题共 9 小题，共 72 分

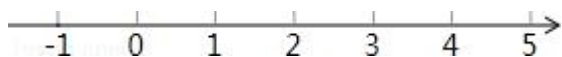
17. (6 分) (2015•随州) 解不等式组
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x > 1 \text{ ①} \\ 1 - x \geq -3 \text{ ②} \end{cases}$$

请结合题意，完成本题解答.

(I) 解不等式①，得 $x > 2$ ；

(II) 解不等式②，得 $x \leq 4$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



(IV) 原不等式组的解集为 $2 < x \leq 4$.

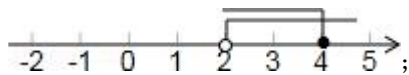
考点： 解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集. .

分析： 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

解答： 解：(I) 解不等式①得， $x > 2$ ；

(II) 解不等式②得， $x \leq 4$ ；

(III) 在数轴上表示为：



(IV) 故不等式组的解集为: $2 < x \leq 4$.

故答案为: $x > 2$, $x \leq 4$, $2 < x \leq 4$.

点评: 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

18. (6 分) (2015•随州) 先化简, 再求值: $(2+a)(2-a) + a(a-5b) + 3a^5b^3 \div (-a^2b)^2$, 其中 $ab = -\frac{1}{2}$.

考点: 整式的混合运算—化简求值. .

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用平方差公式化简, 第二项利用单项式乘以多项式法则计算, 最后一项先计算乘方运算, 再计算除法运算, 合并得到最简结果, 把 ab 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 $= 4 - a^2 + a^2 - 5ab + 3ab = 4 - 2ab$,

当 $ab = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= 4 + 1 = 5$.

点评: 此题考查了整式的混合运算—化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (6 分) (2015•随州) 端午节前夕, 小东的父母准备购买若干个粽子和咸鸭蛋 (每个粽子的价格相同, 每个咸鸭蛋的价格相同). 已知粽子的价格比咸鸭蛋的价格贵 1.8 元, 花 30 元购买粽子的个数与花 12 元购买咸鸭蛋的个数相同, 求粽子与咸鸭蛋的价格各多少?

考点: 分式方程的应用. .

专题: 应用题.

分析： 设咸鸭蛋的价格为 x 元，则粽子的价格为 $(1.8+x)$ 元，根据花 30 元购买粽子的个数与花 12 元购买咸鸭蛋的个数相同，列出分式方程，求出方程的解得到 x 的值，即可得到结果.

解答： 解：设咸鸭蛋的价格为 x 元，则粽子的价格为 $(1.8+x)$ 元，

根据题意得： $\frac{30}{x+1.8} = \frac{12}{x}$,

去分母得： $30x = 12x + 21.6$,

解得： $x = 1.2$,

经检验 $x = 1.2$ 是分式方程的解，且符合题意，

$1.8 + x = 1.8 + 1.2 = 3$ (元)，

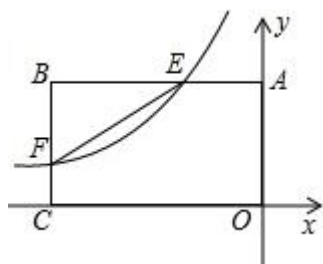
故咸鸭蛋的价格为 1.2 元，粽子的价格为 3 元.

点评： 此题考查了分式方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系是解决问题的关键. 航行问题常用的等量关系为：花 30 元购买粽子的个数与花 12 元购买咸鸭蛋的个数相同.

20. (8 分) (2015•随州) 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象与矩形 ABCD 的边相交于 E、F 两点，且 $BE = 2AE$ ，E $(-1, 2)$.

(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 连接 EF，求 $\triangle BEF$ 的面积.



考点： 反比例函数与一次函数的交点问题. .

分析： (1) 将 E $(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ ，利用待定系数法即可求出反比例函数的解析式；

(2) 由矩形的性质及已知条件可得 B $(-3, 2)$ ，再将 $x = -3$ 代入 $y = -$

$\frac{2}{x}$, 求出 y 的值, 得到 $CF=\frac{2}{3}$, 那么 $BF=2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$, 然后根据 $\triangle BEF$ 的面积 $=\frac{1}{2}BE \cdot BF$, 将数值代入计算即可.

解答: 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象过点 $E(-1, 2)$,

$$\therefore k = -1 \times 2 = -2,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = -\frac{2}{x};$$

$$(2) \because E(-1, 2),$$

$$\therefore AE=1, \quad OA=2,$$

$$\therefore BE=2AE=2,$$

$$\therefore AB=AE+BE=1+2=3,$$

$$\therefore B(-3, 2).$$

$$\text{将 } x = -3 \text{ 代入 } y = -\frac{2}{x}, \text{ 得 } y = \frac{2}{3},$$

$$\therefore CF = \frac{2}{3},$$

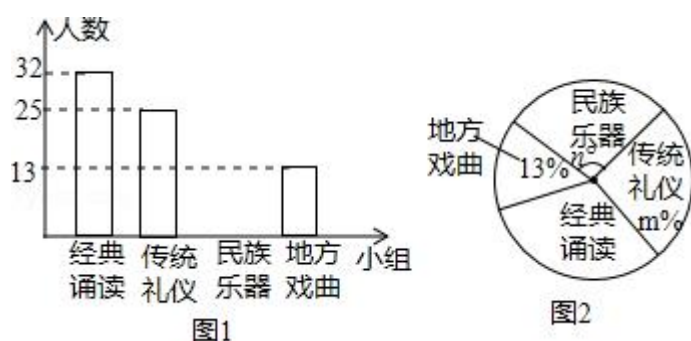
$$\therefore BF = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \triangle BEF \text{ 的面积} = \frac{1}{2}BE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}.$$

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求反比例函数的解析式, 矩形的性质, 三角形的面积, 正确求出 BF 的值是解决第 (2) 小题的关键.

21. (8 分) (2015•随州) 为推进“传统文化进校园”活动, 某校准备成立“经典诵读”、“传统礼仪”、“民族器乐”和“地方戏曲”等四个课外活动小组. 学生报名情况如图 (每人只能选择一个小组):

(1) 报名参加课外活动小组的学生共有 100 人，将条形图补充完整；



(2) 扇形图中 $m = \underline{25}$ ， $n = \underline{108}$ ；

(3) 根据报名情况，学校决定从报名“经典诵读”小组的甲、乙、丙、丁四人中随机安排两人到“地方戏曲”小组，甲、乙恰好都被安排到“地方戏曲”小组的概率是多少？请用列表或画树状图的方法说明。

考点：列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图．

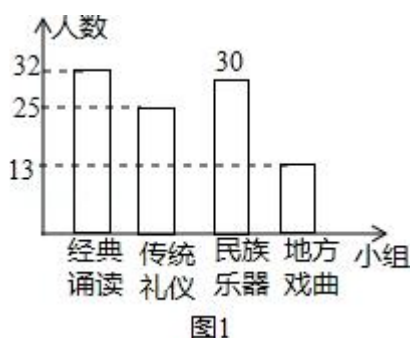
分析： (1) 用地方戏曲的人数除以其所占的百分比即可求得总人数，减去其它小组的频数即可求得民族乐器的人数，从而补全统计图；
 (2) 根据各小组的频数和总数分别求得 m 和 n 的值即可；
 (3) 列树状图将所有等可能的结果列举出来，然后利用概率公式求解即可．

解答： 解：(1) $\because$ 根据两种统计图知地方戏曲的有 13 人，占 13%，

$\therefore$ 报名参加课外活动小组的学生共有 $13 \div 13\% = 100$ 人，

参加民族乐器的有 $100 - 32 - 25 - 13 = 30$ 人，

统计图为：



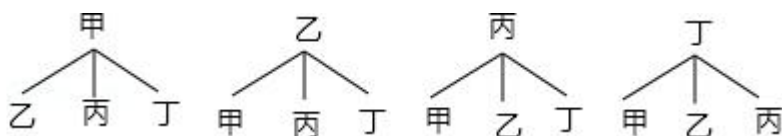
$$(2) \because m\% = \frac{25}{100} \times 100\% = 25\%,$$

$$\therefore m = 25,$$

$$n = \frac{30}{100} \times 360 = 108,$$

故答案为：25，108；

(3) 树状图分析如下：



$\therefore$ 共有 12 种情况，恰好选中甲、乙的有 2 种，

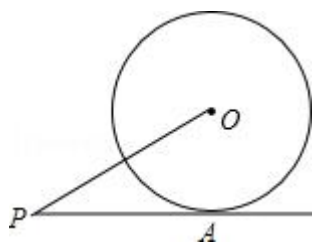
$$\therefore P(\text{选中甲、乙}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

点评： 本题考查了扇形统计图、条形统计图及列表与树状图法求概率的知识，解题的关键是能够列树状图将所有等可能的结果列举出来，难度不大.

22. (8 分) (2015•随州) 如图，射线 PA 切 $\odot O$ 于点 A，连接 PO.

(1) 在 PO 的上方作射线 PC，使 $\angle OPC = \angle OPA$ (用尺规在原图中作，保留痕迹，不写作法)，并证明：PC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 在 (1) 的条件下，若 PC 切 $\odot O$ 于点 B， $AB = AP = 4$ ，求 $\widehat{AB}$ 的长.



考点： 切线的判定与性质；弧长的计算；作图—基本作图．

分析： (1) 按照作一个角等于已知角的作图方法作图即可，连接 OA，作 $OB \perp PC$ ，根据角平分线的性质证明 $OA = OB$ 即可证明 PC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 首先证明 $\triangle PAB$ 是等边三角形, 则 $\angle APB=60^\circ$, 进而 $\angle POA=60^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle AOP$ 中求出 OA , 用弧长公式计算即可.

解答: 解: (1) 作图如右图,

连接 OA , 过 O 作 $OB \perp PC$,

$\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A ,

$\therefore OA \perp PA$,

又 $\because \angle OPC=\angle OPA$, $OB \perp PC$,

$\therefore OA=OB$, 即 $d=r$,

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because PA$ 、 PC 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore PA=PB$,

又 $\because AB=AP=4$,

$\therefore \triangle PAB$ 是等边三角形,

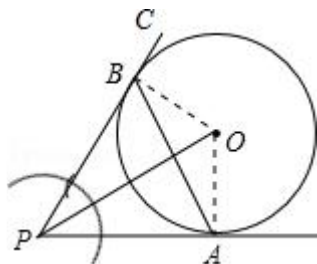
$\therefore \angle APB=60^\circ$,

$\therefore \angle AOB=120^\circ$, $\angle POA=60^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle AOP$ 中, $\tan 60^\circ = \frac{4}{OA}$

$$\therefore OA = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore L_{\widehat{AB}} = \frac{120 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \pi}{180} = \frac{8\sqrt{3}}{9} \pi.$$

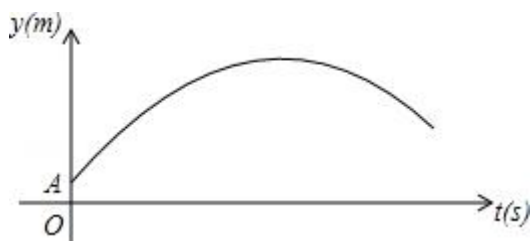


点评： 本题考查了尺规作图、切线的判定与性质、等边三角形的判定与性质、锐角三角函数以及弧长的计算，求出圆心角和半径长是解决问题的关键.

23. (8分) (2015•随州) 如图，某足球运动员站在点 O 处练习射门，将足球从离地面 0.5m 的 A 处正对球门踢出 (点 A 在 y 轴上)，足球的飞行高度 y (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间满足函数关系 $y=at^2+5t+c$ ，已知足球飞行 0.8s 时，离地面的高度为 3.5m.

(1) 足球飞行的时间是多少时，足球离地面最高？最大高度是多少？

(2) 若足球飞行的水平距离 x (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有函数关系 $x=10t$ ，已知球门的高度为 2.44m，如果该运动员正对球门射门时，离球门的水平距离为 28m，他能否将球直接射入球门？



考点： 二次函数的应用.

分析： (1) 由题意得：函数 $y=at^2+5t+c$ 的图象经过 (0, 0.5) (0.8, 3.5)，于是得到

$$\begin{cases} 0.5=c \\ 3.5=0.8^2a+5\times 0.8+c \end{cases}, \text{求得抛物线的解析式为: } y=-\frac{16}{25}t^2+5t+\frac{1}{2},$$

$$\text{当 } t=\frac{125}{32} \text{ 时, } y_{\text{最大}}=\frac{219}{28};$$

$$(2) \text{把 } x=28 \text{ 代入 } x=10t \text{ 得 } t=2.8, \text{当 } t=2.8 \text{ 时, } y=-\frac{16}{25}\times 2.8^2+5\times 2.8+\frac{1}{2}=2.25$$

< 2.44 ，于是得到他能将球直接射入球门.

解答： 解：(1) 由题意得：函数 $y=at^2+5t+c$ 的图象经过 (0, 0.5) (0.8, 3.5)，

$$\therefore \begin{cases} 0.5=c \\ 3.5=0.8^2a+5\times 0.8+c \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{25}{16} \\ c=\frac{1}{2} \end{cases},$$

∴ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{16}{25}t^2 + 5t + \frac{1}{2}$,

∴ 当 $t = \frac{125}{32}$ 时, $y_{\text{最大}} = \frac{219}{28}$;

(2) 把 $x=28$ 代入 $x=10t$ 得 $t=2.8$,

∴ 当 $t=2.8$ 时, $y = -\frac{16}{25} \times 2.8^2 + 5 \times 2.8 + \frac{1}{2} = 2.25 < 2.44$,

∴ 他能将球直接射入球门.

点评: 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式, 以及二次函数的应用, 正确求得解析式是解题的关键.

24. (10 分) (2015•随州) 问题: 如图 (1), 点 E、F 分别在正方形 ABCD 的边 BC、CD 上, $\angle EAF = 45^\circ$, 试判断 BE、EF、FD 之间的数量关系.

【发现证明】

小聪把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 至 $\triangle ADG$, 从而发现 $EF = BE + FD$, 请你利用图 (1) 证明上述结论.

【类比引申】

如图 (2), 四边形 ABCD 中, $\angle BAD \neq 90^\circ$, $AB = AD$, $\angle B + \angle D = 180^\circ$, 点 E、F 分别在边 BC、CD 上, 则当 $\angle EAF$ 与 $\angle BAD$ 满足 $\angle BAD = 2\angle EAF$ 关系时, 仍有 $EF = BE + FD$.

【探究应用】

如图 (3), 在某公园的同一水平面上, 四条通道围成四边形 ABCD. 已知 $AB = AD = 80$ 米, $\angle B = 60^\circ$, $\angle ADC = 120^\circ$, $\angle BAD = 150^\circ$, 道路 BC、CD 上分别有景点 E、F, 且 $AE \perp AD$, $DF = 40(\sqrt{3} - 1)$ 米, 现要在 E、F 之间修一条笔直道路, 求这条道路 EF 的长 (结果取整数, 参考数据: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$)

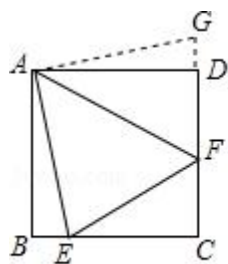


图 (1)

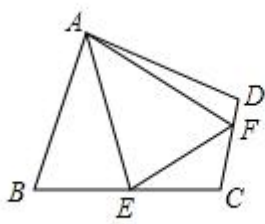


图 (2)

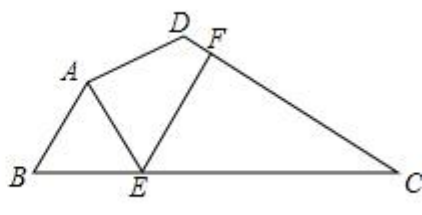


图 (3)

考点： 四边形综合题. .

分析： 【发现证明】根据旋转的性质可以得到 $\triangle ADG \cong \triangle ABE$, 则 $GF = BE + DF$, 只要再证明 $\triangle AFG \cong \triangle AFE$ 即可.

【类比引申】延长 CB 至 M, 使 $BM = DF$, 连接 AM, 证 $\triangle ADF \cong \triangle ABM$, 证 $\triangle FAE \cong \triangle MAE$, 即可得出答案;

【探究应用】利用等边三角形的判定与性质得到 $\triangle ABE$ 是等边三角形, 则 $BE = AB = 80$ 米. 把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 150° 至 $\triangle ADG$, 根据旋转的性质可以得到 $\triangle ADG \cong \triangle ABE$, 则 $GF = BE + DF$, 只要再证明 $\triangle AFG \cong \triangle AFE$ 即可得出 $EF = BE + FD$.

解答： 【发现证明】证明: 如图 (1), $\because \triangle ADG \cong \triangle ABE$,

$\therefore AG = AE, \angle DAG = \angle BAE, DG = BE$,

又 $\because \angle EAF = 45^\circ$, 即 $\angle DAF + \angle BEA = \angle EAF = 45^\circ$,

$\therefore \angle GAF = \angle FAE$,

在 $\triangle GAF$ 和 $\triangle FAE$ 中,

$$\begin{cases} AG = AE \\ \angle GAF = \angle FAE, \\ AF = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFG \cong \triangle AFE$ (SAS).

$\therefore GF = EF$.

又 $\because DG=BE$,

$\therefore GF=BE+DF$,

$\therefore BE+DF=EF$.

【类比引申】 $\angle BAD=2\angle EAF$.

理由如下：如图 (2)，延长 CB 至 M，使 $BM=DF$ ，连接 AM，

$\because \angle ABC+\angle D=180^\circ$, $\angle ABC+\angle ABM=180^\circ$,

$\therefore \angle D=\angle ABM$,

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle ADF$ 中，

$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle ABM=\angle D, \\ BM=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADF$ (SAS),

$\therefore AF=AM$, $\angle DAF=\angle BAM$,

$\because \angle BAD=2\angle EAF$,

$\therefore \angle DAF+\angle BAE=\angle EAF$,

$\therefore \angle EAB+\angle BAM=\angle EAM=\angle EAF$,

在 $\triangle FAE$ 和 $\triangle MAE$ 中，

$$\begin{cases} AE=AE \\ \angle FAE=\angle MAE, \\ AF=AM \end{cases}$$

$\therefore \triangle FAE \cong \triangle MAE$ (SAS),

$\therefore EF=EM=BE+BM=BE+DF$,

即 $EF=BE+DF$.

故答案是： $\angle BAD=2\angle EAF$.

【探究应用】如图 3，把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 150° 至 $\triangle ADG$ ，连接 AF.

$$\because \angle BAD=150^\circ, \angle DAE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE=60^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle B=60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,

$$\therefore BE=AB=80 \text{ 米}.$$

根据旋转的性质得到: $\angle ADG=\angle B=60^\circ$,

$$\text{又} \because \angle ADF=120^\circ,$$

$\therefore \angle GDF=180^\circ$ ，即点 G 在 CD 的延长线上.

易得, $\triangle ADG \cong \triangle ABE$,

$$\therefore AG=AE, \angle DAG=\angle BAE, DG=BE,$$

$$\text{又} \because \angle EAG=\angle BAD=150^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF=\angle FAE,$$

在 $\triangle GAF$ 和 $\triangle FAE$ 中,

$$\begin{cases} AG=AE \\ \angle GAF=\angle FAE, \\ AF=AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFG \cong \triangle AFE \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore GF=EF.$$

$$\text{又} \because DG=BE,$$

$$\therefore GF=BE+DF,$$

$$\therefore EF=BE+DF=80+40(\sqrt{3}-1) \approx 109.2 \text{ (米)}, \text{ 即这条道路 EF 的长约为 } 109.2 \text{ 米}.$$

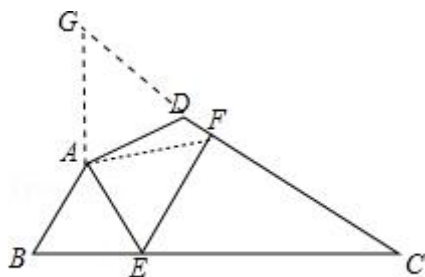


图 (3)

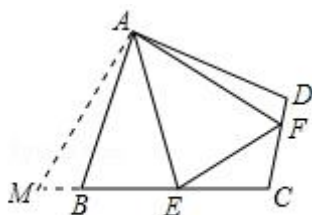


图 (2)

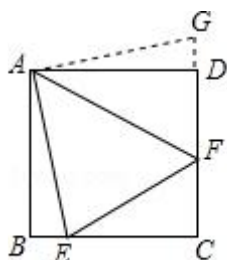


图 (1)

点评： 此题主要考查了四边形综合题，关键是正确画出图形，证明

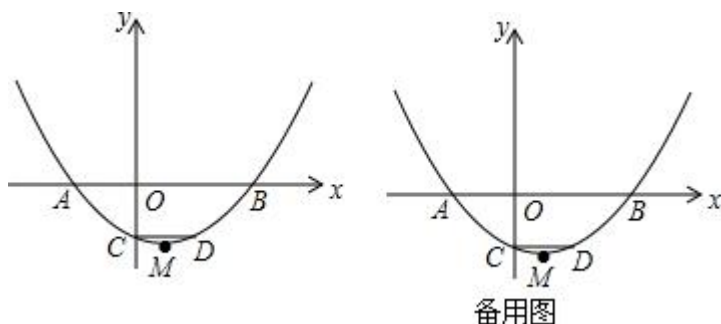
$\triangle AFG \cong \triangle AEF$. 此题是一道综合题，难度较大，题目所给例题的思路，为解决此题做了较好的铺垫.

25. (12 分) (2015•随州) 如图，已知抛物线 $y = \frac{\sqrt{2}}{8} (x+2)(x-4)$ 与 x 轴交于点 A、B (点 A 位于点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C， $CD \parallel x$ 轴交抛物线于点 D，M 为抛物线的顶点.

(1) 求点 A、B、C 的坐标；

(2) 设动点 N $(-2, n)$ ，求使 $MN+BN$ 的值最小时 n 的值；

(3) P 是抛物线上一点，请你探究：是否存在点 P，使以 P、A、B 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似 ($\triangle PAB$ 与 $\triangle ABD$ 不重合)？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由.



考点： 二次函数综合题. .

分析： (1) 令 $y=0$ 可求得点 A、点 B 的横坐标，令 $x=0$ 可求得点 C 的纵坐标；
 (2) 根据两点之间线段最短作 M 点关于直线 $x=-2$ 的对称点 M' ，当 N $(-2, N)$ 在直线 $M'B$ 上时， $MN+BN$ 的值最小；
 (3) 需要分类讨论： $\triangle PAB \sim \triangle ABD$ 、 $\triangle PAB \sim \triangle ABD$ ，根据相似三角形的性质求得 PB 的长度，然后可求得点 P 的坐标.

解答： 解： (1) 令 $y=0$ 得 $x_1=-2$ ， $x_2=4$ ，

$\therefore$ 点 A $(-2, 0)$ 、B $(4, 0)$

令 $x=0$ 得 $y=-\sqrt{2}$ ，

$\therefore$ 点 C $(0, -\sqrt{2})$

(2) 将 $x=1$ 代入抛物线的解析式得 $y=-\frac{9\sqrt{2}}{8}$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(1, -\frac{9\sqrt{2}}{8})$

$\therefore$ 点 M 关于直线 $x=-2$ 的对称点 M' 的坐标为 $(-5, -\frac{9\sqrt{2}}{8})$

设直线 $M'B$ 的解析式为 $y=kx+b$

将点 M' 、B 的坐标代入得：
$$\begin{cases} 4k+b=0 \\ -5k+b=-\frac{9\sqrt{2}}{8} \end{cases}$$

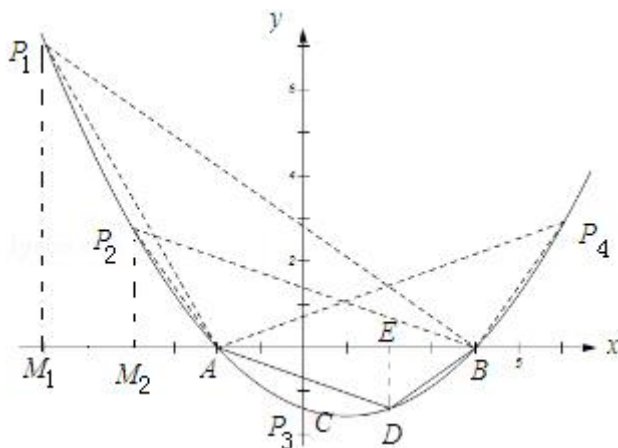
解得：
$$\begin{cases} k=\frac{\sqrt{2}}{8} \\ b=-\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

所以直线 $M'B$ 的解析式为 $y=\frac{\sqrt{2}}{8}x-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

将 $x = -2$ 代入得: $y = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

所以 $n = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

(3) 过点 D 作 $DE \perp BA$, 垂足为 E.



由勾股定理得:

$$AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2},$$

$$BD = \sqrt{DE^2 + BE^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6},$$

如下图, ①当 $P_1AB \sim \triangle ADB$ 时,

$$\frac{P_1B}{AB} = \frac{AB}{BD} \text{ 即: } \frac{P_1B}{6} = \frac{6}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore P_1B = 6\sqrt{6}$$

过点 P_1 作 $P_1M_1 \perp AB$, 垂足为 M_1 .

$$\therefore \frac{P_1M_1}{P_1B} = \frac{DE}{BD} \text{ 即: } \frac{P_1M_1}{6\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

$$\text{解得: } P_1M_1 = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{BM_1}{P_1B} = \frac{BE}{BD} \text{ 即: } \frac{BM_1}{6\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\text{解得: } BM_1 = 12$$

$$\therefore \text{点 } P_1 \text{ 的坐标为 } (-8, 6\sqrt{2})$$

$\therefore$ 点 P_1 不在抛物线上, 所以此种情况不存在;

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \triangle P_2AB \sim \triangle BDA \text{ 时, } \frac{P_2B}{AB} = \frac{AB}{AD} \text{ 即: } \frac{P_2B}{6} = \frac{6}{3\sqrt{2}}$$

$$\therefore P_2B = 6\sqrt{2}$$

过点 P_2 作 $P_2M_2 \perp AB$, 垂足为 M_2 .

$$\therefore \frac{P_2M_2}{P_2B} = \frac{DE}{AD}, \text{ 即: } \frac{P_2M_2}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$\therefore P_2M_2 = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{M_2B}{P_2B} = \frac{AE}{AD}, \text{ 即: } \frac{M_2B}{6\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

$$\therefore M_2B = 8$$

$$\therefore \text{点 } P_2 \text{ 的坐标为 } (-4, 2\sqrt{2})$$

将 $x = -4$ 代入抛物线的解析式得: $y = 2\sqrt{2}$,

$\therefore$ 点 P_2 在抛物线上.

由抛物线的对称性可知: 点 P_2 与点 P_4 关于直线 $x=1$ 对称,

$$\therefore P_4 \text{ 的坐标为 } (6, 2\sqrt{2}),$$

当点 P_3 位于点 C 处时, 两三角形全等, 所以点 P_3 的坐标为 $(0, -\sqrt{2})$,

综上所述点 P 的坐标为: $(-4, 2\sqrt{2})$ 或 $(6, 2\sqrt{2})$ 或 $(0, -\sqrt{2})$ 时,

以 P 、 A 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似.

点评: 本题综合考查了二次函数、一次函数、轴对称——路径最短、相似三角形的性质, 难度较大, 利用相似三角形的性质求得 PB 的长是解题的关键, 解答本题需要注意的是在不确定相似三角形的对应角和对应边的情况下要分类讨论, 不要漏解.