

2015 年湖北省荆门市中考数学试卷

一、选择题 (本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 每小题给出的四个选项, 有且只有一个答案是正确的)

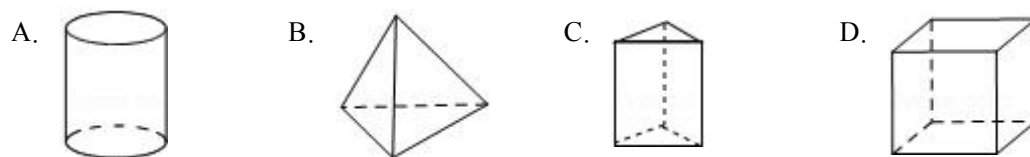
1. (3 分) (2015•荆门) 64 的立方根是 ()

- A. 4 B. ± 4 C. 8 D. ± 8

2. (3 分) (2015•荆门) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^5 \div a^2 = a^3$

3. (3 分) (2015•荆门) 下面四个几何体中, 俯视图为四边形的是 ()



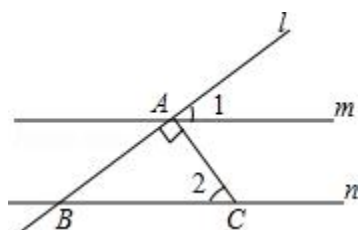
4. (3 分) (2015•荆门) 某市 2014 年的国民生产总值为 2073 亿元, 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 2.073×10^{10} 元 B. 2.073×10^{11} 元 C. 2.073×10^{12} 元 D. 2.073×10^{13} 元

5. (3 分) (2015•荆门) 已知一个等腰三角形的两边长分别是 2 和 4, 则该等腰三角形的周长为 ()

- A. 8 或 10 B. 8 C. 10 D. 6 或 12

6. (3 分) (2015•荆门) 如图, $m \parallel n$, 直线 l 分别交 m , n 于点 A, 点 B, $AC \perp AB$, AC 交直线 n 于点 C, 若 $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

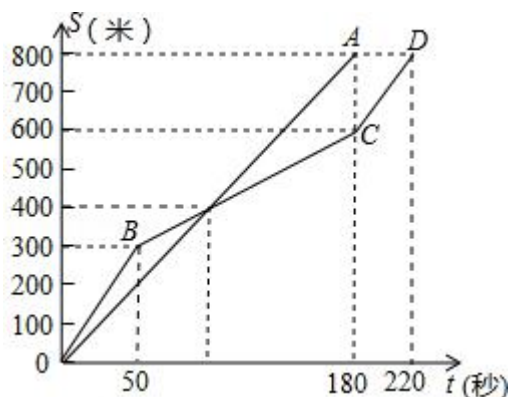
7. (3 分) (2015•荆门) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 5 - a = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 1$ B. $a > 1$ C. $a \leq 1$ D. $a < 1$

8. (3 分) (2015•荆门) 当 $1 < a < 2$ 时, 代数式 $\sqrt{(a-2)^2} + |1-a|$ 的值是 ()

- A. -1 B. 1 C. $2a-3$ D. $3-2a$

9. (3分) (2015•荆门) 在一次 800 米的长跑比赛中, 甲、乙两人所跑的路程 s (米) 与各自所用时间 t (秒) 之间的函数图象分别为线段 OA 和折线 $OBCD$, 则下列说法正确的是 ()

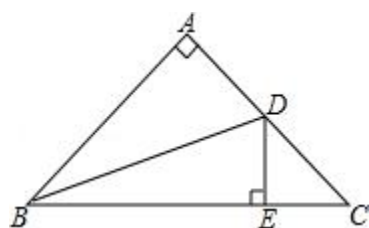


- A. 甲的速度随时间的增加而增大
 B. 乙的平均速度比甲的平均速度大
 C. 在起跑后第 180 秒时, 两人相遇
 D. 在起跑后第 50 秒时, 乙在甲的前面

10. (3分) (2015•荆门) 在排球训练中, 甲、乙、丙三人相互传球, 由甲开始发球 (记作为第一次传球), 则经过三次传球后, 球仍回到甲手中的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{5}{8}$

11. (3分) (2015•荆门) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 D 为边 AC 的中点, $DE \perp BC$ 于点 E , 连接 BD , 则 $\tan \angle DBC$ 的值为 ()

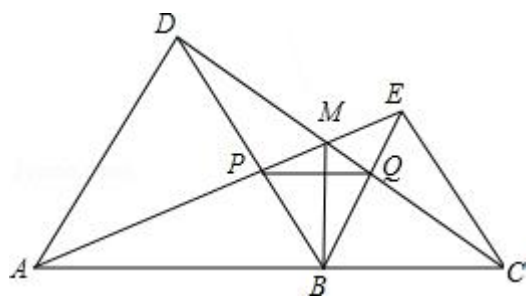


- A. $\frac{1}{3}$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $2 - \sqrt{3}$ D. $\frac{1}{4}$

12. (3分) (2015•荆门) 如图, 点 A, B, C 在一条直线上, $\triangle ABD$, $\triangle BCE$ 均为等边三角形, 连接 AE 和 CD , AE 分别交 CD , BD 于点 M, P , CD 交 BE 于点 Q , 连接 PQ, BM , 下面结论:

- ① $\triangle ABE \cong \triangle DBC$; ② $\angle DMA = 60^\circ$; ③ $\triangle BPQ$ 为等边三角形; ④ MB 平分 $\angle AMC$,

其中结论正确的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

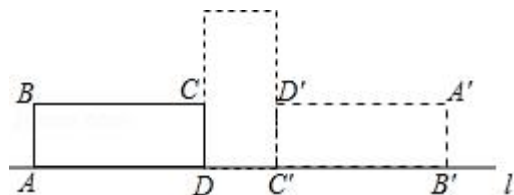
二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

13. (3 分) (2015•荆门) 不等式组 $\begin{cases} 3x - 5 < 2x \\ \frac{x - 1}{2} \leq 2x + 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

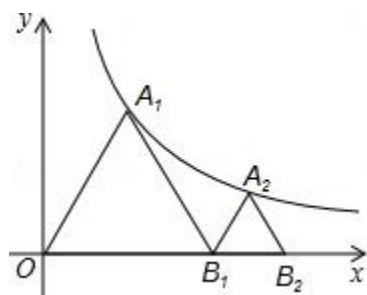
14. (3 分) (2015•荆门) 王大爷用 280 元买了甲、乙两种药材，甲种药材每千克 20 元，乙种药材每千克 60 元，且甲种药材比乙种药材多买了 2 千克，则甲种药材买了_____千克.

15. (3 分) (2015•荆门) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m+3)x + m+1 = 0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 ，若 $x_1^2 + x_2^2 = 4$ ，则 m 的值为_____.

16. (3 分) (2015•荆门) 在矩形 ABCD 中，AB=5，AD=12，将矩形 ABCD 沿直线 l 向右翻滚两次至如图所示位置，则点 B 所经过的路线长是_____ (结果不取近似值).



17. (3 分) (2015•荆门) 如图，点 A_1, A_2 依次在 $y = \frac{9\sqrt{3}}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，点 B_1, B_2 依次在 x 轴的正半轴上. 若 $\triangle A_1OB_1, \triangle A_2B_1B_2$ 均为等边三角形，则点 B_2 的坐标为_____.

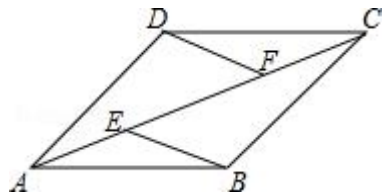


三、解答题（本题共 7 小题，共 69 分）

18. (8 分) (2015•荆门) 先化简，再求值： $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} \cdot \frac{a - b}{a + b} - \frac{a}{a - b}$ ，其中 $a = 1 + \sqrt{3}$ ，
 $b = 1 - \sqrt{3}$.

19. (9 分) (2015•荆门) 已知，如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ，E，F 为对角线 AC 上两点，且 $AE = CF$ ， $DF \parallel BE$ ，AC 平分 $\angle BAD$.

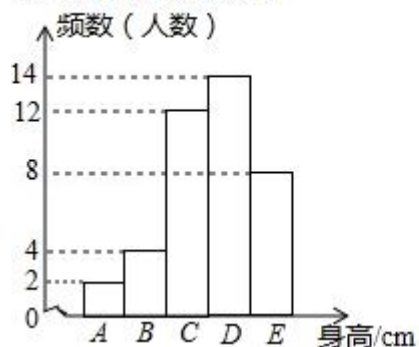
求证：四边形 ABCD 为菱形.



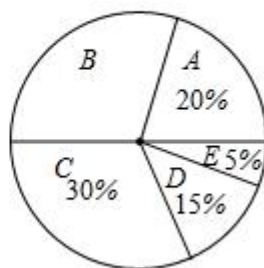
20. (10 分) (2015•荆门) 为了了解江城中学学生的身高情况，随机对该校男生、女生的身高进行抽样调查，已知抽取的样本中，男生、女生的人数相同，根据所得数据绘制成如图所示的统计图表.

组别	身高 (cm)
A	$x < 150$
B	$150 \leq x < 155$
C	$155 \leq x < 160$
D	$160 \leq x < 165$
E	$x \geq 165$

男生身高情况直方图



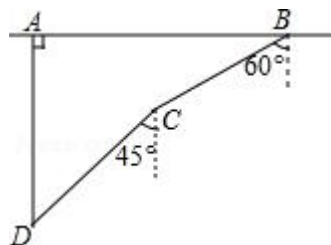
女生身高情况扇形图



根据图表中信息，回答下列问题：

- 在样本中，男生身高的中位数落在_____组（填组别序号），女生身高在 B 组的人数有_____人；
- 在样本中，身高在 $150 \leq x < 155$ 之间的人数共有_____人，身高人数最多的在_____组（填组别序号）；
- 已知该校共有男生 500 人，女生 480 人，请估计身高在 $155 \leq x < 160$ 之间的学生约有多少人？

21. (10 分) (2015•荆门) 如图，在一次军事演习中，蓝方在一条东西走向的公路上的 A 处朝正南方向撤退，红方在公路上的 B 处沿南偏西 60° 方向前进实施拦截，红方行驶 1000 米到达 C 处后，因前方无法通行，红方决定调整方向，再朝南偏西 45° 方向前进了相同的距离，刚好在 D 处成功拦截蓝方，求拦截点 D 处到公路的距离（结果不取近似值）.

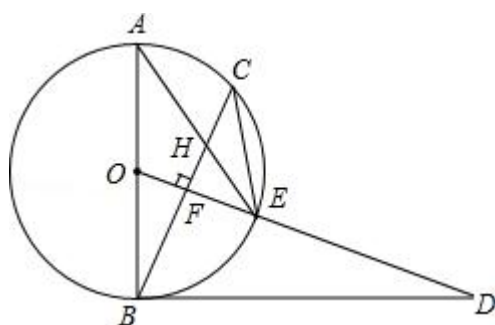


22. (10 分) (2015•荆门) 已知, 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, $OF \perp BC$ 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 E , AE 与 BC 交于点 H , 点 D 为 OE 的延长线上一点, 且 $\angle ODB = \angle AEC$.

(1) 求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $CE^2 = EH \cdot EA$;

(3) 若 $\odot O$ 的半径为 5, $\sin A = \frac{3}{5}$, 求 BH 的长.



23. (10 分) (2015•荆门) 甲经销商库存有 1200 套 A 品牌服装, 每套进价 400 元, 每套售价 500 元, 一年内可卖完, 现市场流行 B 品牌服装, 每套进价 300 元, 每套售价 600 元, 但一年内只允许经销商一次性订购 B 品牌服装, 一年内 B 品牌服装销售无积压, 因甲经销商无流动资金可用, 只有低价转让 A 品牌服装, 用转让来的资金购进 B 品牌服装, 并销售, 经与乙经销商协商, 甲、乙双方达成转让协议, 转让价格 y (元/套) 与转让数量 x (套) 之间的函数关系式为 $y = -\frac{1}{10}x + 360$ ($100 \leq x \leq 1200$), 若甲经销商转让 x 套 A 品牌服装, 一年内所获总利润为 W (元).

(1) 求转让后剩余的 A 品牌服装的销售款 Q_1 (元) 与 x (套) 之间的函数关系式;

(2) 求 B 品牌服装的销售款 Q_2 (元) 与 x (套) 之间的函数关系式;

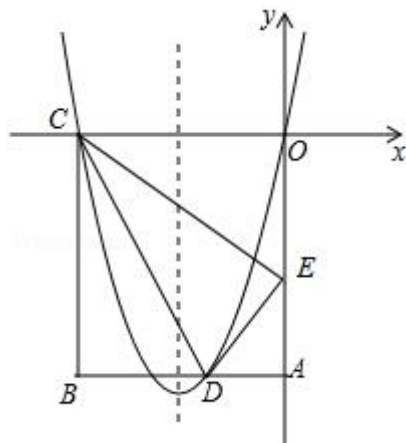
(3) 求 W (元) 与 x (套) 之间的函数关系式, 并求 W 的最大值.

24. (12 分) (2015•荆门) 如图, 在矩形 $OABC$ 中, $OA=5$, $AB=4$, 点 D 为边 AB 上一点, 将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 折叠, 使点 B 恰好落在边 OA 上的点 E 处, 分别以 OC , OA 所在的直线为 x 轴, y 轴建立平面直角坐标系.

(1) 求 OE 的长及经过 O , D , C 三点抛物线的解析式;

(2) 一动点 P 从点 C 出发, 沿 CB 以每秒 2 个单位长度的速度向点 B 运动, 同时动点 Q 从 E 点出发, 沿 EC 以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 运动, 当点 P 到达点 B 时, 两点同时停止运动, 设运动时间为 t 秒, 当 t 为何值时, $DP=DQ$;

(3) 若点 N 在 (1) 中抛物线的对称轴上, 点 M 在抛物线上, 是否存在这样的点 M 与点 N , 使 M , N , C , E 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请求出 M 点坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年湖北省荆门市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 每小题给出的四个选项, 有且只有一个答案是正确的)

1. (3 分) (2015•荆门) 64 的立方根是 ()

- A. 4 B. ± 4 C. 8 D. ± 8

考点: 立方根.

分析: 如果一个数 x 的立方等于 a , 那么 x 是 a 的立方根, 根据此定义求解即可.

解答: 解: $\because 4$ 的立方等于 64,

$\therefore 64$ 的立方根等于 4.

故选 A.

点评: 此题主要考查了求一个数的立方根, 解题时应先找出所要求的这个数是哪一个数的立方. 由开立方和立方是互逆运算, 用立方的方法求这个数的立方根. 注意一个数的立方根与原数的性质符号相同.

2. (3 分) (2015•荆门) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^5 \div a^2 = a^3$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据合并同类项, 可判断 A, 根据同底数幂的乘法底数不变指数相加, 可判断 B, 根据幂的乘方底数不变指数相乘, 可判断 C, 根据同底数幂的除法底数不变指数相减, 可判断 D.

解答: 解: A、不是同类项不能合并, 故 A 错误;

B、同底数幂的乘法底数不变指数相加, 故 B 错误;

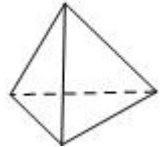
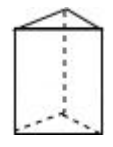
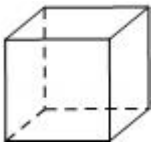
C、幂的乘方底数不变指数相乘, 故 C 错误;

D、同底数幂的除法底数不变指数相减, 故 D 正确;

故选: D.

点评: 本题考查了同底数幂的除法, 熟记法则并根据法则计算是解题关键.

3. (3 分) (2015•荆门) 下面四个几何体中, 俯视图为四边形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单几何体的三视图.

分析: 俯视图是指从物体上面看, 所得到的图形.

解答: 解: A、圆柱的俯视图是圆;

B、三棱锥的俯视图是三角形;

- C、球的俯视图是圆；
D、正方体的俯视图是四边形.

故选 D.

点评: 本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

4. (3 分) (2015•荆门) 某市 2014 年的国民生产总值为 2073 亿元, 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 2.073×10^{10} 元 B. 2.073×10^{11} 元 C. 2.073×10^{12} 元 D. 2.073×10^{13} 元

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 2073 亿用科学记数法表示为 2.073×10^{11} .

故选 B

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3 分) (2015•荆门) 已知一个等腰三角形的两边长分别是 2 和 4, 则该等腰三角形的周长为 ()

- A. 8 或 10 B. 8 C. 10 D. 6 或 12

考点: 等腰三角形的性质; 三角形三边关系.

分析: 分 2 是腰长与底边长两种情况讨论求解.

解答: 解: ①2 是腰长时, 三角形的三边分别为 2、2、4,

$\because 2+2=4$,

$\therefore$ 不能组成三角形,

②2 是底边时, 三角形的三边分别为 2、4、4,

能组成三角形,

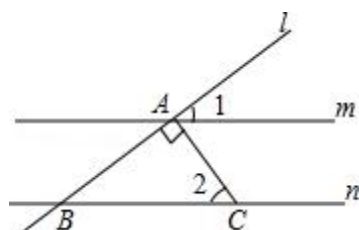
周长 $= 2+4+4=10$,

综上所述, 它的周长是 10.

故选 C.

点评: 本题考查了等腰三角形的性质, 难点在于要分情况讨论并利用三角形的三边关系进行判定.

6. (3 分) (2015•荆门) 如图, $m \parallel n$, 直线 l 分别交 m , n 于点 A, 点 B, $AC \perp AB$, AC 交直线 n 于点 C, 若 $\angle 1=35^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()



A. 35°

B. 45°

C. 55°

D. 65°

考点: 平行线的性质.

分析: 根据平行线的性质, 可得 $\angle 3$ 与 $\angle 1$ 的关系, 根据两直线垂直, 可得所成的角是 90° , 根据角的和差, 可得答案.

解答: 解: 如图,

$\because AC \perp AB$,

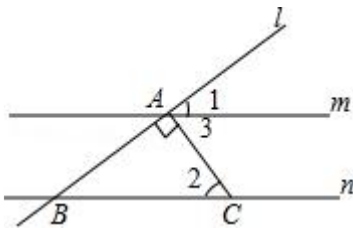
$\therefore \angle 3 + \angle 1 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$,

$\because$ 直线 $m \parallel n$,

$\therefore \angle 3 = \angle 2 = 55^\circ$,

故选: C



点评: 本题考查了平行线的性质, 利用了平行线的性质, 垂线的性质, 角的和差.

7. (3分) (2015•荆门) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 5 - a = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a \geq 1$

B. $a > 1$

C. $a \leq 1$

D. $a < 1$

考点: 根的判别式.

分析: 根据关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 5 - a = 0$ 有实数根, 得出 $\Delta = 16 - 4(5 - a) \geq 0$, 从而求出 a 的取值范围.

解答: 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 5 - a = 0$ 有实数根,

$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4(5 - a) \geq 0$,

$\therefore a \geq 1$.

故选 A.

点评: 此题主要考查了一元二次方程根的情况与判别式, 关键是掌握一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

8. (3分) (2015•荆门) 当 $1 < a < 2$ 时, 代数式 $\sqrt{(a-2)^2} + |1-a|$ 的值是 ()

A. -1

B. 1

C. $2a - 3$

D. $3 - 2a$

考点: 二次根式的性质与化简.

分析: 首先判断出 $a - 2 < 0$, $1 - a < 0$, 进而利用绝对值以及二次根式的性质化简求出即可.

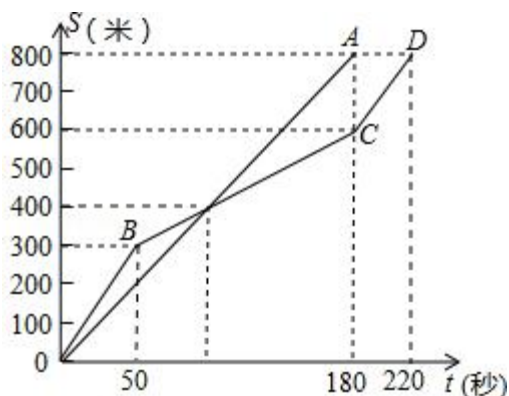
解答: 解: $\because$ 当 $1 < a < 2$ 时, $\therefore a - 2 < 0$, $1 - a < 0$,

$$\therefore \sqrt{(a-2)^2} + |1-a| = 2 - a + a - 1 = 1.$$

故选：B.

点评：此题主要考查了二次根式以及绝对值的化简，正确得出各项符号是解题关键.

9. (3分) (2015•荆门) 在一次 800 米的长跑比赛中，甲、乙两人所跑的路程 s (米) 与各自所用时间 t (秒) 之间的函数图象分别为线段 OA 和折线 $OBCD$ ，则下列说法正确的是 ()



- A. 甲的速度随时间的增加而增大
- B. 乙的平均速度比甲的平均速度大
- C. 在起跑后第 180 秒时，两人相遇
- D. 在起跑后第 50 秒时，乙在甲的前面

考点：一次函数的应用.

分析：A、由于线段 OA 表示甲所跑的路程 S (米) 与所用时间 t (秒) 之间的函数图象，由此可以确定甲的速度是没有变化的；

B、甲比乙先到，由此可以确定甲的平均速度比乙的平均速度快；

C、根据图象可以知道起跑后 180 秒时，两人的路程确定是否相遇；

D、根据图象知道起跑后 50 秒时 OB 在 OA 的上面，由此可以确定乙是否在甲的前面.

解答：解：A、 $\because$ 线段 OA 表示甲所跑的路程 S (米) 与所用时间 t (秒) 之间的函数图象， $\therefore$ 甲的速度是没有变化的，故选项错误；

B、 $\because$ 甲比乙先到， $\therefore$ 乙的平均速度比甲的平均速度慢，故选项错误；

C、 $\because$ 起跑后 180 秒时，两人的路程不相等， $\therefore$ 他们没有相遇，故选项错误；

D、 $\because$ 起跑后 50 秒时 OB 在 OA 的上面， $\therefore$ 乙是在甲的前面，故选项正确.

故选 D.

点评：本题考查利用函数的图象解决实际问题，正确理解函数图象横纵坐标表示的意义，理解问题的过程，就能够通过图象得到函数问题的相应解决.

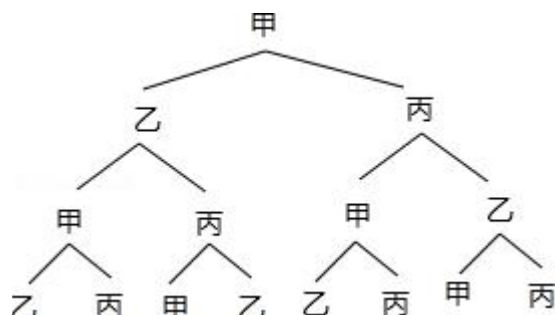
10. (3分) (2015•荆门) 在排球训练中，甲、乙、丙三人相互传球，由甲开始发球 (记作为第一次传球)，则经过三次传球后，球仍回到甲手中的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{3}{8}$
- D. $\frac{5}{8}$

考点：列表法与树状图法.

分析: 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与经过三次传球后, 球仍回到甲手中的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: 画树状图得:



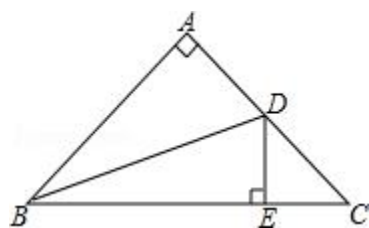
$\therefore$ 共有 8 种等可能的结果, 经过 3 次传球后, 球仍回到甲手中的有 2 种情况,

$\therefore$ 经过 3 次传球后, 球仍回到甲手中的概率是: $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

故选 B.

点评: 此题考查了树状图法与列表法求概率. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

11. (3 分) (2015•荆门) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \text{Rt}\angle$, $AB = AC$, 点 D 为边 AC 的中点, $DE \perp BC$ 于点 E, 连接 BD, 则 $\tan \angle DBC$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $2 - \sqrt{3}$ D. $\frac{1}{4}$

考点: 解直角三角形; 等腰直角三角形.

分析: 利用等腰直角三角形的判定与性质推知 $BC = \sqrt{2}AC$, $DE = EC = \frac{\sqrt{2}}{2}DC$, 然后通过解直角 $\triangle DBE$ 来求 $\tan \angle DBC$ 的值.

解答: 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \text{Rt}\angle$, $AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle C = 45^\circ$, $BC = \sqrt{2}AC$.

又 $\because$ 点 D 为边 AC 的中点,

$\therefore AD = DC = \frac{1}{2}AC$.

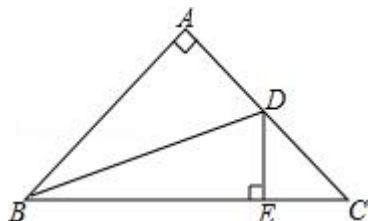
$\because DE \perp BC$ 于点 E,

$\therefore \angle CDE = \angle C = 45^\circ$,

$\therefore DE = EC = \frac{\sqrt{2}}{2}DC = \frac{\sqrt{2}}{4}AC$.

$$\therefore \tan \angle DBC = \frac{DE}{BE} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4}AC}{\sqrt{2}AC - \frac{\sqrt{2}}{4}AC} = \frac{1}{3}.$$

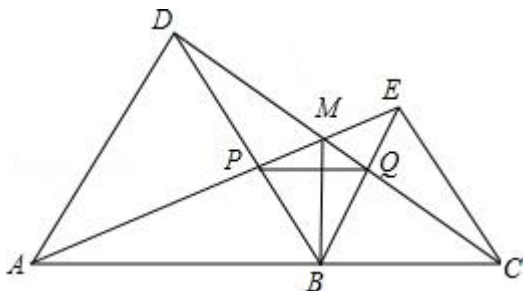
故选：A.



点评： 本题考查了解直角三角形的应用、等腰直角三角形的性质．通过解直角三角形，可求出相关的边长或角的度数或三角函数值．

12. (3 分) (2015•荆门) 如图，点 A, B, C 在一条直线上， $\triangle ABD$, $\triangle BCE$ 均为等边三角形，连接 AE 和 CD，AE 分别交 CD, BD 于点 M, P, CD 交 BE 于点 Q, 连接 PQ, BM, 下面结论：

① $\triangle ABE \cong \triangle DBC$; ② $\angle DMA = 60^\circ$; ③ $\triangle BPQ$ 为等边三角形; ④MB 平分 $\angle AMC$, 其中结论正确的有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

考点： 全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定与性质．

分析： 由等边三角形的性质得出 $AB = DB$, $\angle ABD = \angle CBE = 60^\circ$, $BE = BC$, 得出

$\angle ABE = \angle DBC$, 由 SAS 即可证出 $\triangle ABE \cong \triangle DBC$;

由 $\triangle ABE \cong \triangle DBC$, 得出 $\angle BAE = \angle BDC$, 根据三角形外角的性质得出 $\angle DMA = 60^\circ$;

由 ASA 证明 $\triangle ABP \cong \triangle DBQ$, 得出对应边相等 $BP = BQ$, 即可得出 $\triangle BPQ$ 为等边三角形;

证明 P、B、Q、M 四点共圆, 由圆周角定理得出 $\angle BMP = \angle BMQ$, 即 MB 平分 $\angle AMC$.

解答： 解： $\because \triangle ABD$ 、 $\triangle BCE$ 为等边三角形,

$\therefore AB = DB$, $\angle ABD = \angle CBE = 60^\circ$, $BE = BC$,

$\therefore \angle ABE = \angle DBC$, $\angle PBQ = 60^\circ$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DBC$ 中,
$$\begin{cases} AB = DB \\ \angle ABE = \angle DBC \\ BE = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBC$ (SAS),

$\therefore$ ①正确;

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBC$,

$\therefore \angle BAE = \angle BDC$,
 $\therefore \angle BDC + \angle BCD = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$,
 $\therefore \angle DMA = \angle BAE + \angle BCD = \angle BDC + \angle BCD = 60^\circ$,
 $\therefore$ ②正确;

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle DBQ$ 中,
$$\begin{cases} \angle BAP = \angle BDQ \\ AB = DB \\ \angle ABP = \angle DBQ = 60^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle DBQ$ (ASA),

$\therefore BP = BQ$,

$\therefore \triangle BPQ$ 为等边三角形,

$\therefore$ ③正确;

$\therefore \angle DMA = 60^\circ$,

$\therefore \angle AMC = 120^\circ$,

$\therefore \angle AMC + \angle PBQ = 180^\circ$,

$\therefore P、B、Q、M$ 四点共圆,

$\therefore BP = BQ$,

$\therefore \widehat{BP} = \widehat{BQ}$,

$\therefore \angle BMP = \angle BMQ$,

即 MB 平分 $\angle AMC$;

$\therefore$ ④正确;

综上所述: 正确的结论有 4 个;

故选: D.

点评: 本题考查了等边三角形的性质与判定、全等三角形的判定与性质、四点共圆、圆周角定理; 熟练掌握等边三角形的性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3 分) (2015•荆门) 不等式组
$$\begin{cases} 3x - 5 < 2x \\ \frac{x - 1}{2} \leq 2x + 1 \end{cases}$$
 的解集是 $-1 \leq x < 5$.

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 首先分别计算出两个不等式的解集, 再根据大小小大中间找确定不等式组的解集.

解答:
$$\begin{cases} 3x - 5 < 2x \text{ ①} \\ \frac{x - 1}{2} \leq 2x + 1 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得: $x < 5$,

由②得: $x \geq -1$,

不等式组的解集为: $-1 \leq x < 5$.

故答案为: $-1 \leq x < 5$.

点评: 此题主要考查了一元一次不等式组的解法, 关键是掌握解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

14. (3 分) (2015•荆门) 王大爷用 280 元买了甲、乙两种药材, 甲种药材每千克 20 元, 乙种药材每千克 60 元, 且甲种药材比乙种药材多买了 2 千克, 则甲种药材买了 5 千克.

考点: 一元一次方程的应用.

分析: 设买了甲种药材 x 千克, 乙种药材 $(x-2)$ 千克, 根据用 280 元买了甲、乙两种药材, 甲种药材比乙种药材多买了 2 千克, 列方程求解.

解答: 5 解: 设买了甲种药材 x 千克, 乙种药材 $(x-2)$ 千克,
依题意, 得 $20x+60(x-2)=280$,
解得: $x=5$.
即: 甲种药材 5 千克.
故答案是: 5.

点评: 本题考查了一元一次方程的应用, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程求解.

15. (3 分) (2015•荆门) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m+3)x+m+1=0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 , 若 $x_1^2+x_2^2=4$, 则 m 的值为 -1 或 -3.

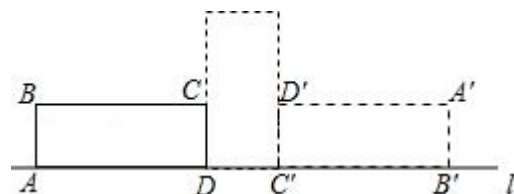
考点: 根与系数的关系; 根的判别式.

分析: 利用根与系数的关系可以得到代数式, 再把所求代数式利用完全平方公式变形, 结合前面的等式即可求解.

解答: 解: $\because$ 这个方程的两个实数根为 x_1, x_2 ,
 $\therefore x_1+x_2=-(m+3), x_1 \cdot x_2=m+1$,
而 $x_1^2+x_2^2=4$,
 $\therefore (x_1+x_2)^2-2x_1 \cdot x_2=4$,
 $\therefore (m+3)^2-2m-2=4$,
 $\therefore m^2+6m+9-2m-2=0$,
 $m^2+4m+3=0$,
 $\therefore m=-1$ 或 -3 ,
故答案为: -1 或 -3 .

点评: 本题主要考查一元二次方程根的判别式和根与系数的关系的应用, 关键是利用根与系数的关系和完全平方公式将代数式变形分析.

16. (3 分) (2015•荆门) 在矩形 ABCD 中, $AB=5, AD=12$, 将矩形 ABCD 沿直线 l 向右翻滚两次至如图所示位置, 则点 B 所经过的路线长是 12.5π (结果不取近似值).



考点: 轨迹; 弧长的计算; 旋转的性质.

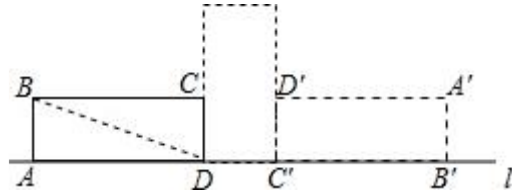
分析: 根据图形的滚动路线得出点 B 所经过的路线长为 2 段扇形弧长进而求出即可.

解答: 解: 连接 BD.

在直角△ABD 中, $BD=\sqrt{5^2+12^2}=13$,

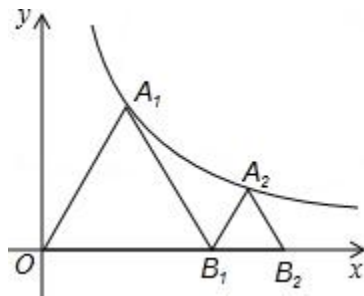
则顶点 B 所经过的路线长: $\frac{90\pi \times 13}{180} + \frac{90\pi \times 12}{180} = 12.5\pi$.

故答案是: 12.5π .



点评: 此题主要考查了轨迹、图形的旋转以及扇形弧长公式的应用, 根据已知得出滚动路线是解题关键.

17. (3 分) (2015•荆门) 如图, 点 A_1, A_2 依次在 $y=\frac{9\sqrt{3}}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 点 B_1, B_2 依次在 x 轴的正半轴上. 若 $\triangle A_1OB_1, \triangle A_2B_1B_2$ 均为等边三角形, 则点 B_2 的坐标为 $(6\sqrt{2}, 0)$.



考点: 反比例函数图象上点的坐标特征; 等边三角形的性质.

分析: 由于 $\triangle A_1OB_1$ 等边三角形, 作 $A_1C \perp OB_1$, 垂足为 C , 由等边三角形的性质求出

$A_1C = \sqrt{3}OC$, 设 A_1 的坐标为 $(m, \sqrt{3}m)$, 根据点 A_1 是反比例函数 $y=\frac{9\sqrt{3}}{x}$ ($x>0$)

的图象上的一点, 求出 BO 的长度; 作 $A_2D \perp B_1B_2$, 垂足为 D . 设 $B_1D=a$, 由于, $\triangle A_2B_1B_2$ 为等边三角形, 由等边三角形的性质及勾股定理, 可用含 a 的代数式分别表示点 A_2 的横、纵坐标, 再代入反比例函数的解析式中, 求出 a 的值, 进而得出 B_2 点的坐标.

解答: 解: 作 $A_1C \perp OB_1$, 垂足为 C ,

$\because \triangle A_1OB_1$ 为等边三角形,

$\therefore \angle A_1OB_1 = 60^\circ$,

$\therefore \tan 60^\circ = \frac{A_1C}{OC} = \sqrt{3}$,

$\therefore A_1C = \sqrt{3}OC$,

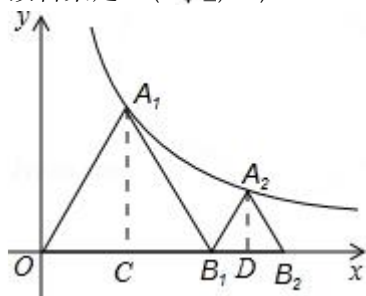
设 A_1 的坐标为 $(m, \sqrt{3}m)$,

$\because$ 点 A_1 在 $y=\frac{9\sqrt{3}}{x}$ ($x>0$) 的图象上,

$\therefore m \cdot \sqrt{3}m = 9\sqrt{3}$, 解得 $m=3$,

$\therefore OC=3$,

$\therefore OB_1=6$,
 作 $A_2D \perp B_1B_2$, 垂足为 D.
 设 $B_1D=a$,
 则 $OD=6+a$, $A_2D=\sqrt{3}a$,
 $\therefore A_2(6+a, \sqrt{3}a)$.
 $\therefore A_2(6+a, \sqrt{3}a)$ 在反比例函数的图象上,
 $\therefore$ 代入 $y=\frac{9\sqrt{3}}{x}$, 得 $(6+a) \cdot \sqrt{3}a=9\sqrt{3}$,
 化简得 $a^2+6a-9=0$
 解得: $a=-3 \pm 3\sqrt{2}$.
 $\therefore a > 0$,
 $\therefore a=-3+3\sqrt{2}$.
 $\therefore B_1B_2=-6+6\sqrt{2}$,
 $\therefore OB_2=OB_1+B_1B_2=6\sqrt{2}$,
 所以点 B_2 的坐标为 $(6\sqrt{2}, 0)$.
 故答案是: $(6\sqrt{2}, 0)$.



点评: 此题综合考查了反比例函数的性质, 反比例函数图象上点的坐标特征, 正三角形的性质等多个知识点. 此题难度稍大, 综合性比较强, 注意对各个知识点的灵活应用.

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 69 分)

18. (8 分) (2015•荆门) 先化简, 再求值: $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{a-b}{a+b} - \frac{a}{a-b}$, 其中 $a=1+\sqrt{3}$,
 $b=1-\sqrt{3}$.

考点: 分式的化简求值.

分析: 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把 a 、 b 的值代入进行计算即可.

解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} \cdot \frac{a-b}{a+b} - \frac{a}{a-b}$$

$$= \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a+b} - \frac{a}{a-b}$$

$$= 1 - \frac{a}{a-b}$$

$$= -\frac{1}{a-b},$$

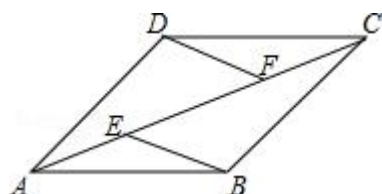
当 $a=1+\sqrt{3}$, $b=1-\sqrt{3}$ 时,

$$\text{原式} = -\frac{1}{1+\sqrt{3}-1+\sqrt{3}} = -\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{3-\sqrt{3}}{6}.$$

点评: 本题考查的是分式的化简求值, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

19. (9分) (2015•荆门) 已知, 如图, 在四边形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, E, F 为对角线 AC 上两点, 且 $AE=CF$, $DF \parallel BE$, AC 平分 $\angle BAD$.

求证: 四边形 ABCD 为菱形.



考点: 菱形的判定; 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 首先证得 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 得到 $AB=CD$, 从而得到四边形 ABCD 是平行四边形, 然后证得 $AD=CD$, 利用邻边相等的平行四边形是菱形进行证明即可.

解答: 证明: $\because AB=CD$, $BC=AD$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形.

$\therefore AB \parallel CD$.

$\therefore \angle BAE = \angle DCF$.

又 $\because AE=CF$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS).

$\therefore AB=CD$,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAF$,

$\because \angle BAE = \angle DCF$,

$\therefore \angle DAF = \angle DCF$,

$\therefore AD=CD$,

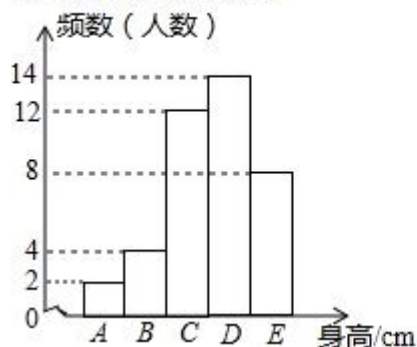
$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形.

点评: 本题考查了菱形的判定, 能够了解菱形的几种判定方法是解答本题的关键, 难度不大.

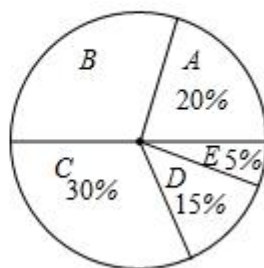
20. (10分) (2015•荆门) 为了了解江城中学学生的身高情况, 随机对该校男生、女生的身高进行抽样调查, 已知抽取的样本中, 男生、女生的人数相同, 根据所得数据绘制成如图所示的统计图表.

组别	身高 (cm)
A	$x < 150$
B	$150 \leq x < 155$
C	$155 \leq x < 160$
D	$160 \leq x < 165$
E	$x \geq 165$

男生身高情况直方图



女生身高情况扇形图



根据图表中信息，回答下列问题：

- (1) 在样本中，男生身高的中位数落在 D 组（填组别序号），女生身高在 B 组的人数有 12 人；
- (2) 在样本中，身高在 $150 \leq x < 155$ 之间的人数共有 16 人，身高人数最多的在 C 组（填组别序号）；
- (3) 已知该校共有男生 500 人，女生 480 人，请估计身高在 $155 \leq x < 160$ 之间的学生约有多少人？

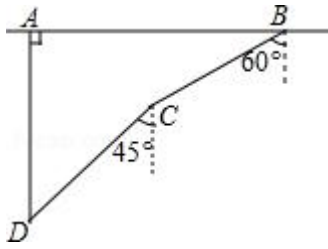
考点：频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表；扇形统计图；中位数.

分析： (1) 根据中位数的定义解答即可；
 (2) 将位于这一小组内的频数相加即可求得结果；
 (3) 分别用男、女生的人数，相加即可得解.

解答： 解：(1) $\because$ 在样本中，共有 $2+4+8+12+14=40$ 人，
 $\therefore$ 中位数是第 20 和第 21 人的平均数，
 $\therefore$ 男生身高的中位数落在 D 组，
 女生身高在 B 组的人数有 $40 \times (1 - 30\% - 20\% - 15\% - 5\%) = 12$ 人；
 (2) 在样本中，身高在 $150 \leq x < 155$ 之间的人数共有 $4+12=16$ 人，身高人数最多的在 C 组；
 (3) $500 \times \frac{12+14}{2+4+8+12+14} + 480 \times (30\%+15\%) = 541$ (人)，
 故估计身高在 $155 \leq x < 160$ 之间的学生约有 541 人.
 故答案为：D, 12; 16, C.

点评： 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

21. (10 分) (2015•荆门) 如图，在一次军事演习中，蓝方在一条东西走向的公路上的 A 处朝正南方向撤退，红方在公路上的 B 处沿南偏西 60° 方向前进实施拦截，红方行驶 1000 米到达 C 处后，因前方无法通行，红方决定调整方向，再朝南偏西 45° 方向前进了相同的距离，刚好在 D 处成功拦截蓝方，求拦截点 D 处到公路的距离（结果不取近似值）.



考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: 过 B 作 AB 的垂线, 过 C 作 AB 的平行线, 两线交于点 E; 过 C 作 AB 的垂线, 过 D 作 AB 的平行线, 两线交于点 F, 则 $\angle E = \angle F = 90^\circ$, 拦截点 D 处到公路的距离

$DA = BE + CF$. 解 $Rt\triangle BCE$, 求出 $BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 1000 = 500$ 米; 解 $Rt\triangle CDF$, 求出

$CF = \frac{\sqrt{2}}{2}CD = 500\sqrt{2}$ 米, 则 $DA = BE + CF = (500 + 500\sqrt{2})$ 米.

解答: 解: 如图, 过 B 作 AB 的垂线, 过 C 作 AB 的平行线, 两线交于点 E; 过 C 作 AB 的垂线, 过 D 作 AB 的平行线, 两线交于点 F, 则 $\angle E = \angle F = 90^\circ$, 拦截点 D 处到公路的距离 $DA = BE + CF$.

在 $Rt\triangle BCE$ 中, $\because \angle E = 90^\circ$, $\angle CBE = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BCE = 30^\circ$,

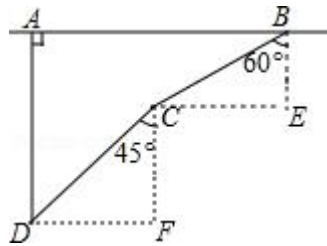
$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 1000 = 500$ 米;

在 $Rt\triangle CDF$ 中, $\because \angle F = 90^\circ$, $\angle DCF = 45^\circ$, $CD = AB = 1000$ 米,

$\therefore CF = \frac{\sqrt{2}}{2}CD = 500\sqrt{2}$ 米,

$\therefore DA = BE + CF = (500 + 500\sqrt{2})$ 米,

故拦截点 D 处到公路的距离是 $(500 + 500\sqrt{2})$ 米.



点评: 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 锐角三角函数的定义, 正确理解方向角的定义, 进而作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

22. (10 分) (2015•荆门) 已知, 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, $OF \perp BC$ 于点 F, 交 $\odot O$ 于点 E, AE 与 BC 交于点 H, 点 D 为 OE 的延长线上一点, 且 $\angle ODB = \angle AEC$.

(1) 求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $CE^2 = EH \cdot EA$;

(3) 若 $\odot O$ 的半径为 5, $\sin A = \frac{3}{5}$, 求 BH 的长.

$$\therefore AB=10, BE=AB \cdot \sin \angle BAE=10 \times \frac{3}{5}=6,$$

$$\therefore EA=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8,$$

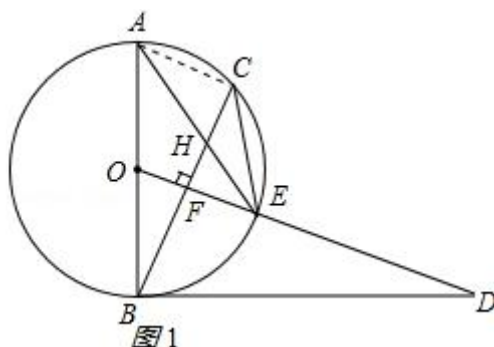
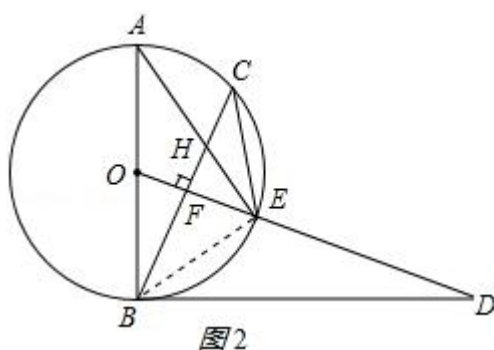
$$\therefore \widehat{BE}=\widehat{CE},$$

$$\therefore BE=CE=6,$$

$$\therefore CE^2=EH \cdot EA,$$

$$\therefore EH=\frac{6^2}{8}=\frac{9}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BEH \text{ 中, } BH=\sqrt{BE^2+EH^2}=\sqrt{6^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2}=\frac{15}{2}.$$



点评: 本题是圆的综合题目, 考查了切线的判定、圆周角定理、圆心角、弧、弦之间的关系定理、勾股定理、三角函数、相似三角形的判定与性质等知识; 本题难度较大, 综合性强, 特别是 (2) (3) 中, 需要通过作辅助线证明三角形相似和运用三角函数、勾股定理才能得出结果.

23. (10 分) (2015·荆门) 甲经销商库存有 1200 套 A 品牌服装, 每套进价 400 元, 每套售价 500 元, 一年内可卖完, 现市场流行 B 品牌服装, 每套进价 300 元, 每套售价 600 元, 但一年内只允许经销商一次性订购 B 品牌服装, 一年内 B 品牌服装销售无积压, 因甲经销商无流动资金可用, 只有低价转让 A 品牌服装, 用转让来的资金购进 B 品牌服装, 并销售, 经与乙经销商协商, 甲、乙双方达成转让协议, 转让价格 y (元/套) 与转让数量 x (套) 之间的函数关系式为 $y=-\frac{1}{10}x+360$ ($100 \leq x \leq 1200$), 若甲经销商转让 x 套 A 品牌服装, 一年内所获总利润为 W (元).

(1) 求转让后剩余的 A 品牌服装的销售款 Q_1 (元) 与 x (套) 之间的函数关系式;

- (2) 求 B 品牌服装的销售款 Q_2 (元) 与 x (套) 之间的函数关系式;
 (3) 求 W (元) 与 x (套) 之间的函数关系式, 并求 W 的最大值.

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 直接根据销售款=售价×套数即可得出结论;

(2) 根据转让价格 y (元/套) 与转让数量 x (套) 之间的函数关系式为 $y = -\frac{1}{10}x + 360$

($100 \leq x \leq 1200$) 得出总件数, 再与售价相乘即可;

(3) 把 (1) (2) 中的销售款相加再减去成本即可.

解答: 解: (1) $\because$ 甲经销商库存有 1200 套 A 品牌服装, 每套售价 500 元, 转让 x 套给乙,
 $\therefore Q_1 = 500 \times (1200 - x) = -500x + 600000$ ($100 \leq x \leq 1200$);

(2) $\because$ 转让价格 y (元/套) 与转让数量 x (套) 之间的函数关系式为 $y = -\frac{1}{10}x + 360$

($100 \leq x \leq 1200$), B 品牌服装, 每套进价 300 元,

$\therefore$ 转让后每套的价格 = $\frac{x \cdot (-\frac{1}{10}x + 360)}{300}$ 元,

$\therefore Q_2 = \frac{x \cdot (-\frac{1}{10}x + 360)}{300} \times 600 = -\frac{1}{5}x^2 + 720x$ ($100 \leq x \leq 1200$);

(3) $\because$ 由 (1)、(2) 知, $Q_1 = -500x + 600000$, $Q_2 = -\frac{1}{5}x^2 + 720x$,

$\therefore W = Q_1 + Q_2 - 400 \times 1200 = 500x + 600000 - \frac{1}{5}x^2 + 720x - 480000 = -\frac{1}{5}(x - 550)^2 + 180500$,

当 $x = 550$ 时, W 有最大值, 最大值为 180500 元.

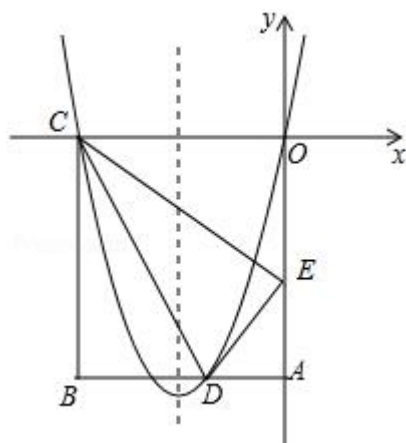
点评: 本题考查的是二次函数的应用, 在商品经营活动中, 经常会遇到求最大利润, 最大销量等问题. 解此类题的关键是通过题意, 确定出二次函数的解析式, 然后确定其最大值, 实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义, 因此在求二次函数的最值时, 一定要注意自变量 x 的取值范围.

24. (12 分) (2015·荆门) 如图, 在矩形 OABC 中, $OA = 5$, $AB = 4$, 点 D 为边 AB 上一点, 将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 折叠, 使点 B 恰好落在边 OA 上的点 E 处, 分别以 OC, OA 所在的直线为 x 轴, y 轴建立平面直角坐标系.

(1) 求 OE 的长及经过 O, D, C 三点抛物线的解析式;

(2) 一动点 P 从点 C 出发, 沿 CB 以每秒 2 个单位长度的速度向点 B 运动, 同时动点 Q 从 E 点出发, 沿 EC 以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 运动, 当点 P 到达点 B 时, 两点同时停止运动, 设运动时间为 t 秒, 当 t 为何值时, $DP = DQ$;

(3) 若点 N 在 (1) 中抛物线的对称轴上, 点 M 在抛物线上, 是否存在这样的点 M 与点 N, 使 M, N, C, E 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请求出 M 点坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 由折叠的性质可求得 CE、CO, 在 $\text{Rt}\triangle COE$ 中, 由勾股定理可求得 OE, 设 $AD=m$, 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 由勾股定理可求得 m 的值, 可求得 D 点坐标, 结合 C、O 两点, 利用待定系数法可求得抛物线解析式;

(2) 用 t 表示出 CP、BP 的长, 可证明 $\triangle DBP \cong \triangle DEQ$, 可得到 $BP=EQ$, 可求得 t 的值;

(3) 可设出 N 点坐标, 分三种情况①EN 为对角线, ②EM 为对角线, ③EC 为对角线, 根据平行四边形的性质可求得对角线的交点横坐标, 从而可求得 M 点的横坐标, 再代入抛物线解析式可求得 M 点的坐标.

解答: 解: (1) $\because CE=CB=5$, $CO=AB=4$,

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle COE \text{ 中, } OE = \sqrt{CE^2 - CO^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

设 $AD=m$, 则 $DE=BD=4-m$,

$$\because OE=3,$$

$$\therefore AE=5-3=2,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 由勾股定理可得 $AD^2 + AE^2 = DE^2$, 即 $m^2 + 2^2 = (4-m)^2$, 解得 $m = \frac{3}{2}$,

$$\therefore D \left(-\frac{3}{2}, -5 \right),$$

$$\because C(-4, 0), O(0, 0),$$

$\therefore$ 设过 O、D、C 三点的抛物线为 $y=ax(x+4)$,

$$\therefore -5 = -\frac{3}{2}a \left(-\frac{3}{2} + 4 \right), \text{ 解得 } a = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = \frac{4}{3}x(x+4) = \frac{4}{3}x^2 + \frac{16}{3}x;$$

(2) $\because CP=2t$,

$$\therefore BP=5-2t,$$

在 $\text{Rt}\triangle DBP$ 和 $\text{Rt}\triangle DEQ$ 中,

$$\begin{cases} DP=DQ \\ BD=ED \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle DBP \cong \text{Rt}\triangle DEQ \text{ (HL)},$

$$\therefore BP=EQ,$$

$$\therefore 5 - 2t = t,$$

$$\therefore t = \frac{5}{3};$$

(3) $\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -2$,

$\therefore$ 设 $N(-2, n)$,

又由题意可知 $C(-4, 0)$, $E(0, -3)$,

设 $M(m, y)$,

①当 EN 为对角线, 即四边形 $ECNM$ 是平行四边形时,

则线段 EN 的中点横坐标为 $\frac{0 + (-2)}{2} = -1$, 线段 CM 中点横坐标为 $\frac{m + (-4)}{2}$,

$\because EN, CM$ 互相平分,

$$\therefore \frac{m + (-4)}{2} = -1, \text{ 解得 } m = 2,$$

又 M 点在抛物线上,

$$\therefore y = \frac{4}{3} \times 2^2 + \frac{16}{3} \times 2 = 16,$$

$\therefore M(2, 16)$;

②当 EM 为对角线, 即四边形 $ECMN$ 是平行四边形时,

则线段 EM 的中点横坐标为 $\frac{m + 0}{2}$, 线段 CN 中点横坐标为 $\frac{(-2) + (-4)}{2} = -3$,

$\because EN, CM$ 互相平分,

$$\therefore \frac{m}{2} = -3, \text{ 解得 } m = -6,$$

又 $\because M$ 点在抛物线上,

$$\therefore y = \frac{4}{3} \times (-6)^2 + \frac{16}{3} \times (-6) = 16,$$

$\therefore M(-6, 16)$;

③当 CE 为对角线, 即四边形 $EMCN$ 是平行四边形时,

则 M 为抛物线的顶点, 即 $M(-2, -\frac{16}{3})$.

综上所述, 存在满足条件的点 M , 其坐标为 $(2, 16)$ 或 $(-6, 16)$ 或 $(-2, -\frac{16}{3})$.

点评: 本题主要考查二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、全等三角形的判定和性质、折叠的性质、平行四边形的性质等知识点. 在 (1) 中求得 D 点坐标是解题的关键, 在 (2) 中证得全等, 得到关于 t 的方程是解题的关键, 在 (3) 中注意分类讨论思想的应用. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.