

2015 年湖北省荆州市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题只有唯一正确答案, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 直线 l_3 与 l_1, l_2 分别交于 A, B 两点, 若 $\angle 1 = 70^\circ$, 则 $\angle 2 =$ ()

- A. 70° B. 80° C. 110° D. 120°

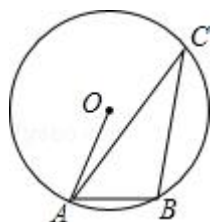
3. 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{4} = \pm 2$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ C. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ D. $(x^2)^3 = x^6$

4. 将抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 向上平移 2 个单位长度, 再向右平移 3 个单位长度后, 得到的抛物线的解析式为 ()

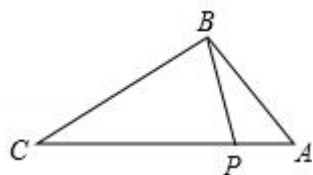
- A. $y = (x - 1)^2 + 4$ B. $y = (x - 4)^2 + 4$ C. $y = (x + 2)^2 + 6$ D. $y = (x - 4)^2 + 6$

5. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上三点, $\angle ACB = 25^\circ$, 则 $\angle BAO$ 的度数是 ()



- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

6. 如图, 点 P 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上, 要判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$, 添加一个条件, 不正确的是 ()

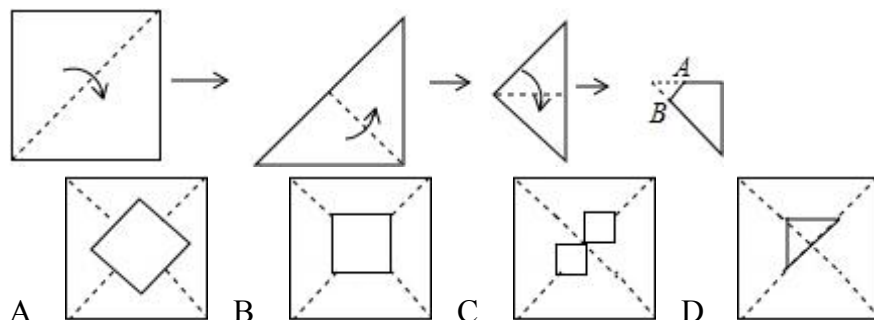


A. $\angle ABP = \angle CB$. $\angle APB = \angle ABC$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CB}$

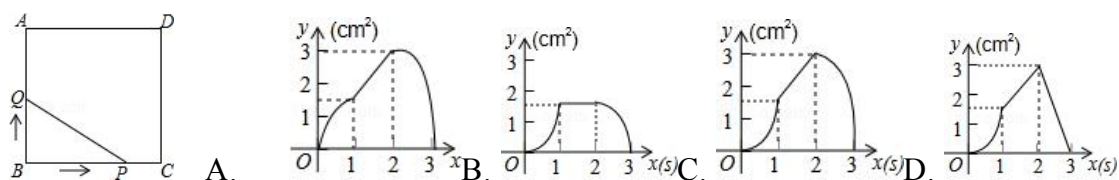
7. 若关于 x 的分式方程 $\frac{m-1}{x-1} = 2$ 的解为非负数，则 m 的取值范围是 ()

A. $m > -1$ B. $m \geq 1$ C. $m > -1$ 且 $m \neq 1$ D. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$

8. 如图所示，将正方形纸片三次对折后，沿图中 AB 线剪掉一个等腰直角三角形，展开铺平得到的图形是 ()



9. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 3cm ，动点 P 从 B 点出发以 3cm/s 的速度沿着边 $BC - CD - DA$ 运动，到达 A 点停止运动；另一动点 Q 同时从 B 点出发，以 1cm/s 的速度沿着边 BA 向 A 点运动，到达 A 点停止运动。设 P 点运动时间为 x (s)， $\triangle BPQ$ 的面积为 y (cm^2)，则 y 关于 x 的函数图象是 ()



10. 把所有正奇数从小到大排列，并按如下规律分组：(1)，(3, 5, 7)，(9, 11, 13, 15, 17)，(19, 21, 23, 25, 27, 29, 31)，...，现有等式 $A_m = (i, j)$ 表示正奇数 m 是第 i 组第 j 个数 (从左往右数)，如 $A_7 = (2, 3)$ ，则 $A_{2015} =$ ()

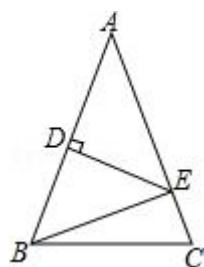
A. (31, 50) B. (32, 47) C. (33, 46) D. (34, 42)

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

11. 计算: $\sqrt{9} - 2^{-1} + \sqrt[3]{8} - |-2| + (-\frac{1}{3})^0 =$ _____.

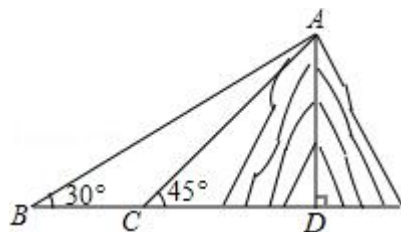
12. 分解因式: $ab^2 - ac^2 =$ _____.

13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AB 的垂直平分线交边 AB 于 D 点, 交边 AC 于 E 点, 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EBC$ 的周长分别是 40cm, 24cm, 则 $AB=$ _____cm.

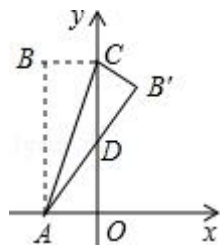


14. 若 m, n 是方程 $x^2+x-1=0$ 的两个实数根, 则 m^2+2m+n 的值为_____.

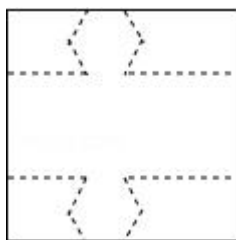
15. 如图, 小明在一块平地上测山高, 先在 B 处测得山顶 A 的仰角为 30° , 然后向山脚直行 100 米到达 C 处, 再测得山顶 A 的仰角为 45° , 那么山高 AD 为_米 (结果保留整数, 测角仪忽略不计, $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3}, 1.732$)



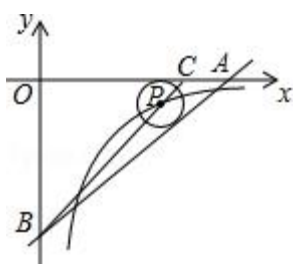
16. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, OA 在 x 轴上, OC 在 y 轴上, 且 $OA=2, AB=5$, 把 $\triangle ABC$ 沿着 AC 对折得到 $\triangle AB'C$, AB' 交 y 轴于 D 点, 则 B' 点的坐标为_____.



17. 如图, 将一张边长为 6cm 的正方形纸片按虚线裁剪后, 恰好围成底面是正六边形的棱柱, 则这个六棱柱的侧面积为_____ cm^2 .



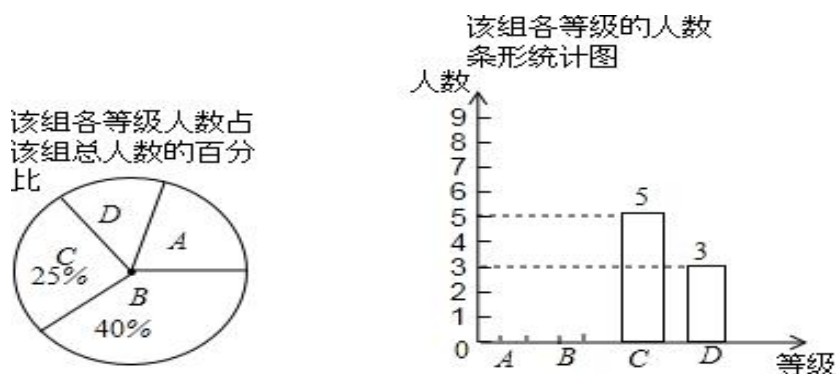
18. 如图, OA 在 x 轴上, OB 在 y 轴上, $OA=8$, $AB=10$, 点 C 在边 OA 上, $AC=2$, $\odot P$ 的圆心 P 在线段 BC 上, 且 $\odot P$ 与边 AB , AO 都相切. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过圆心 P , 则 $k=$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. (7 分) 解方程组:
$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 & \text{①} \\ x + 3y = 7 & \text{②} \end{cases}$$

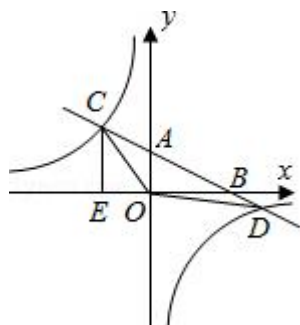
20. (8 分) 某校八年级 (1) 班语文杨老师为了了解学生汉字听写能力情况, 对班上一个组学生的汉字听写成绩按 A, B, C, D 四个等级进行了统计, 并绘制了如下两幅不完整的统计图:



- (1) 求 D 等级所对扇形的圆心角，并将条形统计图补充完整；
- (2) 该组达到 A 等级的同学中只有 1 位男同学，杨老师打算从该组达到 A 等级的同学中随机选出 2 位同学在全班介绍经验，请用列表法或画树状图的方法，求出所选两位同学恰好是 1 位男同学和 1 位女同学的概率。

21. (8 分) 如图，在平面直角坐标系中，O 为原点，直线 AB 分别与 x 轴、y 轴交于 B 和 A，与反比例函数的图象交于 C、D， $CE \perp x$ 轴于点 E， $\tan \angle ABO = \frac{1}{2}$ ， $OB=4$ ， $OE=2$ 。

- (1) 求直线 AB 和反比例函数的解析式；
- (2) 求 $\triangle OCD$ 的面积。



22. (9 分) 如图 1，在正方形 ABCD 中，P 是对角线 BD 上的一点，点 E 在 AD 的延长线上，且 $PA=PE$ ，PE 交 CD 于 F。

- (1) 证明： $PC=PE$ ；
- (2) 求 $\angle CPE$ 的度数；

(3) 如图 2, 把正方形 ABCD 改为菱形 ABCD, 其他条件不变, 当 $\angle ABC=120^\circ$ 时, 连接 CE, 试探究线段 AP 与线段 CE 的数量关系, 并说明理由.

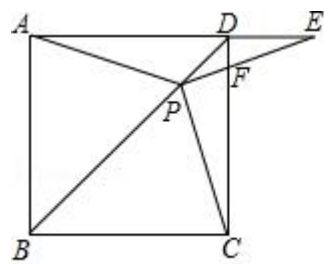


图1

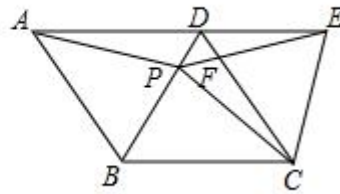


图2

23. (10 分) 荆州素有“鱼米之乡”的美称, 某渔业公司组织 20 辆汽车装运鲢鱼、草鱼、青鱼共 120 吨去外地销售, 按计划 20 辆汽车都要装运, 每辆汽车只能装运同一种鱼, 且必须装满, 根据下表提供的信息, 解答以下问题:

	鲢鱼	草鱼	青鱼
每辆汽车载鱼量 (吨)	8	6	5
每吨鱼获利 (万元)	0.25	0.3	0.2

(1) 设装运鲢鱼的车辆为 x 辆, 装运草鱼的车辆为 y 辆, 求 y 与 x 之间的函数关系式;

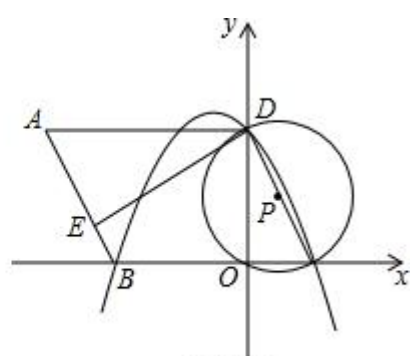
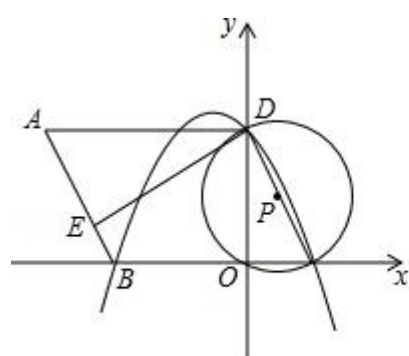
(2) 如果装运每种鱼的车辆都不少于 2 辆, 那么怎样安排车辆能使此次销售获利最大? 并求出最大利润.

24. (12 分) 已知关于 x 的方程 $kx^2 + (2k+1)x + 2 = 0$.

- (1) 求证：无论 k 取任何实数时，方程总有实数根；
- (2) 当抛物线 $y=kx^2+(2k+1)x+2$ 图象与 x 轴两个交点的横坐标均为整数，且 k 为正整数时，若 $P(a, y_1)$ ， $Q(1, y_2)$ 是此抛物线上的两点，且 $y_1 > y_2$ ，请结合函数图象确定实数 a 的取值范围；
- (3) 已知抛物线 $y=kx^2+(2k+1)x+2$ 恒过定点，求出定点坐标.

25. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中， O 为原点，平行四边形 $ABCD$ 的边 BC 在 x 轴上， D 点在 y 轴上， C 点坐标为 $(2, 0)$ ， $BC=6$ ， $\angle BCD=60^\circ$ ，点 E 是 AB 上一点， $AE=3EB$ ， $\odot P$ 过 D, O, C 三点，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 D, B, C 三点.

- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 求证： ED 是 $\odot P$ 的切线；
- (3) 若将 $\triangle ADE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° ， E 点的对应点 E' 会落在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上吗？请说明理由；
- (4) 若点 M 为此抛物线的顶点，平面上是否存在点 N ，使得以点 B, D, M, N 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.



备用图

2015 年湖北省荆州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题只有唯一正确答案，每小题 3 分，共 30 分）

1. -2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的定义：只有符号不同的两个数叫做互为相反数即可得到答案.

【解答】解： -2 的相反数是 2，

故选：A.

【点评】此题主要考查了相反数，关键是掌握相反数的定义.

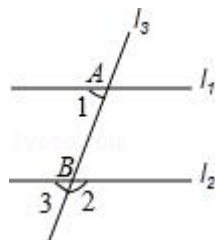
2. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，直线 l_3 与 l_1 ， l_2 分别交于 A，B 两点，若 $\angle 1 = 70^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）

- A. 70° B. 80° C. 110° D. 120°

【考点】平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质求出 $\angle 3 = \angle 1 = 70^\circ$ ，即可求出答案.

【解答】解：



$\because$ 直线 $l_1 \parallel l_2$ ， $\angle 1 = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 110^\circ$ ，

故选 C.

【点评】 本题考查了平行线的性质，邻补角定义的应用，解此题的关键是求出 $\angle 3$ 的度数，注意：两直线平行，同位角相等.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{4}=\pm 2$ B. $x^2 \cdot x^3=x^6$ C. $\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$ D. $(x^2)^3=x^6$

【考点】 幂的乘方与积的乘方；实数的运算；同底数幂的乘法.

【分析】 根据算术平方根的定义对 A 进行判断；根据同底数幂的乘法对 B 进行运算；根据同类二次根式的定义对 C 进行判断；根据幂的乘方对 D 进行运算.

【解答】 解：A. $\sqrt{4}=2$ ，所以 A 错误；

B. $x^2 \cdot x^3=x^5$ ，所以 B 错误；

C. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，不能合并；

D. $(x^2)^3=x^6$ ，所以 D 正确.

故选 D.

【点评】 本题考查实数的综合运算能力，综合运用各种运算法则是解答此题的关键.

4. 将抛物线 $y=x^2-2x+3$ 向上平移 2 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度后，得到的抛物线的解析式为 ()

A. $y=(x-1)^2+4$ B. $y=(x-4)^2+4$ C. $y=(x+2)^2+6$ D. $y=(x-4)^2+6$

【考点】 二次函数图象与几何变换.

【分析】 根据函数图象向上平移加，向右平移减，可得函数解析式.

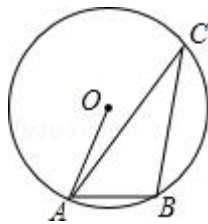
【解答】 解：将 $y=x^2-2x+3$ 化为顶点式，得 $y=(x-1)^2+2$.

将抛物线 $y=x^2-2x+3$ 向上平移 2 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度后，得到的抛物线的解析式为 $y=(x-4)^2+4$,

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，函数图象的平移规律是：左加右减，上加下减.

5. 如图，A，B，C 是 $\odot O$ 上三点， $\angle ACB=25^\circ$ ，则 $\angle BAO$ 的度数是（ ）



A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

【考点】圆周角定理.

【分析】连接 OB，要求 $\angle BAO$ 的度数，只要在等腰三角形 OAB 中求得一个角的度数即可得到答案，利用同弧所对的圆周角是圆心角的一半可得 $\angle AOB=50^\circ$ ，然后根据等腰三角形两底角相等和三角形内角和定理即可求得.

【解答】解：连接 OB，

$$\because \angle ACB=25^\circ,$$

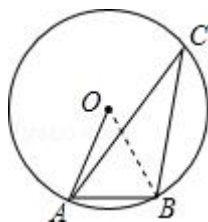
$$\therefore \angle AOB=2 \times 25^\circ=50^\circ,$$

由 $OA=OB$,

$$\therefore \angle BAO=\angle ABO,$$

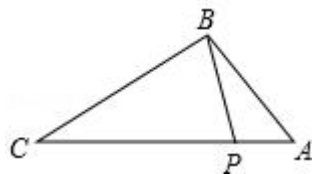
$$\therefore \angle BAO=\frac{1}{2}(180^\circ-50^\circ)=65^\circ.$$

故选 C.



【点评】本题考查了圆周角定理；作出辅助线，构建等腰三角形是正确解答本题的关键.

6. 如图，点 P 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上，要判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，添加一个条件，不正确的是（ ）



- A. $\angle ABP = \angle C$ B. $\angle APB = \angle ABC$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CB}$

【考点】相似三角形的判定.

【分析】分别利用相似三角形的判定方法判断得出即可.

【解答】解：A、当 $\angle ABP = \angle C$ 时，又 $\because \angle A = \angle A$ ， $\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故此选项错误；

B、当 $\angle APB = \angle ABC$ 时，又 $\because \angle A = \angle A$ ， $\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故此选项错误；

C、当 $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AC}$ 时，又 $\because \angle A = \angle A$ ， $\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故此选项错误；

D、无法得到 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故此选项正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定，正确把握判定方法是解题关键.

7. 若关于 x 的分式方程 $\frac{m-1}{x-1} = 2$ 的解为非负数，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m > -1$ B. $m \geq 1$ C. $m > -1$ 且 $m \neq 1$ D. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$

【考点】分式方程的解.

【专题】计算题.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，表示出整式方程的解，根据解为非负数及分式方程分母不为 0 求出 m 的范围即可.

【解答】解：去分母得： $m - 1 = 2x - 2$,

解得： $x = \frac{m+1}{2}$,

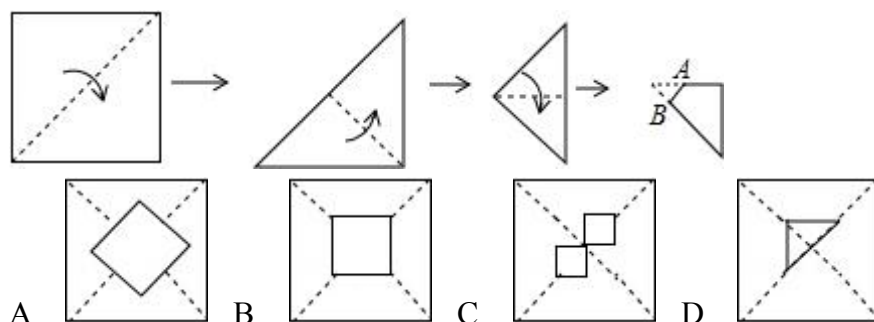
由题意得: $\frac{m+1}{2} \geq 0$ 且 $\frac{m+1}{2} \neq 1$,

解得: $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$,

故选 D

【点评】 此题考查了分式方程的解, 需注意在任何时候都要考虑分母不为 0.

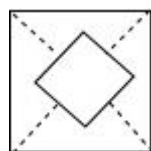
8. 如图所示, 将正方形纸片三次对折后, 沿图中 AB 线剪掉一个等腰直角三角形, 展开铺平得到的图形是 ()



【考点】 剪纸问题.

【分析】 根据题意直接动手操作得出即可.

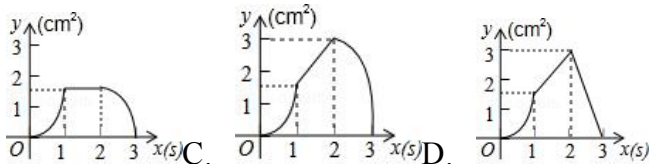
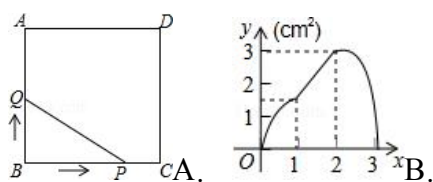
【解答】 解: 找一张正方形的纸片, 按上述顺序折叠、裁剪, 然后展开后得到的图形如图所示:



故选 A.

【点评】 本题考查了剪纸问题, 难点在于根据折痕逐层展开, 动手操作会更简便.

9. 如图, 正方形 ABCD 的边长为 3cm, 动点 P 从 B 点出发以 3cm/s 的速度沿着边 BC - CD - DA 运动, 到达 A 点停止运动; 另一动点 Q 同时从 B 点出发, 以 1cm/s 的速度沿着边 BA 向 A 点运动, 到达 A 点停止运动. 设 P 点运动时间为 x (s), $\triangle BPQ$ 的面积为 y (cm^2), 则 y 关于 x 的函数图象是 ()



【考点】 动点问题的函数图象.

【分析】 首先根据正方形的边长与动点 P、Q 的速度可知动点 Q 始终在 AB 边上, 而动点 P 可以在 BC 边、CD 边、AD 边上, 再分三种情况进行讨论: ① $0 \leq x \leq 1$; ② $1 < x \leq 2$; ③ $2 < x \leq 3$; 分别求出 y 关于 x 的函数解析式, 然后根据函数的图象与性质即可求解.

【解答】 解: 由题意可得 $BQ=x$.

① $0 \leq x \leq 1$ 时, P 点在 BC 边上, $BP=3x$,

则 $\triangle BPQ$ 的面积 $= \frac{1}{2}BP \cdot BQ$,

解 $y = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot x = \frac{3}{2}x^2$; 故 A 选项错误;

② $1 < x \leq 2$ 时, P 点在 CD 边上,

则 $\triangle BPQ$ 的面积 $= \frac{1}{2}BQ \cdot BC$,

解 $y = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 3 = \frac{3}{2}x$; 故 B 选项错误;

③ $2 < x \leq 3$ 时, P 点在 AD 边上, $AP=9-3x$,

则 $\triangle BPQ$ 的面积 $= \frac{1}{2}AP \cdot BQ$,

解 $y = \frac{1}{2} \cdot (9-3x) \cdot x = \frac{9}{2}x - \frac{3}{2}x^2$; 故 D 选项错误.

故选 C.

【点评】 本题考查了动点问题的函数图象, 正方形的性质, 三角形的面积, 利用数形结合、分类讨论是解题的关键.

10. 把所有正奇数从小到大排列，并按如下规律分组： (1) , (3, 5, 7) ,
 (9, 11, 13, 15, 17) , (19, 21, 23, 25, 27, 29, 31) , ... , 现有等式
 $A_m = (i, j)$ 表示正奇数 m 是第 i 组第 j 个数 (从左往右数) , 如 $A_7 = (2, 3)$,
 则 $A_{2015} = (\quad)$

A. (31, 50) B. (32, 47) C. (33, 46) D. (34, 42)

【考点】 规律型：数字的变化类.

【分析】 先计算出 2015 是第 1008 个数，然后判断第 1008 个数在第几组，再判断是这一组的第几个数即可.

【解答】 解：2015 是第 $\frac{2015+1}{2}=1008$ 个数，

设 2015 在第 n 组，则 $1+3+5+7+\dots+(2n-1) \geq 1008$,

即 $\frac{(1+2n-1)n}{2} \geq 1008$,

解得： $n \geq \sqrt{1008}$,

当 $n=31$ 时， $1+3+5+7+\dots+61=961$;

当 $n=32$ 时， $1+3+5+7+\dots+63=1024$;

故第 1008 个数在第 32 组，

第 1024 个数为： $2 \times 1024 - 1 = 2047$,

第 32 组的第一个数为： $2 \times 962 - 1 = 1923$,

则 2015 是 $(\frac{2015-1923}{2}+1) = 47$ 个数.

故 $A_{2015} = (32, 47)$.

故选 B.

【点评】 此题考查数字的变化规律，找出数字之间的运算规律，利用规律解决问题.

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

11. 计算: $\sqrt{9} - 2^{-1} + \sqrt[3]{8} - |-2| + (-\frac{1}{3})^0 = 3\frac{1}{2}$.

【考点】实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

【专题】计算题.

【分析】原式第一项利用算术平方根定义计算, 第二项利用负整数指数幂法则计算, 第三项利用立方根定义计算, 第四项利用绝对值的代数意义化简, 最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= 3 - \frac{1}{2} + 2 - 2 + 1 = 3\frac{1}{2}$,

故答案为: $3\frac{1}{2}$

【点评】此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

12. 分解因式: $ab^2 - ac^2 = a(b+c)(b-c)$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】计算题.

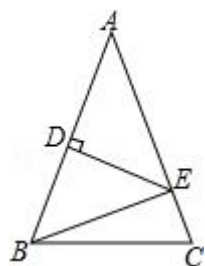
【分析】原式提取 a , 再利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 $= a(b^2 - c^2) = a(b+c)(b-c)$,

故答案为: $a(b+c)(b-c)$

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AB 的垂直平分线交边 AB 于 D 点, 交边 AC 于 E 点, 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EBC$ 的周长分别是 40cm , 24cm , 则 $AB = 16\text{cm}$.



【考点】线段垂直平分线的性质; 等腰三角形的性质.

【分析】 首先根据 DE 是 AB 的垂直平分线，可得 $AE=BE$ ；然后根据 $\triangle ABC$ 的周长 $=AB+AC+BC$ ， $\triangle EBC$ 的周长 $=BE+EC+BC=AE+EC+BC=AC+BC$ ，可得 $\triangle ABC$ 的周长 $-\triangle EBC$ 的周长 $=AB$ ，据此求出 AB 的长度是多少即可.

【解答】 解： $\because$ DE 是 AB 的垂直平分线，
 $\therefore AE=BE$ ；
 $\therefore \triangle ABC$ 的周长 $=AB+AC+BC$ ， $\triangle EBC$ 的周长
 $=BE+EC+BC=AE+EC+BC=AC+BC$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 的周长 $-\triangle EBC$ 的周长 $=AB$ ，
 $\therefore AB=40-24=16$ (cm) .

故答案为： 16.

【点评】 (1) 此题主要考查了垂直平分线的性质，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

(2) 此题还考查了等腰三角形的性质，以及三角形的周长的求法，要熟练掌握.

14. 若 m, n 是方程 $x^2+x-1=0$ 的两个实数根，则 m^2+2m+n 的值为 0.

【考点】 根与系数的关系；一元二次方程的解.

【专题】 计算题.

【分析】 由题意 m 为已知方程的解，把 $x=m$ 代入方程求出 m^2+m 的值，利用根与系数的关系求出 $m+n$ 的值，原式变形后代入计算即可求出值.

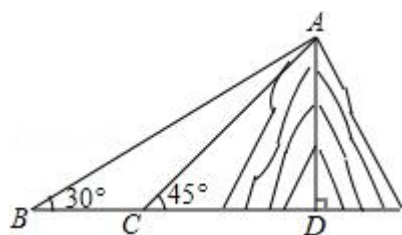
【解答】 解： $\because m, n$ 是方程 $x^2+x-1=0$ 的两个实数根，
 $\therefore m+n=-1, m^2+m=1$,

则原式 $= (m^2+m) + (m+n) = 1 - 1 = 0$,

故答案为： 0

【点评】此题考查了根与系数的关系，以及一元二次方程的解，熟练掌握根与系数的关系是解本题的关键.

15. 如图，小明在一块平地上测山高，先在 B 处测得山顶 A 的仰角为 30° ，然后向山脚直行 100 米到达 C 处，再测得山顶 A 的仰角为 45° ，那么山高 AD 为 137 米（结果保留整数，测角仪忽略不计， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3}$ ，1.732）



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

【专题】计算题.

【分析】根据仰角和俯角的定义得到 $\angle ABD=30^\circ$ ， $\angle ACD=45^\circ$ ，设 $AD=xm$ ，先在 $Rt\triangle ACD$ 中，利用 $\angle ACD$ 的正切可得 $CD=AD=x$ ，则 $BD=BC+CD=x+100$ ，然后在 $Rt\triangle ABD$ 中，利用 $\angle ABD$ 的正切得到 $x=\frac{\sqrt{3}}{3}(x+100)$ ，解得 $x=50(\sqrt{3}+1)$ ，再进行近似计算即可.

【解答】解：如图， $\angle ABD=30^\circ$ ， $\angle ACD=45^\circ$ ， $BC=100m$ ，

设 $AD=xm$ ，

在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\therefore \tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}$ ，

$\therefore CD=AD=x$ ，

$\therefore BD=BC+CD=x+100$ ，

在 $Rt\triangle ABD$ 中， $\therefore \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$ ，

$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+100)$ ，

$\therefore x = 50(\sqrt{3}+1) \approx 137$ ，

即山高 AD 为 137 米.

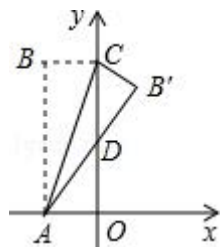
故答案为 137.

【点评】 本题考查了解直角三角形 - 的应用 - 仰角俯角: 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

16. 如图, 矩形 ABCD 中, OA 在 x 轴上, OC 在 y 轴上, 且 OA=2, AB=5,

把 $\triangle ABC$ 沿着 AC 对折得到 $\triangle AB'C$, AB' 交 y 轴于 D 点, 则 B'

点的坐标为 $(\frac{42}{29}, \frac{105}{29})$.



【考点】 翻折变换 (折叠问题); 坐标与图形性质.

【分析】 作 $B'E \perp x$ 轴, 设 $OD=x$, 在 $Rt\triangle AOD$ 中, 根据勾股定理列方程, 再由 $\triangle ADO \sim \triangle AB'E$, 求出 $B'E$ 和 OE .

【解答】 解: 作 $B'E \perp x$ 轴,

易证 $AD=CD$,

设 $OD=x$, $AD=5-x$,

在 $Rt\triangle AOD$ 中, 根据勾股定理列方程得: $2^2+x^2=(5-x)^2$,

解得: $x=2.1$,

$\therefore AD=2.9$,

$\therefore OD \parallel B'E$,

$\therefore \triangle ADO \sim \triangle AB'E$,

$$\therefore \frac{AD}{AB'} = \frac{OD}{B'E} = \frac{OA}{AE},$$

$$\therefore \frac{2.9}{5} = \frac{2.1}{B'E} = \frac{2}{AE},$$

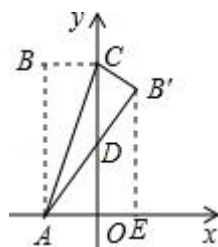
$$\text{解得: } B'E = \frac{105}{29},$$

$$AE = \frac{100}{29},$$

$$\therefore OE = \frac{100}{29} - 2 = \frac{42}{29}.$$

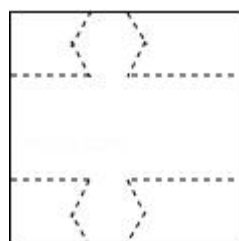
$$\therefore B' \left(\frac{42}{29}, \frac{105}{29} \right).$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{42}{29}, \frac{105}{29} \right).$$



【点评】 本题主要考查了折叠的性质、相似三角形的判定与性质、勾股定理，根据勾股定理列方程求出 OD 是解决问题的关键.

17. 如图，将一张边长为 6cm 的正方形纸片按虚线裁剪后，恰好围成底面是正六边形的棱柱，则这个六棱柱的侧面积为 $36 - 12\sqrt{3}$ cm^2 .



【考点】 展开图折叠成几何体.

【分析】 这个棱柱的侧面展开正好是一个长方形，长为 6，宽为 6 减去两个六边形的高，再用长方形的面积公式计算即可求得答案.

【解答】 解： $\because$ 将一张边长为 6 的正方形纸片按虚线裁剪后，恰好围成一个底面是正六边形的棱柱，

$\therefore$ 这个正六边形的底面边长为 1，高为 $\sqrt{3}$ ，

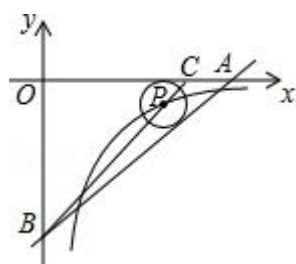
∴ 侧面积为长为 6，宽为 $6 - 2\sqrt{3}$ 的长方形，

∴ 面积为： $6 \times (6 - 2\sqrt{3}) = 36 - 12\sqrt{3}$.

故答案为： $36 - 12\sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了正方形的性质、矩形的性质以及剪纸问题的应用．此题难度不大，注意动手操作拼出图形，并能正确进行计算是解答本题的关键．

18. 如图，OA 在 x 轴上，OB 在 y 轴上，OA=8，AB=10，点 C 在边 OA 上，AC=2，⊙P 的圆心 P 在线段 BC 上，且⊙P 与边 AB，AO 都相切．若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过圆心 P，则 $k = -\frac{27}{4}$.



【考点】切线的性质；一次函数图象上点的坐标特征；反比例函数图象上点的坐标特征．

【专题】计算题．

【分析】作 $PD \perp OA$ 于 D， $PE \perp AB$ 于 E，作 $CH \perp AB$ 于 H，如图，设⊙P 的半径为 r，根据切线的性质和切线长定理得到 $PD = PE = r$ ， $AD = AE$ ，再利用勾股定理计算出 $OB = 6$ ，则可判断 $\triangle OBC$ 为等腰直角三角形，从而得到 $\triangle PCD$ 为等腰直角三角形，则 $PD = CD = r$ ， $AE = AD = 2 + r$ ，通过证明 $\triangle ACH \sim \triangle ABO$ ，利用相似比计算出 $CH = \frac{6}{5}$ ，接着利用勾股定理计算出 $AH = \frac{8}{5}$ ，所以 $BH = 10 - \frac{8}{5} = \frac{42}{5}$ ，然后证明 $\triangle BEH \sim \triangle BHC$ ，利用相似比得到即 $\frac{10 - (2+r)}{\frac{42}{5}} = \frac{r}{\frac{6}{5}}$ ，解得 $r = \frac{3}{2}$ ，从而易得 P 点坐标，再利用反比例函数图象上点的坐标特征求出 k 的值．

【解答】解：作 $PD \perp OA$ 于 D ， $PE \perp AB$ 于 E ，作 $CH \perp AB$ 于 H ，如图，设 $\odot P$ 的半径为 r ，

$\because \odot P$ 与边 AB ， AO 都相切，

$$\therefore PD=PE=r, \quad AD=AE,$$

在 $Rt\triangle OAB$ 中， $\because OA=8$ ， $AB=10$ ，

$$\therefore OB=\sqrt{10^2-8^2}=6,$$

$$\therefore AC=2,$$

$$\therefore OC=6,$$

$\therefore \triangle OBC$ 为等腰直角三角形，

$\therefore \triangle PCD$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore PD=CD=r,$$

$$\therefore AE=AD=2+r,$$

$$\therefore \angle CAH=\angle BAO,$$

$$\therefore \triangle ACH \sim \triangle ABO,$$

$$\therefore \frac{CH}{OB} = \frac{AC}{AB}, \quad \text{即} \frac{CH}{6} = \frac{2}{10}, \quad \text{解得} \quad CH = \frac{6}{5},$$

$$\therefore AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{8}{5},$$

$$\therefore BH = 10 - \frac{8}{5} = \frac{42}{5},$$

$$\therefore PE \parallel CH,$$

$$\therefore \triangle BEP \sim \triangle BHC,$$

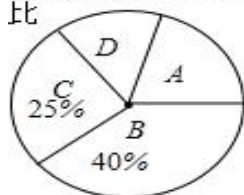
$$\therefore \frac{BE}{BH} = \frac{PE}{CH}, \quad \text{即} \frac{10 - (2+r)}{\frac{42}{5}} = \frac{r}{\frac{6}{5}}, \quad \text{解得} \quad r = \frac{3}{2},$$

$$\therefore OD = OC - CD = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2},$$

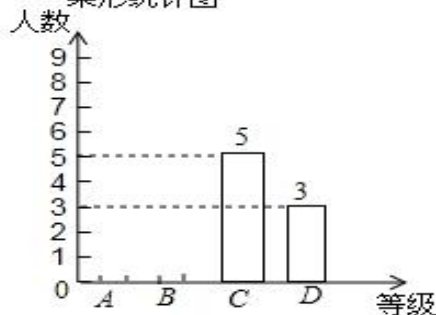
$$\therefore P \left(\frac{9}{2}, -\frac{3}{2} \right),$$

$$\therefore k = \frac{9}{2} \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -\frac{27}{4}.$$

该组各等级人数占该组总人数的百分比



该组各等级的人数
条形统计图



- (1) 求 D 等级所对扇形的圆心角，并将条形统计图补充完整；
- (2) 该组达到 A 等级的同学中只有 1 位男同学，杨老师打算从该组达到 A 等级的同学中随机选出 2 位同学在全班介绍经验，请用列表法或画树状图的方法，求出所选两位同学恰好是 1 位男同学和 1 位女同学的概率.

【考点】 列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图.

【分析】 (1) 根据 C 等级的人数及所占的比例即可得出总人数，进而可得出 D 级学生的人数占全班总人数的百分数及扇形统计图中 D 级所在的扇形的圆心角；根据 A、B 等级的人数=总数×所占的百分比可补全图形.

(2) 画出树状图，然后根据概率公式列式计算即可得解.

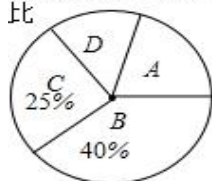
【解答】 解： (1) 总人数=5÷25%=20,

∴ D 级学生的人数占全班总人数的百分数为： $\frac{3}{20} \times 100\% = 15\%$,

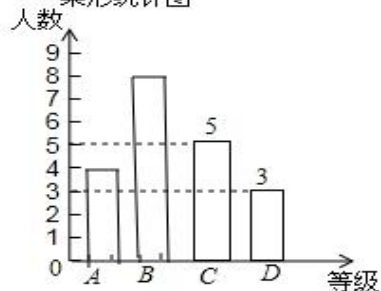
扇形统计图中 D 级所在的扇形的圆心角为 $15\% \times 360^\circ = 54^\circ$.

由题意得：B 等级的人数=20×40%=8 (人)，A 等级的人数=20×20%=4.

该组各等级人数占该组总人数的百分比



该组各等级的人数
条形统计图



(2) 根据题意画出树状图如下：



一共有 12 种情况，恰好是 1 位男同学和 1 位女同学有 7 种情况，

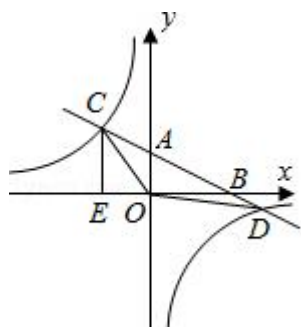
所以， $P(\text{恰好是 1 位男同学和 1 位女同学}) = \frac{7}{12}$.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

21. (8 分) 如图，在平面直角坐标系中，O 为原点，直线 AB 分别与 x 轴、y 轴交于 B 和 A，与反比例函数的图象交于 C、D， $CE \perp x$ 轴于点 E， $\tan \angle ABO = \frac{1}{2}$ ， $OB=4$ ， $OE=2$.

(1) 求直线 AB 和反比例函数的解析式；

(2) 求 $\triangle OCD$ 的面积.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 根据已知条件求出 A、B、C 点坐标，用待定系数法求出直线 AB 和反比例的函数解析式；

(2) 联立一次函数的解析式和反比例的函数解析式可得交点 D 的坐标，从而根据三角形面积公式求解.

【解答】解： (1) $\because OB=4, OE=2,$

$$\therefore BE=2+4=6.$$

$$\because CE \perp x \text{ 轴于点 } E, \tan \angle ABO = \frac{AO}{BO} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore OA=2, CE=3.$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 (0, 2)、点 B 的坐标为 C (4, 0)、点 C 的坐标为 (-2, 3).

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$, 则 $\begin{cases} 0+b=2 \\ 4k+b=0 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}.$$

故直线 AB 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$.

设反比例函数的解析式为 $y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$),

将点 C 的坐标代入, 得 $3=\frac{m}{-2},$

$$\therefore m=-6.$$

$\therefore$ 该反比例函数的解析式为 $y=-\frac{6}{x}.$

$$(2) \text{ 联立反比例函数的解析式和直线 AB 的解析式可得 } \begin{cases} y=-\frac{6}{x} \\ y=-\frac{1}{2}x+2 \end{cases},$$

可得交点 D 的坐标为 (6, -1),

则 $\triangle BOD$ 的面积 $=4 \times 1 \div 2 = 2,$

$\triangle BOD$ 的面积 $=4 \times 3 \div 2 = 6,$

故 $\triangle OCD$ 的面积为 $2+6=8.$

【点评】本题是一次函数与反比例函数的综合题. 主要考查待定系数法求函数解析式. 求 A、B、C 点的坐标需用正切定义或相似三角形的性质, 起点稍高, 部分学生感觉较难.

22. (9分) 如图1, 在正方形ABCD中, P是对角线BD上的一点, 点E在AD的延长线上, 且PA=PE, PE交CD于F.

(1) 证明: $PC=PE$;

(2) 求 $\angle CPE$ 的度数;

(3) 如图2, 把正方形ABCD改为菱形ABCD, 其他条件不变, 当 $\angle ABC=120^\circ$ 时, 连接CE, 试探究线段AP与线段CE的数量关系, 并说明理由.

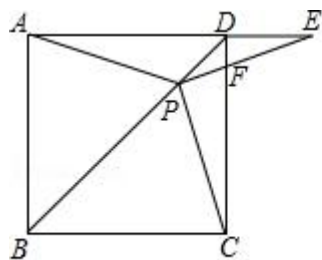


图1

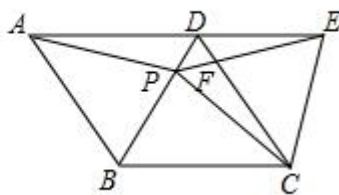


图2

【考点】 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质; 菱形的性质.

【分析】 (1) 先证出 $\triangle ABP \cong \triangle CBP$, 得 $PA=PC$, 由于 $PA=PE$, 得 $PC=PE$;

(2) 由 $\triangle ABP \cong \triangle CBP$, 得 $\angle BAP = \angle BCP$, 进而得 $\angle DAP = \angle DCP$, 由 $PA=PC$, 得到 $\angle DAP = \angle E$, $\angle DCP = \angle E$, 最后 $\angle CPF = \angle EDF = 90^\circ$ 得到结论;

(3) 借助(1)和(2)的证明方法容易证明结论.

【解答】 (1) 证明: 在正方形ABCD中, $AB=BC$,

$$\angle ABP = \angle CBP = 45^\circ,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CBP$ 中,

$$\begin{cases} AB=BC \\ \angle ABP=\angle CBP, \\ PB=PB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CBP$ (SAS),

$$\therefore PA=PC,$$

$$\because PA=PE,$$

$$\therefore PC=PE;$$

(2) 由 (1) 知, $\triangle ABP \cong \triangle CBP$,

$$\therefore \angle BAP = \angle BCP,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle DCP,$$

$$\therefore PA = PC,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle E,$$

$$\therefore \angle DCP = \angle E,$$

$$\therefore \angle CFP = \angle EFD \text{ (对顶角相等)},$$

$$\therefore 180^\circ - \angle PFC - \angle PCF = 180^\circ - \angle DFE - \angle E,$$

$$\text{即 } \angle CPF = \angle EDF = 90^\circ;$$

(3) 在正方形 ABCD 中, $AB = BC$, $\angle ABP = \angle CBP = 45^\circ$,

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CBP$ 中,

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CBP \text{ (SAS)},$$

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABP = \angle CBP \\ PB = PB \end{cases}$$

$$\therefore PA = PC, \angle BAP = \angle BCP,$$

$$\therefore PA = PE,$$

$$\therefore PC = PE,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle DCP,$$

$$\therefore PA = PC,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle E,$$

$$\therefore \angle DCP = \angle E$$

$$\therefore \angle CFP = \angle EFD \text{ (对顶角相等)},$$

$$\therefore 180^\circ - \angle PFC - \angle PCF = 180^\circ - \angle DFE - \angle E,$$

即 $\angle CPF = \angle EDF = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \triangle EPC$ 是等边三角形,

$\therefore PC = CE$,

$\therefore AP = CE$;

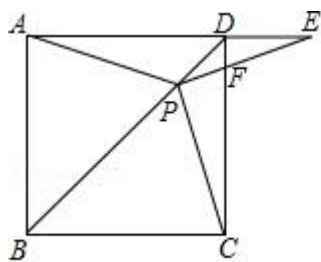


图1

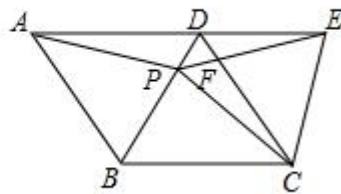


图2

【点评】 本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，菱形的性质，等边对等角的性质，熟记正方形的性质确定出 $\angle ABP = \angle CBP$ 是解题的关键.

23. (10 分) 荆州素有“鱼米之乡”的美称，某渔业公司组织 20 辆汽车装运鲢鱼、草鱼、青鱼共 120 吨去外地销售，按计划 20 辆汽车都要装运，每辆汽车只能装运同一种鱼，且必须装满，根据下表提供的信息，解答下列问题：

	鲢鱼	草鱼	青鱼
每辆汽车载鱼量 (吨)	8	6	5
每吨鱼获利 (万元)	0.25	0.3	0.2

(1) 设装运鲢鱼的车辆为 x 辆，装运草鱼的车辆为 y 辆，求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 如果装运每种鱼的车辆都不少于 2 辆，那么怎样安排车辆能使此次销售获利最大？并求出最大利润.

【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设装运鲢鱼的车辆为 x 辆，装运草鱼的车辆为 y 辆，则由 $(20 - x - y)$ 辆汽车装运青鱼，由 20 辆汽车的总运输量为 120 吨建立等式就可以求出结论；

(2) 根据建立不等装运每种鱼的车辆都不少于 2 辆，列出不等式组求出 x 的范围，设此次销售所获利润为 w 元，

$w=0.25x \times 8+0.3(-3x+20) \times 6+0.2(20-x+3x-20) \times 5=-1.4x+36$ ，再利用一次函数的性质即可解答.

【解答】解：(1) 设装运鲢鱼的车辆为 x 辆，装运草鱼的车辆为 y 辆，则由 $(20-x-y)$ 辆汽车装运青鱼，由题意，得

$$8x+6y+5(20-x-y)=120,$$

$$\therefore y=-3x+20.$$

答： y 与 x 的函数关系式为 $y=-3x+20$;

$$(2), \text{ 根据题意, 得 } \begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 2 \\ 20-x-y \geq 2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x \geq 2 \\ -3x+20 \geq 2 \\ 20-x+3x-20 \geq 2 \end{cases},$$

解得： $2 \leq x \leq 6$,

设此次销售所获利润为 w 元，

$$w=0.25x \times 8+0.3(-3x+20) \times 6+0.2(20-x+3x-20) \times 5=-1.4x+36$$

$$\therefore k=-1.4 < 0,$$

$\therefore w$ 随 x 的增大而减小.

$\therefore$ 当 $x=2$ 时， w 取最大值，最大值为： $-1.4 \times 2+36=33.2$ (万元) .

$\therefore$ 装运鲢鱼的车辆为 2 辆，装运草鱼的车辆为 14 辆，装运青鱼的车辆为 4 辆时获利最大，最大利润为 33.2 万元.

【点评】 本题考查了一次函数的解析式的运用，一次函数的性质的运用，一元一次不等式组的运用，解答时求出函数的解析式是关键.

24. (12分) 已知关于 x 的方程 $kx^2 + (2k+1)x + 2 = 0$.

(1) 求证: 无论 k 取任何实数时, 方程总有实数根;

(2) 当抛物线 $y = kx^2 + (2k+1)x + 2$ 图象与 x 轴两个交点的横坐标均为整数, 且 k 为正整数时, 若 $P(a, y_1)$, $Q(1, y_2)$ 是此抛物线上的两点, 且 $y_1 > y_2$, 请结合函数图象确定实数 a 的取值范围;

(3) 已知抛物线 $y = kx^2 + (2k+1)x + 2$ 恒过定点, 求出定点坐标.

【考点】 抛物线与 x 轴的交点; 根的判别式; 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 (1) 分类讨论: 该方程是一元一次方程和一元二次方程两种情况. 当该方程为一元二次方程时, 根的判别式 $\Delta \geq 0$, 方程总有实数根;

(2) 通过解 $kx^2 + (2k+1)x + 2 = 0$ 得到 $k=1$, 由此得到该抛物线解析式为 $y = x^2 + 3x + 2$, 结合图象回答问题.

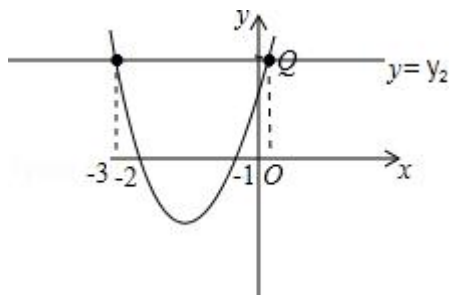
(3) 根据题意得到 $kx^2 + (2k+1)x + 2 - y = 0$ 恒成立, 由此列出关于 x 、 y 的方程组, 通过解方程组求得该定点坐标.

【解答】 (1) 证明: ①当 $k=0$ 时, 方程为 $x+2=0$, 所以 $x=-2$, 方程有实数根,
②当 $k \neq 0$ 时, $\because \Delta = (2k+1)^2 - 4k \times 2 = (2k-1)^2 \geq 0$, 即 $\Delta \geq 0$,
 $\therefore$ 无论 k 取任何实数时, 方程总有实数根;

(2) 解: 令 $y=0$, 则 $kx^2 + (2k+1)x + 2 = 0$,
解关于 x 的一元二次方程, 得 $x_1 = -2$, $x_2 = -\frac{1}{k}$,

$\because$ 二次函数的图象与 x 轴两个交点的横坐标均为整数, 且 k 为正整数,
 $\therefore k=1$.

$\therefore$ 该抛物线解析式为 $y = x^2 + 3x + 2$,



由图象得到：当 $y_1 > y_2$ 时， $a > 1$ 或 $a < -3$ 。

(3) 依题意得 $kx^2 + (2k+1)x + 2 - y = 0$ 恒成立，即 $k(x^2 + 2x) + x - y + 2 = 0$ 恒成立，

$$\text{则} \begin{cases} x^2 + 2x = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}.$$

所以该抛物线恒过定点 $(0, 2)$ 、 $(-2, 0)$ 。

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点与判别式的关系及二次函数图象上点的坐标特征，解答 (1) 题时要注意分类讨论。

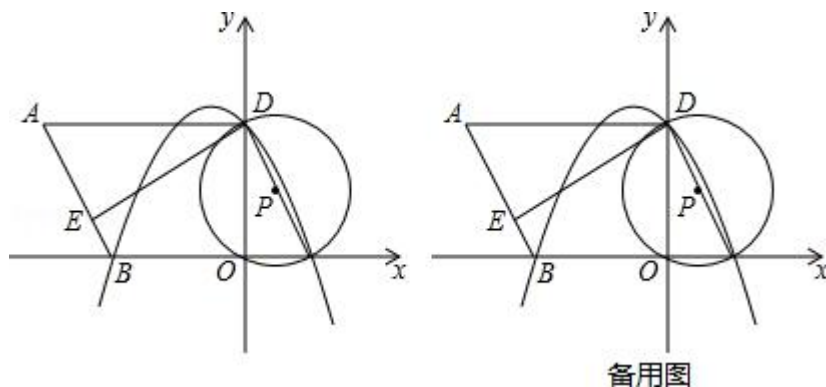
25. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中， O 为原点，平行四边形 $ABCD$ 的边 BC 在 x 轴上， D 点在 y 轴上， C 点坐标为 $(2, 0)$ ， $BC=6$ ， $\angle BCD=60^\circ$ ，点 E 是 AB 上一点， $AE=3EB$ ， $\odot P$ 过 D, O, C 三点，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 D, B, C 三点。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 求证： ED 是 $\odot P$ 的切线；

(3) 若将 $\triangle ADE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° ， E 点的对应点 E' 会落在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上吗？请说明理由；

(4) 若点 M 为此抛物线的顶点，平面上是否存在点 N，使得以点 B, D, M, N 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【专题】 综合题.

【分析】 (1) 先确定 $B(-4, 0)$ ，再在 $Rt\triangle OCD$ 中利用 $\angle OCD$ 的正切求出 $OD=2\sqrt{3}$ ， $D(0, 2\sqrt{3})$ ，然后利用交点式求抛物线的解析式；

(2) 先计算出 $CD=2OC=4$ ，再根据平行四边形的性质得 $AB=CD=4$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = \angle BCD = 60^\circ$ ， $AD=BC=6$ ，则由 $AE=3BE$ 得到 $AE=3$ ，接着计算 $\frac{AE \cdot AD}{OC \cdot CD} = \frac{3}{2}$ ，加上 $\angle DAE = \angle DCB$ ，则可判定 $\triangle AED \sim \triangle COD$ ，得到 $\angle ADE = \angle CDO$ ，而 $\angle ADE + \angle ODE = 90^\circ$ 则 $\angle CDO + \angle ODE = 90^\circ$ ，再利用圆周角定理得到 CD 为 $\odot P$ 的直径，于是根据切线的判定定理得到 ED 是 $\odot P$ 的切线

(3) 由 $\triangle AED \sim \triangle COD$ ，根据相似比计算出 $DE=3\sqrt{3}$ ，由于 $\angle CDE=90^\circ$ ， $DE > DC$ ，再根据旋转的性质得 E 点的对应点 E' 在射线 DC 上，而点 C 、 D 在抛物线上，于是可判断点 E' 不能在抛物线上；

(4) 利用配方得到 $y = -\frac{\sqrt{3}}{4}(x+1)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{4}$ ，则 $M(-1, \frac{9\sqrt{3}}{4})$ ，且 $B(-4, 0)$ ， $D(0, 2\sqrt{3})$ ，根据平行四边形的性质和点平移的规律，利用分类讨论的方法确定 N 点坐标.

【解答】 解：(1) $\because C(2, 0)$ ， $BC=6$ ，

$$\therefore B(-4, 0),$$

$$\text{在 Rt}\triangle OCD \text{ 中, } \because \tan \angle OCD = \frac{OD}{OC},$$

$$\therefore OD = 2 \tan 60^\circ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore D(0, 2\sqrt{3}),$$

$$\text{设抛物线的解析式为 } y = a(x+4)(x-2),$$

$$\text{把 } D(0, 2\sqrt{3}) \text{ 代入得 } a \cdot 4 \cdot (-2) = 2\sqrt{3}, \text{ 解得 } a = -\frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{4}(x+4)(x-2) = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x + 2\sqrt{3};$$

$$(2) \text{ 在 Rt}\triangle OCD \text{ 中, } CD = 2OC = 4,$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 为平行四边形,}$$

$$\therefore AB = CD = 4, AB \parallel CD, \angle A = \angle BCD = 60^\circ, AD = BC = 6,$$

$$\therefore AE = 3BE,$$

$$\therefore AE = 3,$$

$$\therefore \frac{AE}{OC} = \frac{3}{2}, \frac{AD}{CD} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{AE}{OC} = \frac{AD}{CD},$$

$$\text{而 } \angle DAE = \angle DCB,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle COD,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDO,$$

$$\text{而 } \angle ADE + \angle ODE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CDO + \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore CD \perp DE,$$

$$\therefore \angle DOC = 90^\circ,$$

$$\therefore CD \text{ 为 } \odot P \text{ 的直径,}$$

$$\therefore ED \text{ 是 } \odot P \text{ 的切线;}$$

(3) E 点的对应点 E' 不会落在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上. 理由如下:

$$\because \triangle AED \sim \triangle COD,$$

$$\therefore \frac{DE}{OD} = \frac{AE}{OC}, \text{ 即 } \frac{DE}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2}, \text{ 解得 } DE=3\sqrt{3},$$

$$\because \angle CDE=90^\circ, DE > DC,$$

$\therefore \triangle ADE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° , E 点的对应点 E' 在射线 DC 上,

而点 C、D 在抛物线上,

$\therefore$ 点 E' 不能在抛物线上;

(4) 存在.

$$\because y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x + 2\sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{4}(x+1)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore M \left(-1, \frac{9\sqrt{3}}{4} \right),$$

$$\text{而 } B(-4, 0), D(0, 2\sqrt{3}),$$

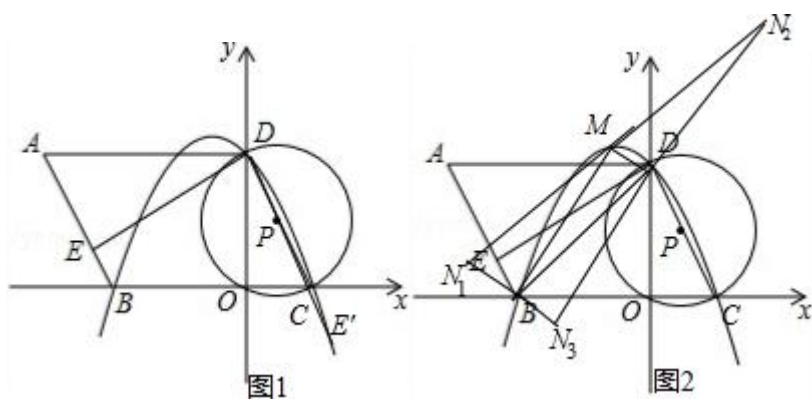
如图 2,

当 BM 为平行四边形 BDMN 的对角线时, 点 D 向左平移 4 个单位, 再向下平移 $2\sqrt{3}$ 个单位得到点 B, 则点 $M(-1, \frac{9\sqrt{3}}{4})$ 向左平移 4 个单位, 再向下平移 $2\sqrt{3}$ 个单位得到点 $N_1(-5, \frac{\sqrt{3}}{4})$;

当 DM 为平行四边形 BDMN 的对角线时, 点 B 向右平移 3 个单位, 再向上平移 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ 个单位得到点 M, 则点 $D(0, 2\sqrt{3})$ 向右平移 3 个单位, 再向上平移 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ 个单位得到点 $N_2(3, \frac{17\sqrt{3}}{4})$;

当 BD 为平行四边形 BDMN 的对角线时, 点 M 向左平移 3 个单位, 再向下平移 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ 个单位得到点 B, 则点 $D(0, 2\sqrt{3})$ 向右平移 3 个单位, 再向下平移 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ 个单位得到点 $N_3(-3, -\frac{\sqrt{3}}{4})$;

综上所述, 点 N 的坐标为 $(-5, \frac{\sqrt{3}}{4})$ 、 $(3, \frac{17\sqrt{3}}{4})$ 、 $(-3, -\frac{\sqrt{3}}{4})$.



【点评】考查了二次函数综合题：熟练掌握用待定系数法求二次函数解析式、二次函数的性质和相似三角形的判定与性质；掌握平行四边形的性质点平移的规律；会证明圆的切线