

2015 年湖北省恩施州中考数学试卷

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分，中每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卷相应位置上）

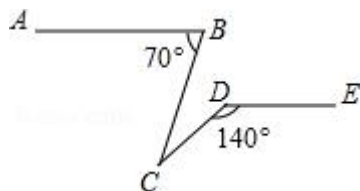
1. -5 的绝对值是（ ）

- A. -5 B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. 5

2. 恩施气候独特，土壤天然含硒，盛产茶叶，恩施富硒茶叶 2013 年总产量达 64000 吨，将 64000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 64×10^3 B. 6.4×10^5 C. 6.4×10^4 D. 0.64×10^5

3. (3 分) (2015•恩施州) 如图，已知 $AB \parallel DE$ ， $\angle ABC = 70^\circ$ ， $\angle CDE = 140^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的值为（ ）



- A. 20° B. 30° C. 40° D. 70°

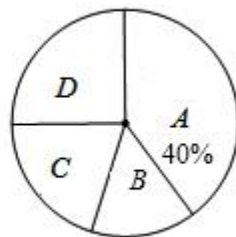
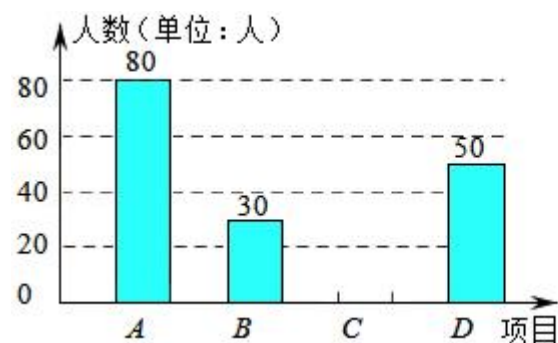
4. (3 分) (2015•恩施州) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + x - 2$ 的自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 2$ B. $x > 2$ C. $x \neq 2$ D. $x \leq 2$

5. (3 分) (2015•恩施州) 下列计算正确的是（ ）

- A. $4x^3 \cdot 2x^2 = 8x^6$ B. $a^4 + a^3 = a^7$ C. $(-x^2)^5 = -x^{10}$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

6. (3 分) (2015•恩施州) 某中学开展“眼光体育一小时”活动，根据学校实际情况，如图决定开设“A：踢毽子，B：篮球，C：跳绳，D：乒乓球”四项运动项目（每位同学必须选择一项），为了解学生最喜欢哪一项运动项目，随机抽取了一部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如图的统计图，则参加调查的学生中最喜欢跳绳运动项目的学生数为（ ）



- A. 240 B. 120 C. 80 D. 40

7. (3分) (2015•恩施州) 如图是一个正方体纸盒的展开图，其中的六个正方形内分别标有数字“0”、“1”、“2”、“5”和汉字“数”、“学”，将其围成一个正方体后，则与“5”相对的是 ()

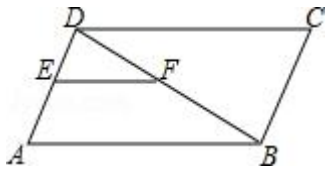


- A. 0 B. 2 C. 数 D. 学

8. (3分) (2015•恩施州) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x-1 > 4(x-1) \\ x < m \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$ ，那么 m 的取值范围为 ()

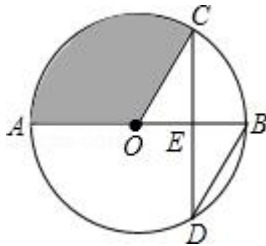
- A. $m=3$ B. $m > 3$ C. $m < 3$ D. $m \geq 3$

9. (3分) (2015•恩施州) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $EF \parallel AB$ 交 AD 于 E ，交 BD 于 F ， $DE:EA=3:4$ ， $EF=3$ ，则 CD 的长为 ()



- A. 4 B. 7 C. 3 D. 12

10. (3分) (2015•恩施州) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 交 AB 于点 E ，且 E 为 OB 的中点， $\angle CDB=30^\circ$ ， $CD=4\sqrt{3}$ ，则阴影部分的面积为 ()



- A. π B. 4π C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{16}{3}\pi$

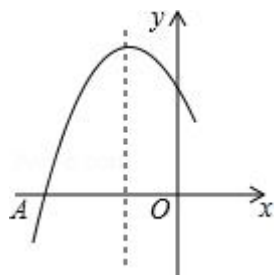
11. (3分) (2015•恩施州) 随着服装市场竞争日益激烈，某品牌服装专卖店一款服装按原售价降价 a 元后，再次降价 20%，现售价为 b 元，则原售价为 ()

- A. $(a+\frac{5}{4}b)$ 元 B. $(a+\frac{4}{5}b)$ 元 C. $(b+\frac{5}{4}a)$ 元 D. $(b+\frac{4}{5}a)$ 元

12. (3分) (2015•恩施州) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分，图象过点 $A(-3, 0)$ ，对称轴为直线 $x=-1$ ，给出四个结论：

① $b^2 > 4ac$; ② $2a+b=0$; ③ $a+b+c > 0$; ④若点 B $(-\frac{5}{2}, y_1)$ 、C $(-\frac{1}{2}, y_2)$ 为函数图象上的两点, 则 $y_1 < y_2$,

其中正确结论是 ()



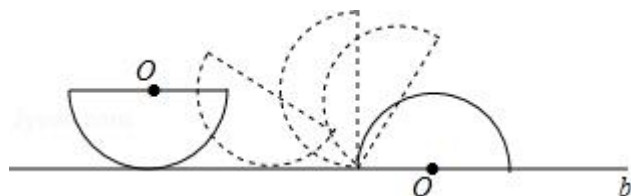
- A. ②④ B. ①④ C. ①③ D. ②③

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分, 不要求写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卷相应位置上)

13. (3 分) (2015•恩施州) 4 的平方根是_____.

14. (3 分) (2015•恩施州) 因式分解: $9bx^2y - by^3 =$ _____.

15. (3 分) (2015•恩施州) 如图, 半径为 5 的半圆的初始状态是直径平行于桌面上的直线 b, 然后把半圆沿直线 b 进行无滑动滚动, 使半圆的直径与直线 b 重合为止, 则圆心 O 运动路径的长度等于 5π .



16. (3 分) (2015•恩施州) 观察下列一组数: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, ... 其中每个数 n 都连续出现 n 次, 那么这一组数的第 119 个数是_____.

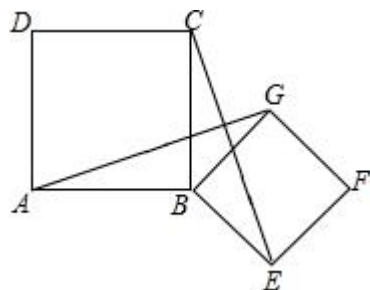
三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 72 分, 请在大题卷指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (8 分) (2015•恩施州) 先化简, 再求值: $\frac{x-4}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x-4} - \frac{x}{x+1}$, 其中 $x=2\sqrt{2}-1$.

18. (8 分) (2015•恩施州) 如图, 四边形 ABCD、BEFG 均为正方形, 连接 AG、CE.

(1) 求证: $AG=CE$;

(2) 求证: $AG \perp CE$.

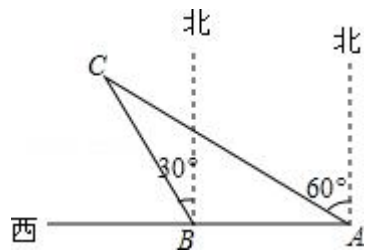


19. (8 分) (2015•恩施州) 质地均匀的小正方体, 六个面分别有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”, 同时投掷两枚, 观察朝上一面的数字.

(1) 求数字“1”出现的概率;

(2) 求两个数字之和为偶数的概率.

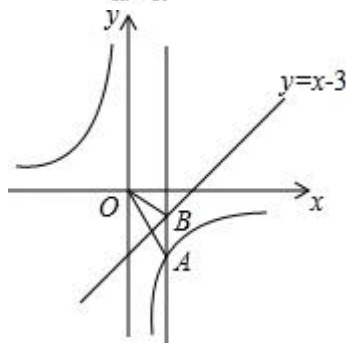
20. (8 分) (2015•恩施州) 如图, 某渔船在海面上朝正西方向以 20 海里/时匀速航行, 在 A 处观测到灯塔 C 在北偏西 60° 方向上, 航行 1 小时到达 B 处, 此时观察到灯塔 C 在北偏西 30° 方向上, 若该船继续向西航行至离灯塔距离最近的位置, 求此时渔船到灯塔的距离 (结果精确到 1 海里, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$)



21. (8 分) (2015•恩施州) 如图, 已知点 A、P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k<0$) 的图象上, 点 B、Q 在直线 $y=x-3$ 的图象上, 点 B 的纵坐标为 -1 , $AB\perp x$ 轴, 且 $S_{\triangle OAB}=4$, 若 P、Q 两点关于 y 轴对称, 设点 P 的坐标为 (m, n) .

(1) 求点 A 的坐标和 k 的值;

(2) 求 $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}$ 的值.



22. (10 分) (2015•恩施州) 某工厂现有甲种原料 360 千克, 乙种原料 290 千克, 计划用这两种原料全部生产 A、B 两种产品共 50 件, 生产 A、B 两种产品与所需原料情况如下表所示:

原料 型号	甲种原料 (千克)	乙种原料 (千克)
A 产品 (每件)	9	3
B 产品 (每件)	4	10

(1) 该工厂生产 A、B 两种产品有哪几种方案?

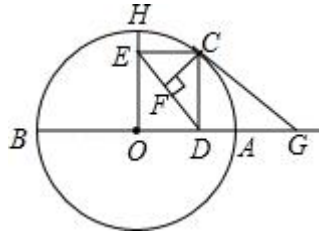
(2) 若生成一件 A 产品可获利 80 元, 生产一件 B 产品可获利 120 元, 怎样安排生产可获得最大利润?

23. (10 分) (2015•恩施州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB=6$, 过点 O 作 $OH \perp AB$ 交圆于点 H , 点 C 是弧 AH 上异于 A 、 B 的动点, 过点 C 作 $CD \perp OA$, $CE \perp OH$, 垂足分别为 D 、 E , 过点 C 的直线交 OA 的延长线于点 G , 且 $\angle GCD = \angle CED$.

(1) 求证: GC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求 DE 的长;

(3) 过点 C 作 $CF \perp DE$ 于点 F , 若 $\angle CED = 30^\circ$, 求 CF 的长.



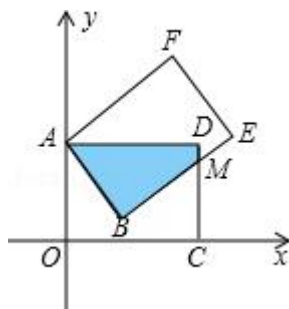
24. (12 分) (2015•恩施州) 矩形 $AOCD$ 绕顶点 $A(0, 5)$ 逆时针方向旋转, 当旋转到如图所示的位置时, 边 BE 交边 CD 于 M , 且 $ME=2$, $CM=4$.

(1) 求 AD 的长;

(2) 求阴影部分的面积和直线 AM 的解析式;

(3) 求经过 A 、 B 、 D 三点的抛物线的解析式;

(4) 在抛物线上是否存在点 P , 使 $S_{\triangle PAM} = \frac{25}{2}$? 若存在, 求出 P 点坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年湖北省恩施州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分，中每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卷相应位置上）

1. -5 的绝对值是（ ）

- A. -5 B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. 5

考点：绝对值.

分析：利用绝对值的性质：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

解答：解：根据负数的绝对值是它的相反数，得 $|-5|=5$ ，
故选 D.

点评：此题主要考查了绝对值，关键是掌握绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. 恩施气候独特，土壤天然含硒，盛产茶叶，恩施富硒茶叶 2013 年总产量达 64000 吨，将 64000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 64×10^3 B. 6.4×10^5 C. 6.4×10^4 D. 0.64×10^5

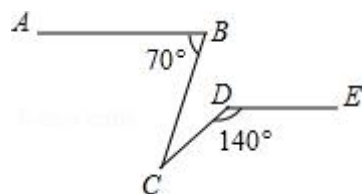
考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答：解： $64000 = 6.4 \times 10^4$ ，
故选 C.

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2015•恩施州) 如图，已知 $AB \parallel DE$ ， $\angle ABC = 70^\circ$ ， $\angle CDE = 140^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的值为（ ）

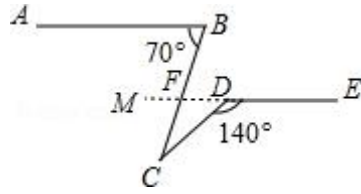


- A. 20° B. 30° C. 40° D. 70°

考点：平行线的性质.

分析：延长 ED 交 BC 于 F，根据平行线的性质求出 $\angle MFC = \angle B = 70^\circ$ ，求出 $\angle FDC = 40^\circ$ ，根据三角形外角性质得出 $\angle C = \angle MFC - \angle MDC$ ，代入求出即可.

解答:



解:

延长 ED 交 BC 于 F,

$\because AB \parallel DE, \angle ABC = 70^\circ,$

$\therefore \angle MFC = \angle B = 70^\circ,$

$\because \angle CDE = 140^\circ,$

$\therefore \angle FDC = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ,$

$\therefore \angle C = \angle MFC - \angle MDC = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ,$

故选 B.

点评: 本题考查了三角形外角性质, 平行线的性质的应用, 解此题的关键是求出 $\angle MFC$ 的度数, 注意: 两直线平行, 同位角相等.

4. (3 分) (2015•恩施州) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + x - 2$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 2$

B. $x > 2$

C. $x \neq 2$

D. $x \leq 2$

考点: 函数自变量的取值范围.

分析: 根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于或等于 0, 分母不等于 0, 可以求出 x 的范围.

解答: 解: 根据题意得: $x - 2 \geq 0$ 且 $x - 2 \neq 0$,

解得: $x > 2$.

故选: B.

点评: 函数自变量的范围一般从三个方面考虑: (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数; (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0; (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

5. (3 分) (2015•恩施州) 下列计算正确的是 ()

A. $4x^3 \cdot 2x^2 = 8x^6$

B. $a^4 + a^3 = a^7$

C. $(-x^2)^5 = -x^{10}$

D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

考点: 单项式乘单项式; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方; 完全平方公式.

专题: 计算题.

分析: A、原式利用单项式乘单项式法则计算得到结果, 即可做出判断;

B、原式不能合并, 错误;

C、原式利用幂的乘方与积的乘方运算法则计算得到结果, 即可做出判断;

D、原式利用完全平方公式化简得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、原式 $= 8x^5$, 错误;

B、原式不能合并, 错误;

C、原式 $= -x^{10}$, 正确;

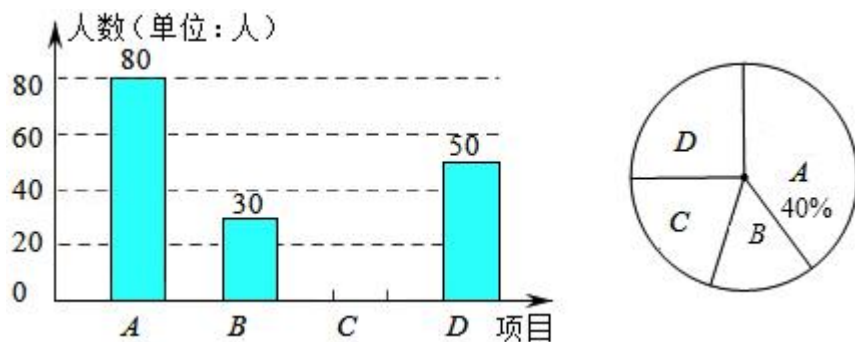
D、原式 $= a^2 - 2ab + b^2$, 错误,

故选 C

点评: 此题考查了单项式乘单项式, 合并同类项, 幂的乘方与积的乘方, 以及完全平方公式,

熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

6. (3分) (2015•恩施州) 某中学开展“眼光体育一小时”活动, 根据学校实际情况, 如图决定开设“A: 踢毽子, B: 篮球, C: 跳绳, D: 乒乓球”四项运动项目 (每位同学必须选择一项), 为了解学生最喜欢哪一项运动项目, 随机抽取了一部分学生进行调查, 丙将调查结果绘制成如图的统计图, 则参加调查的学生中最喜欢跳绳运动项目的学生数为 ()



- A. 240 B. 120 C. 80 D. 40

考点: 条形统计图; 扇形统计图.

分析: 根据 A 项的人数是 80, 所占的百分比是 40%即可求得调查的总人数, 然后李用总人数减去其它组的人数即可求解.

解答: 解: 调查的总人数是: $80 \div 40\% = 200$ (人),
则参加调查的学生中最喜欢跳绳运动项目的学生数是: $200 - 80 - 30 - 50 = 40$ (人).
故选 D.

点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

7. (3分) (2015•恩施州) 如图是一个正方体纸盒的展开图, 其中的六个正方形内分别标有数字“0”、“1”、“2”和汉字“数”、“学”, 将其围成一个正方体后, 则与“5”相对的是 ()



- A. 0 B. 2 C. 数 D. 学

考点: 专题: 正方体相对两个面上的文字.

分析: 正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形, 根据这一特点作答.

解答: 解: 正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形,
“数”相对的字是“1”;
“学”相对的字是“2”;
“5”相对的字是“0”.

故选: A.

点评: 本题主要考查了正方体相对两个面上的文字, 注意正方体的空间图形, 从相对面入手,

分析及解答问题.

8. (3分) (2015•恩施州) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x-1 > 4(x-1) \\ x < m \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$, 那么 m

的取值范围为 ()

- A. $m=3$ B. $m > 3$ C. $m < 3$ D. $m \geq 3$

考点: 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 不等式组中第一个不等式求出解集, 根据已知不等式组的解集确定出 m 的范围即可.

解答:

解: 不等式组变形得: $\begin{cases} x < 3 \\ x < m \end{cases}$,

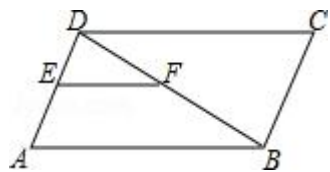
由不等式组的解集为 $x < 3$,

得到 m 的范围为 $m \geq 3$,

故选 D

点评: 此题考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

9. (3分) (2015•恩施州) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $EF \parallel AB$ 交 AD 于 E , 交 BD 于 F , $DE:EA=3:4$, $EF=3$, 则 CD 的长为 ()



- A. 4 B. 7 C. 3 D. 12

考点: 相似三角形的判定与性质; 平行四边形的性质.

分析: 由 $EF \parallel AB$, 根据平行线分线段成比例定理, 即可求得 $\frac{DE}{DA} = \frac{EF}{AB}$, 则可求得 AB 的长,

又由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 根据平行四边形对边相等, 即可求得 CD 的长.

解答: 解: $\because DE:EA=3:4$,

$$\therefore DE:DA=3:7$$

$\because EF \parallel AB$,

$$\therefore \frac{DE}{DA} = \frac{EF}{AB},$$

$\because EF=3$,

$$\therefore \frac{3}{7} = \frac{3}{AB},$$

解得: $AB=7$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

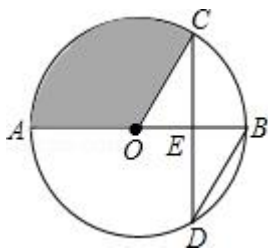
$$\therefore CD=AB=7.$$

故选 B.

点评: 此题考查了平行线分线段成比例定理与平行四边形的性质. 此题难度不大, 解题的关

键是注意数形结合思想的应用.

10. (3分) (2015•恩施州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 交 AB 于点 E, 且 E 为 OB 的中点, $\angle CDB=30^\circ$, $CD=4\sqrt{3}$, 则阴影部分的面积为 ()



- A. π B. 4π C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{16}{3}\pi$

考点: 扇形面积的计算.

分析: 首先证明 $OE=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}OB$, 则可以证得 $\triangle OEC \cong \triangle BED$, 则 $S_{\text{阴影}} = \text{半圆} - S_{\text{扇形 OCB}}$,

利用扇形的面积公式即可求解.

解答: 解: $\because \angle COB = 2\angle CDB = 60^\circ$,

又 $\because CD \perp AB$,

$\therefore \angle OCB = 30^\circ$, $CE = DE$,

$\therefore OE = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}OB = 2\sqrt{3}$, $OC = 4$.

$\therefore OE = BE$,

则在 $\triangle OEC$ 和 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases} OE=BE \\ \angle OEC=\angle BED, \\ CE=DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle OEC \cong \triangle BED$,

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \text{半圆} - S_{\text{扇形 OCB}} = \frac{1}{2}\pi \times 4^2 - \frac{60\pi \times 4^2}{360} = 8\pi - \frac{8}{3}\pi = \frac{16}{3}\pi.$$

故选 D.

点评: 本题考查了扇形的面积公式, 证明 $\triangle OEC \cong \triangle BED$, 得到 $S_{\text{阴影}} = \text{半圆} - S_{\text{扇形 OCB}}$ 是本题的关键.

11. (3分) (2015•恩施州) 随着服装市场竞争日益激烈, 某品牌服装专卖店一款服装按原售价降价 a 元后, 再次降价 20%, 现售价为 b 元, 则原售价为 ()

- A. $(a+\frac{5}{4}b)$ 元 B. $(a+\frac{4}{5}b)$ 元 C. $(b+\frac{5}{4}a)$ 元 D. $(b+\frac{4}{5}a)$ 元

考点: 列代数式.

分析: 可设原售价是 x 元, 根据降价 a 元后, 再次下调了 20% 后是 b 元为相等关系列出方程, 用含 a, b 的代数式表示 x 即可求解.

解答: 解: 设原售价是 x 元, 则

$$(x - a)(1 - 20\%) = b,$$

解得 $x = a + \frac{5}{4}b$,

故选 A.

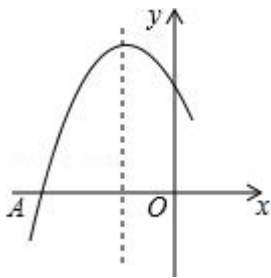
点评: 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系, 列出方程, 再求解

12. (3 分) (2015•恩施州) 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象的一部分, 图象过点 A (-3, 0), 对称轴为直线 $x = -1$, 给出四个结论:

① $b^2 > 4ac$; ② $2a + b = 0$; ③ $a + b + c > 0$; ④ 若点 B $(-\frac{5}{2}, y_1)$ 、C $(-\frac{1}{2}, y_2)$ 为函数图象上的

两点, 则 $y_1 < y_2$,

其中正确结论是 ()



A. ②④

B. ①④

C. ①③

D. ②③

考点: 二次函数图象与系数的关系.

分析: 由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

解答: 解: $\because$ 抛物线的开口方向向下,

$$\therefore a < 0;$$

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 即 } b^2 > 4ac,$$

故①正确

$$\text{由图象可知: 对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$\therefore 2a - b = 0,$$

故②错误;

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上,

$$\therefore c > 0$$

由图象可知: 当 $x = 1$ 时 $y = 0$,

$$\therefore a + b + c = 0;$$

故③错误;

由图象可知: 当 $x = -1$ 时 $y > 0$,

$\therefore$ 点 B $(-\frac{5}{2}, y_1)$ 、C $(-\frac{1}{2}, y_2)$ 为函数图象上的两点, 则 $y_1 < y_2$,

故④正确.

故选 B

点评: 此题考查二次函数的性质, 解答本题关键是掌握二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号由抛

抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分, 不要求写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卷相应位置上)

13. (3 分) (2015•恩施州) 4 的平方根是 ± 2 .

考点: 平方根.

专题: 计算题.

分析: 根据平方根的定义, 求数 a 的平方根, 也就是求一个数 x , 使得 $x^2=a$, 则 x 就是 a 的平方根, 由此即可解决问题.

解答: 解: $\because (\pm 2)^2=4$,
 $\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 .
故答案为: ± 2 .

点评: 本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

14. (3 分) (2015•恩施州) 因式分解: $9bx^2y - by^3 = \underline{by(3x+y)(3x-y)}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

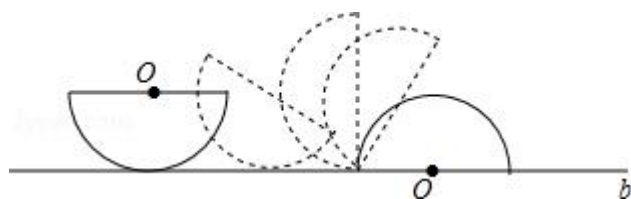
专题: 计算题.

分析: 原式提取 by , 再利用平方差公式分解即可.

解答: 解: 原式 $= by(9x^2 - y^2) = by(3x+y)(3x-y)$,
故答案为: $by(3x+y)(3x-y)$

点评: 此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

15. (3 分) (2015•恩施州) 如图, 半径为 5 的半圆的初始状态是直径平行于桌面上的直线 b , 然后把半圆沿直线 b 进行无滑动滚动, 使半圆的直径与直线 b 重合为止, 则圆心 O 运动路径的长度等于 5π .



考点: 弧长的计算; 旋转的性质.

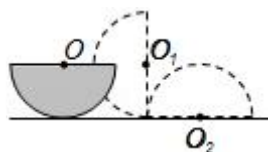
分析: 根据题意得出球在无滑动旋转中通过的路程为 $\frac{1}{2}$ 圆弧, 根据弧长公式求出弧长即可.

解答: 解: 由图形可知, 圆心先向前走 OO_1 的长度即 $\frac{1}{4}$ 圆的周长,

然后沿着弧 O_1O_2 旋转 $\frac{1}{4}$ 圆的周长,

则圆心 O 运动路径的长度为: $\frac{1}{4} \times 2\pi \times 5 + \frac{1}{4} \times 2\pi \times 5 = 5\pi$,

故答案为： 5π .



点评： 本题考查的是弧长的计算和旋转的知识，解题关键是确定半圆作无滑动翻转所经过的路线并求出长度.

16. (3 分) (2015•恩施州) 观察下列一组数：1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, ... 其中每个数 n 都连续出现 n 次，那么这一组数的第 119 个数是 15.

考点： 规律型：数字的变化类.

分析： 根据每个数 n 都连续出现 n 次，可列出 $1+2+3+4+\dots+x=119+1$ ，解方程即可得出答案.

解答： 解：因为每个数 n 都连续出现 n 次，可得：

$$1+2+3+4+\dots+x=119+1,$$

$$\text{解得： } x=15,$$

所以第 119 个数是 15.

故答案为： 15.

点评： 此题考查数字的规律，关键是根据题目首先应找出哪哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的.

三、解答题 (本大题共 8 小题，满分 72 分，请在大题卷指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (8 分) (2015•恩施州) 先化简，再求值： $\frac{x-4}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x-4} - \frac{x}{x+1}$ ，其中 $x=2\sqrt{2}-1$.

考点： 分式的化简求值.

专题： 计算题.

分析： 原式第一项约分后，两项通分并利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

解答：

$$\text{解：原式} = \frac{x-4}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x-4} - \frac{x}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x}{x+1} = -\frac{1}{x+1},$$

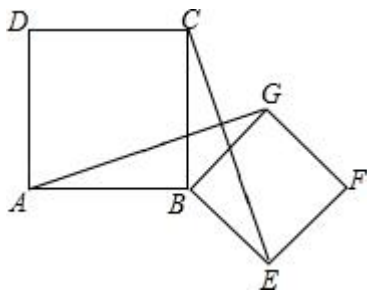
$$\text{当 } x=2\sqrt{2}-1 \text{ 时，原式} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

点评： 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (8 分) (2015•恩施州) 如图，四边形 ABCD、BEFG 均为正方形，连接 AG、CE.

(1) 求证： $AG=CE$;

(2) 求证： $AG \perp CE$.



考点：全等三角形的判定与性质；正方形的性质.

专题：证明题.

分析： (1) 由正方形的性质得出 $AB=CB$, $\angle ABC=\angle GBE=90^\circ$, $BG=BE$, 得出 $\angle ABG=\angle CBE$, 由 SAS 证明 $\triangle ABG \cong \triangle CBE$, 得出对应边相等即可;
 (2) 由 $\triangle ABG \cong \triangle CBE$, 得出对应角相等 $\angle BAG=\angle BCE$, 由 $\angle BAG+\angle AMB=90^\circ$, 对顶角 $\angle AMB=\angle CMN$, 得出 $\angle BCE+\angle CMN=90^\circ$, 证出 $\angle CNM=90^\circ$ 即可.

解答： (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD、BEFG 均为正方形,

$\therefore AB=CB$, $\angle ABC=\angle GBE=90^\circ$, $BG=BE$,

$\therefore \angle ABG=\angle CBE$,

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle CBE$ 中,
$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABG=\angle CBE \\ BG=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle CBE$ (SAS),

$\therefore AG=CE$;

(2) 证明: 如图所示: $\because \triangle ABG \cong \triangle CBE$,

$\therefore \angle BAG=\angle BCE$,

$\because \angle ABC=90^\circ$,

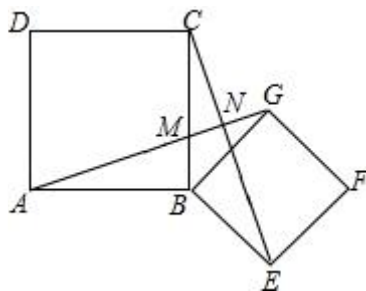
$\therefore \angle BAG+\angle AMB=90^\circ$,

$\because \angle AMB=\angle CMN$,

$\therefore \angle BCE+\angle CMN=90^\circ$,

$\therefore \angle CNM=90^\circ$,

$\therefore AG \perp CE$.



点评： 本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、垂线的证法；熟练掌握正方形的性质，证明三角形全等是解决问题的关键.

19. (8 分) (2015•恩施州) 质地均匀的小正方体，六个面分别有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”，同时投掷两枚，观察朝上一面的数字.

(1) 求数字“1”出现的概率;

(2) 求两个数字之和为偶数的概率.

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: (1) 列表得出所有等可能的情况数, 找出数字“1”出现的情况数, 即可求出所求的概率;

(2) 找出数字之和为偶数的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: (1) 列表如下:

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
6	(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)

所有等可能的情况有 36 种, 其中数字“1”出现的情况有 11 种,

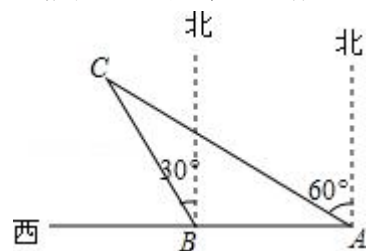
$$\text{则 } P(\text{数字“1”出现}) = \frac{11}{36};$$

(2) 数字之和为偶数的情况有 18 种,

$$\text{则 } P(\text{数字之和为偶数}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.$$

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

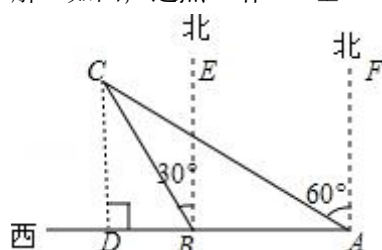
20. (8 分) (2015•恩施州) 如图, 某渔船在海面上朝正西方向以 20 海里/时匀速航行, 在 A 处观测到灯塔 C 在北偏西 60° 方向上, 航行 1 小时到达 B 处, 此时观察到灯塔 C 在北偏西 30° 方向上, 若该船继续向西航行至离灯塔距离最近的位置, 求此时渔船到灯塔的距离 (结果精确到 1 海里, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$)



考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D, 则若该船继续向西航行至离灯塔距离最近的位置为 CD 的长度, 利用锐角三角函数关系进行求解即可.

解答: 解: 如图, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D,



$$AB = 20 \times 1 = 20 \text{ (海里)},$$

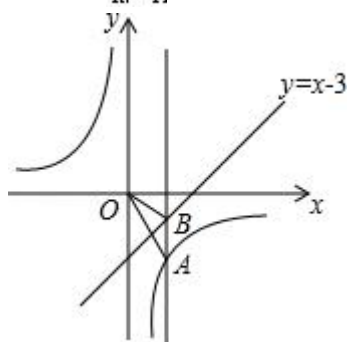
$$\begin{aligned}
&\because \angle CAF=60^\circ, \angle CBE=30^\circ, \\
&\therefore \angle CBA=\angle CBE+\angle EBA=120^\circ, \angle CAB=90^\circ-\angle CAF=30^\circ, \\
&\therefore \angle C=180^\circ-\angle CBA-\angle CAB=30^\circ, \\
&\therefore \angle C=\angle CAB, \\
&\therefore BC=BA=20 \text{ (海里)}, \\
&\angle CBD=90^\circ-\angle CBE=60^\circ, \\
&\therefore CD=BC\cdot\sin\angle CBD=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 17 \text{ (海里)}.
\end{aligned}$$

点评: 此题主要考查了方向角问题, 熟练应用锐角三角函数关系是解题关键.

21. (8分) (2015•恩施州) 如图, 已知点 A、P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k<0$) 的图象上, 点 B、Q 在直线 $y=x-3$ 的图象上, 点 B 的纵坐标为 -1 , $AB\perp x$ 轴, 且 $S_{\triangle OAB}=4$, 若 P、Q 两点关于 y 轴对称, 设点 P 的坐标为 (m, n) .

(1) 求点 A 的坐标和 k 的值;

(2) 求 $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}$ 的值.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 先由点 B 在直线 $y=x-3$ 的图象上, 点 B 的纵坐标为 -1 , 将 $y=-1$ 代入 $y=x-3$, 求出 $x=2$, 即 B $(2, -1)$. 由 $AB\perp x$ 轴可设点 A 的坐标为 $(2, t)$, 利用 $S_{\triangle OAB}=4$ 列出方程 $\frac{1}{2}(-1-t)\times 2=4$, 求出 $t=-5$, 得到点 A 的坐标为 $(2, -5)$; 将点 A 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$, 即可求出 k 的值;

(2) 根据关于 y 轴对称的点的坐标特征得到 Q $(-m, n)$, 由点 P (m, n) 在反比例函数 $y=-\frac{10}{x}$ 的图象上, 点 Q 在直线 $y=x-3$ 的图象上, 得出 $mn=-10$, $m+n=-3$,

再将 $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}$ 变形为 $\frac{(m+n)^2-2mn}{mn}$, 代入数据计算即可.

解答: 解: (1) $\because$ 点 B 在直线 $y=x-3$ 的图象上, 点 B 的纵坐标为 -1 ,

$\therefore$ 当 $y=-1$ 时, $x-3=-1$, 解得 $x=2$,

$\therefore$ B $(2, -1)$.

设点 A 的坐标为 $(2, t)$, 则 $t<-1$, $AB=-1-t$.

$\therefore S_{\triangle OAB}=4$,

$$\therefore \frac{1}{2}(-1-t) \times 2 = 4,$$

解得 $t = -5$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2, -5)$.

$\therefore$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上,

$$\therefore -5 = \frac{k}{2}, \text{ 解得 } k = -10;$$

(2) $\therefore$ P、Q 两点关于 y 轴对称, 点 P 的坐标为 (m, n) ,

$\therefore$ Q $(-m, n)$,

$\therefore$ 点 P 在反比例函数 $y = -\frac{10}{x}$ 的图象上, 点 Q 在直线 $y = x - 3$ 的图象上,

$$\therefore n = -\frac{10}{m}, \quad n = -m - 3,$$

$$\therefore mn = -10, \quad m + n = -3,$$

$$\therefore \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{(m+n)^2 - 2mn}{mn} = \frac{(-3)^2 - 2 \times (-10)}{-10} = -\frac{29}{10}.$$

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 反比例函数与一次函数图象上点的坐标特征, 三角形的面积, 关于 y 轴对称的点的坐标特征, 代数式求值, 求出点 A 的坐标是解决第 (1) 小题的关键, 根据条件得到 $mn = -10$, $m + n = -3$ 是解决第 (2) 小题的关键.

22. (10 分) (2015•恩施州) 某工厂现有甲种原料 360 千克, 乙种原料 290 千克, 计划用这两种原料全部生产 A、B 两种产品共 50 件, 生产 A、B 两种产品与所需原料情况如下表所示:

原料 型号	甲种原料 (千克)	乙种原料 (千克)
A 产品 (每件)	9	3
B 产品 (每件)	4	10

(1) 该工厂生产 A、B 两种产品有哪几种方案?

(2) 若生成一件 A 产品可获利 80 元, 生产一件 B 产品可获利 120 元, 怎样安排生产可获得最大利润?

考点: 一次函数的应用; 一元一次不等式组的应用.

分析: (1) 设工厂可安排生产 x 件 A 产品, 则生产 $(50 - x)$ 件 B 产品, 根据不能多于原料的做为不等量关系可列不等式组求解;

(2) 可以分别求出三种方案比较即可.

解答: 解: (1) 设工厂可安排生产 x 件 A 产品, 则生产 $(50 - x)$ 件 B 产品
由题意得:

$$\begin{cases} 9x + 4(50 - x) \leq 360 \\ 3x + 10(50 - x) \leq 290 \end{cases}$$

解得：30≤x≤32 的整数.

∴有三种生产方案：①A30 件，B20 件；②A31 件，B19 件；③A32 件，B18 件；

(2) 方法一：方案（一）A，30 件，B，20 件时，

$$20 \times 120 + 30 \times 80 = 4800 \text{ (元)}.$$

方案（二）A，31 件，B，19 件时，

$$19 \times 120 + 31 \times 80 = 4760 \text{ (元)}.$$

方案（三）A，32 件，B，18 件时，

$$18 \times 120 + 32 \times 80 = 4720 \text{ (元)}.$$

故方案（一）A，30 件，B，20 件利润最大.

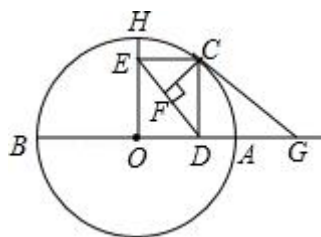
点评：本题考查理解题意的能力，关键是根据有甲种原料 360 千克，乙种原料 290 千克，做为限制列出不等式组求解，然后判断 B 生产的越多，A 少的时候获得利润最大，从而求得解.

23. (10 分) (2015•恩施州) 如图，AB 是⊙O 的直径，AB=6，过点 O 作 OH⊥AB 交圆于点 H，点 C 是弧 AH 上异于 A、B 的动点，过点 C 作 CD⊥OA，CE⊥OH，垂足分别为 D、E，过点 C 的直线交 OA 的延长线于点 G，且∠GCD=∠CED.

(1) 求证：GC 是⊙O 的切线；

(2) 求 DE 的长；

(3) 过点 C 作 CF⊥DE 于点 F，若∠CED=30°，求 CF 的长.



考点：圆的综合题.

分析： (1) 先证明四边形 ODCE 是矩形，得出∠DCE=90°，DE=OC，MC=MD，得出∠CED+∠MDC=90°，∠MDC=∠MCD，证出∠GCD+∠MCD=90°，即可得出结论；

(2) 由 (1) 得：DE=OC= $\frac{1}{2}$ AB，即可得出结果；

(3) 运用三角函数求出 CE，再由含 30°角的直角三角形的性质即可得出结果.

解答： (1) 证明：连接 OC，交 DE 于 M，如图所示：

∵OH⊥AB，CD⊥OA，CE⊥OH，

∴∠DOE=∠OEC=∠ODC=90°，

∴四边形 ODCE 是矩形，

∴∠DCE=90°，DE=OC，MC=MD，

∴∠CED+∠MDC=90°，∠MDC=∠MCD，

∴∠GCD=∠CED，

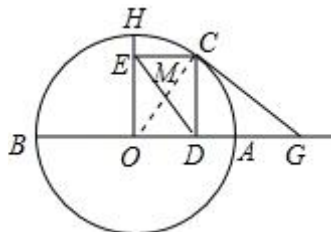
∴∠GCD+∠MCD=90°，

即 GC⊥OC，

∴GC 是⊙O 的切线；

(2) 解：由 (1) 得：DE=OC= $\frac{1}{2}$ AB=3；

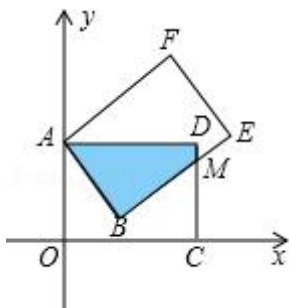
(3) 解: $\because \angle DCE=90^\circ, \angle CED=30^\circ,$
 $\therefore CE=DE \cdot \cos \angle CED=3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2},$
 $\therefore CF=\frac{1}{2}CE=\frac{3\sqrt{3}}{4}.$



点评: 本题是圆的综合题目, 考查了切线的判定、矩形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、三角函数、含 30° 角的直角三角形的性质等知识; 本题有一定难度, 综合性强, 特别是 (1) 中, 需要证明四边形是矩形, 运用角的关系才能得出结论.

24. (12 分) (2015•恩施州) 矩形 AOCD 绕顶点 A (0, 5) 逆时针方向旋转, 当旋转到如图所示的位置时, 边 BE 交边 CD 于 M, 且 ME=2, CM=4.

- (1) 求 AD 的长;
- (2) 求阴影部分的面积和直线 AM 的解析式;
- (3) 求经过 A、B、D 三点的抛物线的解析式;
- (4) 在抛物线上是否存在点 P, 使 $S_{\triangle PAM}=\frac{25}{2}$? 若存在, 求出 P 点坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 几何变换综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 作 $BP \perp AD$ 于 P, $BQ \perp MC$ 于 Q, 如图 1, 根据旋转的性质得 $AB=AO=5$, $BE=OC=AD$, $\angle ABE=90^\circ$, 利用等角的余角相等得 $\angle ABP=\angle MBQ$, 可证明 $Rt\triangle ABP \sim Rt\triangle MBQ$ 得到 $\frac{AP}{MQ}=\frac{BP}{BQ}=\frac{AB}{BM}$, 设 $BQ=PD=x$, $AP=y$, 则 $AD=x+y$, 所以 $BM=x+y-2$, 利用比例性质得到 $PB \cdot MQ=xy$, 而 $PB-MQ=DQ-MQ=DM=1$, 利用完全平方公式和勾股定理得到 $5^2-y^2-2xy+(x+y-2)^2-x^2=1$, 解得 $x+y=7$, 则 $BM=5$, $BE=BM+ME=7$, 所以 $AD=7$;

(2) 由 $AB=BM$ 可判断 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle MBQ$, 则 $BQ=PD=7-AP$, $MQ=AP$, 利用勾股定理得到 $(7-MQ)^2+MQ^2=5^2$, 解得 $MQ=4$ (舍去) 或 $MQ=3$, 则 $BQ=4$, 根据三

角形面积公式和梯形面积公式，利用 $S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{梯形 ABQD}} - S_{\triangle BQM}$ 进行计算即可；然

后利用待定系数法求直线 AM 的解析式；

(3) 先确定 B (3, 1)，然后利用待定系数法求抛物线的解析式；

(4) 当点 P 在线段 AM 的下方的抛物线上时，作 $PK \parallel y$ 轴交 AM 于 K，如图 2 设 P

$(x, \frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 5)$ ，则 K $(x, -\frac{1}{7}x + 5)$ ，则 $KP = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{46}{21}x$ ，根据三角形面积公式得

到 $\frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{3}x^2 + \frac{46}{21}x) \cdot 7 = \frac{25}{2}$ ，解得 $x_1 = 3$ ， $x_2 = \frac{25}{7}$ ，于是得到此时 P 点坐标为 (3, 1)、

$(\frac{25}{7}, \frac{45}{49})$ ；再求出过点 (3, 1) 与 $(\frac{25}{7}, \frac{45}{49})$ 的直线 l 的解析式为 $y = -\frac{1}{7}x + \frac{10}{7}$ ，

则可得到直线 l 与 y 轴的交点 A' 的坐标为 $(0, \frac{10}{7})$ ，所以 $AA' = \frac{25}{7}$ ，然后把直线 AM

向上平移 $\frac{25}{7}$ 个单位得到 l'，直线 l' 与抛物线的交点即为 P 点，由于 A'' $(0, \frac{60}{7})$ ，则

直线 l' 的解析式为 $y = -\frac{1}{7}x + \frac{60}{7}$ ，再通过解方程组 $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 5 \\ y = -\frac{1}{7}x + \frac{60}{7} \end{cases}$ 得 P 点坐标。

解答：解：(1) 作 $BP \perp AD$ 于 P， $BQ \perp MC$ 于 Q，如图 1，

$\because$ 矩形 AOCD 绕顶点 A (0, 5) 逆时针方向旋转得到矩形 ABEF，

$\therefore AB = AO = 5$ ， $BE = OC = AD$ ， $\angle ABE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle PBQ = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABP = \angle MBQ$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABP \sim \text{Rt}\triangle MBQ$ ，

$\therefore \frac{AP}{MQ} = \frac{BP}{BQ} = \frac{AB}{BM}$ ，

设 $BQ = PD = x$ ， $AP = y$ ，则 $AD = x + y$ ， $BM = x + y - 2$ ，

$\therefore \frac{y}{MQ} = \frac{PB}{x} = \frac{5}{x + y - 2}$ ，

$\therefore PB \cdot MQ = xy$ ，

$\therefore PB - MQ = DQ - MQ = DM = 1$ ，

$\therefore (PB - MQ)^2 = 1$ ，即 $PB^2 - 2PB \cdot MQ + MQ^2 = 1$ ，

$\therefore 5^2 - y^2 - 2xy + (x + y - 2)^2 - x^2 = 1$ ，解得 $x + y = 7$ ，

$\therefore BM = 5$ ，

$\therefore BE = BM + ME = 5 + 2 = 7$ ，

$\therefore AD = 7$ ；

(2) $\because AB = BM$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABP \cong \text{Rt}\triangle MBQ$ ，

$\therefore BQ = PD = 7 - AP$ ， $MQ = AP$ ，

$\therefore BQ^2 + MQ^2 = BM^2$ ，

$\therefore (7 - MQ)^2 + MQ^2 = 5^2$ ，解得 $MQ = 4$ (舍去) 或 $MQ = 3$ ，

$\therefore BQ = 7 - 3 = 4$ ，

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{梯形 ABQD}} - S_{\triangle BQM}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4+7) \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3$$

$$= 16;$$

设直线 AM 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{把 } A(0, 5), M(7, 4) \text{ 代入得 } \begin{cases} b=5 \\ 7k+b=4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{7} \\ b=5 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 AM 的解析式为 } y = -\frac{1}{7}x + 5;$$

(3) 设经过 A、B、D 三点的抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

$$\therefore AP=MQ=3, BP=DQ=4,$$

$$\therefore B(3, 1),$$

$$\text{而 } A(0, 5), D(7, 5),$$

$$\therefore \begin{cases} 9a+3b+c=1 \\ c=5 \\ 49a+7b+c=5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-\frac{7}{3} \\ c=5 \end{cases},$$

$$\therefore \text{经过 A、B、D 三点的抛物线的解析式为 } y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 5;$$

(4) 存在.

当点 P 在线段 AM 的下方的抛物线上时, 作 $PK \parallel y$ 轴交 AM 于 K, 如图 2,

$$\text{设 } P(x, \frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 5), \text{ 则 } K(x, -\frac{1}{7}x + 5),$$

$$\therefore KP = -\frac{1}{7}x + 5 - (\frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 5) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{46}{21}x,$$

$$\therefore S_{\triangle PAM} = \frac{25}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{3}x^2 + \frac{46}{21}x) \cdot 7 = \frac{25}{2},$$

$$\text{整理得 } 7x^2 - 46x + 75, \text{ 解得 } x_1=3, x_2=\frac{25}{7}, \text{ 此时 P 点坐标为 } (3, 1), (\frac{25}{7}, \frac{45}{49}),$$

$$\text{求出过点 } (3, 1) \text{ 与 } (\frac{25}{7}, \frac{45}{49}) \text{ 的直线 l 的解析式为 } y = -\frac{1}{7}x + \frac{10}{7}, \text{ 则直线 l 与 y 轴}$$

$$\text{的交点 A' 的坐标为 } (0, \frac{10}{7}),$$

$$\therefore AA' = 5 - \frac{10}{7} = \frac{25}{7},$$

$$\text{把直线 AM 向上平移 } \frac{25}{7} \text{ 个单位得到 l', 则 A''}(0, \frac{60}{7}), \text{ 则直线 l' 的解析式为 } y = -\frac{1}{7}x + \frac{60}{7},$$

解方程组 $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 5 \\ y = -\frac{1}{7}x + \frac{60}{7} \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = \frac{23+2\sqrt{386}}{7} \\ y = \frac{397-2\sqrt{386}}{49} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{23-2\sqrt{386}}{7} \\ y = \frac{397+2\sqrt{386}}{49} \end{cases}$, 此时 P 点坐标为 $(\frac{23+2\sqrt{386}}{7}, \frac{397-2\sqrt{386}}{49})$ 或 $(\frac{23-2\sqrt{386}}{7}, \frac{397+2\sqrt{386}}{49})$.

综上所述, 点 P 的坐标为 $(3, 1)$ 、 $(\frac{25}{7}, \frac{45}{49})$ 、 $(\frac{23+2\sqrt{386}}{7}, \frac{397-2\sqrt{386}}{49})$ 、 $(\frac{23-2\sqrt{386}}{7}, \frac{397+2\sqrt{386}}{49})$.

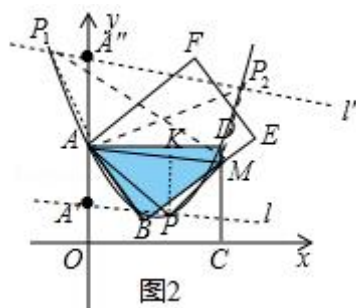


图2

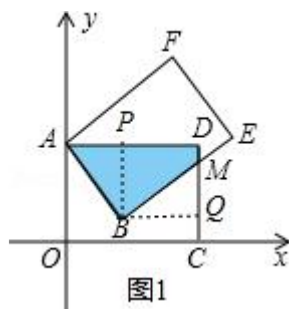


图1

点评: 本题考查了几何变换综合题: 熟练掌握旋转的性质、矩形的性质和三角形全等于相似的判定与性质; 会利用待定系数法求函数解析式; 理解坐标与图形性质; 会进行代数式的变形.