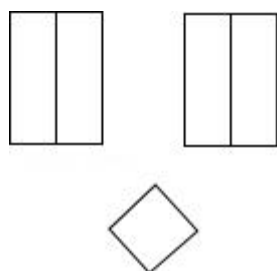


2015 年湖北省孝感市中考数学试卷

一、精心选一选，相信自己的判断！（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的，不涂、错涂或涂的代号超过一个，一律得 0 分）

1. (3 分) (2015•孝感) 下列各数中，最小的数是 ()
- A. -3 B. $|-2|$ C. $(-3)^2$ D. 2×10^3
2. (3 分) (2015•孝感) 已知一个正多边形的每个外角等于 60° ，则这个正多边形是 ()
- A. 正五边形 B. 正六边形 C. 正七边形 D. 正八边形
3. (3 分) (2015•孝感) 下列运算正确的是 ()
- A. $a+2a=3a^2$ B. $3a^3 \cdot 2a^2=6a^6$ C. $a^8 \div a^2=a^4$ D. $(2a)^3=8a^3$
4. (3 分) (2015•孝感) 如图是一个几何体的三视图，则这个几何体是 ()

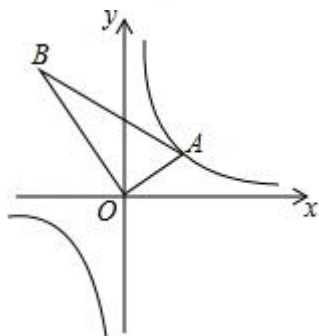


- A. 正方体 B. 长方体 C. 三棱柱 D. 三棱锥
5. (3 分) (2015•孝感) 今年，我省启动了“关爱留守儿童工程”．某村小为了了解各年级留守儿童的数量，对一到六年级留守儿童数量进行了统计，得到每个年级的留守儿童人数分别为 10, 15, 10, 17, 18, 20．对于这组数据，下列说法错误的是 ()
- A. 平均数是 15 B. 众数是 10 C. 中位数是 17 D. 方差是 $\frac{44}{3}$
6. (3 分) (2015•孝感) 在平面直角坐标系中，把点 $P(-5, 3)$ 向右平移 8 个单位得到点 P_1 ，再将点 P_1 绕原点旋转 90° 得到点 P_2 ，则点 P_2 的坐标是 ()
- A. $(3, -3)$ B. $(-3, 3)$ C. $(3, 3)$ 或 $(-3, -3)$ D. $(3, -3)$ 或 $(-3, 3)$
7. (3 分) (2015•孝感) 下列命题：
- ①平行四边形的对边相等；
- ②对角线相等的四边形是矩形；
- ③正方形既是轴对称图形，又是中心对称图形；
- ④一条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形．

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (3分) (2015•孝感) 如图, $\triangle AOB$ 是直角三角形, $\angle AOB=90^\circ$, $OB=2OA$, 点 A 在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上. 若点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, 则 k 的值为 ()



- A. -4 B. 4 C. -2 D. 2

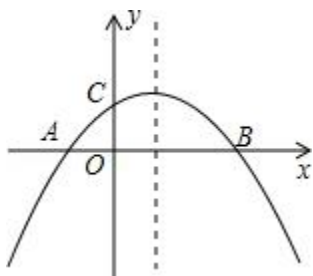
9. (3分) (2015•孝感) 已知 $x=2-\sqrt{3}$, 则代数式 $(7+4\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$ 的值是 ()

- A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $2+\sqrt{3}$ D. $2-\sqrt{3}$

10. (3分) (2015•孝感) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C, 且 $OA=OC$. 则下列结论:

① $abc < 0$; ② $\frac{b^2-4ac}{4a} > 0$; ③ $ac-b+1=0$; ④ $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$.

其中正确结论的个数是 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

二、细心填一填, 试试自己的身手! (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 请将结果直接填写在答题卡相应位置上)

11. (3分) (2015•孝感) 分式方程 $\frac{1}{x} - \frac{5}{x+3}$ 的解是_____.

12. (3分) (2015•孝感) 分解因式: $(a-b)^2 - 4b^2 =$ _____.

13. (3 分) (2015•孝感) 已知圆锥的侧面积等于 $60\pi\text{cm}^2$, 母线长 10cm , 则圆锥的高是_____ cm .

14. (3 分) (2015•孝感) 某市为提倡节约用水, 采取分段收费. 若每户每月用水不超过 20m^3 , 每立方米收费 2 元; 若用水超过 20m^3 , 超过部分每立方米加收 1 元. 小明家 5 月份交水费 64 元, 则他家该月用水_____ m^3 .

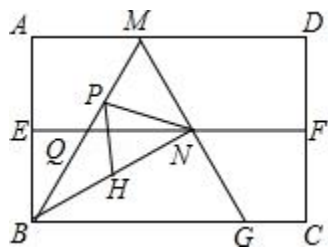
15. (3 分) (2015•孝感) 观察下列等式: $1^2=1$, $1+3=2^2$, $1+3+5=3^2$, $1+3+5+7=4^2$, ..., 则 $1+3+5+7+\dots+2015=$ _____.

16. (3 分) (2015•孝感) 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形纸片, $AB=2$. 对折矩形纸片 $ABCD$, 使 AD 与 BC 重合, 折痕为 EF ; 展平后再过点 B 折叠矩形纸片, 使点 A 落在 EF 上的点 N , 折痕 BM 与 EF 相交于点 Q ; 再次展平, 连接 BN , MN , 延长 MN 交 BC 于点 G . 有如下结论:

① $\angle ABN=60^\circ$; ② $AM=1$; ③ $QN=\frac{\sqrt{3}}{3}$; ④ $\triangle BMG$ 是等边三角形; ⑤ P 为线段 BM 上一动点,

H 是 BN 的中点, 则 $PN+PH$ 的最小值是 $\sqrt{3}$.

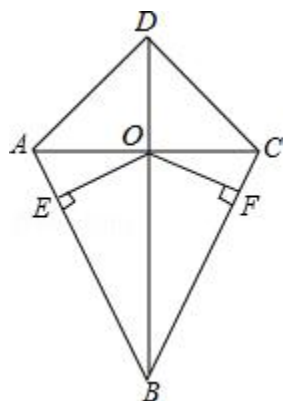
其中正确结论的序号是_____.



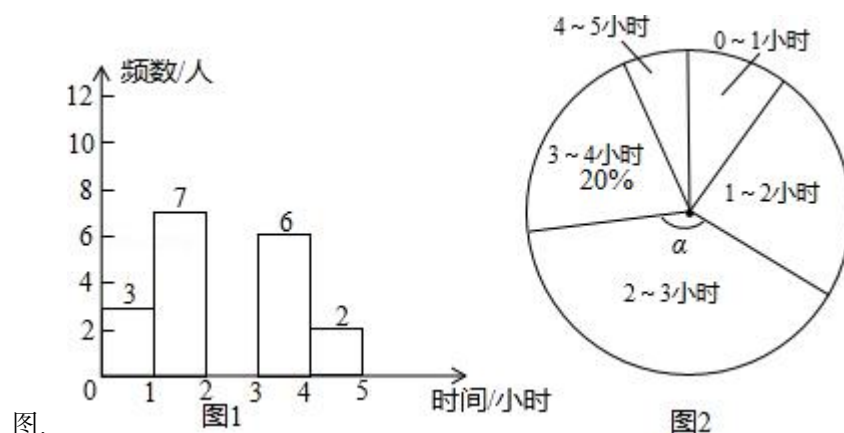
三、用心做一做, 显显自己的能力! (本大题共 8 小题, 满分 72 分. 解答写在答题卡上)

17. (6 分) (2015•孝感) 计算: $2\cos 30^\circ - |\sqrt{3} - 1| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

18. (8分) (2015•孝感) 我们把两组邻边相等的四边形叫做“筝形”. 如图, 四边形 $ABCD$ 是一个筝形, 其中 $AB=CB$, $AD=CD$. 对角线 AC , BD 相交于点 O , $OE \perp AB$, $OF \perp CB$, 垂足分别是 E , F . 求证 $OE=OF$.



19. (9分) (2015•孝感) 2015年1月, 市教育局在全市中小学中选取了63所学校从学生的思想品德、学业水平、学业负担、身心发展和兴趣特长五个维度进行了综合评价. 评价小组在选取的某中学七年级全体学生中随机抽取了若干名学生进行问卷调查, 了解他们每天在课外用于学习的时间, 并绘制成如下不完整的统计



根据上述信息, 解答下列问题:

(1) 本次抽取的学生人数是_____; 扇形统计图中的圆心角 α 等于_____;

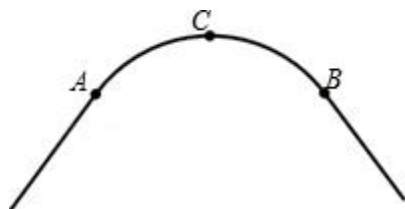
补全统计直方图;

(2) 被抽取的学生还要进行一次50米跑测试, 每5人一组进行. 在随机分组时, 小红、小花两名女生被分到同一个小组, 请用列表法或画树状图求出她俩在抽道次时抽在相邻两道的概率.

20. (8分) (2015•孝感) 如图, 一条公路的转弯处是一段圆弧 ($\widehat{AB}$).

(1) 用直尺和圆规作出 $\widehat{AB}$ 所在圆的圆心 O ; (要求保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 若 $\widehat{AB}$ 的中点 C 到弦 AB 的距离为 20m, $AB=80$ m, 求 $\widehat{AB}$ 所在圆的半径.



21. (9分) (2015•孝感) 某服装公司招工广告承诺: 熟练工人每月工资至少 3000 元. 每天工作 8 小时, 一个月工作 25 天. 月工资底薪 800 元, 另加计件工资. 加工 1 件 A 型服装计酬 16 元, 加工 1 件 B 型服装计酬 12 元. 在工作中发现一名熟练工加工 1 件 A 型服装和 2 件 B 型服装需 4 小时, 加工 3 件 A 型服装和 1 件 B 型服装需 7 小时. (工人月工资=底薪+计件工资)

(1) 一名熟练工加工 1 件 A 型服装和 1 件 B 型服装各需要多少小时?

(2) 一段时间后, 公司规定: “每名工人每月必须加工 A, B 两种型号的服装, 且加工 A 型服装数量不少于 B 型服装的一半”. 设一名熟练工人每月加工 A 型服装 a 件, 工资总额为 W 元. 请你运用所学知识判断该公司在执行规定后是否违背了广告承诺?

22. (10 分) (2015•孝感) 已知关于 x 的一元二次方程: $x^2 - (m-3)x - m = 0$.

(1) 试判断原方程根的情况;

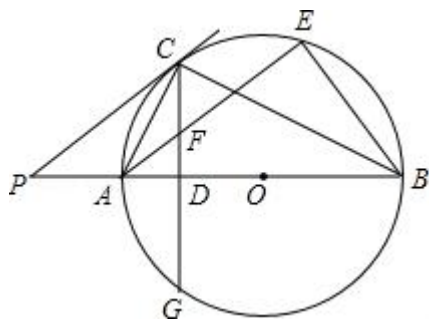
(2) 若抛物线 $y = x^2 - (m-3)x - m$ 与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ 两点, 则 A, B 两点间的距离是否存在最大或最小值? 若存在, 求出这个值; 若不存在, 请说明理由.

(友情提示: $AB = |x_2 - x_1|$)

23. (10 分) (2015•孝感) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, P 是 BA 延长线上一点, PC 切 $\odot O$ 于点 C , CG 是 $\odot O$ 的弦, $CG \perp AB$, 垂足为 D .

(1) 求证: $\angle PCA = \angle ABC$;

(2) 过点 A 作 $AE \parallel PC$, 交 $\odot O$ 于点 E , 交 CD 于点 F , 连接 BE . 若 $\sin \angle P = \frac{3}{5}$, $CF = 5$, 求 BE 的长.



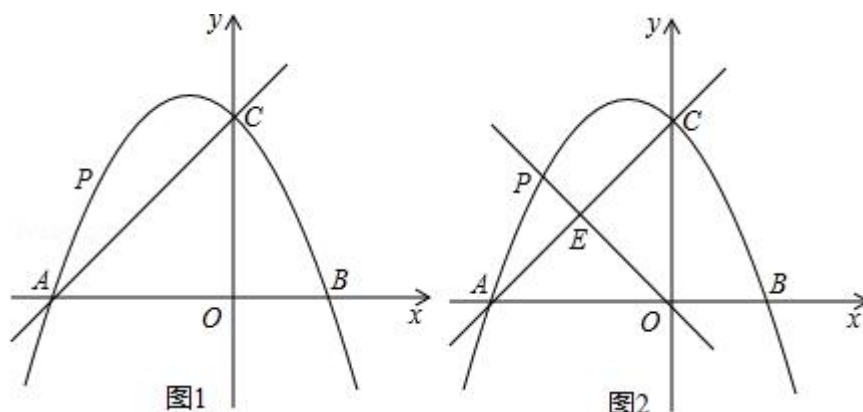
24. (12 分) (2015•孝感) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴交于点 C , 直线 $y = x + 4$ 经过 A, C 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在 AC 上方的抛物线上有一动点 P .

①如图 1, 当点 P 运动到某位置时, 以 AP, AO 为邻边的平行四边形第四个顶点恰好也在抛物线上, 求出此时点 P 的坐标;

②如图 2, 过点 O, P 的直线 $y = kx$ 交 AC 于点 E , 若 $PE:OE = 3:8$, 求 k 的值.



2015 年湖北省孝感市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、精心选一选，相信自己的判断！（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的，不涂、错涂或涂的代号超过一个，一律得 0 分）

1. (3 分) (2015•孝感) 下列各数中，最小的数是 ()

- A. -3 B. $|-2|$ C. $(-3)^2$ D. 2×10^3

考点：有理数大小比较.

分析：根据正数都大于 0，负数都小于 0，两个负数比较大小，其绝对值大的反而小，即可解答.

解答：解：∵ $|-2|=2$ ， $(-3)^2=9$ ， $2 \times 10^3=2000$ ，
∴ $-3 < 2 < 9 < 2000$ ，
∴ 最小的数是 -2 ，
故选：A.

点评：本题考查了有理数的大小比较的应用，注意：正数都大于 0，负数都小于 0，两个负数比较大小，其绝对值大的反而小.

2. (3 分) (2015•孝感) 已知一个正多边形的每个外角等于 60° ，则这个正多边形是 ()

- A. 正五边形 B. 正六边形 C. 正七边形 D. 正八边形

考点：多边形内角与外角.

分析：多边形的外角和等于 360° ，因为所给多边形的每个外角均相等，故又可表示成 $60^\circ n$ ，列方程可求解.

解答：解：设所求正 n 边形边数为 n ，
则 $60^\circ \cdot n = 360^\circ$ ，
解得 $n=6$ ，
故正多边形的边数是 6.
故选 B.

点评：本题考查根据多边形的外角和求多边形的边数，解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理.

3. (3 分) (2015•孝感) 下列运算正确的是 ()

- A. $a+2a=3a^2$ B. $3a^3 \cdot 2a^2=6a^6$ C. $a^8 \div a^2=a^4$ D. $(2a)^3=8a^3$

考点：同底数幂的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；单项式乘单项式.

分析：根据合并同类项，可判断 A；根据单项式的乘法，可判断 B；根据同底数幂的除法，可判断 C；根据积的乘方，可判断 D.

解答：解：A、不是同类项不能合并，故 A 错误；
B、单项式乘单项式系数乘系数，同底数的幂相乘，单独出现的字母连同指数作为积

的因式，故 B 错误；

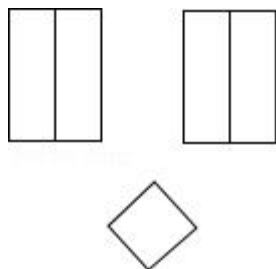
C、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 C 错误；

D、积的乘方等于乘方的积，故 D 正确；

故选：D.

点评：本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

4. (3 分) (2015•孝感) 如图是一个几何体的三视图，则这个几何体是 ()



A. 正方体

B. 长方体

C. 三棱柱

D. 三棱锥

考点：由三视图判断几何体.

分析：主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

解答：解：根据主视图和左视图为矩形是柱体，根据俯视图是正方形可判断出这个几何体应该是长方体.

故选：B.

点评：本题考查由三视图判断几何体，由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状.

5. (3 分) (2015•孝感) 今年，我省启动了“关爱留守儿童工程”. 某村小为了了解各年级留守儿童的数量，对一到六年级留守儿童数量进行了统计，得到每个年级的留守儿童人数分别为 10, 15, 10, 17, 18, 20. 对于这组数据，下列说法错误的是 ()

A. 平均数是 15

B. 众数是 10

C. 中位数是 17

D. 方差是 $\frac{44}{3}$

考点：方差；加权平均数；中位数；众数.

分析：根据方差、众数、平均数和中位数的计算公式和定义分别进行解答即可.

解答：解：平均数是： $(10+15+10+17+18+20) \div 6=15$ ；

10 出现了 2 次，出现的次数最多，则众数是 10；

把这组数据从小到大排列为 10, 10, 15, 17, 18, 20,

最中间的数是 $(15+17) \div 2=16$ ，则中位数是 16；

方差是： $\frac{1}{6}[2(10-15)^2 + (15-15)^2 + (17-15)^2 + (18-15)^2 + (20-15)^2] = \frac{88}{6} = \frac{44}{3}$.

则下列说法错误的是 C.

故选：C.

点评：此题考查了方差、众数、平均数和中位数的定义. 用到的知识点：一组数据中出现次数最多的数据叫做这组数据的众数. 将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这

组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数. 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$.

6. (3分) (2015•孝感) 在平面直角坐标系中, 把点 $P(-5, 3)$ 向右平移 8 个单位得到点 P_1 , 再将点 P_1 绕原点旋转 90° 得到点 P_2 , 则点 P_2 的坐标是 ()

- A. $(3, -3)$ B. $(-3, 3)$ C. $(3, 3)$ 或 $(-3, -3)$ D. $(3, -3)$ 或 $(-3, 3)$

考点: 坐标与图形变化-旋转; 坐标与图形变化-平移.

专题: 分类讨论.

分析: 首先利用平移的性质得出点 P_1 的坐标, 再利用旋转的性质得出符合题意的答案.

解答: 解: $\because$ 把点 $P(-5, 3)$ 向右平移 8 个单位得到点 P_1 ,

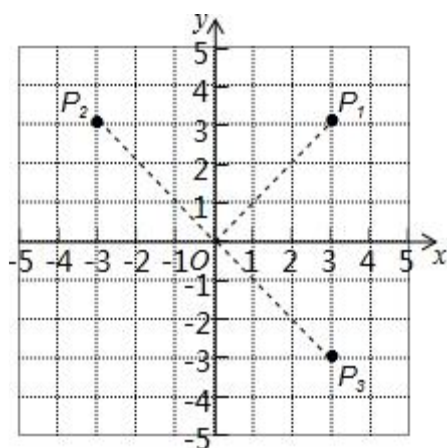
$\therefore$ 点 P_1 的坐标为: $(3, 3)$,

如图所示: 将点 P_1 绕原点逆时针旋转 90° 得到点 P_2 , 则其坐标为: $(-3, 3)$,

将点 P_1 绕原点顺时针旋转 90° 得到点 P_3 , 则其坐标为: $(3, -3)$,

故符合题意的点的坐标为: $(3, -3)$ 或 $(-3, 3)$.

故选: D.



点评: 此题主要考查了坐标与图形的变化, 正确利用图形分类讨论得出是解题关键.

7. (3分) (2015•孝感) 下列命题:

- ①平行四边形的对边相等;
- ②对角线相等的四边形是矩形;
- ③正方形既是轴对称图形, 又是中心对称图形;
- ④一条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形.

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

考点: 命题与定理.

分析: 根据平行四边形的性质对①进行判断; 根据矩形的判定方法对②进行判断; 根据正方形的性质对③进行判断; 根据菱形的判定方法对④进行判断.

解答: 解: 平行四边形的对边相等, 所以①正确;

对角线相等的平行四边形是矩形，所以②错误；

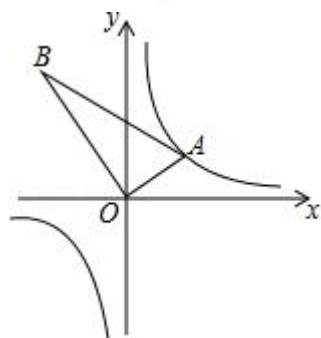
正方形既是轴对称图形，又是中心对称图形，所以③正确；

一条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形，所以④正确.

故选 C.

点评: 本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理.

8. (3分) (2015•孝感) 如图， $\triangle AOB$ 是直角三角形， $\angle AOB=90^\circ$ ， $OB=2OA$ ，点 A 在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上. 若点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，则 k 的值为 ()



A. -4

B. 4

C. -2

D. 2

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征；相似三角形的判定与性质.

分析: 要求函数的解析式只要求出 B 点的坐标就可以，过点 A, B 作 $AC \perp x$ 轴， $BD \perp x$ 轴，分别于 C, D. 根据条件得到 $\triangle ACO \sim \triangle ODB$ ，得到： $\frac{BD}{OC} = \frac{OD}{AC} = \frac{OB}{OA} = 2$ ，然后用待定系数法即可.

解答: 解：过点 A, B 作 $AC \perp x$ 轴， $BD \perp x$ 轴，分别于 C, D.

设点 A 的坐标是 (m, n)，则 $AC=n$ ， $OC=m$ ，

$\because \angle AOB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ$ ，

$\because \angle DBO + \angle BOD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DBO = \angle AOC$ ，

$\because \angle BDO = \angle ACO = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BDO \sim \triangle OCA$ ，

$\therefore \frac{BD}{OC} = \frac{OD}{AC} = \frac{OB}{OA}$ ，

$\because OB=2OA$ ，

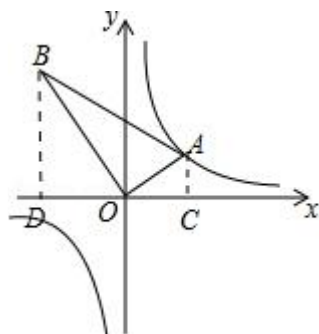
$\therefore BD=2m$ ， $OD=2n$ ，

因为点 A 在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上，则 $mn=1$ ，

$\because$ 点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，B 点的坐标是 $(-2n, 2m)$ ，

$\therefore k = -2n \cdot 2m = -4mn = -4$.

故选 A.



点评: 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 相似三角形的判定和性质, 求函数的解析式的问题, 一般要转化为求点的坐标的问题, 求出图象上点的横纵坐标的积就可以求出反比例函数的解析式.

9. (3 分) (2015•孝感) 已知 $x=2-\sqrt{3}$, 则代数式 $(7+4\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$ 的值是 ()
- A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $2+\sqrt{3}$ D. $2-\sqrt{3}$

考点: 二次根式的化简求值.

分析: 未知数的值已给出, 利用代入法即可求出.

解答: 解: 把 $x=2-\sqrt{3}$ 代入代数式 $(7+4\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$ 得:

$$\begin{aligned} & (7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+\sqrt{3} \\ &= (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})+4-3+\sqrt{3} \\ &= 49-48+1+\sqrt{3} \\ &= 2+\sqrt{3}. \end{aligned}$$

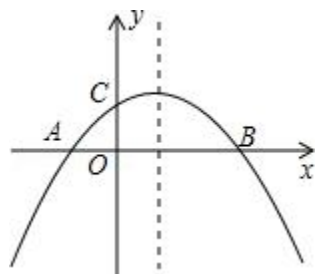
故选 C.

点评: 此题考查二次根式的化简求值, 关键是代入后利用平方差公式进行计算.

10. (3 分) (2015•孝感) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C, 且 $OA=OC$. 则下列结论:

① $abc < 0$; ② $\frac{b^2-4ac}{4a} > 0$; ③ $ac-b+1=0$; ④ $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$.

其中正确结论的个数是 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

考点: 二次函数图象与系数的关系.

专题: 数形结合.

分析: 由抛物线开口方向得 $a < 0$, 由抛物线的对称轴位置可得 $b > 0$, 由抛物线与 y 轴的交点位置可得 $c > 0$, 则可对①进行判断; 根据抛物线与 x 轴的交点个数得到 $b^2 - 4ac > 0$, 加上 $a < 0$, 则可对②进行判断; 利用 $OA=OC$ 可得到 $A(-c, 0)$, 再把 $A(-c, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 得 $ac^2-bc+c=0$, 两边除以 c 则可对③进行判断; 设 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$, 则 $OA=-x_1$, $OB=x_2$, 根据抛物线与 x 轴的交点问题得到 x_1 和 x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根, 利用根与系数的关系得到 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a}$, 于是 $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$, 则可对④进行判断.

解答: 解: $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$\because$ 抛物线的对称轴在 y 轴的右侧,

$$\therefore b > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方,

$$\therefore c > 0,$$

$\therefore abc < 0$, 所以①正确;

$\because$ 抛物线与 x 轴有 2 个交点,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0,$$

而 $a < 0$,

$$\therefore \frac{b^2 - 4ac}{4a} < 0, \text{ 所以②错误;}$$

$\because C(0, c)$, $OA=OC$,

$\therefore A(-c, 0)$,

把 $A(-c, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 得 $ac^2-bc+c=0$,

$\therefore ac-b+1=0$, 所以③正确;

设 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$,

$\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A , B 两点,

$\therefore x_1$ 和 x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根,

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a},$$

$$\therefore OA \cdot OB = -\frac{c}{a}, \text{ 所以④正确.}$$

故选 B.

点评: 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异); 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定: $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

二、细心填一填, 试试自己的身手! (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 请将结果直接填写在答题卡相应位置上)

11. (3 分) (2015•孝感) 分式方程 $\frac{1}{x} = \frac{5}{x+3}$ 的解是 $x = \frac{3}{4}$.

考点: 解分式方程.

专题: 方程思想.

分析: 观察可得最简公分母是 $x(x+3)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

解答: 解: 方程的两边同乘 $x(x+3)$, 得

$$x+3=5x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{4}.$$

$$\text{检验: 把 } x = \frac{3}{4} \text{ 代入 } x(x+3) = \frac{45}{16} \neq 0.$$

$$\therefore \text{原方程的解为: } x = \frac{3}{4}.$$

$$\text{故答案为: } x = \frac{3}{4}.$$

点评: 考查了解分式方程, 注意:

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

12. (3 分) (2015•孝感) 分解因式: $(a-b)^2 - 4b^2 = (a+b)(a-3b)$.

考点: 因式分解-运用公式法.

分析: 直接利用平方差公式分解因式得出即可.

$$\begin{aligned} \text{解答: 解: } (a-b)^2 - 4b^2 \\ &= (a-b+2b)(a-b-2b) \end{aligned}$$

$$= (a+b)(a-3b).$$

$$\text{故答案为: } (a+b)(a-3b).$$

点评: 此题主要考查了公式法分解因式, 熟练应用平方差公式是解题关键.

13. (3 分) (2015•孝感) 已知圆锥的侧面积等于 $60\pi\text{cm}^2$, 母线长 10cm , 则圆锥的高是 8cm .

考点: 圆锥的计算.

专题: 计算题.

分析: 设圆锥的底面圆的半径为 r , 利用圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形面积公式得到 $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot r \cdot 10 = 60\pi$,

解得 $r=6$, 然后根据勾股定理计算圆锥的高.

解答: 解: 设圆锥的底面圆的半径为 r ,

$$\text{根据题意得 } \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot r \cdot 10 = 60\pi,$$

$$\text{解得 } r=6,$$

所以圆锥的高= $\sqrt{10^2 - 6^2}=8$ (cm).

故答案为 8.

点评: 本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

14. (3 分) (2015•孝感) 某市为提倡节约用水, 采取分段收费. 若每户每月用水不超过 20m^3 , 每立方米收费 2 元; 若用水超过 20m^3 , 超过部分每立方米加收 1 元. 小明家 5 月份交水费 64 元, 则他家该月用水 28 m^3 .

考点: 一元一次方程的应用.

分析: 20 立方米时交 40 元, 题中已知五月份交水费 64 元, 即已经超过 20 立方米, 所以在 64 元水费中有两部分构成, 列方程即可解答.

解答: 解: 设该用户居民五月份实际用水 x 立方米,

$$\text{故 } 20 \times 2 + (x - 20) \times 3 = 64,$$

$$\text{故 } x = 28.$$

故答案是: 28.

点评: 本题考查了一元一次方程的应用. 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系列出方程, 再求解.

15. (3 分) (2015•孝感) 观察下列等式: $1^2=1$, $1+3=2^2$, $1+3+5=3^2$, $1+3+5+7=4^2$, ..., 则 $1+3+5+7+\dots+2015=$ 1016064.

考点: 规律型: 数字的变化类.

分析: 根据 $1=1^2$; $1+3=2^2$; $1+3+5=3^2$; $1+3+5+7=4^2$; ..., 可得 $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$, 据此求出 $1+3+5+\dots+2015$ 的值是多少即可.

解答: 解: 因为 $1=1^2$; $1+3=2^2$; $1+3+5=3^2$; $1+3+5+7=4^2$; ...,

$$\text{所以 } 1+3+5+\dots+2015$$

$$=1+3+5+\dots+(2 \times 1008 - 1)$$

$$=1008^2$$

$$=1016064$$

故答案为: 1016064.

点评: 此题主要考查了探寻数列规律问题, 注意观察总结规律, 并能正确的应用规律, 解答此题的关键是判断出: $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$.

16. (3 分) (2015•孝感) 如图, 四边形 ABCD 是矩形纸片, $AB=2$. 对折矩形纸片 ABCD, 使 AD 与 BC 重合, 折痕为 EF; 展平后再过点 B 折叠矩形纸片, 使点 A 落在 EF 上的点 N, 折痕 BM 与 EF 相交于点 Q; 再次展平, 连接 BN, MN, 延长 MN 交 BC 于点 G. 有如下结论:

① $\angle ABN=60^\circ$; ② $AM=1$; ③ $QN=\frac{\sqrt{3}}{3}$; ④ $\triangle BMG$ 是等边三角形; ⑤ P 为线段 BM 上一动点,

H 是 BN 的中点, 则 $PN+PH$ 的最小值是 $\sqrt{3}$.

其中正确结论的序号是 ①④⑤.

$$\therefore QN = \frac{1}{2}BG;$$

$$\therefore BG = BM = AB \div \cos \angle ABM = 2 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore QN = \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

即结论③不正确.

$$\therefore \angle ABM = \angle MBN = 30^\circ, \quad \angle BNM = \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BMG = \angle BNM - \angle MBN = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MBG = \angle ABG - \angle ABM = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BGM = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MBG = \angle BMG = \angle BGM = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BMG$ 为等边三角形,

即结论④正确.

$\therefore \triangle BMG$ 是等边三角形, 点 N 是 MG 的中点,

$\therefore BN \perp MG$,

$$\therefore BN = BG \cdot \sin 60^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.$$

P 与 Q 重合时, $PN + PH$ 的值最小,

$\therefore P$ 是 BM 的中点, H 是 BN 的中点,

$\therefore PH \parallel MG$,

$\therefore MG \perp BN$,

$\therefore PH \perp BN$,

又 $\therefore PE \perp AB$,

$\therefore PH = PE$,

$\therefore PN + PH = PN + PE = EN$,

$$\therefore EN = \sqrt{BN^2 - BE^2} = \sqrt{2^2 - (2 \div 2)^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore PN + PH = \sqrt{3},$$

$\therefore PN + PH$ 的最小值是 $\sqrt{3}$,

即结论⑤正确.

故答案为: ①④⑤.

点评: (1) 此题主要考查了几何变换综合题, 考查了分析推理能力, 考查了空间想象能力, 考查了数形结合方法的应用, 要熟练掌握.

(2) 此题还考查了等边三角形的判定和性质的应用, 以及矩形的性质和应用, 要熟练掌握.

(3) 此题还考查了折叠的性质和应用, 以及余弦定理的应用, 要熟练掌握.

三、用心做一做, 显显自己的能力! (本大题共 8 小题, 满分 72 分. 解答写在答题卡上)

17. (6 分) (2015•孝感) 计算: $2\cos 30^\circ - |\sqrt{3} - 1| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

考点: 实数的运算; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

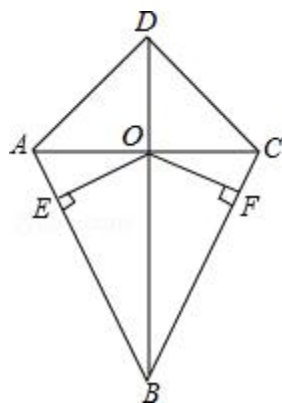
专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用特殊角的三角函数值计算, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} + 1 + 2 = 3$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (8分) (2015•孝感) 我们把两组邻边相等的四边形叫做“筝形”. 如图, 四边形 ABCD 是一个筝形, 其中 $AB=CB$, $AD=CD$. 对角线 AC, BD 相交于点 O, $OE \perp AB$, $OF \perp CB$, 垂足分别是 E, F. 求证 $OE=OF$.



考点: 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题; 新定义.

分析: 欲证明 $OE=OF$, 只需推知 BD 平分 $\angle ABC$, 所以通过全等三角形 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS) 的对应角相等得到 $\angle ABD = \angle CBD$, 问题就迎刃而解了.

解答: 证明: $\because$ 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中,
$$\begin{cases} AB=CB \\ AD=CD \\ BD=BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS),

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$,

$\therefore$ BD 平分 $\angle ABC$.

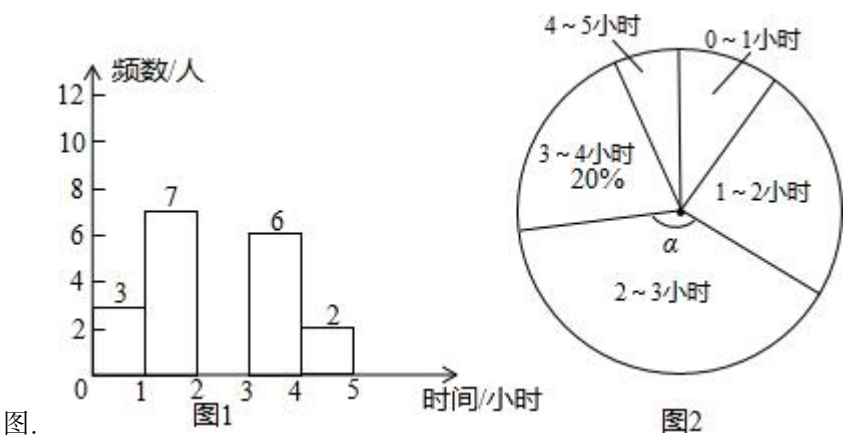
又 $\because OE \perp AB$, $OF \perp CB$,

$\therefore OE=OF$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质. 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

19. (9分) (2015•孝感) 2015年1月, 市教育局在全市中小学中选取了63所学校从学生的思想品德、学业水平、学业负担、身心发展和兴趣特长五个维度进行了综合评价. 评价小组在选取的某中学七年级全体学生中随机抽取了若干名学生进行问卷调查, 了解他们每天在课

外用于学习的时间，并绘制成如下不完整的统计



根据上述信息，解答下列问题：

- (1) 本次抽取的学生人数是 30；扇形统计图中的圆心角 α 等于 144° ；补全统计直方图；
- (2) 被抽取的学生还要进行一次 50 米跑测试，每 5 人一组进行。在随机分组时，小红、小花两名女生被分到同一个小组，请用列表法或画树状图求出她俩在抽道次时抽在相邻两道的概率。

考点：列表法与树状图法；扇形统计图；利用频率估计概率。

分析：（1）根据题意列式求值，根据相应数据画图即可；

（2）根据题意列表，然后根据表中数据求出概率即可。

解答：解：（1） $6 \div 20\% = 30$ ， $(30 - 3 - 7 - 6 - 2) \div 30 \times 360 = 12 \div 30 \times 26 = 144^\circ$ ，

答：本次抽取的学生人数是 30 人；扇形统计图中的圆心角 α 等于 144° ；

故答案为：30， 144° ；

补全统计图如图所示：

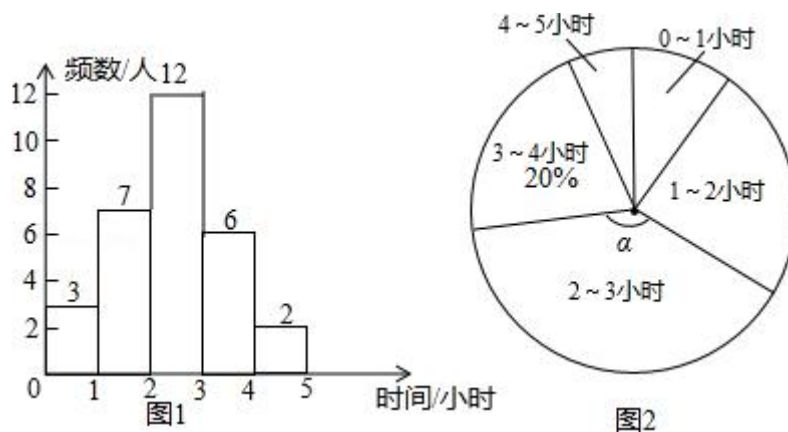
（2）根据题意列表如下：

设竖列为小红抽取的跑道，横排为小花抽取的跑道，

小红 小花	1	2	3	4	5
1		(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)
2	(1, 2)		(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)		(4, 3)	(5, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)		(5, 4)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	

记小红和小花抽在相邻两道这个事件为 A，

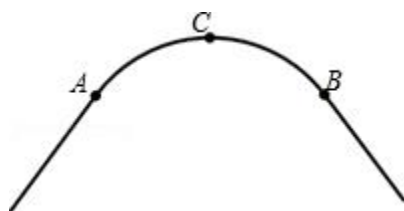
$$\therefore P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$



点评: 本题考查了列表法和树状图法求概率，频数分布直方图，扇形统计图，正确的识图是解题的关键.

20. (8 分) (2015•孝感) 如图，一条公路的转弯处是一段圆弧 ($\widehat{AB}$).

- (1) 用直尺和圆规作出 $\widehat{AB}$ 所在圆的圆心 O ; (要求保留作图痕迹，不写作法)
- (2) 若 $\widehat{AB}$ 的中点 C 到弦 AB 的距离为 20m, $AB=80$ m, 求 $\widehat{AB}$ 所在圆的半径.



考点: 作图—复杂作图; 勾股定理; 垂径定理的应用.

专题: 作图题.

分析: (1) 连结 AC 、 BC ，分别作 AC 和 BC 的垂直平分线，两垂直平分线的交点为点 O ，如图 1;

(2) 连接 OA ， OC ， OC 交 AB 于 D ，如图 2，根据垂径定理的推论，由 C 为 $\widehat{AB}$ 的中点得到 $OC \perp AB$ ， $AD=BD=\frac{1}{2}AB=40$ ，则 $CD=20$ ，设 $\odot O$ 的半径为 r ，在 $Rt\triangle OAD$

中利用勾股定理得到 $r^2 = (r - 20)^2 + 40^2$ ，然后解方程即可.

解答: 解: (1) 如图 1,

考点：一次函数的应用；二元一次方程组的应用；一元一次不等式的应用.

分析：(1) 设熟练工加工 1 件 A 型服装需要 x 小时，加工 1 件 B 型服装需要 y 小时，根据“一名熟练工加工 1 件 A 型服装和 2 件 B 型服装需 4 小时，加工 3 件 A 型服装和 1 件 B 型服装需 7 小时”，列出方程组，即可解答.

(2) 当一名熟练工一个月加工 A 型服装 a 件时，则还可以加工 B 型服装 $(25 \times 8 - 2a)$ 件. 从而得到 $W = -8a + 3200$ ，再根据“加工 A 型服装数量不少于 B 型服装的一半”，得到 $a \geq 50$ ，利用一次函数的性质，即可解答.

解答：解：(1) 设熟练工加工 1 件 A 型服装需要 x 小时，加工 1 件 B 型服装需要 y 小时.

由题意得：
$$\begin{cases} x+2y=4 \\ 3x+y=7 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

答：熟练工加工 1 件 A 型服装需要 2 小时，加工 1 件 B 型服装需要 1 小时.

(2) 当一名熟练工一个月加工 A 型服装 a 件时，则还可以加工 B 型服装 $(25 \times 8 - 2a)$ 件.

$$\therefore W = 16a + 12(25 \times 8 - 2a) + 800,$$

$$\therefore W = -8a + 3200,$$

$$\text{又} \because a \geq \frac{1}{2}(200 - 2a),$$

$$\text{解得：} a \geq 50,$$

$$\because -8 < 0,$$

$$\therefore W \text{ 随着 } a \text{ 的增大则减小},$$

$$\therefore \text{当 } a=50 \text{ 时, } W \text{ 有最大值 } 2800.$$

$$\because 2800 < 3000,$$

$$\therefore \text{该服装公司执行规定后违背了广告承诺}.$$

点评：本题考查了一次函数的应用，解决本题的关键是关键题意列出方程组和一次函数解析式，利用一次函数的性质解决实际问题.

22. (10 分) (2015•孝感) 已知关于 x 的一元二次方程： $x^2 - (m-3)x - m = 0$.

(1) 试判断原方程根的情况；

(2) 若抛物线 $y = x^2 - (m-3)x - m$ 与 x 轴交于 A (x_1 , 0)，B (x_2 , 0) 两点，则 A，B 两点间的距离是否存在最大或最小值？若存在，求出这个值；若不存在，请说明理由.

(友情提示： $AB = |x_2 - x_1|$)

考点：抛物线与 x 轴的交点；根的判别式.

分析：(1) 根据根的判别式，可得答案；

(2) 根据根与系数的关系，可得 A、B 间的距离，根据二次函数的性质，可得答案.

解答：解：(1) $\Delta = [-(m-3)]^2 - 4(-m) = m^2 - 2m + 9 = (m-1)^2 + 8$,

$$\therefore (m-1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta = (m-1)^2 + 8 > 0,$$

$$\therefore \text{原方程有两个不等实数根};$$

(2) 存在,

由题意知 x_1, x_2 是原方程的两根,

$$\therefore x_1 + x_2 = m - 3, \quad x_1 \cdot x_2 = -m.$$

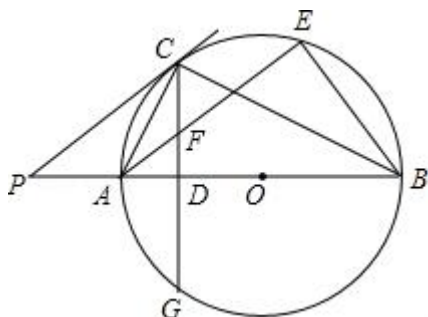
$$\begin{aligned}
&\because AB=|x_1-x_2|, \\
&\therefore AB^2=(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2 \\
&=(m-3)^2-4(-m)=(m-1)^2+8, \\
&\therefore \text{当 } m=1 \text{ 时, } AB^2 \text{ 有最小值 } 8, \\
&\therefore AB \text{ 有最小值, 即 } AB=\sqrt{8}=2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

点评: 本题考查了抛物线与 x 轴的交点, 利用了根的判别式, 根据根与系数的关系, 利用完全平方公式得出二次函数是解题关键, 又利用了二次函数的性质.

23. (10 分) (2015•孝感) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, P 是 BA 延长线上一点, PC 切 $\odot O$ 于点 C, CG 是 $\odot O$ 的弦, $CG \perp AB$, 垂足为 D.

(1) 求证: $\angle PCA = \angle ABC$;

(2) 过点 A 作 $AE \parallel PC$, 交 $\odot O$ 于点 E, 交 CD 于点 F, 连接 BE. 若 $\sin \angle P = \frac{3}{5}$, $CF=5$, 求 BE 的长.



考点: 切线的性质; 勾股定理; 解直角三角形.

分析: (1) 连接 OC, 由 PC 切 $\odot O$ 于点 C, 得到 $OC \perp PC$, 于是得到 $\angle PCA + \angle OCA = 90^\circ$, 由 AB 为 $\odot O$ 的直径, 得到 $\angle ABC + \angle OAC = 90^\circ$, 由于 $OC = OA$, 证得 $\angle OCA = \angle OAC$, 于是得到结论;

(2) 由 $AE \parallel PC$, 得到 $\angle PCA = \angle CAF$ 根据垂径定理得到 $\widehat{AC} = \widehat{AG}$, 于是得到 $\angle ACF = \angle ABC$, 由于 $\angle PCA = \angle ABC$, 推出 $\angle ACF = \angle CAF$, 根据等腰三角形的性质得到 $CF = AF$, 在 $Rt\triangle AFD$ 中, $AF=5$, $\sin \angle FAD = \frac{3}{5}$, 求得 $FD=3$, $AD=4$, $CD=8$, 在 $Rt\triangle OCD$ 中, 设 $OC=r$, 根据勾股定理得到方程 $r^2 = (r-4)^2 + 8^2$, 解得 $r=10$, 得到 $AB=2r=20$, 由于 AB 为 $\odot O$ 的直径, 得到 $\angle AEB=90^\circ$, 在 $Rt\triangle ABE$ 中, 由 $\sin \angle EAD = \frac{3}{5}$, 得到 $\frac{BE}{AC} = \frac{3}{5}$ 于是求得结论.

解答: (1) 证明: 连接 OC,

$$\begin{aligned}
&\because PC \text{ 切 } \odot O \text{ 于点 } C, \\
&\therefore OC \perp PC, \\
&\therefore \angle PCO = 90^\circ, \\
&\therefore \angle PCA + \angle OCA = 90^\circ, \\
&\because AB \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径,} \\
&\therefore \angle ACB = 90^\circ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle ABC + \angle OAC &= 90^\circ, \\ \because OC &= OA, \\ \therefore \angle OCA &= \angle OAC, \\ \therefore \angle PCA &= \angle ABC;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \text{ 解: } \because AE &\parallel PC, \\ \therefore \angle PCA &= \angle CAF, \\ \because AB &\perp CG, \\ \therefore \widehat{AC} &= \widehat{AG},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle ACF &= \angle ABC, \\ \because \angle PCA &= \angle ABC, \\ \therefore \angle ACF &= \angle CAF, \\ \therefore CF &= AF, \\ \because CF &= 5, \\ \therefore AF &= 5, \\ \because AE &\parallel PC, \\ \therefore \angle FAD &= \angle P, \\ \therefore \sin \angle P &= \frac{3}{5}, \\ \therefore \sin \angle FAD &= \frac{3}{5},\end{aligned}$$

$$\text{在 } R_t \triangle AFD \text{ 中, } AF = 5, \sin \angle FAD = \frac{3}{5},$$

$$\therefore FD = 3, AD = 4, \therefore CD = 8,$$

$$\text{在 } R_t \triangle OCD \text{ 中, 设 } OC = r,$$

$$\therefore r^2 = (r - 4)^2 + 8^2,$$

$$\therefore r = 10,$$

$$\therefore AB = 2r = 20,$$

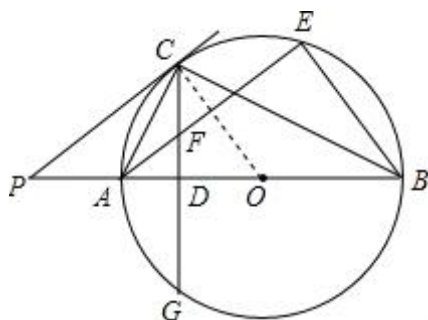
$$\because AB \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ, \text{ 在 } R_t \triangle ABE \text{ 中,}$$

$$\because \sin \angle EAD = \frac{3}{5}, \therefore \frac{BE}{AC} = \frac{3}{5},$$

$$\because AB = 20,$$

$$\therefore BE = 12.$$



点评: 本题考查了切线的性质, 锐角三角函数, 圆周角定理, 等腰三角形的性质, 连接 OC

构造直角三角形是解题的关键.

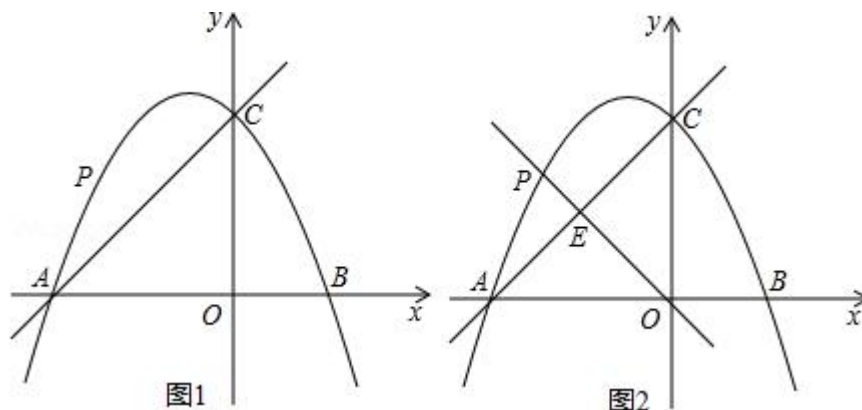
24. (12分) (2015•孝感) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴交于点 C , 直线 $y = x + 4$ 经过 A, C 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在 AC 上方的抛物线上有一动点 P .

①如图 1, 当点 P 运动到某位置时, 以 AP, AO 为邻边的平行四边形第四个顶点恰好也在抛物线上, 求出此时点 P 的坐标;

②如图 2, 过点 O, P 的直线 $y = kx$ 交 AC 于点 E , 若 $PE:OE = 3:8$, 求 k 的值.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 由直线的解析式 $y = x + 4$ 易求点 A 和点 C 的坐标, 把 A 和 C 的坐标分别代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 求出 b 和 c 的值即可得到抛物线的解析式;

(2) ①若以 AP, AO 为邻边的平行四边形的第四个顶点 Q 恰好也在抛物线上, 则 $PQ \parallel AO$, 再根据抛物线的对称轴可求出点 P 的横坐标, 由 (1) 中的抛物线解析式, 进而可求出其纵坐标, 问题得解;

②过 P 点作 $PF \parallel OC$ 交 AC 于点 F , 因为 $PF \parallel OC$, 所以 $\triangle PEF \sim \triangle OEC$, 由相似三角形的性质: 对应边的比值相等可求出 PF 的长, 进而可设点 $F(x, x+4)$, 利用

$(-\frac{1}{2}x^2 - x + 4) - (x + 4) = \frac{3}{2}$, 可求出 x 的值, 解方程求出 x 的值可得点 P 的坐标, 代入直线 $y = kx$ 即可求出 k 的值.

解答: 解: (1) $\because$ 直线 $y = x + 4$ 经过 A, C 两点,

$\therefore A$ 点坐标是 $(-4, 0)$, 点 C 坐标是 $(0, 4)$,

又 $\because$ 抛物线过 A, C 两点,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{2} \times (-4)^2 - 4b + c = 0 \\ c = 4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} b = -1 \\ c = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$.

(2) ①如图 1

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4,$$

∴ 抛物线的对称轴是直线 $x = -1$.

∴ 以 AP, AO 为邻边的平行四边形的第四个顶点 Q 恰好也在抛物线上,

∴ $PQ \parallel AO$, $PQ = AO = 4$,

∴ P, Q 都在抛物线上,

∴ P, Q 关于直线 $x = -1$ 对称,

∴ P 点的横坐标是 -3 ,

∴ 当 $x = -3$ 时, $y = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 - (-3) + 4 = \frac{5}{2}$,

∴ P 点的坐标是 $(-3, \frac{5}{2})$;

② 过 P 点作 $PF \parallel OC$ 交 AC 于点 F,

∴ $PF \parallel OC$,

∴ $\triangle PEF \sim \triangle OEC$,

∴ $\frac{PE}{OE} = \frac{PF}{OC}$.

又 ∵ $\frac{PE}{OE} = \frac{3}{8}$, $OC = 4$,

∴ $PF = \frac{3}{2}$,

设点 F $(x, x+4)$,

∴ $(-\frac{1}{2}x^2 - x + 4) - (x+4) = \frac{3}{2}$,

化简得: $x^2 + 4x + 3 = 0$, 解得: $x_1 = -1$, $x_2 = -3$.

当 $x = -1$ 时, $y = \frac{9}{2}$; 当 $x = -3$ 时, $y = \frac{5}{2}$,

即 P 点坐标是 $(-1, \frac{9}{2})$ 或 $(-3, \frac{5}{2})$.

又 ∵ 点 P 在直线 $y = kx$ 上,

∴ $k = -\frac{9}{2}$ 或 $k = -\frac{5}{6}$.

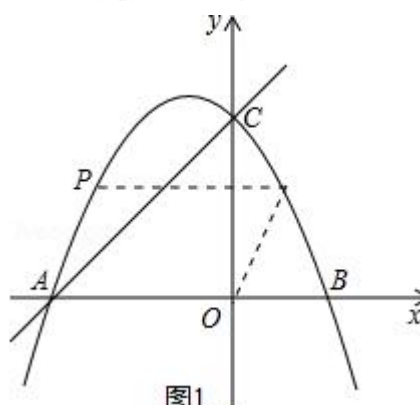


图1

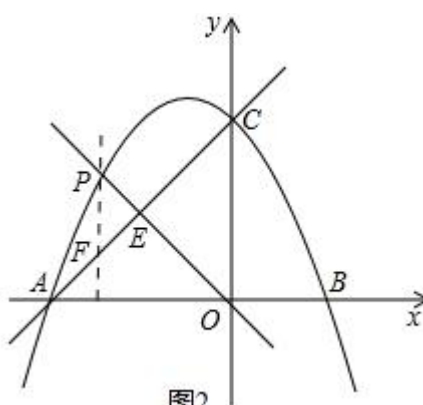


图2

点评: 本题是二次函数综合题, 考查了待定系数法求函数解析式, 平行四边形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 解一元二次方程, 题目综合性较强, 难度不大, 是一道很好的中考题.