

2015 年湖北省咸宁市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

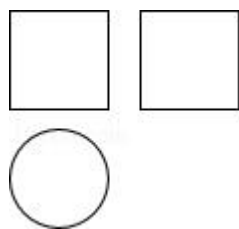
1. 如图，检测 4 个足球，其中超过标准质量的克数记为正数，不足标准质量的克数记为负数. 从轻重的角度看，最接近标准的是（ ）



2. (3 分) (2015•咸宁) 方程 $2x - 1 = 3$ 的解是（ ）

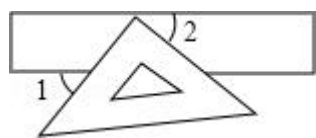
- A. -1 B. -2 C. 1 D. -2

3. (3 分) (2015•咸宁) 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体是（ ）



- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 长方体 D. 正方体

4. (3 分) (2015•咸宁) 如图，把一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）

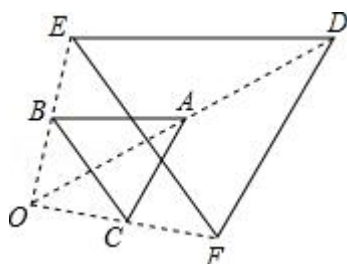


- A. 50° B. 40° C. 30° D. 25°

5. (3 分) (2015•咸宁) 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ C. $2^{-3} = -6$ D. $\sqrt[3]{-27} = -3$

6. (3 分) (2015•咸宁) 如图，以点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大得到 $\triangle DEF$. 若 $AD = OA$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为（ ）



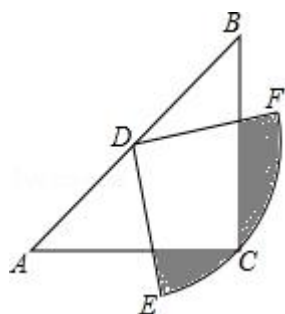
A. 1: 2

B. 1: 4

C. 1: 5

D. 1: 6

7. (3分) (2015•咸宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA=CB$, $\angle ACB=90^\circ$, 以 AB 的中点 D 为圆心, 作圆心角为 90° 的扇形 DEF , 点 C 恰在 EF 上, 设 $\angle BDF=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 当 α 由小到大变化时, 图中阴影部分的面积 ()



A. 由小到大

B. 由大到小

C. 不变

D. 先由小到大, 后由大到小

8. (3分) (2015•咸宁) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象, 下列结论:

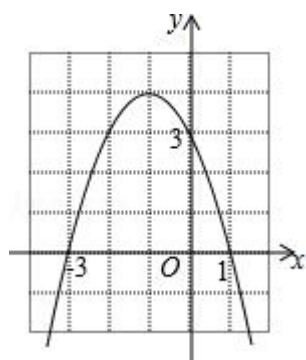
①二次三项式 ax^2+bx+c 的最大值为4;

② $4a+2b+c < 0$;

③一元二次方程 $ax^2+bx+c=1$ 的两根之和为-1;

④使 $y \leq 3$ 成立的 x 的取值范围是 $x \geq 0$.

其中正确的个数有 ()



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

二、细心填一填 (本大题共有8小题, 每小题3分, 共24分)

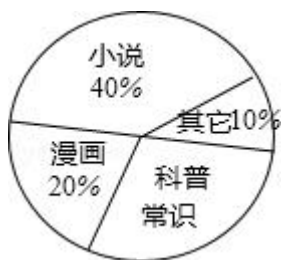
9. (3分) (2015•咸宁) -6的倒数是_____.

10. (3分) (2015•咸宁) 端午节期间, “惠民超市”销售的粽子打8折后卖 a 元, 则粽子的原价卖_____元.

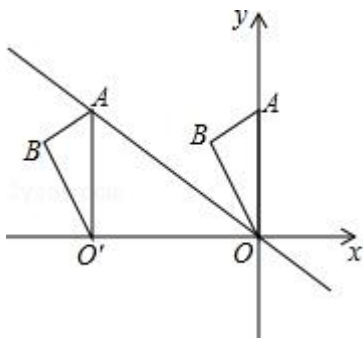
11. (3分) (2015•咸宁) 将 x^2+6x+3 配方成 $(x+m)^2+n$ 的形式, 则 $m=$ _____.

12. (3分) (2015•咸宁) 如果实数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x-y=-\frac{1}{2} \\ 2x+2y=5 \end{cases}$, 则 x^2-y^2 的值为_____.

13. (3分) (2015•咸宁) 为了解学生课外阅读的喜好, 某校从八年级 1200 名学生中随机抽取 50 名学生进行问卷调查, 整理数据后绘制如图所示的统计图. 由此可估计该年级喜爱“科普常识”的学生约有_____人.

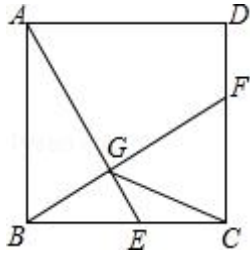


14. (3分) (2015•咸宁) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 (0, 6), 将 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向左平移得到 $\triangle O'A'B'$, 点 A 的对应点 A' 落在直线 $y=-\frac{3}{4}x$ 上, 则点 B 与其对应点 B' 间的距离为_____.



15. (3分) (2015•咸宁) 古希腊数学家把数 1, 3, 6, 10, 15, 21, ... 叫做三角数, 它有一定的规律性. 若把第一个三角数记为 a_1 , 第二个三角数记为 a_2 , ..., 第 n 个三角数记为 a_n , 计算 a_1+a_2 , a_2+a_3 , a_3+a_4 , ... 由此推算 $a_{399}+a_{400}=$ _____.

16. (3分) (2015•咸宁) 如图, 已知正方形 ABCD 的边长为 2, E 是边 BC 上的动点, $BF \perp AE$ 交 CD 于点 F, 垂足为 G, 连结 CG. 下列说法: ① $AG > GE$; ② $AE = BF$; ③ 点 G 运动的路径长为 π ; ④ CG 的最小值为 $\sqrt{5}-1$. 其中正确的说法是_____. (把你认为正确的说法的序号都填上)



三、专心解一解 (本大题共 8 小题, 满分 72 分)

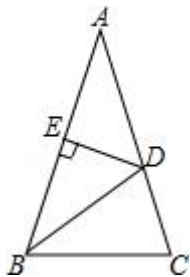
17. (8 分) (2015•咸宁) (1) 计算: $|1 - \sqrt{2}| + \sqrt{8} + (-2)^0$;

(2) 化简: $(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a - b)^2$.

18. (6 分) (2015•咸宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=36^\circ$, BD 为角平分线, $DE \perp AB$, 垂足为 E .

(1) 写出图中一对全等三角形和一对相似比不为 1 的相似三角形;

(2) 选择 (1) 中一对加以证明.



19. (8 分) (2015•咸宁) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + 2 = 0$.

(1) 证明: 不论 m 为何值时, 方程总有实数根;

(2) m 为何整数时, 方程有两个不相等的正整数根.

20. (9分) (2015•咸宁) 某校九年级两个班, 各选派 10 名学生参加学校举行的“汉字听写”大赛预赛. 各参赛选手的成绩如图:

九 (1) 班: 88, 91, 92, 93, 93, 93, 94, 98, 98, 100

九 (2) 班: 89, 93, 93, 93, 95, 96, 96, 98, 98, 99

通过整理, 得到数据分析表如下:

班级	最高分	平均分	中位数	众数	方差
九 (1) 班	100	m	93	93	12
九 (2) 班	99	95	n	93	8.4

(1) 直接写出表中 m、n 的值;

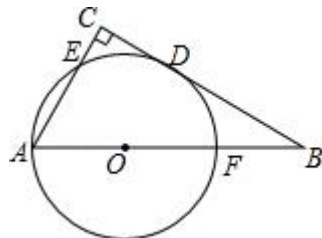
(2) 依据数据分析表, 有人说: “最高分在 (1) 班, (1) 班的成绩比 (2) 班好”, 但有人说 (2) 班的成绩要好, 请给出两条支持九 (2) 班成绩好的理由;

(3) 若从两班的参赛选手中选四名同学参加决赛, 其中两个班的第一名直接进入决赛, 另外两个名额在四个“98 分”的学生中任选二个, 试求另外两个决赛名额落在同一个班的概率.

21. (9分) (2015•咸宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 以 AB 上一点 O 为圆心, OA 长为半径的圆恰好与 BC 相切于点 D, 分别交 AC、AB 于点 E、F.

(1) 若 $\angle B=30^\circ$, 求证: 以 A、O、D、E 为顶点的四边形是菱形.

(2) 若 $AC=6$, $AB=10$, 连结 AD, 求 $\odot O$ 的半径和 AD 的长.



22. (10 分) (2015•咸宁) 在“绿满鄂南”行动中, 某社区计划对面积为 1800m^2 的区域进行绿化. 经投标, 由甲、乙两个工程队来完成, 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化面积的 2 倍, 并且在独立完成面积为 400m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天.

(1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积.

(2) 设甲工程队施工 x 天, 乙工程队施工 y 天, 刚好完成绿化任务, 求 y 与 x 的函数解析式.

(3) 若甲队每天绿化费用是 0.6 万元, 乙队每天绿化费用为 0.25 万元, 且甲乙两队施工的总天数不超过 26 天, 则如何安排甲乙两队施工的天数, 使施工总费用最低? 并求出最低费用.

23. (10 分) (2015•咸宁) 定义: 数学活动课上, 乐老师给出如下定义: 有一组对边相等而另一组对边不相等的凸四边形叫做对等四边形.

理解: (1) 如图 1, 已知 A、B、C 在格点 (小正方形的顶点) 上, 请在方格图中画出以格点为顶点, AB、BC 为边的两个对等四边形 ABCD;

(2) 如图 2, 在圆内接四边形 ABCD 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AC=BD$. 求证: 四边形 ABCD 是对等四边形;

(3) 如图 3, 在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, $\angle PCB=90^\circ$, $BC=11$, $\tan \angle PBC=\frac{12}{5}$, 点 A 在 BP 边上, 且 $AB=13$. 用圆规在 PC 上找到符合条件的点 D, 使四边形 ABCD 为对等四边形, 并求出 CD 的长.

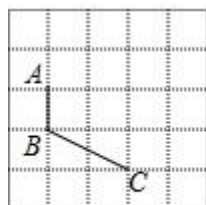


图1

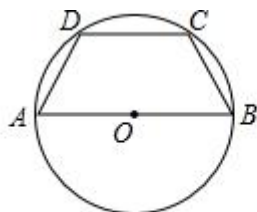


图2

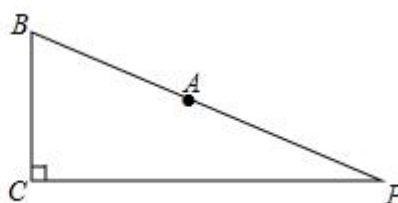


图3

24. (12 分) (2015•咸宁) 如图 1, 已知直线 $y=x+3$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 将直线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折, 得到一个新函数的图象 (图中的“V 形折线”).

(1) 类比研究函数图象的方法, 请列举新函数的两条性质, 并求新函数的解析式;

(2) 如图 2, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与新函数的图象交于点 $C(1, a)$, 点 D 是线段 AC 上一动点 (不包括端点), 过点 D 作 x 轴的平行线, 与新函数图象交于另一点 E , 与双曲线交于点 P .

①试求 $\triangle PAD$ 的面积的最大值;

②探索: 在点 D 运动的过程中, 四边形 $PAEC$ 能否为平行四边形? 若能, 求出此时点 D 的坐标; 若不能, 请说明理由.

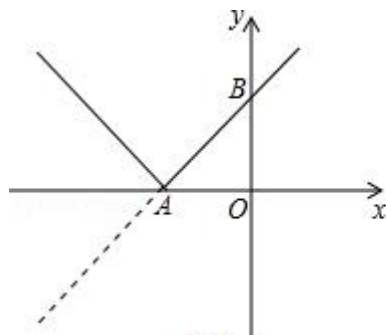


图1

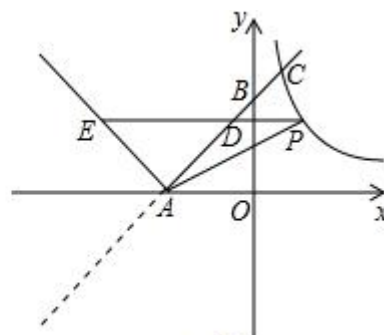


图2

2015 年湖北省咸宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 如图，检测 4 个足球，其中超过标准质量的克数记为正数，不足标准质量的克数记为负数．从轻重的角度看，最接近标准的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

考点：正数和负数.

分析：求出每个数的绝对值，根据绝对值的大小找出绝对值最小的数即可.

解答：解：∵ $|-0.6| < |+0.7| < |+2.5| < |-3.5|$,

∴ -0.6 最接近标准,

故选：C.

点评：本题考查了绝对值和正数和负数的应用，掌握正数和负数的概念和绝对值的性质是解题的关键，主要考查学生的理解能力，题目具有一定的代表性，难度也不大.

2. (3 分) (2015•咸宁) 方程 $2x - 1 = 3$ 的解是（ ）

A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

考点：解一元一次方程.

专题：计算题.

分析：方程移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解.

解答：解：方程 $2x - 1 = 3$,

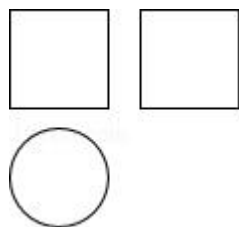
移项合并得： $2x = 4$,

解得： $x = 2$,

故选 D

点评：此题考查了解一元一次方程，其步骤为：去分母，去括号，移项合并，把未知数系数化为1，求出解.

3. (3 分) (2015•咸宁) 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体是 ()



- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 长方体 D. 正方体

考点：由三视图判断几何体.

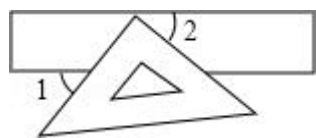
分析：主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

解答：解：由主视图和左视图为长方形可得此几何体为柱体，由俯视图为圆可得此几何体为圆柱.

故选 A.

点评：本题考查了由三视图判断几何体：由三视图想象几何体的形状，首先应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状.

4. (3 分) (2015•咸宁) 如图，把一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

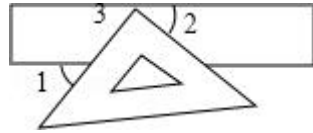


- A. 50° B. 40° C. 30° D. 25°

考点：平行线的性质.

分析：由两直线平行，同位角相等，可求得 $\angle 3$ 的度数，然后求得 $\angle 2$ 的度数.

解答：



解：如图，

$$\because \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ.$$

故选 B.

点评：此题考查了平行线的性质. 注意两直线平行，同位角相等定理的应用是解此题的关键.

5. (3 分) (2015•咸宁) 下列运算正确的是 ()

A. $a^6 \div a^2 = a^3$

B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

C. $2^{-3} = -6$

D. $\sqrt[3]{-27} = -3$

考点：同底数幂的除法；立方根；完全平方公式；负整数指数幂.

专题：计算题.

分析：A、原式利用同底数幂的除法法则计算得到结果，即可做出判断；

B、原式利用完全平方公式化简得到结果，即可做出判断；

C、原式利用负整数指数幂法则计算得到结果，即可做出判断；

D、原式利用立方根定义计算得到结果，即可做出判断.

解答：解：A、原式= a^4 ，错误；

B、原式= a^2+b^2+2ab ，错误；

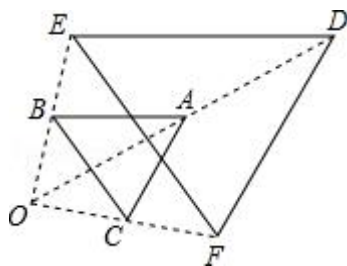
C、原式= $\frac{1}{8}$ ，错误；

D、原式= -3 ，正确，

故选 D

点评：此题考查了同底数幂的除法，立方根，完全平方公式，以及负整数指数幂，熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

6. (3 分) (2015•咸宁) 如图，以点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大得到 $\triangle DEF$. 若 $AD=OA$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为 ()



A. 1: 2

B. 1: 4

C. 1: 5

D. 1: 6

考点：位似变换.

分析：利用位似图形的性质首先得出位似比，进而得出面积比.

解答：解： $\because$ 以点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大得到 $\triangle DEF$ ， $AD=OA$ ，

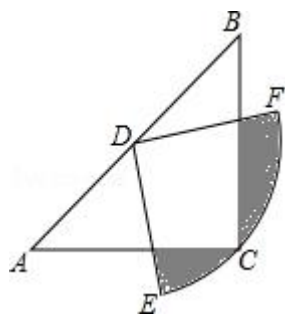
$\therefore OA: OD=1: 2$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为：1: 4.

故选：B.

点评：此题主要考查了位似图形的性质，得出位似比是解题关键.

7. (3分) (2015•咸宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA=CB$, $\angle ACB=90^\circ$, 以 AB 的中点 D 为圆心, 作圆心角为 90° 的扇形 DEF , 点 C 恰在 EF 上, 设 $\angle BDF=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 当 α 由小到大变化时, 图中阴影部分的面积 ()



- A. 由小到大
B. 由大到小
C. 不变
D. 先由小到大, 后由大到小

考点: 扇形面积的计算.

分析: 作 $DM \perp AC$ 于 M , $DN \perp BC$ 于 N , 构造正方形 $DMCN$, 利用正方形和等腰直角三角形的性质, 通过证明 $\triangle DMG \cong \triangle DNH$, 把 $\triangle DHN$ 补到 $\triangle DNG$ 的位置, 得到四边形 $DGCH$ 的面积=正方形 $DMCN$ 的面积, 于是得到阴影部分的面积=扇形的面积-正方形 $DMCN$ 的面积, 即为定值.

解答: 解: 作 $DM \perp AC$ 于 M , $DN \perp BC$ 于 N , 连接 DC ,

$$\because CA=CB, \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle A=\angle B=45^\circ,$$

$$DM=\frac{\sqrt{2}}{2}AD=\frac{\sqrt{2}}{4}AB, \quad DN=\frac{\sqrt{2}}{2}BD=\frac{\sqrt{2}}{4}AB,$$

$$\therefore DM=DN,$$

$$\therefore \text{四边形 } DMCN \text{ 是正方形},$$

$$\therefore \angle MDN=90^\circ,$$

$$\therefore \angle MDG=90^\circ - \angle GDN,$$

$$\because \angle EDF=90^\circ,$$

$$\therefore \angle NDH=90^\circ - \angle GDN,$$

$$\therefore \angle MDG=\angle NDH,$$

在 $\triangle DMG$ 和 $\triangle DNH$ 中,

$$\begin{cases} \angle MDG = \angle NDH \\ \angle DMG = \angle DNH, \\ DM = DN \end{cases}$$

$\therefore \triangle DMG \cong \triangle DNH$,

$\therefore$ 四边形 $DGCH$ 的面积 = 正方形 $DMCN$ 的面积,

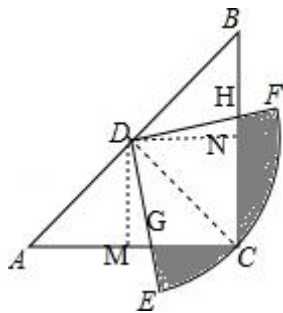
$\therefore$ 正方形 $DMCN$ 的面积 = $DM^2 = \frac{1}{8}AB^2$,

$\therefore$ 四边形 $DGCH$ 的面积 = $\frac{1}{8}AB^2$,

$\therefore$ 扇形 FDE 的面积 = $\frac{90 \cdot \pi \cdot CD^2}{360} = \frac{\pi AB^2}{16}$,

$\therefore$ 阴影部分的面积 = 扇形面积 - 四边形 $DGCH$ 的面积 = $\frac{(\pi - 2) AB^2}{16}$ (定值),

故选 C.

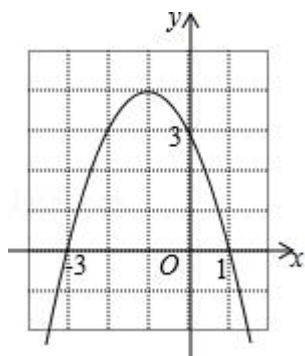


点评：本题主要考查了等腰直角三角形斜边中线的性质，正方形的性质，全等三角形的判定和性质，能正确作出辅助线构造全等三角形是解题的关键.

8. (3 分) (2015•咸宁) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，下列结论：

- ①二次三项式 ax^2+bx+c 的最大值为 4;
- ② $4a+2b+c < 0$;
- ③一元二次方程 $ax^2+bx+c=1$ 的两根之和为 -1;
- ④使 $y \leq 3$ 成立的 x 的取值范围是 $x \geq 0$.

其中正确的个数有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点：二次函数的图象；二次函数图象与系数的关系；二次函数的最值；抛物线与 x 轴的交点；二次函数与不等式（组）.

分析：①根据抛物线的顶点坐标确定二次三项式 ax^2+bx+c 的最大值；
 ②根据 $x=2$ 时， $y < 0$ 确定 $4a+2b+c$ 的符号；
 ③根据抛物线的对称性确定一元二次方程 $ax^2+bx+c=1$ 的两根之和；
 ④根据函数图象确定使 $y \leq 3$ 成立的 x 的取值范围.

解答：解：∵ 抛物线的顶点坐标为 $(-1, 4)$ ，∴ 二次三项式 ax^2+bx+c 的最大值为 4，①正确；

∵ $x=2$ 时， $y < 0$ ，∴ $4a+2b+c < 0$ ，②正确；

根据抛物线的对称性可知，一元二次方程 $ax^2+bx+c=1$ 的两根之和为 -2 ，③错误；

使 $y \leq 3$ 成立的 x 的取值范围是 $x \geq 0$ 或 $x \leq -2$ ，④错误，

故选：B.

点评：本题考查的是二次函数的图象、二次函数的最值、二次函数与不等式，掌握二次函数的性质、正确获取图象信息是解题的关键.

二、细心填一填（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. (3 分) (2015•咸宁) -6 的倒数是 $-\frac{1}{6}$.

考点：倒数.

分析：根据倒数的定义求解.

解答：解：因为 $(-6) \times (-\frac{1}{6}) = 1$,

所以 -6 的倒数是 $-\frac{1}{6}$.

点评：倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

10. (3 分) (2015•咸宁) 端午节期间，“惠民超市”销售的粽子打 8 折后卖 a 元，则粽子的原价卖 $\frac{5}{4}a$ 元.

考点：列代数式.

分析：8 折=80%，把原价当作单位“1”，则现价是原价的 80%，根据分数除法的意义原价是：

$a \div 80\% = \frac{5}{4}a$ ，得结果.

解答：解：8 折=80%，

$a \div 80\% = \frac{5}{4}a$.

故答案为： $\frac{5}{4}a$.

点评：本题主要考查了打折问题，找准单位“1”，弄清各种量的关系是解答此题的关键.

11. (3 分) (2015•咸宁) 将 x^2+6x+3 配方成 $(x+m)^2+n$ 的形式，则 $m=3$.

考点：配方法的应用.

专题：计算题.

分析：原式配方得到结果，即可求出 m 的值.

解答：解： $x^2+6x+3 = x^2+6x+9 - 6 = (x+3)^2 - 6 = (x+m)^2+n$,

则 $m=3$,

故答案为： 3

点评：此题考查了配方法的应用，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

12. (3 分) (2015•咸宁) 如果实数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x - y = -\frac{1}{2} \\ 2x + 2y = 5 \end{cases}$, 则 $x^2 - y^2$ 的值为 $-\frac{5}{4}$.

考点 : 解二元一次方程组; 平方差公式.

专题 : 计算题.

分析 : 方程组第二个方程变形求出 $x+y$ 的值, 原式利用平方差公式化简, 将各自的值代入计算即可求出值.

解答 : 解: 方程组第二个方程变形得: $2(x+y) = 5$, 即 $x+y = \frac{5}{2}$,

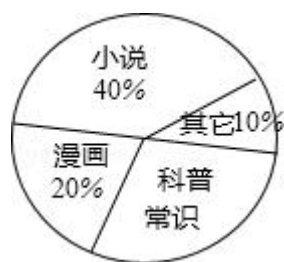
$$\because x - y = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{原式} = (x+y)(x-y) = -\frac{5}{4},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{5}{4}$$

点评 : 此题考查了解二元一次方程组, 以及平方差公式, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

13. (3 分) (2015•咸宁) 为了解学生课外阅读的喜好, 某校从八年级 1200 名学生中随机抽取 50 名学生进行问卷调查, 整理数据后绘制如图所示的统计图. 由此可估计该年级喜爱“科普常识”的学生约有 360 人.



考点 : 扇形统计图.

分析 : 根据扇形图求出喜爱科普常识的学生所占的百分比, 1200 乘百分比得到答案.

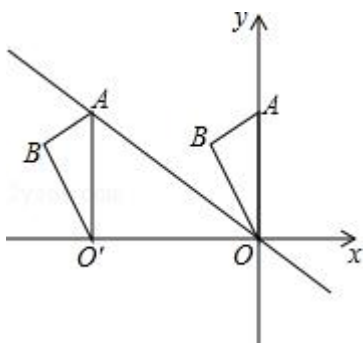
解答 : 解: 喜爱科普常识的学生所占的百分比为: $1 - 40\% - 20\% - 10\% = 30\%$,

$$1200 \times 30\% = 360,$$

故答案为：360.

点评：本题考查的是扇形统计图的知识，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

14. (3 分) (2015•咸宁) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 (0, 6)，将 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向左平移得到 $\triangle O'A'B'$ ，点 A 的对应点 A' 落在直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 上，则点 B 与其对应点 B' 间的距离为 8.



考点：一次函数图象上点的坐标特征；坐标与图形变化-平移.

分析：根据题意确定点 A' 的纵坐标，根据点 A' 落在直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 上，求出点 A' 的横坐标，确定 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向左平移的单位长度即可得到答案.

解答：解：由题意可知，点 A 移动到点 A' 位置时，纵坐标不变，

$\therefore$ 点 A' 的纵坐标为 6，

$$-\frac{3}{4}x = 6, \text{ 解得 } x = -8,$$

$\therefore \triangle OAB$ 沿 x 轴向左平移得到 $\triangle O'A'B'$ 位置，移动了 8 个单位，

$\therefore$ 点 B 与其对应点 B' 间的距离为 8，

故答案为：8.

点评：本题考查的是一次函数图象上点的坐标特征和图形的平移，确定三角形 OAB 移动的距离是解题的关键.

15. (3 分) (2015•咸宁) 古希腊数学家把数 1, 3, 6, 10, 15, 21, ... 叫做三角数，它有一定的规律性. 若把第一个三角数记为 a_1 ，第二个三角数记为 a_2 ...，第 n 个三角数记为 a_n ，计算 $a_1 + a_2$, $a_2 + a_3$, $a_3 + a_4$, ... 由此推算 $a_{399} + a_{400} =$ 1.6×10^5 或 160000.

考点：规律型：数字的变化类.

分析：首先计算 a_1+a_2 , a_2+a_3 , a_3+a_4 的值，然后总结规律，根据规律可以得出结论.

解答：解：∵ $a_1+a_2=4=2^2$; $a_2+a_3=3+6=9=3^2$; $a_3+a_4=6+10=16=4^2$; ...

$$\therefore a_n+a_{n+1}=(n+1)^2;$$

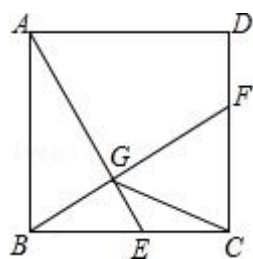
$$\therefore a_{399}+a_{400}=400^2=1600=1.6 \times 10^5.$$

故答案为： 1.6×10^5 或 160000.

点评：本题考查的是规律发现，根据计算 a_1+a_2 , a_2+a_3 , a_3+a_4 的值可以发现规律为

$$a_n+a_{n+1}=(n+1)^2, \text{发现规律是解决本题的关键.}$$

16. (3 分) (2015•咸宁) 如图, 已知正方形 ABCD 的边长为 2, E 是边 BC 上的动点, $BF \perp AE$ 交 CD 于点 F, 垂足为 G, 连结 CG. 下列说法: ① $AG > GE$; ② $AE=BF$; ③点 G 运动的路径长为 π ; ④ CG 的最小值为 $\sqrt{5}-1$. 其中正确的说法是 ②③. (把你认为正确的说法的序号都填上)



考点：四边形综合题.

分析：根据正方形对角线的性质可得出当 E 移动到与 C 重合时, $AG=GE$, 故①错误; 求得 $\angle BAE=\angle CBF$, 根据正方形的性质可得 $AB=BC$, $\angle ABC=\angle C=90^\circ$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $AE=BF$, 判断出②正确; 根据题意, G 点的轨迹是以 A 为圆心以 AB 长为半径的圆弧 BD 的长, 然后求出弧 BD 的长度, 判断出③正确; 正方形的对角线减去圆弧的半径就是 CG 的最小值, 通过计算从而判断出④错误.

解答：解：∵在正方形 ABCD 中, AE、BD 垂直平分,

∴当 E 移动到与 C 重合时, AG=GE, 故①错误;

∵BF⊥AE,

∴∠AEB+∠CBF=90°,

∵∠AEB+∠BAE=90°,

∴∠BAE=∠CBF,

在△ABE 和△BCF 中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CBF \\ \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ \\ AB = BC \end{cases},$$

∴△ABE≌△BCF (AAS),

∴故②正确;

根据题意, G 点的轨迹是以 A 为圆心以 AB 长为半径的圆弧 BD 的长,

∴圆弧 BD 的长= $\frac{90\pi \times 2^2}{360} = \pi$, 故③正确;

CG 的最小值为 AC - AB = $4\sqrt{2} - 2$, 故④错误;

综上所述, 正确的结论有②③.

故答案为②③.

点评: 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 弧长的计算, 勾股定理的应用, 熟记性质并求出△ABE 和△BCF 全等是解题的关键, 用阿拉伯数字加弧线表示角更形象直观.

三、专心解一解 (本大题共 8 小题, 满分 72 分)

17. (8 分) (2015•咸宁) (1) 计算: $|1 - \sqrt{2}| + \sqrt{8} + (-2)^0$;

(2) 化简: $(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a - b)^2$.

考点: 整式的混合运算; 实数的运算; 零指数幂.

专题: 计算题.

分析: (1) 原式第一项利用绝对值的代数意义化简, 第二项化为最简二次根式, 第三项利用零指数幂法则计算即可得到结果;

(2) 原式第一项利用多项式除以单项式法则计算, 第二项利用完全平方公式化简, 去括号合并即可得到结果.

解答：解：(1) 原式 $=\sqrt{2}-1+2\sqrt{2}+1=3\sqrt{2}$;

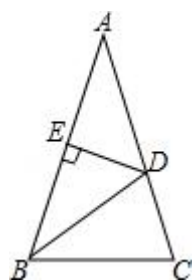
$$(2) \text{ 原式} = a^2 - 2ab - b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = -2b^2.$$

点评：此题考查了整式的混合运算，以及实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6分) (2015•咸宁) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$ ， BD 为角平分线， $DE \perp AB$ ，垂足为 E .

(1) 写出图中一对全等三角形和一对相似比不为1的相似三角形；

(2) 选择(1)中一对加以证明.



考点：相似三角形的判定；全等三角形的判定.

分析：(1) 利用相似三角形的性质以及全等三角形的性质得出符合题意的答案；

(2) 利用相似三角形的判定以及全等三角形的判定方法分别得出即可.

解答：解：(1) $\triangle ADE \cong \triangle BDE$ ， $\triangle ABC \sim \triangle BCD$;

(2) 证明： $\because AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 72^\circ,$$

$\because BD$ 为角平分线,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 36^\circ = \angle A,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BDE$ 中

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle DBA \\ \angle AED = \angle BED, \\ ED = ED \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BDE \text{ (AAS)};$$

证明： $\because AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 72^\circ,$$

$\because$ BD 为角平分线,

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 36^\circ = \angle A,$$

$$\therefore \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCD.$$

点评：此题主要考查了相似三角形以及全等三角形的判定，正确把握判定方法是解题关键.

19. (8 分) (2015•咸宁) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + 2 = 0$.

(1) 证明：不论 m 为何值时，方程总有实数根；

(2) m 为何整数时，方程有两个不相等的正整数根.

考点：根的判别式；解一元二次方程-公式法.

分析：(1) 求出方程根的判别式，利用配方法进行变形，根据平方的非负性证明即可；

(2) 利用一元二次方程求根公式求出方程的两个根，根据题意求出 m 的值.

解答：解：(1) $\Delta = (m+2)^2 - 8m$

$$= m^2 - 4m + 4$$

$$= (m-2)^2,$$

$$\therefore \text{不论 } m \text{ 为何值时, } (m-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta \geq 0,$$

$\therefore$ 方程总有实数根；

$$(2) \text{ 解方程得, } x = \frac{m+2 \pm (m-2)}{2m},$$

$$x_1 = \frac{2}{m}, \quad x_2 = 1,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的正整数根,

$$\therefore m=1 \text{ 或 } 2, \quad m=2 \text{ 不合题意,}$$

$$\therefore m=1.$$

点评：本题考查的是一元二次方程根的判别式和求根公式的应用，掌握一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系： $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根； $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根； $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根是解题的关键.

20. (9分) (2015•咸宁) 某校九年级两个班, 各选派 10 名学生参加学校举行的“汉字听写”大赛预赛. 各参赛选手的成绩如图:

九 (1) 班: 88, 91, 92, 93, 93, 93, 94, 98, 98, 100

九 (2) 班: 89, 93, 93, 93, 95, 96, 96, 98, 98, 99

通过整理, 得到数据分析表如下:

班级	最高分	平均分	中位数	众数	方差
九 (1) 班	100	m	93	93	12
九 (2) 班	99	95	n	93	8.4

(1) 直接写出表中 m、n 的值;

(2) 依据数据分析表, 有人说: “最高分在 (1) 班, (1) 班的成绩比 (2) 班好”, 但有人说 (2) 班的成绩要好, 请给出两条支持九 (2) 班成绩好的理由;

(3) 若从两班的参赛选手中选四名同学参加决赛, 其中两个班的第一名直接进入决赛, 另外两个名额在四个“98 分”的学生中任选二个, 试求另外两个决赛名额落在同一个班的概率.

考点: 列表法与树状图法; 加权平均数; 中位数; 众数; 方差.

专题: 计算题.

分析: (1) 求出九 (1) 班的平均分确定出 m 的值, 求出九 (2) 班的中位数确定出 n 的值即可;

(2) 分别从平均分, 方差, 以及中位数方面考虑, 写出支持九 (2) 班成绩好的原因;

(3) 画树状图得出所有等可能的情况数, 找出另外两个决赛名额落在同一个班的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: (1) $m = \frac{1}{10} (88+91+92+93+93+93+94+98+98+100) = 94$;

把九 (2) 班成绩排列为: 89, 93, 93, 93, 95, 96, 96, 98, 98, 99,

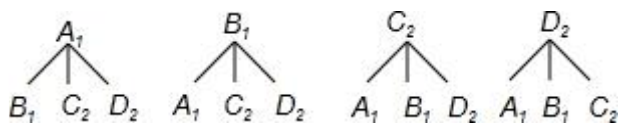
则中位数 $n = \frac{1}{2} (95+96) = 95.5$;

(2) ①九 (2) 班平均分高于九 (1) 班; ②九 (2) 班的成绩比九 (1) 班稳定; ③九 (2) 班的成绩集中在中上游, 故支持九 (2) 班成绩好 (任意选两个即可);

(3) 用 A_1, B_1 表示九 (1) 班两名 98 分的同学, C_2, D_2 表示九 (2) 班两名 98 分

的同学,

画树状图, 如图所示:



所有等可能的情况有 12 种, 其中另外两个决赛名额落在同一个班的情况有 4 种,

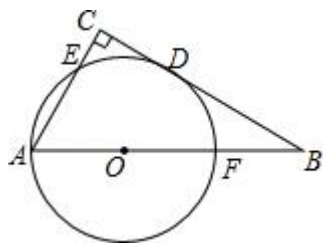
$$\text{则 } P(\text{另外两个决赛名额落在同一个班}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

21. (9 分) (2015•咸宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 以 AB 上一点 O 为圆心, OA 长为半径的圆恰好与 BC 相切于点 D , 分别交 AC 、 AB 于点 E 、 F .

(1) 若 $\angle B=30^\circ$, 求证: 以 A 、 O 、 D 、 E 为顶点的四边形是菱形.

(2) 若 $AC=6$, $AB=10$, 连结 AD , 求 $\odot O$ 的半径和 AD 的长.



考点: 切线的性质; 菱形的判定与性质; 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 连接 OD 、 OE 、 ED . 先证明 $\triangle AOE$ 是等边三角形, 得到 $AE=AO=OD$, 则四边形 $AODE$ 是平行四边形, 然后由 $OA=OD$ 证明四边形 $AODE$ 是菱形;

(2) 连接 OD 、 DF . 先由 $\triangle OBD \sim \triangle ABC$, 求出 $\odot O$ 的半径, 然后证明 $\triangle ADC \sim \triangle AFD$, 得出 $AD^2=AC \cdot AF$, 进而求出 AD .

解答: (1) 证明: 如图 1, 连接 OD 、 OE 、 ED .

$\because BC$ 与 $\odot O$ 相切于一点 D ,

$\therefore OD \perp BC$,

$\therefore \angle ODB=90^\circ=\angle C$,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\because \angle B=30^\circ$,

$$\therefore \angle A = 60^\circ,$$

$$\because OA = OE,$$

$\therefore \triangle AOE$ 是等边三角形,

$$\therefore AE = AO = OD,$$

$\therefore$ 四边形 AODE 是平行四边形,

$$\because OA = OD,$$

$\therefore$ 四边形 AODE 是菱形.

(2) 解: 设 $\odot O$ 的半径为 r .

$$\because OD \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle OBD \sim \triangle ABC.$$

$$\therefore \frac{OD}{AC} = \frac{OB}{AB}, \text{ 即 } 8r = 6(8 - r).$$

$$\text{解得 } r = \frac{15}{4},$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{15}{4}.$$

如图 2, 连接 OD、DF.

$$\because OD \parallel AC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ADO,$$

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle DAO,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DAO,$$

$\because AF$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADF = 90^\circ = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle AFD,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AD},$$

$$\therefore AD^2 = AC \cdot AF,$$

$$\because AC = 6, \quad AF = \frac{15}{4} \times 2 = \frac{15}{2},$$

$$\therefore AD^2 = \frac{15}{2} \times 6 = 45,$$

$$\therefore AD = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$$

即可解答.

解答: 解: (1) 设乙工程队每天能完成绿化的面积是 $x\text{m}^2$,

根据题意得: $\frac{400}{x} - \frac{400}{2x} = 4$.

解得: $x=50$,

经检验, $x=50$ 是原方程的解,

则甲工程队每天能完成绿化的面积是 $50 \times 2 = 100 (\text{m}^2)$,

答: 甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是 100m^2 、 50m^2 ;

(2) 根据题意, 得: $100x + 50y = 1800$,

整理得: $y = 36 - 2x$,

$\therefore y$ 与 x 的函数解析式为: $y = 36 - 2x$.

(3) $\because$ 甲乙两队施工的总天数不超过 26 天,

$\therefore x + y \leq 26$,

$\therefore x + 36 - 2x \leq 26$,

解得: $x \geq 10$,

设施工总费用为 w 元, 根据题意得:

$w = 0.6x + 0.25y = 0.6x + 0.25 \times (36 - 2x) = 0.1x + 9$,

$\because k = 0.1 > 0$,

$\therefore w$ 随 x 减小而减小,

$\therefore$ 当 $x=10$ 时, w 有最小值, 最小值为 $0.1 \times 10 + 9 = 10$,

此时 $y = 36 - 20 = 16$.

答: 安排甲队施工 10 天, 乙队施工 16 天时, 施工总费用最低.

点评: 本题考查了分式方程和一元一次不等式的应用, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系和不等关系, 列方程和不等式求解.

23. (10 分) (2015•咸宁) 定义: 数学活动课上, 乐老师给出如下定义: 有一组对边相等而另一组对边不相等的凸四边形叫做对等四边形.

理解: (1) 如图 1, 已知 A、B、C 在格点 (小正方形的顶点) 上, 请在方格图中画出以格点为顶点, AB、BC 为边的两个对等四边形 ABCD;

(2) 如图 2, 在圆内接四边形 ABCD 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AC=BD$. 求证: 四边形 ABCD 是对等四边形;

(3) 如图 3, 在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, $\angle PCB=90^\circ$, $BC=11$, $\tan \angle PBC=\frac{12}{5}$, 点 A 在 BP 边上, 且 $AB=13$. 用圆规在 PC 上找到符合条件的点 D, 使四边形 ABCD 为对等四边形, 并求出 CD 的长.

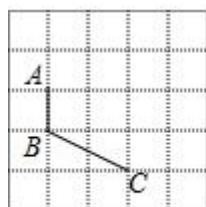


图1

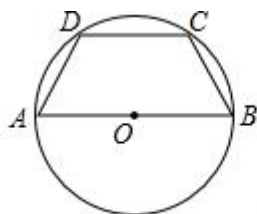


图2

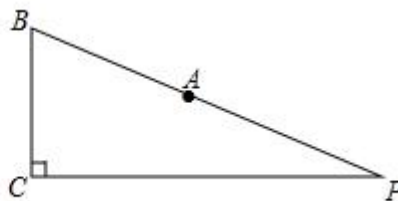


图3

考点: 四边形综合题.

分析: (1) 根据对等四边形的定义, 进行画图即可;

(2) 连接 AC, BD, 证明 $\text{Rt}\triangle ADB \cong \text{Rt}\triangle ACB$, 得到 $AD=BC$, 又 AB 是 $\odot O$ 的直径, 所以 $AB \neq CD$, 即可解答;

(3) 根据对等四边形的定义, 分两种情况: ①若 $CD=AB$, 此时点 D 在 D_1 的位置, $CD_1=AB=13$; ②若 $AD=BC=11$, 此时点 D 在 D_2 、 D_3 的位置, $AD_2=AD_3=BC=11$; 利用勾股定理和矩形的性质, 求出相关相关线段的长度, 即可解答.

解答: 解: (1) 如图 1 所示 (画 2 个即可).

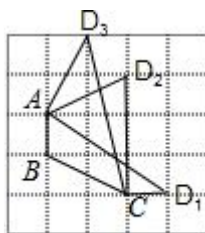


图1

(2) 如图 2, 连接 AC, BD,

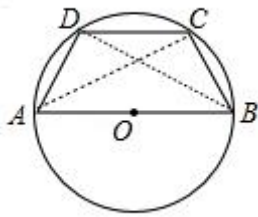


图2

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle ADB$ 和 $Rt\triangle ACB$ 中,

$$\begin{cases} AB=BA \\ BD=AC \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ADB \cong Rt\triangle ACB$,

$\therefore AD=BC$,

又 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AB \neq CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是对等四边形.

(3) 如图 3, 点 D 的位置如图所示:

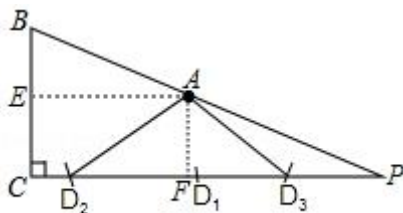


图3

①若 $CD=AB$, 此时点 D 在 D_1 的位置, $CD_1=AB=13$;

②若 $AD=BC=11$, 此时点 D 在 D_2 、 D_3 的位置, $AD_2=AD_3=BC=11$,

过点 A 分别作 $AE \perp BC$, $AF \perp PC$, 垂足为 E , F ,

设 $BE=x$,

$$\because \tan \angle PBC = \frac{12}{5},$$

$$\therefore AE = \frac{12}{5}x,$$

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $AE^2 + BE^2 = AB^2$,

$$\text{即 } x^2 + \left(\frac{12}{5}x\right)^2 = 13^2,$$

解得: $x_1=5$, $x_2=5$ (舍去),

$$\therefore BE=5, AE=12,$$

$$\therefore CE=BC-BE=6,$$

由四边形 AECF 为矩形, 可得 $AF=CE=6$, $CF=AE=12$,

$$\text{在 Rt}\triangle AFD_2 \text{ 中, } FD_2 = \sqrt{AD_2^2 - AF^2} = \sqrt{11^2 - 6^2} = \sqrt{85},$$

$$\therefore CD_2 = CF - FD_2 = 12 - \sqrt{85}, \quad CD_3 = CF + FD_2 = 12 + \sqrt{85}.$$

综上所述, CD 的长度为 13、 $12 - \sqrt{85}$ 或 $12 + \sqrt{85}$.

点评: 本题主要考查了四边形的综合题, 解题的关键是理解并能运用“等对角四边形”这个概念. 在 (3) 中注意分类讨论思想的应用、勾股定理的应用.

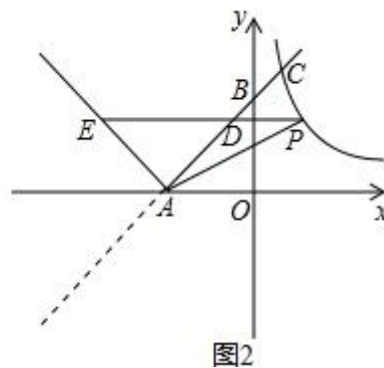
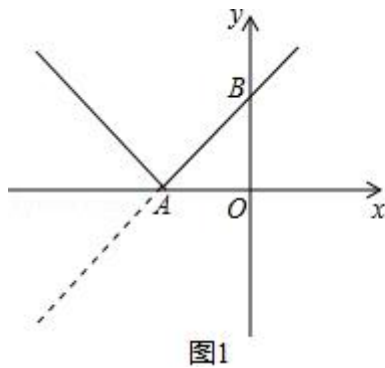
24. (12 分) (2015•咸宁) 如图 1, 已知直线 $y=x+3$ 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 B, 将直线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折, 得到一个新函数的图象 (图中的“V 形折线”).

(1) 类比研究函数图象的方法, 请列举新函数的两条性质, 并求新函数的解析式;

(2) 如图 2, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与新函数的图象交于点 C (1, a), 点 D 是线段 AC 上一动点 (不包括端点), 过点 D 作 x 轴的平行线, 与新函数图象交于另一点 E, 与双曲线交于点 P.

①试求 $\triangle PAD$ 的面积的最大值;

②探索: 在点 D 运动的过程中, 四边形 PAEC 能否为平行四边形? 若能, 求出此时点 D 的坐标; 若不能, 请说明理由.



考点: 反比例函数综合题.

分析: (1) 根据一次函数的性质, 结合函数图象可写出新函数的两条性质; 求新函数的解析式, 可分两种情况进行讨论: ① $x \geq -3$ 时, 显然 $y=x+3$; ② 当 $x < -3$ 时, 利用待定系数法求解;

(2) ①先把点 C (1, a) 代入 $y=x+3$, 求出 C (1, 4), 再利用待定系数法求出反比例函数解析式为 $y=\frac{4}{x}$. 由点 D 是线段 AC 上一动点 (不包括端点), 可设点 D 的坐标为 (m, m+3), 且 $-3 < m < 1$, 那么 $P(\frac{4}{m+3}, m+3)$, $PD=\frac{4}{m+3}-m$, 再根据三角形的面积公式得出 $\triangle PAD$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}(\frac{4}{m+3}-m) \times (m+3) = -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2 = -\frac{1}{2}(m+\frac{3}{2})^2 + \frac{25}{8}$, 然后利用二次函数的性质即可求解;

②先利用中点坐标公式求出 AC 的中点 D 的坐标, 再计算 DP, DE 的长度, 如果 $DP=DE$, 那么根据对角线互相平分的四边形是平行四边形可得四边形 PAEC 为平行四边形; 如果 $DP \neq DE$, 那么不是平行四边形.

解答: 解: (1) 如图 1, 均是正整数新函数的两条性质: ①函数的最小值为 0;

②函数图象的对称轴为直线 $x=-3$;

由题意得 A 点坐标为 $(-3, 0)$. 分两种情况:

① $x \geq -3$ 时, 显然 $y=x+3$;

②当 $x < -3$ 时, 设其解析式为 $y=kx+b$.

在直线 $y=x+3$ 中, 当 $x=-4$ 时, $y=-1$,

则点 $(-4, -1)$ 关于 x 轴的对称点为 $(-4, 1)$.

把 $(-4, 1)$, $(-3, 0)$ 代入 $y=kx+b$,

$$\text{得} \begin{cases} -4k+b=1 \\ -3k+b=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-1 \\ b=-3 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x - 3.$$

$$\text{综上所述, 新函数的解析式为 } y = \begin{cases} y=x+3 & (x \geq -3) \\ y=-x-3 & (x < -3) \end{cases};$$

(2) 如图 2, ① $\because$ 点 C (1, a) 在直线 $y=x+3$ 上,

$$\therefore a=1+3=4.$$

$\because$ 点 C (1, 4) 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore k=1 \times 4=4, \quad y=\frac{4}{x}.$$

$\because$ 点 D 是线段 AC 上一动点 (不包括端点),

∴可设点 D 的坐标为 $(m, m+3)$ ，且 $-3 < m < 1$ 。

∵ $DP \parallel x$ 轴，且点 P 在双曲线上，

$$\therefore P \left(\frac{4}{m+3}, m+3 \right),$$

$$\therefore PD = \frac{4}{m+3} - m,$$

∴ $\triangle PAD$ 的面积为

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{m+3} - m \right) \times (m+3) = -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2 = -\frac{1}{2} \left(m + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{25}{8},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} < 0,$$

$$\therefore \text{当 } m = -\frac{3}{2} \text{ 时, } S \text{ 有最大值, 为 } \frac{25}{8},$$

$$\text{又 } \because -3 < -\frac{3}{2} < 1,$$

$$\therefore \triangle PAD \text{ 的面积的最大值为 } \frac{25}{8};$$

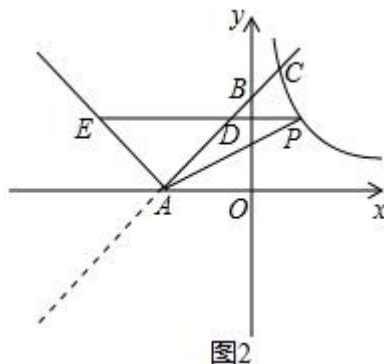
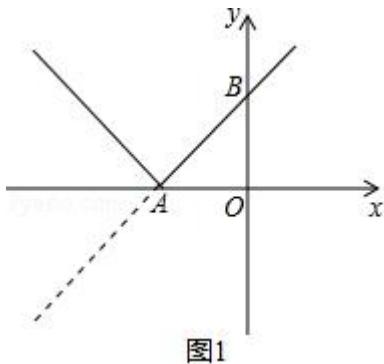
②在点 D 运动的过程中，四边形 PAEC 不能为平行四边形。理由如下：

当点 D 为 AC 的中点时，其坐标为 $(-1, 2)$ ，此时 P 点的坐标为 $(2, 2)$ ，E 点的坐标为 $(-5, 2)$ ，

$$\therefore DP=3, DE=4,$$

∴ EP 与 AC 不能互相平分，

∴ 四边形 PAEC 不能为平行四边形。



点评：本题是反比例函数综合题，其中涉及到利用待定系数法求反比例函数、一次函数的解析式，反比例函数、一次函数图象上点的坐标特征，三角形的面积，二次函数最值的求法，平行四边形的判定等知识，综合性较强，难度适中。利用数形结合、分类讨论是解题的关键。

