

2015 年湖北省天门市、仙桃市、潜江市、江汉油田

中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2015•潜江) -3 的绝对值是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) (2015•潜江) 如图所示的几何体，其左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•潜江) 位于江汉平原的兴隆水利工程于 2014 年 9 月 25 日竣工，该工程设计的年发电量为 2.25 亿度，2.25 亿这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 2.25×10^9 B. 2.25×10^8 C. 22.5×10^7 D. 225×10^6

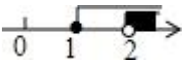
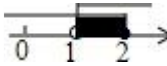
4. (3 分) (2015•潜江) 计算 $(-2a^2b)^3$ 的结果是 ()

- A. $-6a^6b^3$ B. $-8a^6b^3$ C. $8a^6b^3$ D. $-8a^5b^3$

5. (3 分) (2015•潜江) 某合作学习小组的 6 名同学在一次数学测试中，成绩分布为 76, 88, 96, 82, 78, 96，这组数据的中位数是 ()

- A. 82 B. 85 C. 88 D. 96

6. (3 分) (2015•潜江) 不等式组 $\begin{cases} 1-x \leq 0 \\ 3x-6 < 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

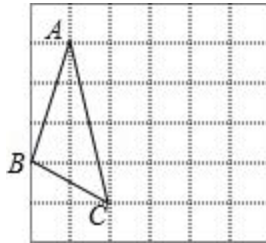
7. (3 分) (2015•潜江) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 1$ C. $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ D. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 3$

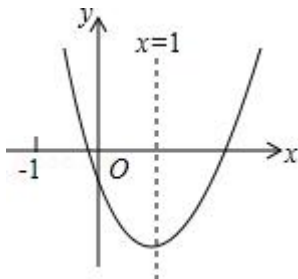
8. (3 分) (2015•潜江) 已知一块圆心角为 300° 的扇形铁皮，用它做一个圆锥形的烟囱帽（接缝忽略不计），圆锥的底面圆的直径是 80cm，则这块扇形铁皮的半径是 ()

- A. 24cm B. 48cm C. 96cm D. 192cm

9. (3分) (2015•潜江) 在下面的网格图中, 每个小正方形的边长均为 1, $\triangle ABC$ 的三个顶点都是网格线的交点, 已知 B, C 两点的坐标分别为 $(-1, -1)$, $(1, -2)$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° , 则点 A 的对应点的坐标为 ()



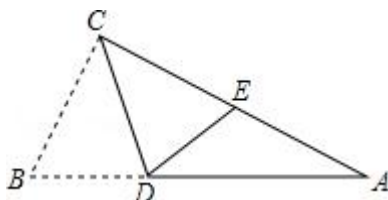
- A. $(4, 1)$ B. $(4, -1)$ C. $(5, 1)$ D. $(5, -1)$
10. (3分) (2015•潜江) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴为 $x=1$, 给出下列结论: ① $abc > 0$; ② $b^2=4ac$; ③ $4a+2b+c > 0$; ④ $3a+c > 0$, 其中正确的结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

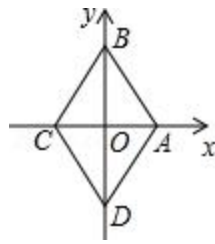
二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

11. (3分) (2015•潜江) 已知 $3a - 2b = 2$, 则 $9a - 6b =$ _____.
12. (3分) (2015•潜江) 清明节期间, 七 (1) 班全体同学分成若干小组到革命传统教育基地缅怀先烈. 若每小组 7 人, 则余下 3 人; 若每小组 8 人, 则少 5 人, 由此可知该班共有_____名同学.
13. (3分) (2015•潜江) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 在 AB 边上, 将 $\triangle CBD$ 沿 CD 折叠, 使点 B 恰好落在 AC 边上的点 E 处. 若 $\angle A=26^\circ$, 则 $\angle CDE=$ _____.



14. (3 分) (2015•潜江) 把三张形状、大小相同但画面不同的风景图片，都按同样的方式剪成相同的两片，然后堆放到一起混合洗匀，从这堆图片中随机抽出两张，这两张图片恰好能组成一张原风景图片的概率是_____.

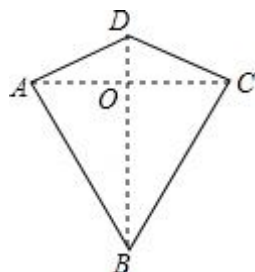
15. (3 分) (2015•潜江) 菱形 ABCD 在直角坐标系中的位置如图所示，其中点 A 的坐标为 (1, 0)，点 B 的坐标为 (0, $\sqrt{3}$)，动点 P 从点 A 出发，沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ 的路径，在菱形的边上以每秒 0.5 个单位长度的速度移动，移动到第 2015 秒时，点 P 的坐标为_____.



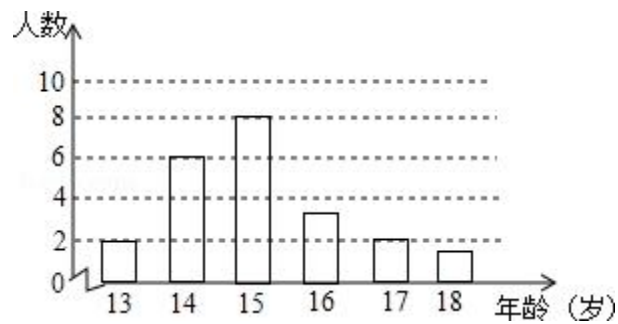
三、解答题 (本大题共 10 小题，满分 75 分)

16. (5 分) (2015•潜江) 先化简，再求值: $\frac{a+1}{a} \cdot \frac{a^2}{a^2-1}$, 其中 $a=5$.

17. (5 分) (2015•潜江) 我们把两组邻边分别相等的四边形叫做“筝形”. 如图, 四边形 ABCD 是一个筝形, 其中 $AB=CB$, $AD=CD$, 请你写出与筝形 ABCD 的角或者对角线有关的一个结论, 并证明你的结论.

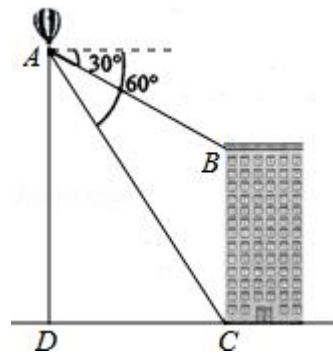


18. (6分) (2015•潜江) 某校男子足球队的年龄分布如下面的条形图所示.



- (1) 求这些队员的平均年龄;
- (2) 下周的一场校际足球友谊赛中, 该校男子足球队将会有 11 名队员作为首发队员出场, 不考虑其他因素, 请你求出其中某位队员首发出场的概率.

19. (6分) (2015•潜江) 热气球的探测器显示, 从热气球底部 A 处看一栋高楼顶部的俯角为 30° , 看这栋楼底部的俯角为 60° , 热气球 A 处于地面距离为 420 米, 求这栋楼的高度.



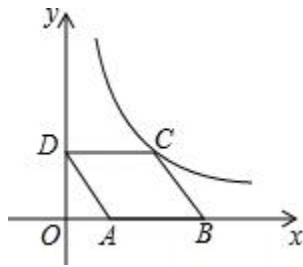
20. (7分) (2015•潜江) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$.

- (1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若方程两实数根为 x_1, x_2 , 且满足 $5x_1 + 2x_2 = 2$, 求实数 m 的值.

21. (8分) (2015•潜江) 如图, $\square ABCD$ 放置在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2, 0)$, $B(6, 0)$, $D(0, 3)$, 反比例函数的图象经过点 C .

(1) 求反比例函数的解析式;

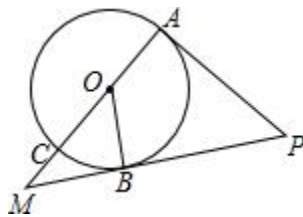
(2) 将 $\square ABCD$ 向上平移, 使点 B 恰好落在双曲线上, 此时 A, B, C, D 的对应点分别为 A', B', C', D' , 且 $C'D'$ 与双曲线交于点 E , 求线段 AA' 的长及点 E 的坐标.



22. (8分) (2015•潜江) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, OB 是 $\odot O$ 的半径, PA 切 $\odot O$ 于点 A , PB 与 AC 的延长线交于点 M , $\angle COB = \angle APB$.

(1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当 $OB=3$, $PA=6$ 时, 求 MB, MC 的长.

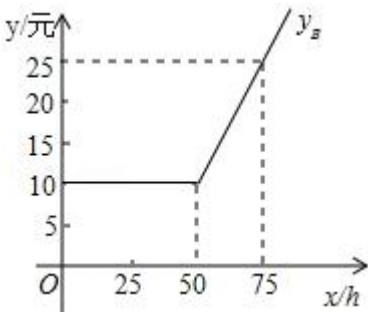


23. (8分) (2015•潜江) 随着信息技术的快速发展, “互联网+”渗透到我们日常生活的各个领域, 网上在线学习交流已不再是梦, 现有某教学网站策划了 A, B 两种上网学习的月收费方式:

收费方式	月使用费/元	包时上网时间/h	超时费/ (元/min)
A	7	25	0.01
B	m	n	0.01

设每月上网学习时间为 x 小时, 方案 A, B 的收费金额分别为 y_A, y_B .

- (1) 如图是 y_B 与 x 之间函数关系的图象, 请根据图象填空: $m=$ _____ ; $n=$ _____
- (2) 写出 y_A 与 x 之间的函数关系式.
- (3) 选择哪种方式上网学习合算, 为什么?



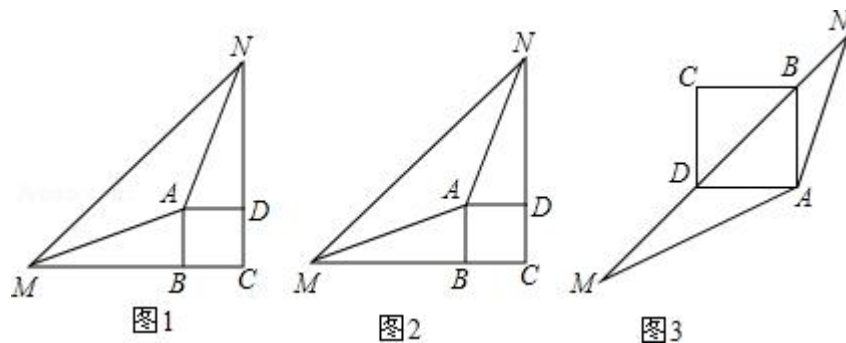
24. (10 分) (2015•潜江) 已知 $\angle MAN=135^\circ$ ，正方形 $ABCD$ 绕点 A 旋转.

(1) 当正方形 $ABCD$ 旋转到 $\angle MAN$ 的外部 (顶点 A 除外) 时, AM , AN 分别与正方形 $ABCD$ 的边 CB , CD 的延长线交于点 M , N , 连接 MN .

①如图 1, 若 $BM=DN$, 则线段 MN 与 $BM+DN$ 之间的数量关系是_____;

②如图 2, 若 $BM \neq DN$, 请判断①中的数量关系是否仍成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由;

(2) 如图 3, 当正方形 $ABCD$ 旋转到 $\angle MAN$ 的内部 (顶点 A 除外) 时, AM , AN 分别与直线 BD 交于点 M , N , 探究: 以线段 BM , MN , DN 的长度为三边长的三角形是何种三角形, 并说明理由.

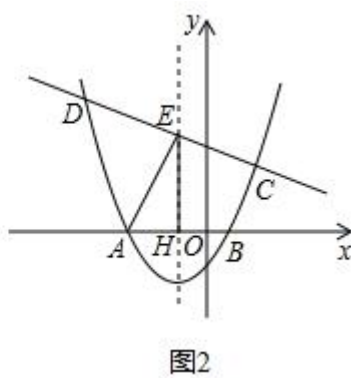
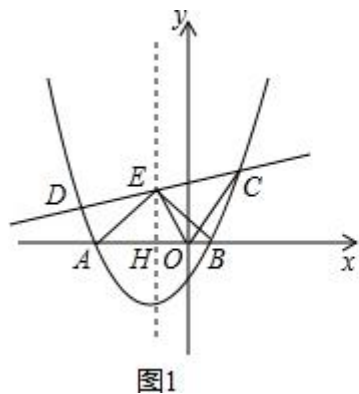


25. (12 分) (2015•潜江) 已知抛物线经过 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, \frac{5}{2})$ 三点, 其对称轴交 x 轴于点 H , 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 C , 与抛物线交于另一点 D (点 D 在点 C 的左边), 与抛物线的对称轴交于点 E .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 当 $S_{\triangle EOC} = S_{\triangle EAB}$ 时, 求一次函数的解析式;

(3) 如图 2, 设 $\angle CEH = \alpha$, $\angle EAH = \beta$, 当 $\alpha > \beta$ 时, 直接写出 k 的取值范围.



2015 年湖北省天门市、仙桃市、潜江市、江汉油田中考

数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2015•潜江) -3 的绝对值是 ()

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

考点: 绝对值.

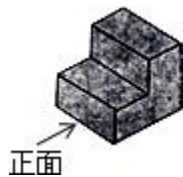
分析: 根据一个负数的绝对值等于它的相反数得出.

解答: 解: $|-3| = -(-3) = 3$.

故选: A.

点评: 考查绝对值的概念和求法. 绝对值规律总结: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2015•潜江) 如图所示的几何体, 其左视图是 ()



A.



B.



C.



D.



考点: 简单组合体的三视图.

分析: 根据从左边看得到的图形是左视图, 可得答案.

解答: 解: 从左边看是一个矩形的左上角去掉了一个小矩形,

故选: C.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 从左边看得到的图形是左视图.

3. (3 分) (2015•潜江) 位于江汉平原的兴隆水利工程于 2014 年 9 月 25 日竣工, 该工程设计的年发电量为 2.25 亿度, 2.25 亿这个数用科学记数法表示为 ()

A. 2.25×10^9

B. 2.25×10^8

C. 22.5×10^7

D. 225×10^6

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 2.25 亿有 9 位, 所以可以确定 $n = 9 - 1 = 8$.

解答: 解: 2.25 亿 $= 225\,000\,000 = 2.25 \times 10^8$.

故选 B.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

4. (3 分) (2015•潜江) 计算 $(-2a^2b)^3$ 的结果是 ()

- A. $-6a^6b^3$ B. $-8a^6b^3$ C. $8a^6b^3$ D. $-8a^5b^3$

考点: 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据幂的乘方和积的乘方的运算法则求解.

解答: 解: $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$.

故选 B.

点评: 本题考查了幂的乘方和积的乘方, 解答本题的关键是掌握幂的乘方和积的乘方的运算法则.

5. (3 分) (2015•潜江) 某合作学习小组的 6 名同学在一次数学测试中, 成绩分布为 76, 88, 96, 82, 78, 96, 这组数据的中位数是 ()

- A. 82 B. 85 C. 88 D. 96

考点: 中位数.

分析: 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数.

解答: 解: 将这组数据按从小到大的顺序排列为: 76, 78, 82, 88, 96, 96, 处于中间位置的两个数是 82 和 88,

那么由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是 $(82+88) \div 2 = 85$.

故选 B.

点评: 本题为统计题, 考查中位数的意义. 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数. 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错.

6. (3 分) (2015•潜江) 不等式组 $\begin{cases} 1-x \leq 0 \\ 3x-6 < 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 在数轴上表示不等式的解集; 解一元一次不等式组.

分析: 根据不等式的性质求出不等式的解集, 根据找不等式组解集的规律找出即可.

解答: 解: $\begin{cases} 1-x \leq 0 \text{ ①} \\ 3x-6 < 0 \text{ ②} \end{cases}$

由①得: $x \geq 1$,

由②得: $x < 2$,

在数轴上表示不等式的解集是:



故选: D.

点评: 本题主要考查对不等式的性质, 解一元一次不等式 (组), 在数轴上表示不等式的解集等知识点的理解和掌握, 能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解此题的关键.

7. (3 分) (2015•潜江) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=1$ C. $2\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ D. $\sqrt{27}\div \sqrt{3}=3$

考点: 二次根式的乘除法; 二次根式的加减法.

分析: 分别根据二次根式有关的运算法则, 化简分析得出即可.

解答: 解: A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, 无法计算, 故此选项错误,

B. $4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$, 故此选项错误,

C. $2\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}=6\times 3=18$, 故此选项错误,

D. $\sqrt{27}\div \sqrt{3}=\sqrt{\frac{27}{3}}=\sqrt{9}=3$, 此选项正确,

故选 D.

点评: 此题主要考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握二次根式基本运算是解题关键.

8. (3 分) (2015•潜江) 已知一块圆心角为 300° 的扇形铁皮, 用它做一个圆锥形的烟囱帽 (接缝忽略不计), 圆锥的底面圆的直径是 80cm, 则这块扇形铁皮的半径是 ()

- A. 24cm B. 48cm C. 96cm D. 192cm

考点: 圆锥的计算.

分析: 利用底面周长=展开图的弧长可得.

解答: 解: 设这个扇形铁皮的半径为 rcm, 由题意得 $\frac{300\pi r}{180}=\pi\times 80$,

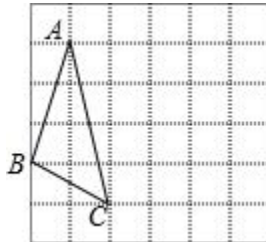
解得 $r=48$.

故这个扇形铁皮的半径为 48cm,

故选 B.

点评: 本题考查了圆锥的计算, 解答本题的关键是确定圆锥的底面周长=展开图的弧长这个等量关系, 然后由扇形的弧长公式和圆的周长公式求值.

9. (3 分) (2015•潜江) 在下面的网格图中, 每个小正方形的边长均为 1, $\triangle ABC$ 的三个顶点都是网格线的交点, 已知 B, C 两点的坐标分别为 $(-1, -1)$, $(1, -2)$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° , 则点 A 的对应点的坐标为 ()



- A. $(4, 1)$ B. $(4, -1)$ C. $(5, 1)$ D. $(5, -1)$

考点: 坐标与图形变化-旋转.

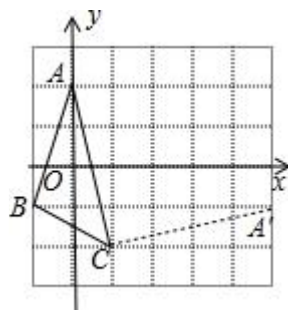
专题: 几何变换.

分析: 先利用 B, C 两点的坐标画出直角坐标系得到 A 点坐标, 再画出 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 后点 A 的对应点的 A' , 然后写出点 A' 的坐标即可.

解答: 解: 如图, A 点坐标为 $(0, 2)$,

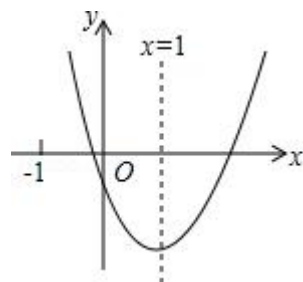
将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° , 则点 A 的对应点的 A' 的坐标为 $(5, -1)$.

故选 D.



点评: 本题考查了坐标与图形变化: 图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° , 90° , 180° .

10. (3 分) (2015•潜江) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴为 $x=1$, 给出下列结论: ① $abc > 0$; ② $b^2=4ac$; ③ $4a+2b+c > 0$; ④ $3a+c > 0$, 其中正确的结论有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

考点: 二次函数图象与系数的关系.

专题: 计算题.

分析: 根据抛物线开口方向, 对称轴的位置, 与 x 轴交点个数, 以及 $x=-1$, $x=2$ 对应 y 值的正负判断即可.

解答: 解: 由二次函数图象开口向上, 得到 $a > 0$; 与 y 轴交于负半轴, 得到 $c < 0$,

$\because$ 对称轴在 y 轴右侧, 且 $-\frac{b}{2a}=1$, 即 $2a+b=0$,

$\therefore a$ 与 b 异号, 即 $b < 0$,

$\therefore abc > 0$, 选项①正确;

$\because$ 二次函数图象与 x 轴有两个交点,

$\therefore \Delta=b^2-4ac > 0$, 即 $b^2 > 4ac$, 选项②错误;

$\because$ 原点 O 与对称轴的对应点为 $(2, 0)$,

$\therefore x=2$ 时, $y < 0$, 即 $4a+2b+c < 0$, 选项③错误;

$\because x=-1$ 时, $y > 0$,

$\therefore a-b+c > 0$,

把 $b=-2a$ 代入得: $3a+c > 0$, 选项④正确,

故选 B

点评: 此题考查了二次函数图象与系数的关系, 会利用对称轴的范围求 $2a$ 与 b 的关系, 以及二次函数与方程之间的转换, 根的判别式的熟练运用.

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

11. (3 分) (2015•潜江) 已知 $3a - 2b = 2$, 则 $9a - 6b =$ 6.

考点: 代数式求值.

分析: 把 $3a - 2b$ 整体代入进行计算即可得解.

解答: 解: $\because 3a - 2b = 2$,
 $\therefore 9a - 6b = 3(3a - 2b) = 3 \times 2 = 6$,
故答案为: 6.

点评: 本题考查了代数式求值, 整体思想的利用是解题的关键.

12. (3 分) (2015•潜江) 清明节期间, 七 (1) 班全体同学分成若干小组到革命传统教育基地缅怀先烈. 若每小组 7 人, 则余下 3 人; 若每小组 8 人, 则少 5 人, 由此可知该班共有 59 名同学.

考点: 二元一次方程的应用.

分析: 设一共分为 x 个小组, 该班共有 y 名同学, 根据若每小组 7 人, 则余下 3 人; 若每小组 8 人, 则少 5 人, 列出二元一次方程组, 进而求出即可.

解答: 解: 设一共分为 x 个小组, 该班共有 y 名同学,

$$\text{根据题意得} \begin{cases} y = 7x + 3 \\ y = 8x - 5 \end{cases},$$

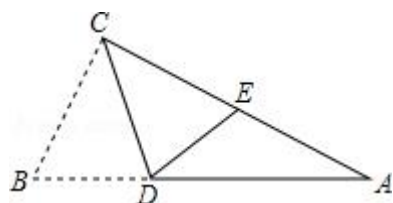
$$\text{解得} \begin{cases} x = 8 \\ y = 59 \end{cases}.$$

答: 该班共有 59 名同学.

故答案为 59.

点评: 考查了二元一次方程组的应用, 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系列出方程组, 再求解.

13. (3 分) (2015•潜江) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 AB 边上, 将 $\triangle CBD$ 沿 CD 折叠, 使点 B 恰好落在 AC 边上的点 E 处. 若 $\angle A = 26^\circ$, 则 $\angle CDE =$ 71° .



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 根据三角形内角和定理求出 $\angle B$, 根据折叠求出 $\angle ECD$ 和 $\angle CED$, 根据三角形内角和定理求出即可.

解答: 解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 26^\circ$,
 $\therefore \angle B = 64^\circ$,

$\therefore$ 将 $\triangle CBD$ 沿 CD 折叠, 使点 B 恰好落在 AC 边上的点 E 处, $\angle ACB=90^\circ$,
 $\therefore \angle BCD=\angle ECD=45^\circ$, $\angle CED=\angle B=64^\circ$,
 $\therefore \angle CDE=180^\circ - \angle ECD - \angle CED=71^\circ$,
 故答案为: 71° .

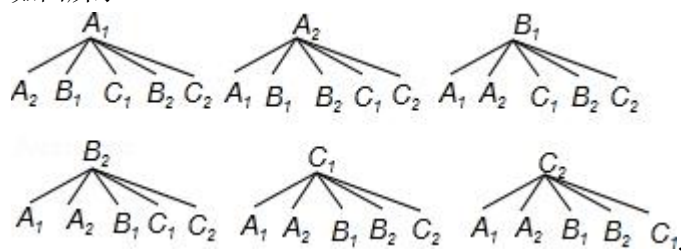
点评: 本题考查了折叠的性质, 三角形内角和定理的应用, 能求出 $\angle CED$ 和 $\angle ECD$ 的度数是解此题的关键, 注意: 折叠后的两个图形全等.

14. (3 分) (2015•潜江) 把三张形状、大小相同但画面不同的风景图片, 都按同样的方式剪成相同的两片, 然后堆放到一起混合洗匀, 从这堆图片中随机抽出两张, 这两张图片恰好能组成一张原风景图片的概率是 $\frac{1}{5}$.

考点: 列表法与树状图法.

分析: 把三张风景图片剪成相同的两片后用 $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ 来表示, 根据题意画树形图, 数出可能出现的结果利用概率公式即可得出答案.

解答: 解: 设三张风景图片分别剪成相同的两片为: $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$;
 如图所示:

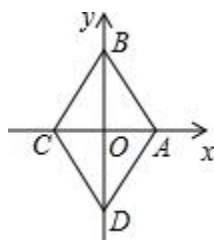


所有情况有 30 种, 符合题意的有 6 种, 故这两张图片恰好能组成一张原风景图片的概率是: $\frac{1}{5}$.

故答案为: $\frac{1}{5}$.

点评: 本题考查了列表法和树状图法的相关知识, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (3 分) (2015•潜江) 菱形 $ABCD$ 在直角坐标系中的位置如图所示, 其中点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, \sqrt{3})$, 动点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ 的路径, 在菱形的边上以每秒 0.5 个单位长度的速度移动, 移动到第 2015 秒时, 点 P 的坐标为 $(-\frac{7}{8}, -\frac{\sqrt{3}}{8})$.



考点: 菱形的性质; 坐标与图形性质.

专题: 规律型.

分析: 先根据勾股定理求出菱形的边长, 再根据点 P 的运动速度求出沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 所需的时间, 进而可得出结论.

解答: 解: $\because A(1, 0), B(0, \sqrt{3})$,

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2.$$

$\because$ 点 P 的运动速度为 0.5 米/秒,

$$\therefore \text{从点 A 到点 B 所需时间} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ 秒},$$

$\therefore$ 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 所需的时间 $= 4 \times 4 = 16$ 秒.

$$\therefore \frac{2015}{16} = 125 \dots 15,$$

$\therefore$ 移动到第 2015 秒和第 15 秒的位置相同, 当 P 运动到第 15 秒时, 如图所示, 可得

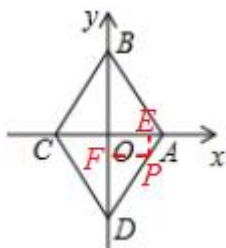
$$\frac{AP}{AD} = \frac{1}{4},$$

如图所示, 根据相似的性质可知, $\frac{PE}{OD} = \frac{AP}{AD}, \frac{PF}{OA} = \frac{DP}{DA},$

$$\therefore PE = \sqrt{3} \times \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}, \quad PF = 1 \times \frac{3}{4}$$

$$\therefore P\left(\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right).$$

故答案为: $\left(\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right).$



点评: 本题考查的是菱形的性质, 根据题意得出点 P 运动一周所需的时间是解答此题的关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 满分 75 分)

16. (5 分) (2015•潜江) 先化简, 再求值: $\frac{a+1}{a} \cdot \frac{a^2}{a^2-1}$, 其中 $a=5$.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式约分得到最简结果, 把 a 的值代入计算即可求出值.

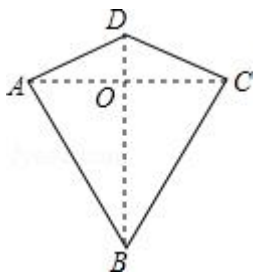
解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{a+1}{a} \cdot \frac{a^2}{(a+1)(a-1)} = \frac{a}{a-1},$$

当 $a=5$ 时, 原式 $=\frac{5}{4}$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. (5 分) (2015•潜江) 我们把两组邻边分别相等的四边形叫做“筝形”. 如图, 四边形 ABCD 是一个筝形, 其中 $AB=CB$, $AD=CD$, 请你写出与筝形 ABCD 的角或者对角线有关的一个结论, 并证明你的结论.



考点: 全等三角形的判定与性质.

专题: 计算题.

分析: AC 与 BD 垂直, 理由为: 利用 SSS 得到三角形 ABD 与三角形 CBD 全等, 利用全等三角形对应角相等得到 BD 为角平分线, 利用三线合一性质即可得证.

解答: 解: $AC \perp BD$, 理由为:

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中,

$$\begin{cases} AD=CD \\ BD=BD, \\ AB=CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS),

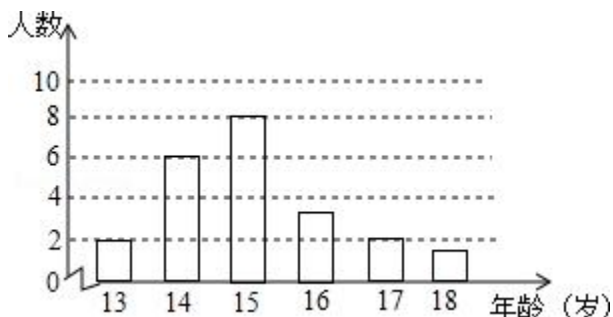
$\therefore \angle ABO = \angle CBO$,

$\because AB=CB$,

$\therefore BD \perp AC$.

点评: 此题考查了全等三角形的判定与性质, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键.

18. (6 分) (2015•潜江) 某校男子足球队的年龄分布如下面的条形图所示.



(1) 求这些队员的平均年龄;

(2) 下周的一场校际足球友谊赛中, 该校男子足球队将会有 11 名队员作为首发队员出场, 不考虑其他因素, 请你求出其中某位队员首发出场的概率.

考点: 条形统计图; 加权平均数; 概率公式.

分析: (1) 根据加权平均数的计算公式进行计算即可;

(2) 用首发队员出场的人数除以足球队的总人数即可求解.

解答: 解: (1) 该校男子足球队队员的平均年龄是:

$$(13 \times 2 + 14 \times 6 + 15 \times 8 + 16 \times 3 + 17 \times 2 + 18 \times 1) \div 22 = 330 \div 22 = 15 \text{ (岁)}.$$

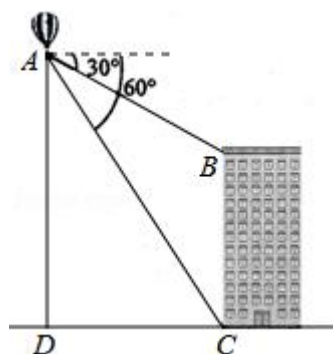
故这些队员的平均年龄是 15 岁;

(2) $\because$ 该校男子足球队一共有 22 名队员, 将会有 11 名队员作为首发队员出场,

$\therefore$ 不考虑其他因素, 其中某位队员首发出场的概率为: $P = \frac{1}{2}$.

点评: 本题考查的是条形统计图, 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据. 除此之外, 本题也考查了加权平均数与概率公式.

19. (6 分) (2015•潜江) 热气球的探测器显示, 从热气球底部 A 处看一栋高楼顶部的俯角为 30° , 看这栋楼底部的俯角为 60° , 热气球 A 处于地面距离为 420 米, 求这栋楼的高度.



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

分析: 过 A 作 $AE \perp BC$, 交 CB 的延长线于点 E, 先解 $Rt\triangle ACD$, 求出 CD 的长, 则 $AE = CD$, 再解 $Rt\triangle ABE$, 求出 BE 的长, 然后根据 $BC = AD - BE$ 即可得到这栋楼的高度.

解答: 解: 过 A 作 $AE \perp BC$, 交 CB 的延长线于点 E,

在 $Rt\triangle ACD$ 中,

$\because \angle CAD = 30^\circ$, $AD = 420$ 米,

$$\therefore CD = AD \cdot \tan 30^\circ = 420 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 140\sqrt{3} \text{ (米)},$$

$$\therefore AE = CD = 140\sqrt{3} \text{ 米}.$$

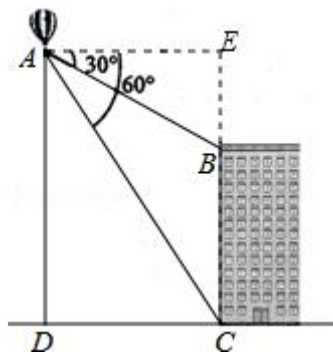
在 $Rt\triangle ABE$ 中,

$\because \angle BAE = 30^\circ$, $AE = 140\sqrt{3}$ 米,

$$\therefore BE = AE \cdot \tan 30^\circ = 140\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 140 \text{ (米)},$$

$$\therefore BC = AD - BE = 420 - 140 = 280 \text{ (米)},$$

答: 这栋楼的高度为 280 米.



点评: 本题主要考查了解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题, 在此类题目中常用的方法是利用作高线转化为直角三角形进行计算.

20. (7 分) (2015•潜江) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$.

- (1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若方程两实数根为 x_1, x_2 , 且满足 $5x_1 + 2x_2 = 2$, 求实数 m 的值.

考点: 根的判别式; 根与系数的关系.

分析: (1) 若一元二次方程有两实数根, 则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$, 建立关于 m 的不等式, 求出 m 的取值范围;

(2) 根据根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = 4$, $x_1 x_2 = m$, 再变形已知条件得到 $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 31 + |x_1 x_2|$, 代入即可得到结果.

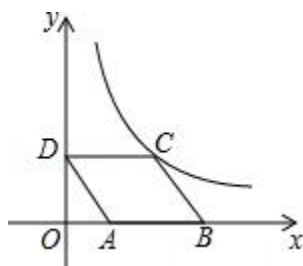
解答: 解: (1) $\because$ 方程有实数根,
 $\therefore \Delta = (-4)^2 - 4m = 16 - 4m \geq 0$,
 $\therefore m \leq 4$;

(2) $\because x_1 + x_2 = 4$,
 $\therefore 5x_1 + 2x_2 = 2(x_1 + x_2) + 3x_1 = 2 \times 4 + 3x_1 = 2$,
 $\therefore x_1 = -2$,
 把 $x_1 = -2$ 代入 $x^2 - 4x + m = 0$ 得: $(-2)^2 - 4 \times (-2) + m = 0$,
 解得: $m = -12$.

点评: 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根. 也考查了一元二次方程根与系数的关系.

21. (8 分) (2015•潜江) 如图, $\square ABCD$ 放置在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2, 0)$, $B(6, 0)$, $D(0, 3)$, 反比例函数的图象经过点 C .

- (1) 求反比例函数的解析式;
- (2) 将 $\square ABCD$ 向上平移, 使点 B 恰好落在双曲线上, 此时 A, B, C, D 的对应点分别为 A', B', C', D' , 且 $C'D'$ 与双曲线交于点 E , 求线段 AA' 的长及点 E 的坐标.



考点: 平行四边形的性质；反比例函数图象上点的坐标特征；待定系数法求反比例函数解析式.

专题: 计算题.

分析: (1) 由 A 与 B 的坐标求出 AB 的长, 根据四边形 ABCD 为平行四边形, 求出 DC 的长, 进而确定出 C 坐标, 设反比例解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 把 C 坐标代入求出 k 的值, 即可确定出反比例解析式;

(2) 根据平移的性质得到 B 与 B' 横坐标相同, 代入反比例解析式求出 B' 纵坐标得到平移的距离, 即为 AA' 的长, 求出 D' 纵坐标, 即为 E 纵坐标, 代入反比例解析式求出 E 横坐标, 即可确定出 E 坐标.

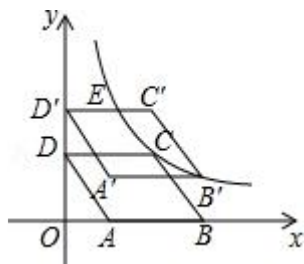
解答: 解: (1) $\because \square ABCD$ 中, A (2, 0), B (6, 0), D (0, 3),
 $\therefore AB = CD = 4$, $DC \parallel AB$,
 $\therefore C (4, 3)$,

设反比例解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 把 C 坐标代入得: $k = 12$,

则反比例解析式为 $y = \frac{12}{x}$;

(2) $\because B (6, 0)$,
 $\therefore$ 把 $x = 6$ 代入反比例解析式得: $y = 2$, 即 $B' (6, 2)$,
 $\therefore$ 平行四边形 ABCD 向上平移 2 个单位, 即 $AA' = 2$,
 $\therefore D' (0, 5)$,

把 $y = 5$ 代入反比例解析式得: $x = \frac{12}{5}$, 即 $E (\frac{12}{5}, 5)$.

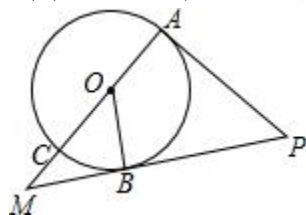


点评: 此题考查了平行四边形的性质, 反比例函数图象上点的坐标特征, 以及待定系数法求反比例函数解析式, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

22. (8 分) (2015•潜江) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, OB 是 $\odot O$ 的半径, PA 切 $\odot O$ 于点 A, PB 与 AC 的延长线交于点 M, $\angle COB = \angle APB$.

(1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当 $OB=3$, $PA=6$ 时, 求 MB , MC 的长.



考点: 切线的判定与性质.

分析: (1) 根据切线的性质, 可得 $\angle MAP=90^\circ$, 根据直角三角形的性质, 可得 $\angle P+M=90^\circ$, 根据余角的性质, 可得 $\angle M+\angle MOB=90^\circ$, 根据直角三角形的判定, 可得 $\angle MOB=90^\circ$, 根据切线的判定, 可得答案;

(2) 根据相似三角形的判定与性质, 可得 $\frac{MB}{AM} = \frac{OB}{AP} = \frac{OM}{PB}$, 根据解方程组, 可得答案.

解答: (1) 证明: $\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A ,

$$\therefore \angle MAP=90^\circ,$$

$$\therefore \angle P+M=90^\circ.$$

$$\because \angle COB=\angle APB,$$

$$\therefore \angle M+\angle MOB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle MOB=90^\circ, \text{ 即 } OB \perp PB,$$

$\because PB$ 经过直径的外端点,

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \because \angle COB=\angle APB, \angle OBM=\angle PAM,$$

$$\therefore \triangle OBM \sim \triangle APM,$$

$$\therefore \frac{MB}{AM} = \frac{OB}{AP} = \frac{OM}{PB},$$

$$\frac{MB}{MC+6} = \frac{1}{2} \quad \text{①},$$

$$\frac{MC+3}{MB+6} = \frac{1}{2} \quad \text{②}$$

$$\text{联立①②得} \begin{cases} 2MB=MC+6 \\ 2MC+6=MB+6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} MC=2 \\ MB=4 \end{cases},$$

当 $OB=3$, $PA=6$ 时, $MB=4$, $MC=2$.

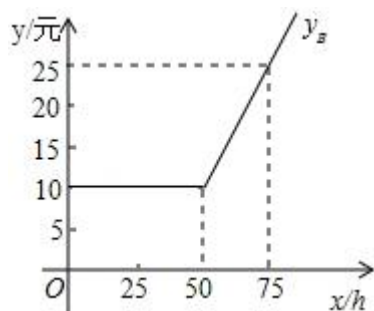
点评: 本题考查了切线的判定与性质, (1) 利用了切线的判定与性质, 直角三角形的判定与性质, 余角的性质; (2) 利用了相似三角形的判定与性质, 解方程组.

23. (8 分) (2015•潜江) 随着信息技术的快速发展, “互联网+”渗透到我们日常生活的各个领域, 网上在线学习交流已不再是梦, 现有某教学网站策划了 A, B 两种上网学习的月收费方式:

收费方式	月使用费/元	包时上网时间/h	超时费/(元/min)
A	7	25	0.01
B	m	n	0.01

设每月上网学习时间为 x 小时, 方案 A, B 的收费金额分别为 y_A , y_B .

- (1) 如图是 y_B 与 x 之间函数关系的图象, 请根据图象填空: $m=$ 10 ; $n=$ 50 ;
 (2) 写出 y_A 与 x 之间的函数关系式.
 (3) 选择哪种方式上网学习合算, 为什么?



考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 由图象知: $m=10$, $n=50$;

(2) 根据已知条件即可求得 y_A 与 x 之间的函数关系式为: 当 $x \leq 25$ 时, $y_A=7$; 当 $x > 25$ 时, $y_A=7+(x-25) \times 0.01$,

(3) 先求出 y_B 与 x 之间函数关系为: 当 $x \leq 50$ 时, $y_B=10$; 当 $x > 50$ 时, $y_B=10+(x-50) \times 0.01=0.01x+9.5$; 然后分段求出哪种方式上网学习合算即可.

解答: 解: (1) 由图象知: $m=10$, $n=50$;

(2) y_A 与 x 之间的函数关系式为:

当 $x \leq 25$ 时, $y_A=7$,

当 $x > 25$ 时, $y_A=7+(x-25) \times 60 \times 0.01$,

$\therefore y_A=0.6x-8$,

$$\therefore y_A = \begin{cases} 7 & (0 < x \leq 25) \\ 0.6x - 8 & (x > 25) \end{cases};$$

(3) $\because y_B$ 与 x 之间函数关系为: 当 $x \leq 50$ 时, $y_B=10$,

当 $x > 50$ 时, $y_B=10+(x-50) \times 60 \times 0.01=0.6x-20$,

当 $0 < x \leq 25$ 时, $y_A=7$, $y_B=10$,

$\therefore y_A < y_B$,

$\therefore$ 选择 A 方式上网学习合算,

当 $25 < x \leq 50$ 时, $y_A=y_B$, 即 $0.6x-8=10$, 解得: $x=30$,

$\therefore$ 当 $25 < x < 30$ 时, $y_A < y_B$, 选择 A 方式上网学习合算,

当 $x=30$ 时, $y_A=y_B$, 选择哪种方式上网学习都行,

当 $30 < x \leq 50$, $y_A > y_B$, 选择 B 方式上网学习合算,

当 $x > 50$ 时, $\because y_A=0.6x-8$, $y_B=0.6x-20$, $y_A > y_B$, $\therefore$ 选择 B 方式上网学习合算,

综上所述: 当 $0 < x < 30$ 时, $y_A < y_B$, 选择 A 方式上网学习合算,

当 $x=30$ 时, $y_A=y_B$, 选择哪种方式上网学习都行,

当 $x > 30$ 时, $y_A > y_B$, 选择 B 方式上网学习合算.

点评: 本题考查了一次函数的应用, 得到两种收费方式的关系式是解决本题的关键. 注意较合算的收费的方式应通过具体值的代入得到结果.

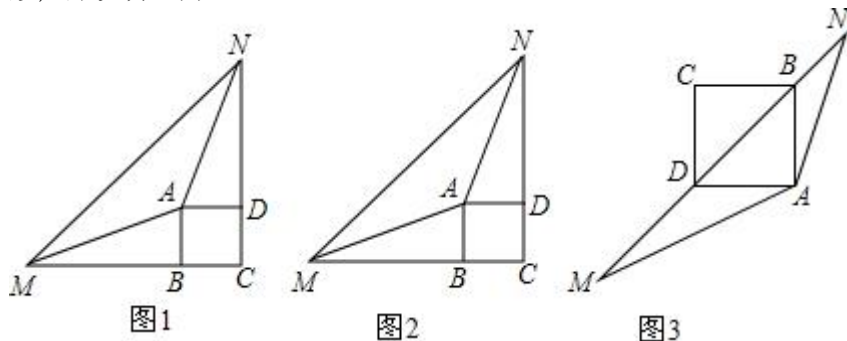
24. (10分) (2015·潜江) 已知 $\angle MAN=135^\circ$ ，正方形 $ABCD$ 绕点 A 旋转.

(1) 当正方形 $ABCD$ 旋转到 $\angle MAN$ 的外部 (顶点 A 除外) 时, AM , AN 分别与正方形 $ABCD$ 的边 CB , CD 的延长线交于点 M , N , 连接 MN .

①如图 1, 若 $BM=DN$, 则线段 MN 与 $BM+DN$ 之间的数量关系是 $MN=BM+DN$;

②如图 2, 若 $BM \neq DN$, 请判断①中的数量关系是否仍成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由;

(2) 如图 3, 当正方形 $ABCD$ 旋转到 $\angle MAN$ 的内部 (顶点 A 除外) 时, AM , AN 分别与直线 BD 交于点 M , N , 探究: 以线段 BM , MN , DN 的长度为三边长的三角形是何种三角形, 并说明理由.



考点: 几何变换综合题.

分析:

(1) ①如图 1, 先利用 SAS 证明 $\triangle ADN \cong \triangle ABM$, 得出 $AN=AM$, $\angle NAD=\angle MAB$, 再计算出 $\angle NAD=\angle MAB=\frac{1}{2}(360^\circ-135^\circ-90^\circ)=67.5^\circ$. 作 $AE \perp MN$ 于 E , 根据等腰三角形三线合一的性质得出 $MN=2NE$, $\angle NAE=\frac{1}{2}\angle MAN=67.5^\circ$. 再根据 AAS 证明 $\triangle ADN \cong \triangle AEN$, 得出

$DN=EN$, 进而得到 $MN=BM+DN$;

②如图 2, 先利用 SAS 证明 $\triangle ABM \cong \triangle ADP$, 得出 $AM=AP$, $\angle 1=\angle 2=\angle 3$, 再计算出

$\angle PAN=360^\circ-\angle MAN-(\angle 3+\angle 4)=360^\circ-135^\circ-90^\circ=135^\circ$. 然后根据 SAS 证明 $\triangle ANM \cong \triangle ANP$, 得到 $MN=PN$, 进而得到 $MN=BM+DN$;

(2) 如图 3, 先由正方形的性质得出 $\angle BDA=\angle DBA=45^\circ$, 根据等角的补角相等得出 $\angle MDA=\angle NBA=135^\circ$. 再证明 $\angle 1=\angle 3$. 根据两角对应相等的两三角形相似得出

$\triangle ANB \sim \triangle MAD$, 那么 $\frac{BN}{AD}=\frac{AB}{MD}$, 又 $AB=AD=\frac{\sqrt{2}}{2}DB$, 变形得出 $BD^2=2BN \cdot MD$, 然后证明

$(MD+BD)^2+(BD+BN)^2=(DM+BD+BN)^2$, 即 $MB^2+DN^2=MN^2$, 根据勾股定理的逆定理即可得出以线段 BM , MN , DN 的长度为三边长的三角形是直角三角形.

解答: (1) ①如图 1, 若 $BM=DN$, 则线段 MN 与 $BM+DN$ 之间的数量关系是 $MN=BM+DN$. 理由如下:

在 $\triangle ADN$ 与 $\triangle ABM$ 中,

$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle ADN=\angle ABM=90^\circ \\ DN=BM \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADN \cong \triangle ABM$ (SAS),

$\therefore AN=AM$, $\angle NAD=\angle MAB$,

$\therefore \angle MAN=135^\circ$, $\angle BAD=90^\circ$,

$$\therefore \angle NAD = \angle MAB = \frac{1}{2} (360^\circ - 135^\circ - 90^\circ) = 67.5^\circ,$$

作 $AE \perp MN$ 于 E , 则 $MN = 2NE$, $\angle NAE = \frac{1}{2} \angle MAN = 67.5^\circ$.

在 $\triangle ADN$ 与 $\triangle AEN$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADN = \angle AEN = 90^\circ \\ \angle NAD = \angle NAE = 67.5^\circ, \\ AN = AN \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADN \cong \triangle AEN$ (AAS),

$\therefore DN = EN$,

$\therefore BM = DN$, $MN = 2EN$,

$\therefore MN = BM + DN$.

故答案为 $MN = BM + DN$;

②如图 2, 若 $BM \neq DN$, ①中的数量关系仍成立. 理由如下:

延长 NC 到点 P , 使 $DP = BM$, 连结 AP .

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = AD$, $\angle ABM = \angle ADC = 90^\circ$.

在 $\triangle ABM$ 与 $\triangle ADP$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle ABM = \angle ADP = 90^\circ, \\ BM = DP \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADP$ (SAS),

$\therefore AM = AP$, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$,

$\therefore \angle MAN = 135^\circ$,

$\therefore \angle PAN = 360^\circ - \angle MAN - (\angle 3 + \angle 4) = 360^\circ - 135^\circ - 90^\circ = 135^\circ$.

在 $\triangle ANM$ 与 $\triangle ANP$ 中,

$$\begin{cases} AM = AP \\ \angle MAN = \angle PAN = 135^\circ, \\ AN = AN \end{cases}$$

$\therefore \triangle ANM \cong \triangle ANP$ (SAS),

$\therefore MN = PN$,

$\therefore PN = DP + DN = BM + DN$,

$\therefore MN = BM + DN$;

(2) 如图 3, 以线段 BM , MN , DN 的长度为三边长的三角形是直角三角形. 理由如下:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle BDA = \angle DBA = 45^\circ$,

$\therefore \angle MDA = \angle NBA = 135^\circ$.

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 45^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 45^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

在 $\triangle ANB$ 与 $\triangle MAD$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABN = \angle MDA = 135^\circ \\ \angle 1 = \angle 3 \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ANB \sim \triangle MAD,$$

$$\therefore \frac{BN}{AD} = \frac{AB}{MD},$$

$$\therefore AB^2 = BN \cdot MD,$$

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{2}}{2} DB,$$

$$\therefore BN \cdot MD = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} DB\right)^2 = \frac{1}{2} BD^2,$$

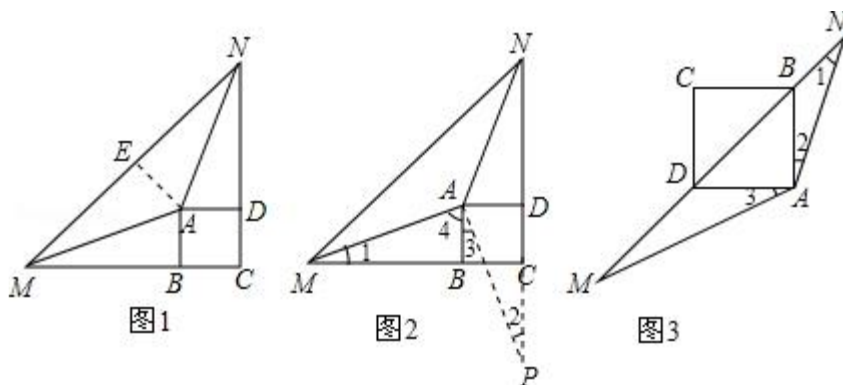
$$\therefore BD^2 = 2BN \cdot MD,$$

$$\therefore MD^2 + 2MD \cdot BD + BD^2 + BD^2 + 2BD \cdot BN + BN^2 = MD^2 + BD^2 + BN^2 + 2MD \cdot BD + 2BD \cdot BN + 2BN \cdot MD,$$

$$\therefore (MD + BD)^2 + (BD + BN)^2 = (DM + BD + BN)^2,$$

$$\text{即 } MB^2 + DN^2 = MN^2,$$

$$\therefore \text{以线段 } BM, MN, DN \text{ 的长度为三边长的三角形是直角三角形.}$$



点评: 本题是几何变换综合题, 其中涉及到正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 平行线的性质, 等腰三角形的性质, 补角的性质, 相似三角形的判定与性质, 勾股定理的逆定理等知识, 综合性较强, 有一定难度. 准确作出辅助线, 利用数形结合是解 (1) 小题的关键, 证明 $\triangle ANB \sim \triangle MAD$ 是解 (2) 小题的关键.

25. (12 分) (2015·潜江) 已知抛物线经过 A (-3, 0), B (1, 0), C (2, $\frac{5}{2}$) 三点, 其对称轴交 x 轴于点 H, 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 C, 与抛物线交于另一点 D (点 D 在点 C 的左边), 与抛物线的对称轴交于点 E.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 如图 1, 当 $S_{\triangle EOC} = S_{\triangle EAB}$ 时, 求一次函数的解析式;
- (3) 如图 2, 设 $\angle CEH = \alpha$, $\angle EAH = \beta$, 当 $\alpha > \beta$ 时, 直接写出 k 的取值范围.

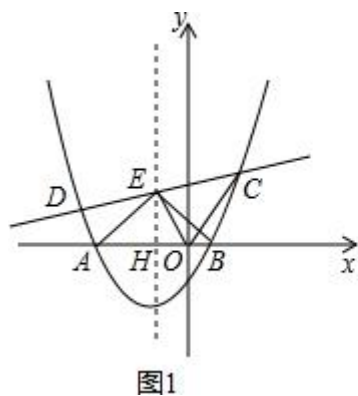


图1

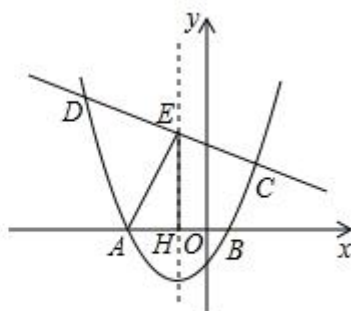


图2

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 把 A (-3, 0), B (1, 0), C (2, $\frac{5}{2}$) 代入 $y=ax^2+bx+c$, 解方程组即可;

(2) 把 C 点坐标代入直线 CD, 由 $S_{\triangle EOC}=S_{\triangle EAB}$ 得关于 k、b 的方程组, 解方程组即可;

(3) 设 CD 的解析式为 $y=kx+\frac{5}{2}-2k$, 当 $y=0$ 和 $x=-1$ 时, 求出 FH、EH、AH, 根据 $\tan\alpha > \tan\beta$ 列不等式可求出 k 的取值范围.

解答: 解: (1) 设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

$\therefore$ 抛物线经过 A (-3, 0), B (1, 0), C (2, $\frac{5}{2}$) 三点,

$$\therefore \begin{cases} 9a-3b+c=0 \\ a+b+c=0 \\ 4a+2b+c=\frac{5}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=1 \\ c=-\frac{3}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$;

(2) 如图 1 所示,
将 C 点坐标代入直线 CD, 得

$$2k+b=\frac{5}{2} \quad \text{①}.$$

当 $x=0$ 时, $y=b$, 即 F (0, b),

当 $x=-1$ 时, $y=-k+b$, 即 E (-1, -k+b).

由 $S_{\triangle EOC}=S_{\triangle EAB}$ 时, 得 $\frac{1}{2} \times [2 - (-1)]b = \frac{1}{2} [1 - (-3)](-k+b) \quad \text{②}.$

联立方程①②, 得

$$\begin{cases} 2k+b=\frac{5}{2} \text{ ①} \\ \frac{3}{2}b=2(-k+b) \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=\frac{5}{12} \\ b=\frac{5}{3} \end{cases}.$$

当 $S_{\triangle EOC}=S_{\triangle EAB}$ 时, 一次函数的解析式为 $y=-\frac{5}{12}x+\frac{5}{3}$,

(3) 如图 2 所示,

①当 E 点在 x 轴上方时, 如图 2 所示,

当 $\alpha=\beta$ 时, $\because \angle EAH=90^\circ$, $\therefore \angle AEC=90^\circ$,

$$\therefore k_{AE}=-\frac{1}{k},$$

$$\because A(-3, 0), E(-1, -k+b),$$

$$\therefore \frac{-k+b}{2}=-\frac{1}{k}, \text{ 即 } k^2-bk-2=0,$$

$$\text{联立方程} \begin{cases} k^2-bk-2=0 \\ 2k+b=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得 } k=\frac{5-\sqrt{73}}{12} \left(\frac{5+\sqrt{73}}{2} \text{ 舍去} \right),$$

随着 E 点向下移动, $\angle CEH$ 的度数越来越大, $\angle EAH$ 的读数越来越小, 当 E 点和 H

点重合时 (如图 3 所示), α 和 β 均等于 0, 此时联立方程 $\begin{cases} 2k+b=\frac{5}{2} \\ -k+b=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=\frac{5}{6} \\ b=\frac{5}{6} \end{cases}$

因此当 $\frac{5-\sqrt{73}}{12} < k < \frac{5}{6}$ 时, $\alpha > \beta$;

②当 E 点在 x 轴下方时, 如图 4 所示,

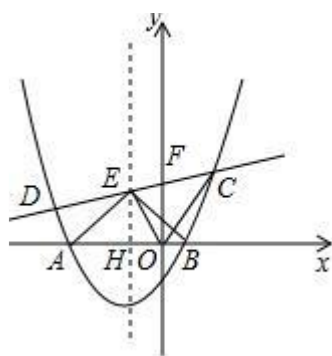
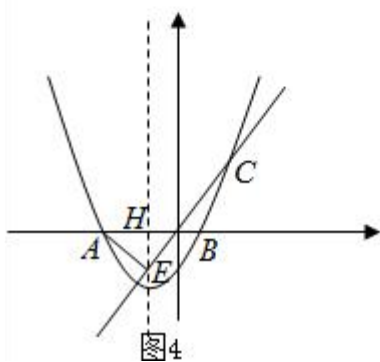
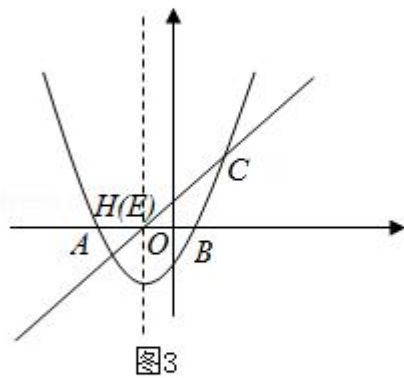
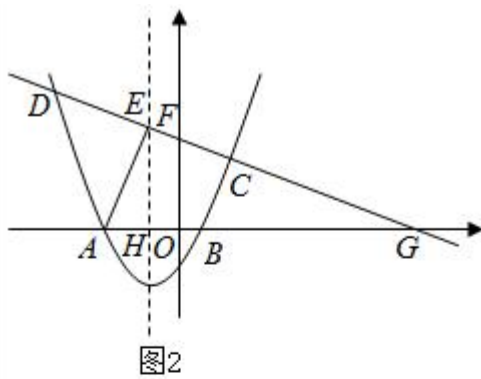
当 $\alpha=\beta$ 时, $\because \angle EAH=90^\circ$, $\therefore \angle AEC=90^\circ$,

根据①可得此时 $k=\frac{5+\sqrt{73}}{12}$ ($k=\frac{5-\sqrt{73}}{12}$ 舍去),

随着 E 点向下移动, $\angle CEH$ 的度数越来越小, $\angle EAH$ 的读数越来越大,

因此当 $\frac{5}{6} < k < \frac{5+\sqrt{73}}{12}$ 时, $\alpha > \beta$.

综上所述可得, 当 $\alpha > \beta$ 时, 可得取值范围为 $\frac{5-\sqrt{73}}{12} < k < \frac{5}{6}$ 或 $\frac{5}{6} < k < \frac{5+\sqrt{73}}{12}$ 时.



点评: 本题考查的是一次函数、二次函数和锐角三角函数的综合应用，掌握待定系数法求函数解析式和锐角三角函数的概念是解题的关键。

参与本试卷答题和审题的老师有：HLing；蓝月梦；2300680618；星期八；caicl；HJJ；王学峰；gsls；sks；zjx111；sd2011；CJX；1286697702（排名不分先后）

菁优网

2015年7月23日