

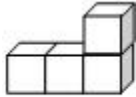
2014 年湖北省随州市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

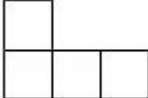
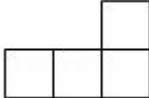
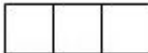
1. (3 分) (2014•随州) 2 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2014•随州) 如图所示的物体的俯视图是 ()



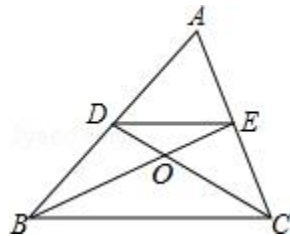
几何体

- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2014•随州) 2013 年，我市以保障和改善民生为重点的“十件实事”全面完成，财政保障民生支出达 74 亿元，占公共财政预算支出的 75%，数据 74 亿元用科学记数法表示为 ()

- A. 74×10^8 元 B. 7.4×10^8 元 C. 7.4×10^9 元 D. 0.74×10^{10} 元

4. (3 分) (2014•随州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，两条中线 BE、CD 相交于点 O，则 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COB} =$ ()

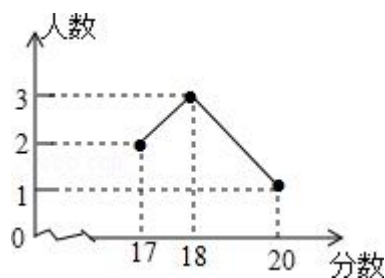


- A. 1: 4 B. 2: 3 C. 1: 3 D. 1: 2

5. (3 分) (2014•随州) 计算 $(-\frac{1}{2}xy^2)^3$ ，结果正确的是 ()

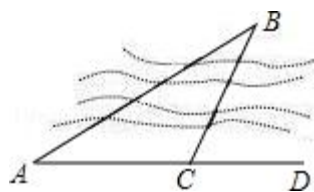
- A. $\frac{1}{4}x^2y^4$ B. $-\frac{1}{8}x^3y^6$ C. $\frac{1}{8}x^3y^6$ D. $-\frac{1}{8}x^3y^5$

6. (3 分) (2014•随州) 在 2014 年的体育中考中，某校 6 名学生的体育成绩统计如图，则这组数据的众数、中位数、方差依次是 ()



- A. 18, 18, 1 B. 18, 17.5, 3 C. 18, 18, 3 D. 18, 17.5, 1

7. (3分) (2014•随州) 如图, 要测量 B 点到河岸 AD 的距离, 在 A 点测得 $\angle BAD = 30^\circ$, 在 C 点测得 $\angle BCD = 60^\circ$, 又测得 $AC = 100$ 米, 则 B 点到河岸 AD 的距离为 ()



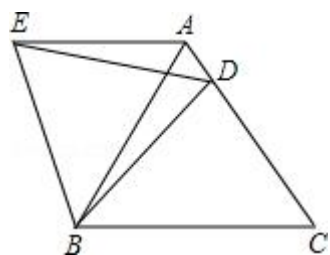
- A. 100 米 B. $50\sqrt{3}$ 米 C. $\frac{200\sqrt{3}}{3}$ 米 D. 50 米

8. (3分) (2014•随州) 关于反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象, 下列说法正确的是 ()

- A. 图象经过点 (1, 1) B. 两个分支分布在第二、四象限
C. 两个分支关于 x 轴成轴对称 D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

9. (3分) (2014•随州) 在等边 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AC 上一点, 连接 BD, 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 60° , 得到

$\triangle BAE$, 连接 ED, 若 $BC = 5$, $BD = 4$. 则下列结论错误的是 ()



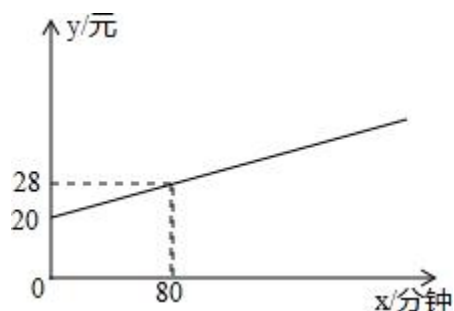
- A. $AE \parallel BC$ B. $\angle ADE = \angle BDC$
C. $\triangle BDE$ 是等边三角形 D. $\triangle ADE$ 的周长是 9

10. (3分) (2014•随州) 某通讯公司提供了两种移动电话收费方式: 方式 1, 收月基本费 20 元, 再以每分钟 0.1 元的价格按通话时间计费; 方式 2, 收月基本费 20 元, 送 80 分钟通话时间, 超过 80 分钟的部分, 以每分钟 0.15 元的价格计费.

下列结论:

- ①如图描述的是方式 1 的收费方法;

- ②若月通话时间少于 240 分钟，选择方式 2 省钱；
- ③若月通讯费为 50 元，则方式 1 比方式 2 的通话时间多；
- ④若方式 1 比方式 2 的通讯费多 10 元，则方式 1 比方式 2 的通话时间多 100 分钟.
- 其中正确的是 ()



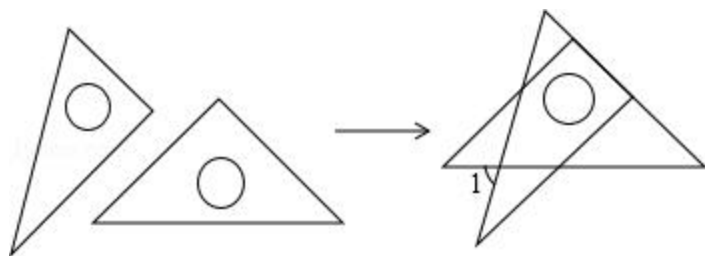
- A. 只有①② B. 只有③④ C. 只有①②③ D. ①②③④

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2014•随州) 计算: $|-3| + \sqrt[3]{-8} + (\sqrt{3}-1)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (3 分) (2014•随州) 不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x \leq 1 \\ 2-x < 3 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3 分) (2014•随州) 将一副直角三角板如图放置, 使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板的一条直角边重合, 则 $\angle 1$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

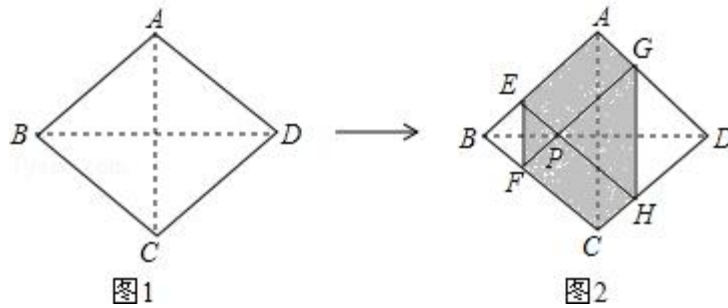


14. (3 分) (2014•随州) 某小区 2010 年屋顶绿化面积为 2000 平方米, 计划 2012 年屋顶绿化面积要达到 2880 平方米. 如果每年屋顶绿化面积的增长率相同, 那么这个增长率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (3 分) (2014•随州) 圆锥的底面半径是 2cm, 母线长 6cm, 则这个圆锥侧面展开图的扇形圆心角度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

16. (3 分) (2014•随州) 如图 1, 正方形纸片 ABCD 的边长为 2, 翻折 $\angle B$ 、 $\angle D$, 使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P, EF、GH 分别是折痕 (如图 2). 设 $AE=x$ ($0 < x < 2$), 给出下列判断:

- ①当 $x=1$ 时, 点 P 是正方形 $ABCD$ 的中心;
- ②当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $EF+GH > AC$;
- ③当 $0 < x < 2$ 时, 六边形 $AEFCHG$ 面积的最大值是 $\frac{11}{4}$;
- ④当 $0 < x < 2$ 时, 六边形 $AEFCHG$ 周长的值不变.
- 其中正确的是_____ (写出所有正确判断的序号).



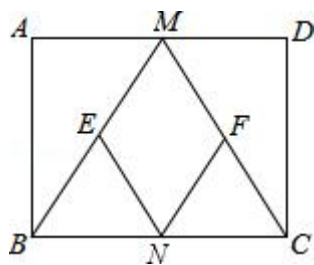
三、解答题 (共 72 分)

17. (6 分) (2014•随州) 先简化, 再求值: $(\frac{2a}{a+1} - \frac{a}{a-1}) + \frac{1}{a^2-1}$, 其中 $a=\sqrt{2}+1$.

18. (7 分) (2014•随州) 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, M 、 N 分别是边 AD 、 BC 的中点, E 、 F 分别是线段 BM 、 CM 的中点.

(1) 求证: $\triangle ABM \cong \triangle DCM$;

(2) 填空: 当 $AB: AD = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 四边形 $MENF$ 是正方形.

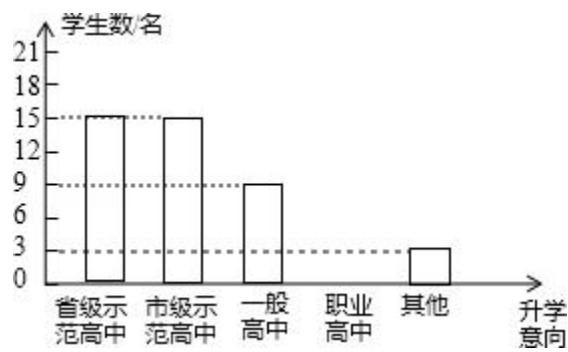


19. (7 分) (2014•随州) 近几年我市加大中职教育投入力度, 取得了良好的社会效果. 某校随机调查了九年级 m 名学生的升学意向, 并根据调查结果绘制出如下不完整的统计图表:

升学意向	人数	百分比
省级示范高中	15	25%
市级示范高中	15	25%
一般高中	9	n
职业高中		
其他	3	5%
	m	100%

请你根据图表中提供的信息解答下列问题:

- (1) 表中 m 的值为____, n 的值为_____;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该校九年级有学生 500 名, 估计该校大约有多少名毕业生的升学意向是职业高中?



20. (7 分) (2014•随州) 某市区一条主要街道的改造工程有甲、乙两个工程队投标. 经测算: 若由两个工程队合做, 12 天恰好完成; 若两个队合做 9 天后, 剩下的由甲队单独完成, 还需 5 天时间, 现需从这两个工程队中选出一个队单独完成, 从缩短工期角度考虑, 你认为应该选择哪个队? 为什么?

21. (7分) (2014•随州) 四张扑克牌的牌面如图 1, 将扑克牌洗匀后, 如图 2 背面朝上放置在桌面上, 小明和小亮设计了 A、B 两种游戏方案:

方案 A: 随机抽一张扑克牌, 牌面数字为 5 时小明获胜; 否则小亮获胜.

方案 B: 随机同时抽取两张扑克牌, 两张牌面数字之和为偶数时, 小明获胜; 否则小亮获胜.

请你帮小亮选择其中一种方案, 使他获胜的可能性较大, 并说明理由.

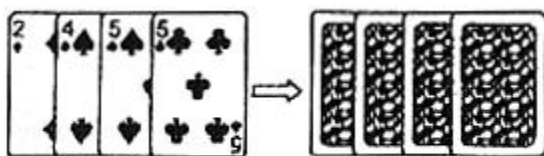


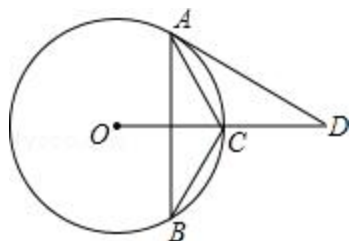
图 1

图 2

22. (8分) (2014•随州) 如图, $\odot O$ 中, 点 C 为 $\widehat{AB}$ 的中点, $\angle ACB=120^\circ$, OC 的延长线与 AD 交于点 D , 且 $\angle D=\angle B$.

(1) 求证: AD 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若点 C 到弦 AB 的距离为 2, 求弦 AB 的长.



23. (8分) (2014•随州) 楚天汽车销售公司 5 月份销售某种型号汽车, 当月该型号汽车的进价为 30 万元/辆, 若当月销售量超过 5 辆时, 每多售出 1 辆, 所有售出的汽车进价均降低 0.1 万元/辆. 根据市场调查, 月销售量不会突破 30 台.

(1) 设当月该型号汽车的销售量为 x 辆 ($x \leq 30$, 且 x 为正整数), 实际进价为 y 万元/辆, 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 已知该型号汽车的销售价为 32 万元/辆, 公司计划当月销售利润 25 万元, 那么月需售出多少辆汽车? (注: 销售利润=销售价-进价)

24. (10 分) (2014•随州) 已知两条平行线 l_1 、 l_2 之间的距离为 6，截线 CD 分别交 l_1 、 l_2 于 C 、 D 两点，一直角的顶点 P 在线段 CD 上运动 (点 P 不与点 C 、 D 重合)，直角的两边分别交 l_1 、 l_2 与 A 、 B 两点.

(1) 操作发现

如图 1，过点 P 作直线 $l_3 \parallel l_1$ ，作 $PE \perp l_1$ ，点 E 是垂足，过点 B 作 $BF \perp l_3$ ，点 F 是垂足. 此时，小明认为 $\triangle PEA \sim \triangle PFB$ ，你同意吗？为什么？

(2) 猜想论证

将直角 $\angle APB$ 从图 1 的位置开始，绕点 P 顺时针旋转，在这一过程中，试观察、猜想：当 AE 满足什么条件时，以点 P 、 A 、 B 为顶点的三角形是等腰三角形？在图 2 中画出图形，证明你的猜想.

(3) 延伸探究

在 (2) 的条件下，当截线 CD 与直线 l_1 所夹的钝角为 150° 时，设 $CP=x$ ，试探究：是否存在实数 x ，使 $\triangle PAB$ 的边 AB 的长为 $4\sqrt{5}$ ？请说明理由.

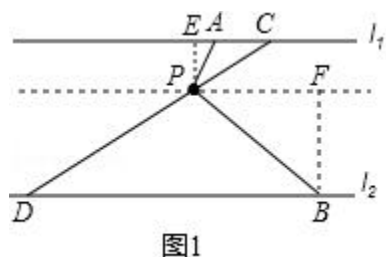


图1

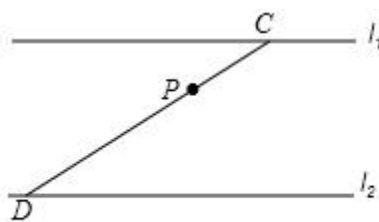


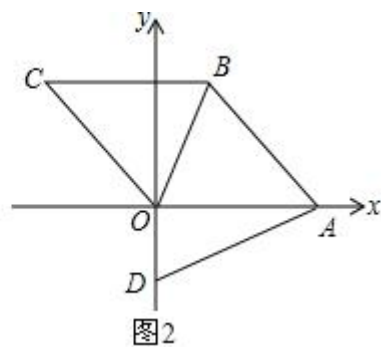
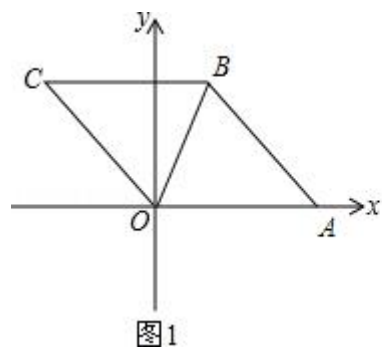
图2

25. (12 分) (2014•随州) 平面直角坐标系中, 四边形 ABCD 是菱形, 点 C 的坐标为 $(-3, 4)$, 点 A 在 x 轴的正半轴上, O 为坐标原点, 连接 OB, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 C、O、A 三点.

(1) 直接写出这条抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 对于所求抛物线对称轴上的一点 E, 设 $\triangle EBO$ 的面积为 S_1 , 菱形 ABCD 的面积为 S_2 , 当 $S_1 \leq \frac{1}{4}S_2$ 时, 求点 E 的纵坐标 n 的取值范围;

(3) 如图 2, $D(0, -\frac{5}{2})$ 为 y 轴上一点, 连接 AD, 动点 P 从点 O 出发, 以 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 个单位/秒的速度沿 OB 方向运动, 1 秒后, 动点 Q 从 O 出发, 以 2 个单位/秒的速度沿折线 O-A-B 方向运动, 设点 P 运动时间为 t 秒 ($0 < t < 6$), 是否存在实数 t, 使得以 P、Q、B 为顶点的三角形与 $\triangle ADO$ 相似? 若存在, 求出相应的 t 值; 若不存在, 请说明理由.



2014 年湖北省随州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•随州) 2 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

考点: 相反数

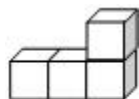
分析: 根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号，求解即可.

解答: 解: 2 的相反数是 -2 .

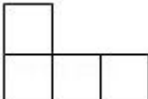
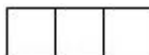
故选 B.

点评: 本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0. 不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

2. (3 分) (2014•随州) 如图所示的物体的俯视图是 ()



几何体

- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单组合体的三视图

分析: 找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

解答: 解: 从上面向下看，易得到横排有 3 个正方形.

故选 D.

点评: 本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面向下看得到的视图.

3. (3 分) (2014•随州) 2013 年，我市以保障和改善民生为重点的“十件实事”全面完成，财政保障民生支出达 74 亿元，占公共财政预算支出的 75%，数据 74 亿元用科学记数法表示为 ()

- A. 74×10^8 元 B. 7.4×10^8 元 C. 7.4×10^9 元 D. 0.74×10^{10} 元

考点: 科学记数法—表示较大的数

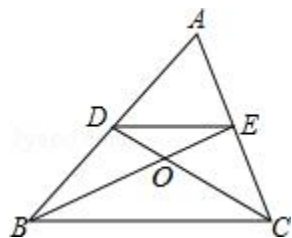
分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答: 解: 74 亿 $= 74\,0000\,0000 = 7.4 \times 10^9$,

故选: C.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2014•随州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 两条中线 BE 、 CD 相交于点 O , 则 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COB} =$ ()



- A. 1: 4 B. 2: 3 C. 1: 3 D. 1: 2

考点: 相似三角形的判定与性质; 三角形中位线定理

分析: 根据三角形的中位线得出 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2}BC$, 根据平行线的性质得出相似, 根据相似三角形的性质求出即可.

解答: 解: $\because BE$ 和 CD 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC, \quad DE \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}, \quad \triangle DOE \sim \triangle COB,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DOE}}{S_{\triangle COB}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

故选 A.

点评: 本题考查了相似三角形的性质和判定, 三角形的中位线的应用, 注意: 相似三角形的面积比等于相似比的平方, 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

5. (3 分) (2014•随州) 计算 $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^3$, 结果正确的是 ()

- A. $\frac{1}{4}x^2y^4$ B. $-\frac{1}{8}x^3y^6$ C. $\frac{1}{8}x^3y^6$ D. $-\frac{1}{8}x^3y^5$

考点: 幂的乘方与积的乘方

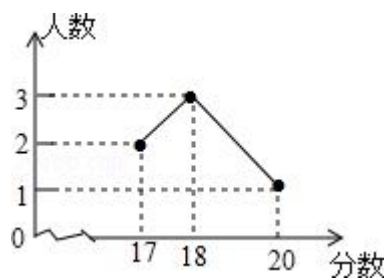
分析: 根据积的乘方的性质进行计算, 然后再选取答案.

解答: 解: 原式 $= -\left(\frac{1}{2}\right)^3 x^3 y^6 = -\frac{1}{8}x^3 y^6$.

故选 B.

点评: 本题考查了积的乘方的性质: 等于把每个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

6. (3 分) (2014•随州) 在 2014 年的体育中考中, 某校 6 名学生的体育成绩统计如图, 则这组数据的众数、中位数、方差依次是 ()



- A. 18, 18, 1 B. 18, 17.5, 3 C. 18, 18, 3 D. 18, 17.5, 1

考点: 方差; 折线统计图; 中位数; 众数

分析: 根据众数、中位数的定义和方差公式分别进行解答即可.

解答: 解: 这组数据 18 出现的次数最多, 出现了 3 次, 则这组数据的众数是 18;

把这组数据从小到大排列, 最中间两个数的平均数是 $(18+18) \div 2 = 18$, 则中位数是 18;

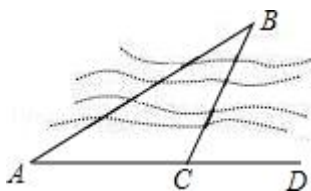
这组数据的平均数是: $(17 \times 2 + 18 \times 3 + 20) \div 6 = 18$,

则方差是: $\frac{1}{6}[2 \times (17 - 18)^2 + 3 \times (18 - 18)^2 + (20 - 18)^2] = 1$;

故选 A.

点评: 本题考查了众数、中位数和方差, 众数是一组数据中出现次数最多的数; 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数); 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$.

7. (3 分) (2014·随州) 如图, 要测量 B 点到河岸 AD 的距离, 在 A 点测得 $\angle BAD = 30^\circ$, 在 C 点测得 $\angle BCD = 60^\circ$, 又测得 AC = 100 米, 则 B 点到河岸 AD 的距离为 ()



- A. 100 米 B. $50\sqrt{3}$ 米 C. $\frac{200\sqrt{3}}{3}$ 米 D. 50 米

考点: 解直角三角形的应用

分析: 过 B 作 $BM \perp AD$, 根据三角形内角与外角的关系可得 $\angle ABC = 30^\circ$, 再根据等角对等边可得 $BC = AC$, 然后再计算出 $\angle CBM$ 的度数, 进而得到 CM 长, 最后利用勾股定理可得答案.

解答: 解: 过 B 作 $BM \perp AD$,

$\therefore \angle BAD = 30^\circ, \angle BCD = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$,

$\therefore AC = CB = 100$ 米,

$\therefore BM \perp AD$,

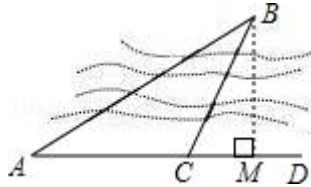
$\therefore \angle BMC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CBM=30^{\circ},$$

$$\therefore CM=\frac{1}{2}BC=50 \text{ 米},$$

$$\therefore BD=\sqrt{100^2-50^2}=50\sqrt{3} \text{ 米},$$

故选：B.



点评：此题主要考查了解直角三角形的应用，关键是证明 $AC=BC$ ，掌握直角三角形的性质： 30° 角所对直角边等于斜边的一半.

8. (3分) (2014•随州) 关于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象，下列说法正确的是 ()

- A. 图象经过点 (1, 1)
- B. 两个分支分布在第二、四象限
- C. 两个分支关于 x 轴成轴对称
- D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

考点：反比例函数的性质

分析：根据反比例函数的性质， $k=2 > 0$ ，函数位于一、三象限，在每一象限 y 随 x 的增大而减小.

解答：解：A、把点 (1, 1) 代入反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 得 $2 \neq 1$ 不成立，故选项错误；

B、 $\because k=2 > 0$ ， $\therefore$ 它的图象在第一、三象限，故选项错误；

C、图象的两个分支关于 $y=-x$ 对称，故错误.

D、当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小，故选项正确.

故选 D.

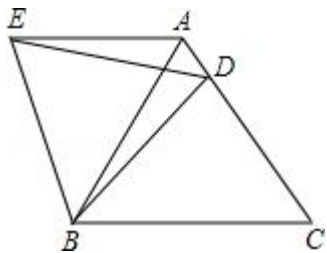
点评：本题考查了反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的性质：

①当 $k > 0$ 时，图象分别位于第一、三象限；当 $k < 0$ 时，图象分别位于第二、四象限.

②当 $k > 0$ 时，在同一个象限内, y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，在同一个象限, y 随 x 的增大而增大.

9. (3分) (2014•随州) 在等边 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AC 上一点, 连接 BD, 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 60° , 得到

$\triangle BAE$, 连接 ED, 若 $BC=5$, $BD=4$. 则下列结论错误的是 ()



A. $AE \parallel BC$

B. $\angle ADE = \angle BDC$

C. $\triangle BDE$ 是等边三角形

D. $\triangle ADE$ 的周长是 9

考点：旋转的性质；等边三角形的性质

分析：首先由旋转的性质可知 $\angle AED = \angle ABC = 60^\circ$ ，所以看得 $AE \parallel BC$ ，先由 $\triangle ABC$ 是等边三角形得出 $AC = AB = BC = 5$ ，根据图形旋转的性质得出 $AE = CD$ ， $BD = BE$ ，故可得出 $AE + AD = AD + CD = AC = 5$ ，由 $\angle EBD = 60^\circ$ ， $BE = BD$ 即可判断出 $\triangle BDE$ 是等边三角形，故 $DE = BD = 4$ ，故 $\triangle AED$ 的周长 $= AE + AD + DE = AC + BD = 9$ ，问题得解.

解答：解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ABC = \angle C = 60^\circ$ ，

$\therefore$ 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 60° ，得到 $\triangle BAE$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle C = 60^\circ$ ，

$\therefore AE \parallel BC$ ，故选项 A 正确；

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AC = AB = BC = 5$ ，

$\therefore \triangle BAE \triangle BCD$ 逆时针旋转 60° 得出，

$\therefore AE = CD$ ， $BD = BE$ ， $\angle EBD = 60^\circ$ ，

$\therefore AE + AD = AD + CD = AC = 5$ ，

$\therefore \angle EBD = 60^\circ$ ， $BE = BD$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 是等边三角形，故选项 C 正确；

$\therefore DE = BD = 4$ ，

$\therefore \triangle AED$ 的周长 $= AE + AD + DE = AC + BD = 9$ ，故选项 D 正确；

而选项 B 没有条件证明 $\angle ADE = \angle BDC$ ，

$\therefore$ 结论错误的是 B，

故选 B.

点评：本题考查的是图形旋转的性质及等边三角形的判定与性质，平行线的判定，熟知旋转前、后的图形全等是解答此题的关键.

10. (3 分) (2014•随州) 某通讯公司提供了两种移动电话收费方式：方式 1，收月基本费 20 元，再以每分钟 0.1 元的价格按通话时间计费；方式 2，收月基本费 20 元，送 80 分钟通话时间，超过 80 分钟的部分，以每分钟 0.15 元的价格计费.

下列结论：

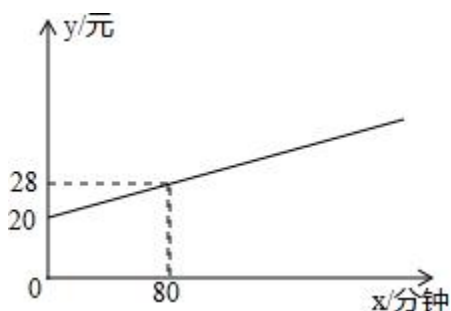
①如图描述的是方式 1 的收费方法；

②若月通话时间少于 240 分钟，选择方式 2 省钱；

③若月通讯费为 50 元，则方式 1 比方式 2 的通话时间多；

④若方式 1 比方式 2 的通讯费多 10 元，则方式 1 比方式 2 的通话时间多 100 分钟.

其中正确的是 ()



- A. 只有①② B. 只有③④ C. 只有①②③ D. ①②③④

考点：一次函数的应用

分析：根据收费标准，可得相应的函数解析式，根据函数解析式的比较，可得答案.

解答：解：根据题意得：方式一的函数解析式为 $y=0.1x+20$ ，方式二的函数解析式为 $y=0.15x+8$,

①当 $x=80$ 时，方式一的收费是 28 元，故①说法正确；

② $0.1x+20 > 0.15x+8$ ，解得 $x < 240$ ，故②的说法正确；

③当 $y=50$ 元时，方式一 $0.1x+20=50$ ，解得 $x=300$ 分钟，方式二 $0.15x+8=50$ ，解得 $x=280$ 分钟，故③说法正确；

④ $0.1x+20 - 0.15x - 8=10$ ，解得 $x=40$ ，故④说法错误；

故选：C.

点评：本题考查了一次函数的应用，根据题意得出函数解析式是解题关键.

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) (2014•随州) 计算： $|-3| + \sqrt[3]{-8} + (\sqrt{3}-1)^0 = \underline{2}$.

考点：实数的运算；零指数幂

专题：计算题.

分析：原式第一项利用绝对值的代数意义化简，第二项利用立方根定义化简，最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

解答：解：原式 $= 3 - 2 + 1$
 $= 2$.

故答案为：2.

点评：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

12. (3 分) (2014•随州) 不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x \leq 1 \\ 2-x < 3 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{-1 < x \leq 2}$.

考点：解一元一次不等式组

分析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

解答：解： $\begin{cases} \frac{1}{2}x \leq 1 \text{ ①} \\ 2-x < 3 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得 $x \leq 1$,

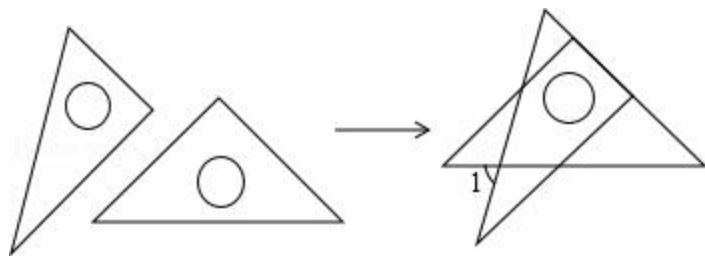
由②得 $x > -1$,

故此不等式的解集为： $-1 < x \leq 1$.

故答案为： $-1 < x \leq 1$.

点评：本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

13. (3 分) (2014•随州) 将一副直角三角板如图放置, 使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板的一条直角边重合, 则 $\angle 1$ 的度数为 75 度.



考点: 三角形内角和定理; 平行线的性质

专题: 计算题; 压轴题.

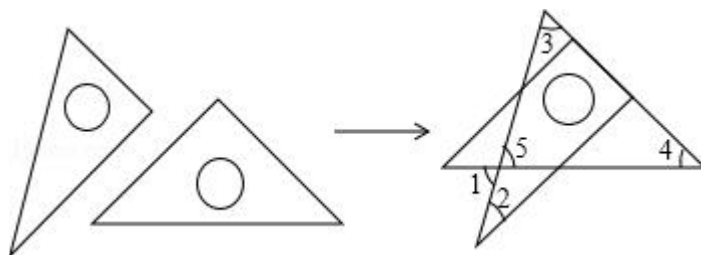
分析: 根据三角形三内角之和等于 180° 求解.

解答: 解: 如图.

$$\therefore \angle 3 = 60^\circ, \angle 4 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 5 = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4 = 75^\circ.$$

故答案为: 75.



点评: 考查三角形内角之和等于 180° .

14. (3 分) (2014•随州) 某小区 2010 年屋顶绿化面积为 2000 平方米, 计划 2012 年屋顶绿化面积要达到 2880 平方米. 如果每年屋顶绿化面积的增长率相同, 那么这个增长率是 20%.

考点: 一元二次方程的应用

专题: 增长率问题.

分析: 本题需先设出这个增长率是 x , 再根据已知条件找出等量关系列出方程, 求出 x 的值, 即可得出答案.

解答: 解: 设这个增长率是 x , 根据题意得:

$$2000 \times (1+x)^2 = 2880$$

$$\text{解得: } x_1 = 20\%, x_2 = -220\% \text{ (舍去)}$$

故答案为: 20%.

点评: 本题主要考查了一元二次方程的应用, 在解题时要根据已知条件找出等量关系, 列出方程是本题的关键.

15. (3 分) (2014•随州) 圆锥的底面半径是 2cm, 母线长 6cm, 则这个圆锥侧面展开图的扇形圆心角度数为 120 度.

考点：圆锥的计算

分析：根据展开图的扇形的弧长等于圆锥底面周长计算.

解答：解：∵圆锥的底面半径是 2cm,

∴圆锥的底面周长为 4π ,

设圆心角为 n° , 根据题意得: $\frac{n\pi \times 6}{180} = 4\pi$,

解得 $n=120$.

故答案为: 120.

点评：考查了圆锥的计算, 圆锥的侧面展开图是一个扇形, 此扇形的弧长等于圆锥底面周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长. 本题就是把的扇形的弧长等于圆锥底面周长作为相等关系, 列方程求解.

16. (3 分) (2014•随州) 如图 1, 正方形纸片 ABCD 的边长为 2, 翻折 $\angle B$ 、 $\angle D$, 使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P, EF、GH 分别是折痕 (如图 2). 设 $AE=x$ ($0 < x < 2$), 给出下列判断:

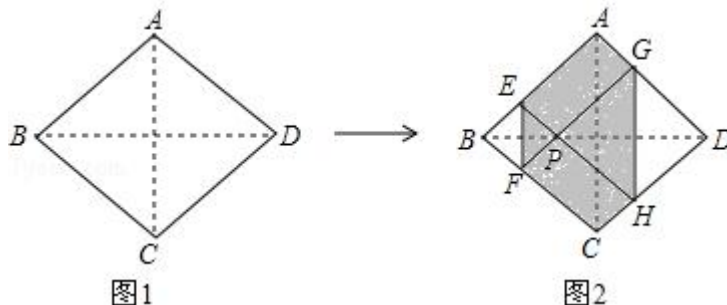
①当 $x=1$ 时, 点 P 是正方形 ABCD 的中心;

②当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $EF+GH > AC$;

③当 $0 < x < 2$ 时, 六边形 AEFCHG 面积的最大值是 $\frac{11}{4}$;

④当 $0 < x < 2$ 时, 六边形 AEFCHG 周长的值不变.

其中正确的是 ①④ (写出所有正确判断的序号).



考点：翻折变换 (折叠问题); 正方形的性质

分析： (1) 由正方形纸片 ABCD, 翻折 $\angle B$ 、 $\angle D$, 使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P, 得出 $\triangle BEF$ 和 $\triangle DGH$ 是等腰直角三角形, 所以当 $AE=1$ 时, 重合点 P 是 BD 的中点, 即点 P 是正方形 ABCD 的中心;

(2) 由 $\triangle BEF \sim \triangle BAC$, 得出 $EF = \frac{3}{4}AC$, 同理得出 $GH = \frac{1}{4}AC$, 从而得出结论.

(3) 由六边形 AEFCHG 面积 = 正方形 ABCD 的面积 - $\triangle EBF$ 的面积 - $\triangle GDH$ 的面积. 得出函数关系式, 进而求出最大值.

(4) 六边形 AEFCHG 周长 = $AE + EF + FC + CH + HG + AG = (AE + CF) + (FC + AG) + (EF + GH)$ 求解.

解答：解: (1) 正方形纸片 ABCD, 翻折 $\angle B$ 、 $\angle D$, 使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P,

∴ $\triangle BEF$ 和 $\triangle DGH$ 是等腰直角三角形,

∴当 AE=1 时, 重合点 P 是 BD 的中点,

∴点 P 是正方形 ABCD 的中心;

故①结论正确,

(2) 正方形纸片 ABCD, 翻折 ∠B、∠D, 使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P,

∴ $\triangle BEF \sim \triangle BAC$,

$$\therefore x = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BE = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC}, \text{ 即 } \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{EF}{AC},$$

$$\therefore EF = \frac{3}{4}AC,$$

同理, $GH = \frac{1}{4}AC$,

∴ $EF + GH = AC$,

故②结论错误,

(3) 六边形 AEFCHG 面积 = 正方形 ABCD 的面积 - $\triangle EBF$ 的面积 - $\triangle GDH$ 的面积.

∴ $AE = x$,

$$\therefore \text{六边形 AEFCHG 面积} = 2^2 - \frac{1}{2}BE \cdot BF - \frac{1}{2}GD \cdot HD = 4 - \frac{1}{2}x \cdot (2-x) - \frac{1}{2}x \cdot x = -x^2 + 2x + 2 = -(x-1)^2 + 3,$$

∴六边形 AEFCHG 面积的最大值是 3,

故③结论错误,

(4) 当 $0 < x < 2$ 时,

∴ $EF + GH = AC$,

$$\text{六边形 AEFCHG 周长} = AE + EF + FC + CH + HG + AG = (AE + CF) + (FC + AG) + (EF + GH) = 2 + 2 + 2\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2}$$

故六边形 AEFCHG 周长的值不变,

故④结论正确.

故答案为: ①④.

点评: 考查了翻折变换 (折叠问题), 菱形的性质, 本题关键是得到 $EF + GH = AC$, 综合性较强, 有一定的难度.

三、解答题 (共 72 分)

17. (6 分) (2014·随州) 先简化, 再求值: $(\frac{2a}{a+1} - \frac{a}{a-1}) + \frac{1}{a^2-1}$, 其中 $a = \sqrt{2} + 1$.

考点: 分式的化简求值

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约

分得到最简结果，将a的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 = $\frac{2a(a-1) - a(a+1)}{(a+1)(a-1)} \cdot (a+1)(a-1)$

$$= a^2 - 3a,$$

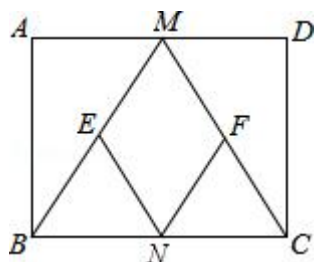
$$\text{当 } a = \sqrt{2} + 1 \text{ 时, 原式} = 3 + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 3 = -\sqrt{2}.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (7分) (2014•随州) 已知: 如图, 在矩形ABCD中, M、N分别是边AD、BC的中点, E、F分别是线段BM、CM的中点.

(1) 求证: $\triangle ABM \cong \triangle DCM$;

(2) 填空: 当AB: AD = 1: 2时, 四边形MENF是正方形.



考点: 矩形的性质; 全等三角形的判定与性质; 正方形的判定

分析: (1) 根据矩形性质得出 $AB=DC$, $\angle A=\angle D=90^\circ$, 根据全等三角形的判定推出即可;

(2) 求出四边形MENF是平行四边形, 求出 $\angle BMC=90^\circ$ 和 $ME=MF$, 根据正方形的判定推出即可.

解答: (1) 证明: $\because$ 四边形ABCD是矩形,

$$\therefore AB=DC, \angle A=\angle D=90^\circ,$$

$\because$ M为AD的中点,

$$\therefore AM=DM,$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DCM$ 中

$$\begin{cases} AM=DM \\ \angle A=\angle D \\ AB=DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM \text{ (SAS)}.$$

(2) 解: 当AB: AD=1: 2时, 四边形MENF是正方形,

理由是: $\because$ AB: AD=1: 2, $AM=DM$, $AB=CD$,

$$\therefore AB=AM=DM=DC,$$

$$\therefore \angle A=\angle D=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABM=\angle AMB=\angle DMC=\angle DCM=45^\circ,$$

$$\therefore \angle BMC=90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形ABCD是正方形,

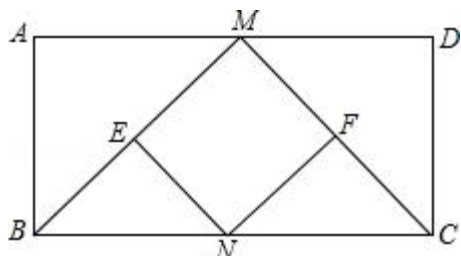
$$\therefore \angle ABC=\angle DCB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle MBC=\angle MCB=45^\circ,$$

$$\therefore BM=CM,$$

$\therefore$ N、E、F分别是BC、BM、CM的中点,

$\therefore BE=CF$, $ME=MF$, $NF \parallel BM$, $NE \parallel CM$,
 $\therefore$ 四边形 $MENF$ 是平行四边形,
 $\therefore ME=MF$, $\angle BMC=90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $MENF$ 是正方形,
 即当 $AB:AD=1:2$ 时, 四边形 $MENF$ 是正方形,
 故答案为: $1:2$.



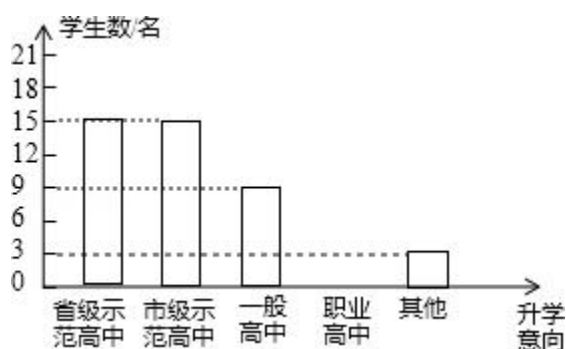
点评: 本题考查了矩形的性质和判定, 平行四边形的判定, 正方形的判定, 全等三角形的性质和判定, 三角形的中位线的应用, 主要考查学生运用定理进行推理的能力, 题目比较好, 难度适中.

19. (7分) (2014•随州) 近几年我市加大中职教育投入力度, 取得了良好的社会效果. 某校随机调查了九年级 m 名学生的升学意向, 并根据调查结果绘制出如下不完整的统计图表:

升学意向	人数	百分比
省级示范高中	15	25%
市级示范高中	15	25%
一般高中	9	n
职业高中		
其他	3	5%
	m	100%

请你根据图表中提供的信息解答下列问题:

- (1) 表中 m 的值为 60, n 的值为 15%;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该校九年级有学生 500 名, 估计该校大约有多少名毕业生的升学意向是职业高中?



考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 统计表

专题: 计算题.

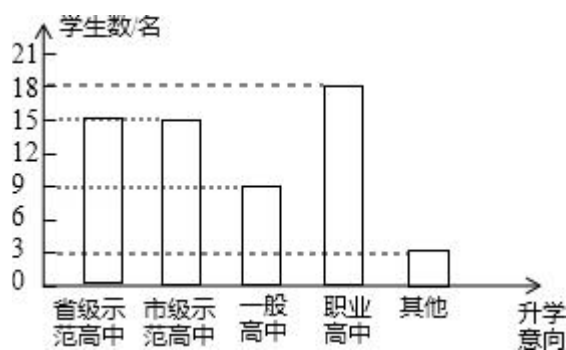
分析: (1) 由省级示范高中人数除以占的百分比得到总学生数, 确定出 m 的值; 进而确定出职业高中学生数, 求出占的百分比, 确定出 n 的值;

(2) 补全条形统计图，如图所示；

(3) 由职业高中的百分比乘以 500 即可得到结果.

解答: 解: (1) 根据题意得: $15 \div 25\% = 60$ (人), 即 $m = 60$,
职业高中人数为 $60 - (15 + 15 + 9 + 3) = 18$ (人), 占的百分比为 $18 \div 60 \times 100\% = 30\%$,
则 $n = 1 - (25\% + 25\% + 30\% + 5\%) = 15\%$;
故答案为: 60; 15%;

(2) 补全条形统计图，如图所示：



(3) 根据题意得: $500 \times 30\% = 150$ (名),
则估计该校大约有 150 名毕业生的升学意向是职业高中.

点评: 此题考查了条形统计图, 扇形统计图, 以及用样本估计总体, 弄清题意是解本题的关键.

20. (7 分) (2014•随州) 某市区一条主要街道的改造工程有甲、乙两个工程队投标. 经测算: 若由两个工程队合做, 12 天恰好完成; 若两个队合做 9 天后, 剩下的由甲队单独完成, 还需 5 天时间, 现需从这两个工程队中选出一个队单独完成, 从缩短工期角度考虑, 你认为应该选择哪个队? 为什么?

考点: 分式方程的应用

专题: 应用题.

分析: 设甲队单独完成工程需 x 天, 则甲队的工作效率为 $\frac{1}{x}$, 等量关系: 甲乙 9 天的工作量 + 甲 5 天的工作量 = 1, 可得方程, 解出即可.

解答: 解: 设甲队单独完成工程需 x 天,

由题意, 得: $\frac{1}{12} \times 9 + \frac{1}{x} \times 5 = 1$,

解得: $x = 20$,

经检验得: $x = 20$ 是方程的解,

$$\therefore \frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{30},$$

$\therefore$ 乙单独完成工程需 30 天,

$\therefore 20 < 30$,

$\therefore$ 从缩短工期角度考虑, 应该选择甲队.

点评: 本题考查了分式方程的应用, 解答本题的关键是仔细审题, 得到等量关系: 甲乙 9 天

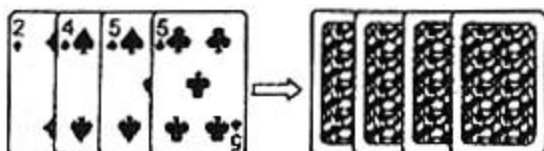
的工作量+甲 5 天的工作量=1.

21. (7 分) (2014•随州) 四张扑克牌的牌面如图 1, 将扑克牌洗匀后, 如图 2 背面朝上放置在桌面上, 小明和小亮设计了 A、B 两种游戏方案:

方案 A: 随机抽一张扑克牌, 牌面数字为 5 时小明获胜; 否则小亮获胜.

方案 B: 随机同时抽取两张扑克牌, 两张牌面数字之和为偶数时, 小明获胜; 否则小亮获胜.

请你帮小亮选择其中一种方案, 使他获胜的可能性较大, 并说明理



由.

图 1

图 2

考点: 列表法与树状图法

分析: 由四张扑克牌的牌面是 5 的有 2 种情况, 不是 5 的也有 2 种情况, 可求得方案 A 中, 小亮获胜的概率;

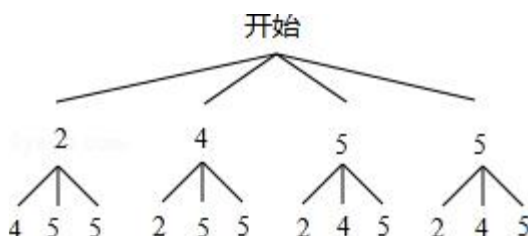
首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与小亮获胜的情况, 再利用概率公式即可求得答案; 比较其大小, 即可求得答案.

解答: 解: 小亮选择 A 方案, 使他获胜的可能性较大.

方案 A: $\because$ 四张扑克牌的牌面是 5 的有 2 种情况, 不是 5 的也有 2 种情况,

$$\therefore P(\text{小亮获胜}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

方案 B: 画树状图得:



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果, 两张牌面数字之和为偶数的有 4 种情况, 不是偶数的有 8 种情况,

$$\therefore P(\text{小亮获胜}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3};$$

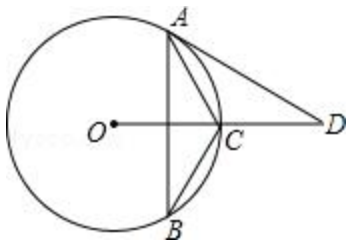
$\therefore$ 小亮选择 A 方案, 使他获胜的可能性较大.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (8 分) (2014•随州) 如图, $\odot O$ 中, 点 C 为 $\widehat{AB}$ 的中点, $\angle ACB=120^\circ$, OC 的延长线与 AD 交于点 D, 且 $\angle D=\angle B$.

(1) 求证: AD 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若点 C 到弦 AB 的距离为 2, 求弦 AB 的长.



考点：切线的判定；解直角三角形

分析：

(1) 连接 OA, 由 $\widehat{CA} = \widehat{CB}$, 得 $CA = CB$, 根据题意可得出 $\angle O = 60^\circ$, 从而得出 $\angle OAD = 90^\circ$,

则 AD 与 $\odot O$ 相切;

(2) 设 OC 交 AB 于点 E, 由题意得 $OC \perp AB$, 求得 $CE = 2$, Rt $\triangle BCE$ 中, 由三角函数得 $BE = 2\sqrt{3}$, 即可得出 AB 的长.

解答： (1) 证明：如图，连接 OA,

$$\therefore \widehat{CA} = \widehat{CB},$$

$$\therefore CA = CB,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle O = 2\angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = 180^\circ - (\angle O + \angle D) = 90^\circ,$$

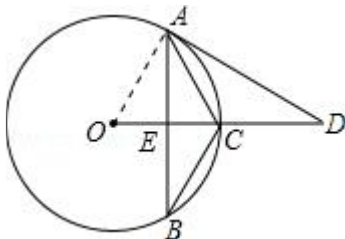
$$\therefore AD \text{ 与 } \odot O \text{ 相切};$$

(2) 解：设 OC 交 AB 于点 E, 由题意得 $OC \perp AB$,

$$\therefore CE = 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中, } BE = \frac{CE}{\tan \angle B} = 2 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = 2BE = 4\sqrt{3}.$$



点评： 本题考查了切线的判定和解直角三角形，是中学阶段的中点，要熟练掌握.

23. (8 分) (2014•随州) 楚天汽车销售公司 5 月份销售某种型号汽车，当月该型号汽车的进价为 30 万元/辆，若当月销售量超过 5 辆时，每多售出 1 辆，所有售出的汽车进价均降低 0.1 万元/辆. 根据市场调查，月销售量不会突破 30 台.

(1) 设当月该型号汽车的销售量为 x 辆 ($x \leq 30$, 且 x 为正整数)，实际进价为 y 万元/辆，求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 已知该型号汽车的销售价为 32 万元/辆，公司计划当月销售利润 25 万元，那么月需售出多少辆汽车？ (注：销售利润 = 销售价 - 进价)

考点: 一元二次方程的应用; 分段函数

分析: (1) 根据分段函数可以表示出当 $0 < x \leq 5$, $5 < x \leq 30$ 时由销售数量与进价的关系就可以得出结论;

(2) 由销售利润=销售价-进价, 由 (1) 的解析式建立方程就可以求出结论.

解答: 解: (1) 由题意, 得

当 $0 < x \leq 5$ 时

$$y=30.$$

当 $5 < x \leq 30$ 时,

$$y=30-0.1(x-5)=-0.1x+30.5.$$

$$\therefore y = \begin{cases} 30 & (0 < x \leq 5, x \text{ 为整数}) \\ -0.1x+30.5 & (5 < x \leq 30, x \text{ 为整数}) \end{cases};$$

(2) 当 $0 < x \leq 5$ 时,

$$(32-30) \times 5 = 10 < 25, \text{ 不符合题意,}$$

当 $5 < x \leq 30$ 时,

$$[32 - (-0.1x+30.5)]x = 25,$$

$$\text{解得: } x_1 = -25 \text{ (舍去), } x_2 = 10.$$

答: 该月需售出 10 辆汽车.

点评: 本题考查了分段函数的运用, 一元二次方程的解法的运用, 解答时求出分段函数的解析式是关键.

24. (10 分) (2014•随州) 已知两条平行线 l_1 、 l_2 之间的距离为 6, 截线 CD 分别交 l_1 、 l_2 于 C 、 D 两点, 一直角的顶点 P 在线段 CD 上运动 (点 P 不与点 C 、 D 重合), 直角的两边分别交 l_1 、 l_2 于 A 、 B 两点.

(1) 操作发现

如图 1, 过点 P 作直线 $l_3 \parallel l_1$, 作 $PE \perp l_1$, 点 E 是垂足, 过点 B 作 $BF \perp l_3$, 点 F 是垂足. 此时, 小明认为 $\triangle PEA \sim \triangle PFB$, 你同意吗? 为什么?

(2) 猜想论证

将直角 $\angle APB$ 从图 1 的位置开始, 绕点 P 顺时针旋转, 在这一过程中, 试观察、猜想: 当 AE 满足什么条件时, 以点 P 、 A 、 B 为顶点的三角形是等腰三角形? 在图 2 中画出图形, 证明你的猜想.

(3) 延伸探究

在 (2) 的条件下, 当截线 CD 与直线 l_1 所夹的钝角为 150° 时, 设 $CP=x$, 试探究: 是否存在实数 x , 使 $\triangle PAB$ 的边 AB 的长为 $4\sqrt{5}$? 请说明理由.

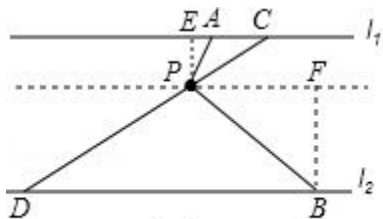


图1

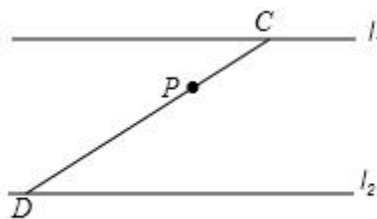


图2

考点: 几何变换综合题

分析: (1) 根据题意得到: $\angle EPA + \angle APF = 90^\circ$, $\angle FPB + \angle APF = 90^\circ$, 从而得到 $\angle EPA = \angle FPB$, 然后根据 $\angle PEA = \angle PFB = 90^\circ$ 证得 $\triangle PEA \sim \triangle PFB$;

(2) 根据 $\angle APB = 90^\circ$ 得到要使 $\triangle PAB$ 为等腰三角形, 只能是 $PA = PB$, 然后根据当 $AE = BF$ 时, $PA = PB$, 从而得到 $\triangle PEA \cong \triangle PFB$, 利用全等三角形的性质证得结论即可;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中, $CP = x$, $\angle PCE = 30^\circ$ 从而得到 $PE = \frac{1}{2}x$, 然后利用 $PE + BF = 6$, $BF = AE$

得到 $AE = 6 - \frac{1}{2}x$, 然后利用勾股定理得到 $PE^2 + AE^2 = PA^2$, 代入整理后得到一元二次方

程 $x^2 - 12x - 8 = 0$, 求得 x 的值后大于 12, 从而得到矛盾说明不存在满足条件的 x .

解答: 解: (1) 如图 (1), 由题意, 得: $\angle EPA + \angle APF = 90^\circ$, $\angle FPB + \angle APF = 90^\circ$,

$\therefore \angle EPA = \angle FPB$,

又 $\because \angle PEA = \angle PFB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle PEA \sim \triangle PFB$;

(2) 证明: 如图 2, $\because \angle APB = 90^\circ$,

$\therefore$ 要使 $\triangle PAB$ 为等腰三角形, 只能是 $PA = PB$,

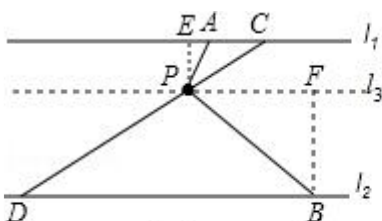


图1

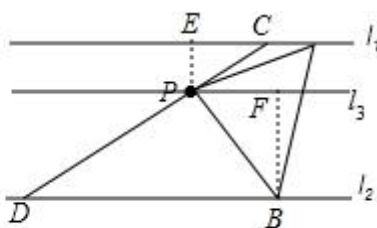


图2

当 $AE = BF$ 时, $PA = PB$,

$\therefore \angle EPA = \angle FPB$, $\angle PEA = \angle PFB = 90^\circ$, $AE = BF$,

$\therefore \triangle PEA \cong \triangle PFB$,

$\therefore PA = PB$;

(3) 如图 2, 在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中, $CP = x$, $\angle PCE = 30^\circ$,

$\therefore PE = \frac{1}{2}x$,

由题意, $PE + BF = 6$, $BF = AE$,

$\therefore AE = 6 - \frac{1}{2}x$,

当 $AB = 4\sqrt{5}$ 时, 由题意得 $PA = 2\sqrt{10}$,

$\text{Rt}\triangle PEA$ 中, $PE^2 + AE^2 = PA^2$,

即 $(\frac{1}{2}x)^2 + (6 - \frac{1}{2}x)^2 = 40$,

整理得: $x^2 - 12x - 8 = 0$,

解得: $x = 6 - 2\sqrt{11} < 0$ (舍去) 或 $x = 6 + 2\sqrt{11}$,

$\therefore x = 6 + 2\sqrt{11} > 6 + 6 = 12$, 又 $CD = 12$,

$\therefore$ 点 P 在 CD 的延长线上, 这与点 P 在线段 CD 上运动相矛盾,

$\therefore$ 不合题意,

综上，不存在满足条件的实数 x 。

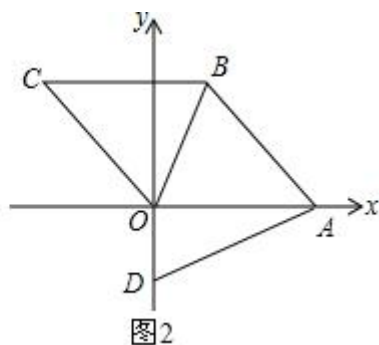
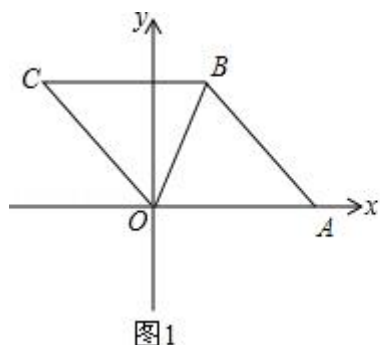
点评：本题是一道几何变换的综合题，题目中涉及到了全等三角形、勾股定理等知识，知识网络比较复杂，难度较大。

25. (12 分) (2014•随州) 平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 是菱形，点 C 的坐标为 $(-3, 4)$ ，点 A 在 x 轴的正半轴上， O 为坐标原点，连接 OB ，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 C 、 O 、 A 三点。

(1) 直接写出这条抛物线的解析式；

(2) 如图 1，对于所求抛物线对称轴上的一点 E ，设 $\triangle EBO$ 的面积为 S_1 ，菱形 $ABCD$ 的面积为 S_2 ，当 $S_1 \leq \frac{1}{4}S_2$ 时，求点 E 的纵坐标 n 的取值范围；

(3) 如图 2， $D(0, -\frac{5}{2})$ 为 y 轴上一点，连接 AD ，动点 P 从点 O 出发，以 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 个单位/秒的速度沿 OB 方向运动，1 秒后，动点 Q 从 O 出发，以 2 个单位/秒的速度沿折线 $O-A-B$ 方向运动，设点 P 运动时间为 t 秒 ($0 < t < 6$)，是否存在实数 t ，使得以 P 、 Q 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ADO$ 相似？若存在，求出相应的 t 值；若不存在，请说明理由。



考点：二次函数综合题

分析：(1) 求得菱形的边长，则 A 的坐标可以求得，然后利用待定系数法即可求得函数的解析式；

(2) 首先求得菱形的面积，即可求得 S_1 的范围，当 S_1 取得最大值时即可求得直线的解析式，则 n 的值的范围即可求得；

(3) 分当 $1 < t < 3.5$ 时和 $3.5 \leq t \leq 6$ 时两种情况进行讨论，依据相似三角形的对应边的比相等，即可列方程求解。

解答：

$$\text{解：(1) 根据题意得：} \begin{cases} 9a - 3b + c = 4 \\ c = 0 \\ 25a + 5b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = -\frac{5}{6} \\ c = 0 \end{cases}$$

则抛物线的解析式是： $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x$ ；

(2) 设 BC 与 y 轴相交于点 G, 则 $S_2 = OG \cdot BC = 20$,
 $\therefore S_1 \leq 5$,

又 OB 所在直线的解析式是 $y=2x$, $OB = \sqrt{OG^2 + GB^2} = 2\sqrt{5}$.

$\therefore$ 当 $S_1=5$ 时, $\triangle EBO$ 的 OB 边上的高是 $\sqrt{5}$.

如图 1, 设平行于 OB 的直线为 $y=2x+b$, 则它与 y 轴的交点为 M (0, b), 与抛物线对称轴 $x=\frac{5}{2}$ 交于点 E ($\frac{5}{2}$, n).

过点 O 作 $ON \perp ME$, 点 N 为垂足, 若 $ON=\sqrt{5}$, 由 $\triangle MNO \sim \triangle OGB$, 得 $OM=5$,
 $\therefore y=2x-5$,

$$\text{由} \begin{cases} y=2x-5 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases},$$

解得: $y=0$,

即 E 的坐标是 ($\frac{5}{2}$, 0).

$\therefore$ 与 OB 平行且到 OB 的距离是 $\sqrt{5}$ 的直线有两条.

$\therefore$ 由对称性可得另一条直线的解析式是: $y=2x+5$.

则 E' 的坐标是 ($\frac{5}{2}$, 10).

由题意得, n 的取值范围是: $0 \leq n \leq 10$ 且 $n \neq 5$.

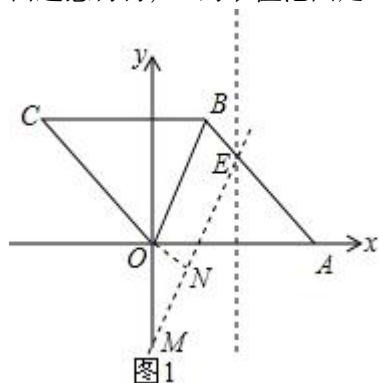


图1

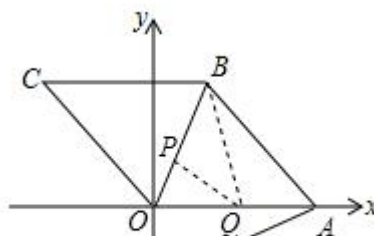


图2

(3) 如图 2, 动点 P、Q 按题意运动时,
 当 $1 < t < 3.5$ 时,

$$OP = \frac{\sqrt{5}}{5}t, \quad BP = 2\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}t, \quad OQ = 2(t-1),$$

连接 QP, 当 $QP \perp OP$ 时, 有 $\frac{PQ}{OQ} = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

$$\therefore PQ = \frac{4}{\sqrt{5}}(t-1),$$

$$\text{若 } \frac{PQ}{PB} = \frac{1}{2}, \text{ 则有 } \frac{PQ}{PB} = \frac{OD}{OA},$$

又 $\because \angle QPB = \angle DOA = 90^\circ$,

$\therefore \triangle BPQ \sim \triangle AOD$,

此时, $PB=2PQ$, 即 $2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}t=\frac{8}{\sqrt{5}}(t-1)$,

$$10-t=8(t-1),$$

$$\therefore t=2;$$

当 $3.5 \leq t \leq 6$ 时, $QB=10-2(t-1)=12-2t$, 连接 QP .

若 $QP \perp BP$,

则有 $\angle PBQ = \angle ODA$,

又 $\because \angle QPB = \angle AOD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle BPQ \sim \triangle DOA$,

此时, $PB=\sqrt{5}PB$, 即 $12-2t=\sqrt{5}(2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}t)$, $12-2t=10-t$,

$\therefore t=2$ (不合题意, 舍去).

若 $QP \perp BQ$, 则 $\triangle BPQ \sim \triangle DAO$,

此时, $PB=\sqrt{5}BQ$,

$$\text{即 } 2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}t=\sqrt{5}(12-2t), \quad 2-\frac{1}{5}t=12-2t,$$

$$\text{解得: } t=\frac{50}{9}.$$

则 t 的值为 2 或 $\frac{50}{9}$.

点评: 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有抛物线的顶点公式和三角形的面积求法. 在求有关动点问题时要注意分析题意分情况讨论结果.