

2014 年湖北省鄂州市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

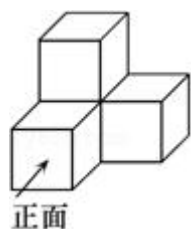
1. (3 分) (2014•鄂州) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值的相反数是 ()

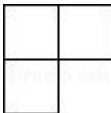
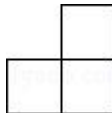
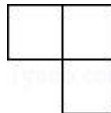
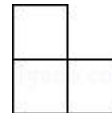
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2. (3 分) (2014•鄂州) 下列运算正确的是 ()

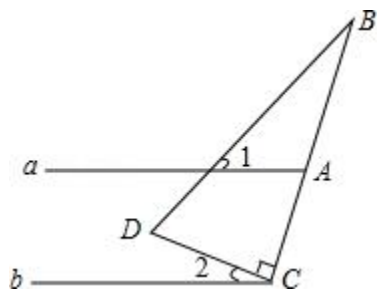
- A. $(-2x^2)^3 = -6x^6$ B. $(3a-b)^2 = 9a^2 - b^2$ C. $x^2 \cdot x^3 = x^5$ D. $x^2 + x^3 = x^5$

3. (3 分) (2014•鄂州) 如图, 几何体是由一些正方体组合而成的立体图形, 则这个几何体的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) (2014•鄂州) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直角三角形如图放置, $\angle DCB = 90^\circ$. 若 $\angle 1 + \angle B = 70^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 20° B. 40° C. 30° D. 25°

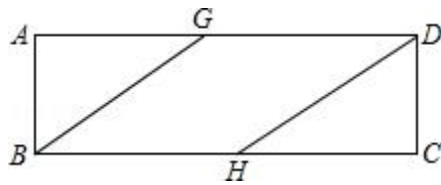
5. (3 分) (2014•鄂州) 点 A 为双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上一点, B 为 x 轴上一点, 且 $\triangle AOB$ 为等边三角形, $\triangle AOB$ 的边长为 2, 则 k 的值为 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\pm 2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{3}$

6. (3 分) (2014•鄂州) 圆锥体的底面半径为 2, 侧面积为 8π , 则其侧面展开图的圆心角为 ()

- A. 90° B. 120° C. 150° D. 180°

7. (3分) (2014•鄂州) 在矩形 ABCD 中, $AD=3AB$, 点 G、H 分别在 AD、BC 上, 连 BG、DH, 且 $BG \parallel DH$, 当 $\frac{AG}{AD} =$ () 时, 四边形 BHDG 为菱形.



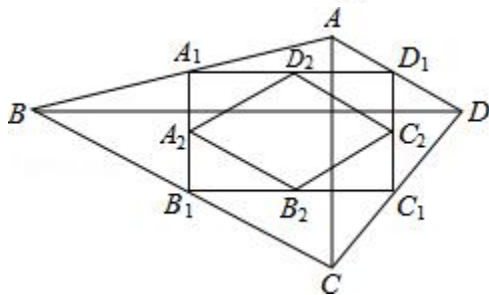
- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{3}{8}$

8. (3分) (2014•鄂州) 近几年, 我国经济高速发展, 但退休人员待遇持续偏低. 为了促进社会公平, 国家决定大幅增加退休人员退休金. 企业退休职工李师傅 2011 年月退休金为 1500 元, 2013 年达到 2160 元. 设李师傅的月退休金从 2011 年到 2013 年年平均增长率为 x , 可列方程为 ()

- A. $2016(1-x)^2=1500$ B. $1500(1+x)^2=2160$
C. $1500(1-x)^2=2160$ D. $1500+1500(1+x)+1500(1+x)^2=2160$

9. (3分) (2014•鄂州) 如图, 四边形 ABCD 中, $AC=a$, $BD=b$, 且 $AC \perp BD$, 顺次连接四边形 ABCD 各边中点, 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$, 再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点, 得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$, 如此进行下去, 得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$. 下列结论正确的是 ()

- ①四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 是菱形;
②四边形 $A_3B_3C_3D_3$ 是矩形;
③四边形 $A_7B_7C_7D_7$ 周长为 $\frac{a+b}{8}$;
④四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 面积为 $\frac{a \cdot b}{2^n}$.



- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①②③④

10. (3 分) (2014•鄂州) 已知抛物线的顶点为 $y=ax^2+bx+c$ ($0 < 2a < b$) 的顶点为 $P(x_0, y_0)$,

点 $A(1, y_A)$, $B(0, y_B)$, $C(-1, y_C)$ 在该抛物线上, 当 $y_0 \geq 0$ 恒成立时, $\frac{y_A}{y_B - y_C}$ 的

最小值为 ()

A. 1

B. 2

C. 4

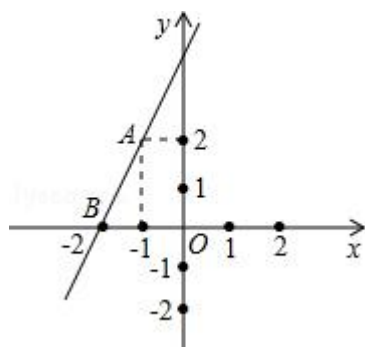
D. 3

二、填空题: (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2014•鄂州) $\sqrt{4}$ 的算术平方根为_____.

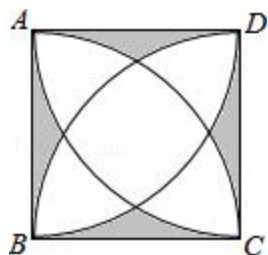
12. (3 分) (2014•鄂州) 小林同学为了在体育中考获得好成绩, 每天早晨坚持练习跳绳, 临考前, 体育老师记载了他 5 次练习成绩, 分别为 143、145、144、146、a, 这五次成绩的平均数为 144. 小林自己又记载了两次练习成绩为 141、147, 则他七次练习成绩的平均数为_____.

13. (3 分) (2014•鄂州) 如图, 直线 $y=kx+b$ 过 $A(-1, 2)$ 、 $B(-2, 0)$ 两点, 则 $0 \leq kx+b \leq -2x$ 的解集为_____.

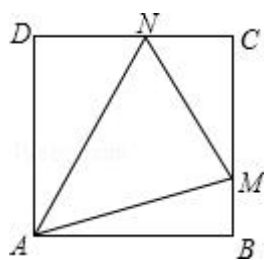


14. (3 分) (2014•鄂州) 在平面直角坐标中, 已知点 $A(2, 3)$ 、 $B(4, 7)$, 直线 $y=kx-k$ ($k \neq 0$) 与线段 AB 有交点, 则 k 的取值范围为_____.

15. (3 分) (2014•鄂州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 四条弧分别以相应顶点为圆心, 正方形 $ABCD$ 的边长为半径. 求阴影部分的面积_____.



16. (3 分) (2014•鄂州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 1, 点 M , N 分别在 BC , CD 上, 使得 $\triangle CMN$ 的周长为 2, 则 $\triangle MAN$ 的面积最小值为_____.



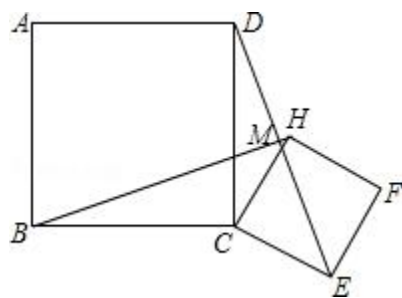
三. 解答题 (17-20 每题 8 分, 21-22 每题 9 分, 23 题 10 分, 24 题 12 分, 共 72 分)

17. (8 分) (2014•鄂州) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{a-2} + \frac{1}{a+2}) \div \frac{2a}{a+2}$, 其中 $a=2-\sqrt{2}$.

18. (8 分) (2014•鄂州) 在平面内正方形 ABCD 与正方形 CEFH 如图放置, 连 DE, BH, 两线交于 M. 求证:

(1) $BH=DE$.

(2) $BH \perp DE$.



19. (8 分) (2014•鄂州) 学校举行“文明环保，从我做起”征文比赛. 现有甲、乙两班各上交 30 篇作文，现将两班的各 30 篇作文的成绩 (单位: 分) 统计如下:

甲班:

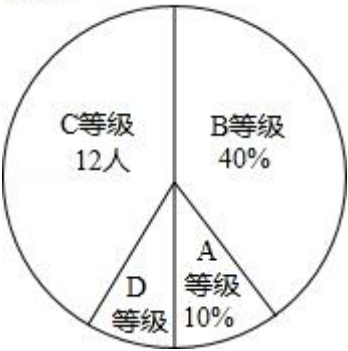
等级	成绩 (S)	频数
A	$90 < S \leq 100$	x
B	$80 < S \leq 90$	15
C	$70 < S \leq 80$	10
D	$S \leq 70$	3
合计		30

根据上面提供的信息回答下列问题

(1) 表中 $x=$ _____, 甲班学生成绩的中位数落在等级_____中, 扇形统计图中等级 D 部分的扇形圆心角 $n=$ _____.

(2) 现学校决定从两班所有 A 等级成绩的学生中随机抽取 2 名同学参加市级征文比赛. 求抽取到两名学生恰好来自同一班级的概率 (请列树状图或列表求解).

乙班:



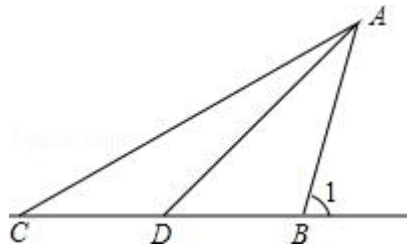
20. (8 分) (2014•鄂州) 一元二次方程 $mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$.

- (1) 若方程有两实数根, 求 m 的范围.
- (2) 设方程两实根为 x_1, x_2 , 且 $|x_1 - x_2| = 1$, 求 m .

21. (9分) (2014•鄂州) 小方与同学一起去郊游, 看到一棵大树斜靠在一小土坡上, 他想知道树有多长, 于是他借来测角仪和卷尺. 如图, 他在点 C 处测得树 AB 顶端 A 的仰角为 30° , 沿着 CB 方向向大树行进 10 米到达点 D, 测得树 AB 顶端 A 的仰角为 45° , 又测得树 AB 倾斜角 $\angle 1=75^\circ$.

(1) 求 AD 的长.

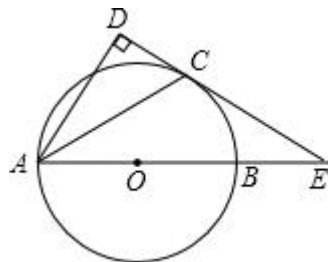
(2) 求树长 AB.



22. (9分) (2014•鄂州) 如图, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 $\angle BAD$ 的角平分线于 C, 过 C 作 $CD \perp AD$ 于 D, 交 AB 的延长线于 E.

(1) 求证: CD 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $\frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}$, 求 $\cos \angle DAB$.



23. (10分) (2014•鄂州) 大学生小张利用暑假 50 天在一超市勤工俭学, 被安排销售一款成本为 40 元/件的新型商品, 此类新型商品在第 x 天的销售量 p 件与销售的天数 x 的关系如下表:

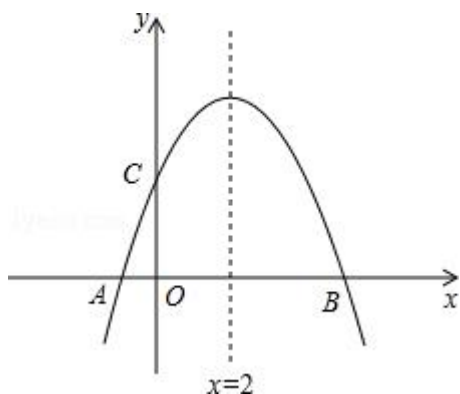
x (天)	1	2	3	...	50
p (件)	118	116	114	...	20

销售单价 q (元/件) 与 x 满足: 当 $1 \leq x < 25$ 时 $q = x + 60$; 当 $25 \leq x \leq 50$ 时 $q = 40 + \frac{1125}{x}$.

- (1) 请分析表格中销售量 p 与 x 的关系，求出销售量 p 与 x 的函数关系。
- (2) 求该超市销售该新商品第 x 天获得的利润 y 元关于 x 的函数关系式。
- (3) 这 50 天中，该超市第几天获得利润最大？最大利润为多少？

24. (12 分) (2014•鄂州) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = \frac{5}{4}x + m$ 的图象与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ ，与 y 轴交于点 C 。以直线 $x=2$ 为对称轴的抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过 A 、 C 两点，并与 x 轴正半轴交于点 B 。

- (1) 求 m 的值及抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的函数表达式。
- (2) 设点 $D(0, \frac{25}{12})$ ，若 F 是抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 对称轴上使得 $\triangle ADF$ 的周长取得最小值的点，过 F 任意作一条与 y 轴不平行的直线交抛物线 C_1 于 $M_1(x_1, y_1)$ ， $M_2(x_2, y_2)$ 两点，试探究 $\frac{1}{M_1F} + \frac{1}{M_2F}$ 是否为定值？请说明理由。
- (3) 将抛物线 C_1 作适当平移，得到抛物线 $C_2: y_2 = -\frac{1}{4}(x-h)^2$ ， $h > 1$ 。若当 $1 < x \leq m$ 时， $y_2 \geq -x$ 恒成立，求 m 的最大值。



2014 年湖北省鄂州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•鄂州) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

考点：绝对值；相反数.

分析：根据绝对值的定义，这个数在数轴上的点到原点的距离， $-\frac{1}{2}$ 的绝对值为 $\frac{1}{2}$ ；再根据相反数的定义，只有符号不同的两个数是互为相反数， $\frac{1}{2}$ 的相反数为 $-\frac{1}{2}$ ；

解答：解： $-\frac{1}{2}$ 的绝对值为： $|\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}$ ；

$\frac{1}{2}$ 的相反数为： $-\frac{1}{2}$ ；

所以 $-\frac{1}{2}$ 的绝对值的相反数是为： $-\frac{1}{2}$ ；

故选：B.

点评：此题考查了绝对值及相反数，关键明确：相反数的定义，只有符号不同的两个数是互为相反数；绝对值的定义，这个数在数轴上的点到原点的距离.

2. (3 分) (2014•鄂州) 下列运算正确的是 ()

- A. $(-2x^2)^3 = -6x^6$ B. $(3a-b)^2 = 9a^2 - b^2$ C. $x^2 \cdot x^3 = x^5$ D. $x^2 + x^3 = x^5$

考点：完全平方公式；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

专题：计算题.

分析：A、原式利用幂的乘方与积的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

B、原式利用完全平方公式展开得到结果，即可做出判断；

C、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可做出判断；

D、原式不能合并，错误.

解答：解：A、原式 $= -8x^6$ ，错误；

B、原式 $= 9a^2 - 6ab + b^2$ ，错误；

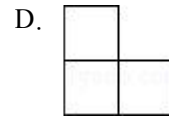
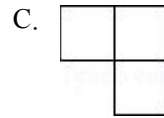
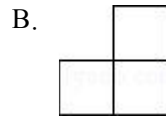
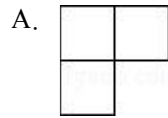
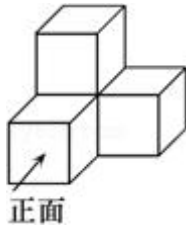
C、原式 $= x^5$ ，正确；

D、原式不能合并，错误，

故选 C

点评：此题考查了完全平方公式，合并同类项，同底数幂的乘法，以及幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

3. (3 分) (2014•鄂州) 如图，几何体是由一些正方体组合而成的立体图形，则这个几何体的左视图是 ()



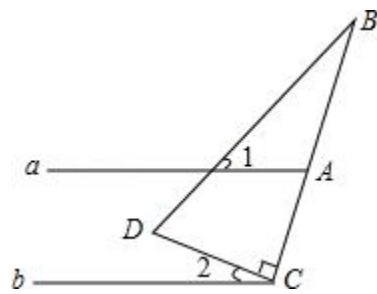
考点：简单组合体的三视图.

分析：根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

解答：解：从左边看第一层是两个正方形，第二层是左边一个正方形，
故选：D.

点评：本题考查简单组合体的三视图，从左边看得到的图形是左视图.

4. (3 分) (2014•鄂州) 如图，直线 $a \parallel b$ ，直角三角形如图放置， $\angle DCB=90^\circ$. 若 $\angle 1 + \angle B=70^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 20°

B. 40°

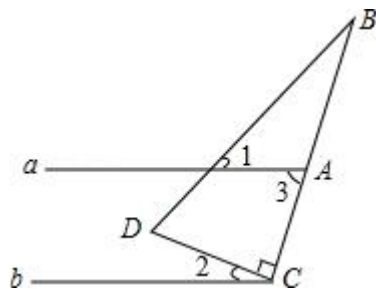
C. 30°

D. 25°

考点：平行线的性质.

分析：根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和可得 $\angle 3 = \angle 1 + \angle B$ ，再根据两直线平行，同旁内角互补列式计算即可得解.

解答：解：由三角形的外角性质， $\angle 3 = \angle 1 + \angle B = 70^\circ$ ，
 $\because a \parallel b$ ， $\angle DCB = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 - 90^\circ = 180^\circ - 70^\circ - 90^\circ = 20^\circ$.
故选 A.



点评：本题考查了平行线的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，熟记性质并准确识图是解题的关键.

5. (3分) (2014•鄂州) 点A为双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 上一点, B为x轴上一点, 且 $\triangle AOB$ 为等边三角形, $\triangle AOB$ 的边长为2, 则k的值为 ()
- A. $2\sqrt{3}$ B. $\pm 2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{3}$

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征; 等边三角形的性质.

分析: 分两种情况: 点A在第一象限或第二象限, 从而得出点B的坐标, 再根据 $\triangle AOB$ 为等边三角形, $\triangle AOB$ 的边长为2, 求出点A坐标, 即可得出k值.

解答: 解: 当点A在第一象限时, 过A作 $AC\perp OB$ 于C, 如图1,

$$\because OB=2,$$

$$\therefore B \text{ 点的坐标是 } (2, 0);$$

$$\because \angle AOC=60^\circ, AO=BO=2,$$

$$\therefore OC=1, AC=2\sin 60^\circ=\sqrt{3},$$

$$\therefore A \text{ 点的坐标是 } (1, \sqrt{3}),$$

$$\because \text{点A为双曲线 } y=\frac{k}{x} \text{ (} k\neq 0 \text{) 上一点,}$$

$$\therefore k=\sqrt{3};$$

当点A在第二象限时, 过A作 $AC\perp OB$ 于C, 如图2,

$$\because OB=2,$$

$$\therefore B \text{ 点的坐标是 } (-2, 0);$$

$$\because \angle AOC=60^\circ, AO=BO=2,$$

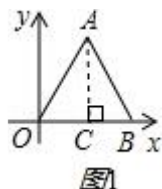
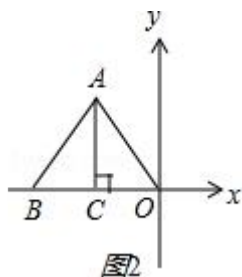
$$\therefore OC=1, AC=2\sin 60^\circ=\sqrt{3},$$

$$\therefore A \text{ 点的坐标是 } (-1, \sqrt{3}),$$

$$\because \text{点A为双曲线 } y=\frac{k}{x} \text{ (} k\neq 0 \text{) 上一点,}$$

$$\therefore k=-\sqrt{3};$$

故选D.



点评: 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征以及等边三角形的性质, 是基础题难度不大.

6. (3分) (2014•鄂州) 圆锥体的底面半径为2, 侧面积为 8π , 则其侧面展开图的圆心角为 ()
- A. 90° B. 120° C. 150° D. 180°

考点：圆锥的计算.

专题：计算题.

分析：设圆锥的侧面展开图的圆心角为 n° ，母线长为 R ，先根据锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式得到

$$\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot R = 8\pi, \text{ 解得 } R=4, \text{ 然后根据弧长公式得到 } \frac{n \cdot \pi \cdot 4}{180} = 2 \cdot 2\pi, \text{ 再解关于 } n \text{ 的方程即可.}$$

解答：解：设圆锥的侧面展开图的圆心角为 n° ，母线长为 R ，

$$\text{根据题意得 } \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot R = 8\pi, \text{ 解得 } R=4,$$

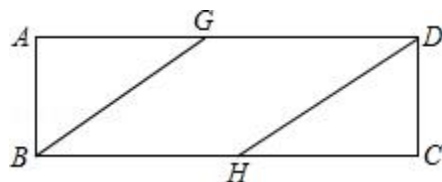
$$\text{所以 } \frac{n \cdot \pi \cdot 4}{180} = 2 \cdot 2\pi, \text{ 解得 } n=180,$$

即圆锥的侧面展开图的圆心角为 180° .

故选 D.

点评：本题考查了圆锥的计算：锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

7. (3 分) (2014•鄂州) 在矩形 ABCD 中， $AD=3AB$ ，点 G、H 分别在 AD、BC 上，连 BG、DH，且 $BG \parallel DH$ ，当 $\frac{AG}{AD} = (\quad)$ 时，四边形 BHDG 为菱形.



A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{3}{8}$

考点：菱形的判定.

分析：首先根据菱形的性质可得 $BG=GD$ ，然后设 $AB=x$ ，则 $AD=3x$ ，设 $AG=y$ ，则 $GD=3x-y$ ， $BG=3x-y$ ，再根据勾股定理可得 $y^2+x^2=(3x-y)^2$ ，再整理得 $\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$ ，然后可得 $y=\frac{4}{3}x$ ，再进一步可

得 $\frac{AG}{AD}$ 的值.

解答：解： $\because$ 四边形 BGDH 是菱形，

$$\therefore BG=GD,$$

$$\text{设 } AB=x, \text{ 则 } AD=3x,$$

$$\text{设 } AG=y, \text{ 则 } GD=3x-y, BG=3x-y,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AGB \text{ 中, } AG^2+AB^2=GB^2,$$

$$\therefore y^2+x^2=(3x-y)^2,$$

$$\text{整理得: } \frac{x}{y}=\frac{3}{4},$$

$$y=\frac{4}{3}x,$$

$$\therefore \frac{AG}{AD} = \frac{y}{3x} = \frac{\frac{4}{3}x}{3x} = \frac{4}{9}$$

故选：C.

点评：此题主要考查了菱形的性质，以及勾股定理的应用，关键是掌握菱形四边相等.

8. (3分) (2014•鄂州) 近几年，我国经济高速发展，但退休人员待遇持续偏低. 为了促进社会公平，国家决定大幅增加退休人员退休金. 企业退休职工李师傅2011年月退休金为1500元，2013年达到2160元. 设李师傅的月退休金从2011年到2013年年平均增长率为 x ，可列方程为（ ）

A. $2016(1-x)^2=1500$

B. $1500(1+x)^2=2160$

C. $1500(1-x)^2=2160$

D. $1500+1500(1+x)+1500(1+x)^2=2160$

考点：由实际问题抽象出一元二次方程.

专题：增长率问题.

分析：本题是关于增长率问题，一般用增长后的量=增长前的量 $\times(1+\text{增长率})$ ，如果设该厂缴税的年平均增长率为 x ，那么根据题意可用 x 表示今年缴税数，然后根据已知可以得出方程.

解答：解：如果设李师傅的月退休金从2011年到2013年年平均增长率为 x ，

那么根据题意得今年缴税 $1500(1+x)^2$ ，

列出方程为： $1500(1+x)^2=2160$.

故选 B.

点评：考查了由实际问题抽象出一元二次方程，平均增长率问题，一般形式为 $a(1+x)^2=b$ ， a 为起始时间的有关数量， b 为终止时间的有关数量.

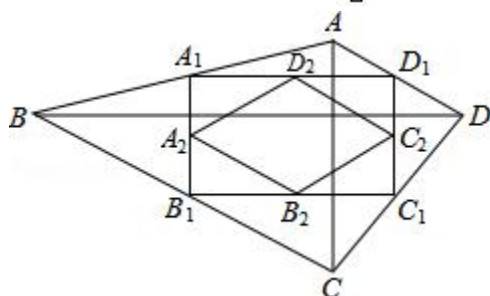
9. (3分) (2014•鄂州) 如图，四边形ABCD中， $AC=a$ ， $BD=b$ ，且 $AC \perp BD$ ，顺次连接四边形ABCD各边中点，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点，得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$ ，如此进行下去，得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$. 下列结论正确的是（ ）

①四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 是菱形;

②四边形 $A_3B_3C_3D_3$ 是矩形;

③四边形 $A_7B_7C_7D_7$ 周长为 $\frac{a+b}{8}$;

④四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 面积为 $\frac{a \cdot b}{2^n}$.



A. ①②③

B. ②③④

C. ①③④

D. ①②③④

考点：中点四边形.

专题：规律型.

分析: 首先根据题意, 找出变化后的四边形的边长与四边形 ABCD 中各边长的长度关系规律, 然后对以下选项作出分析与判断:

- ①根据矩形的判定与性质作出判断;
- ②根据菱形的判定与性质作出判断;
- ③由四边形的周长公式: 周长=边长之和, 来计算四边形 $A_5B_5C_5D_5$ 的周长;
- ④根据四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积与四边形 ABCD 的面积间的数量关系来求其面积.

解答: 解: ①连接 A_1C_1 , B_1D_1 .

$\because$ 在四边形 ABCD 中, 顺次连接四边形 ABCD 各边中点, 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$,

$\therefore A_1D_1 \parallel BD$, $B_1C_1 \parallel BD$, $C_1D_1 \parallel AC$, $A_1B_1 \parallel AC$;

$\therefore A_1D_1 \parallel B_1C_1$, $A_1B_1 \parallel C_1D_1$,

$\therefore$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是平行四边形;

$\because AC \perp BD$, $\therefore$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是矩形,

$\therefore B_1D_1 = A_1C_1$ (矩形的两条对角线相等);

$\therefore A_2D_2 = C_2D_2 = C_2B_2 = B_2A_2$ (中位线定理),

$\therefore$ 四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是菱形;

$\therefore$ 四边形 $A_3B_3C_3D_3$ 是矩形;

$\therefore$ 根据中位线定理知, 四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 是菱形;

故①②正确;

③根据中位线的性质易知, $A_7B_7 = \frac{1}{2}A_5B_5 = \frac{1}{2}A_3B_3 = \frac{1}{2}A_1B_1 = \frac{1}{2}AC$,

$B_7C_7 = B_5C_5 = \frac{1}{2}B_3C_3 = \frac{1}{2}B_1C_1 = \frac{1}{2}BD$,

$\therefore$ 四边形 $A_7B_7C_7D_7$ 的周长是 $2 \times \frac{1}{16}(a+b) = \frac{a+b}{8}$,

故本选项正确;

④ $\because$ 四边形 ABCD 中, $AC=a$, $BD=b$, 且 $AC \perp BD$,

$\therefore S_{\text{四边形 ABCD}} = ab \div 2$;

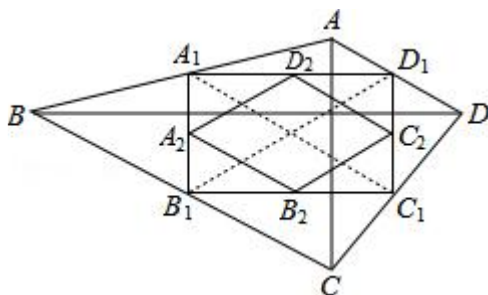
由三角形的中位线的性质可以推知, 每得到一次四边形, 它的面积变为原来的一半,

四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是 $\frac{ab}{2^{n+1}}$,

故本选项错误;

综上所述, ②③①正确.

故选 A.



点评: 本题主要考查了菱形的判定与性质、矩形的判定与性质及三角形的中位线定理 (三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半). 解答此题时, 需理清菱形、矩形与平行四边形的关系.

10. (3分) (2014•鄂州) 已知抛物线的顶点为 $y=ax^2+bx+c$ ($0 < 2a < b$) 的顶点为 $P(x_0, y_0)$,

点 $A(1, y_A)$, $B(0, y_B)$, $C(-1, y_C)$ 在该抛物线上, 当 $y_0 \geq 0$ 恒成立时, $\frac{y_A}{y_B - y_C}$ 的

最小值为 ()

A. 1

B. 2

C. 4

D. 3

考点: 二次函数的性质.

专题: 计算题.

分析: 由 $0 < 2a < b$ 得 $x_0 = -\frac{b}{2a} < -1$, 作 $AA_1 \perp x$ 轴于点 A_1 , $CD \perp y$ 轴于点 D , 连接 BC , 过点 A 作 $AF \parallel BC$, 交抛物线于点 $E(x_1, y_E)$, 交 x 轴于点 $F(x_2, 0)$, 则 $AA_1 = y_A$, $OA_1 = 1$, $BD = y_B - y_C$, $CD = 1$, 易证得 $Rt\triangle AFA_1 \sim Rt\triangle BCD$, 利用相似比得到 $\frac{y_A}{y_B - y_C} = \frac{x_2 - 1}{1}$; 过点 E 作 $EG \perp AA_1$ 于点 G , 易得 $\triangle AEG \sim \triangle BCD$, 利用相似比得 $\frac{y_A - y_E}{y_B - y_C} = \frac{1 - x_1}{1}$, 再把点 $A(1, y_A)$, $B(0, y_B)$, $C(-1, y_C)$, $E(x_1, y_E)$ 代入抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 得 $y_A = a + b + c$, $y_B = c$, $y_C = a - b + c$, $y_E = ax_1^2 + bx_1 + c$, 所以 $\frac{a + b + c - (ax_1^2 + bx_1 + c)}{c - (a - b + c)} = 1 - x_1$, 整理得 $x_1^2 + x_1 - 2 = 0$, 解得 $x_1 = -2$ ($x_1 = 1$ 舍去), 由于 $y_0 \geq 0$ 恒成立, 则有 $x_2 \leq x_1 < -1$, 所以 $1 - x_2 \geq 1 - x_1$, 即 $1 - x_2 \geq 3$, 于是得到 $\frac{y_A}{y_B - y_C} \geq 3$, 所以 $\frac{y_A}{y_B - y_C}$ 的最小值为 3.

解答: 解: 由 $0 < 2a < b$, 得 $x_0 = -\frac{b}{2a} < -1$,

由题意, 如图, 过点 A 作 $AA_1 \perp x$ 轴于点 A_1 , 则 $AA_1 = y_A$, $OA_1 = 1$,

连接 BC , 过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D , 则 $BD = y_B - y_C$, $CD = 1$,

过点 A 作 $AF \parallel BC$, 交抛物线于点 $E(x_1, y_E)$, 交 x 轴于点 $F(x_2, 0)$,

则 $\angle FAA_1 = \angle CBD$.

于是 $Rt\triangle AFA_1 \sim Rt\triangle BCD$,

所以 $\frac{AA_1}{BD} = \frac{FA_1}{CD}$, 即 $\frac{y_A}{y_B - y_C} = \frac{x_2 - 1}{1}$,

过点 E 作 $EG \perp AA_1$ 于点 G ,

易得 $\triangle AEG \sim \triangle BCD$.

有 $\frac{AG}{BD} = \frac{EG}{CD}$, 即 $\frac{y_A - y_E}{y_B - y_C} = \frac{1 - x_1}{1}$,

$\because$ 点 $A(1, y_A)$, $B(0, y_B)$, $C(-1, y_C)$, $E(x_1, y_E)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上,

得 $y_A = a + b + c$, $y_B = c$, $y_C = a - b + c$, $y_E = ax_1^2 + bx_1 + c$,

$$\therefore \frac{a+b+c - (ax_1^2+bx_1+c)}{c - (a-b+c)} = 1 - x_1,$$

化简, 得 $x_1^2+x_1-2=0$, 解得 $x_1=-2$ ($x_1=1$ 舍去),

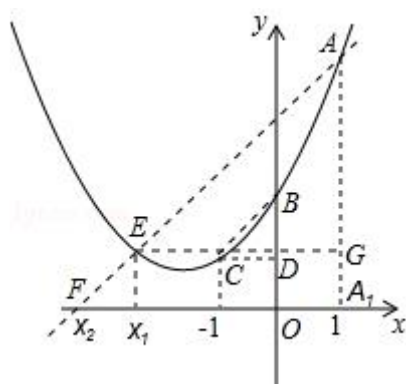
$\therefore y_0 \geq 0$ 恒成立, 根据题意, 有 $x_2 \leq x_1 < -1$,

则 $1-x_2 \geq 1-x_1$, 即 $1-x_2 \geq 3$.

$$\therefore \frac{y_A}{y_B - y_C} \geq 3,$$

$$\therefore \frac{y_A}{y_B - y_C} \text{ 的最小值为 } 3.$$

故选 D.



点评:

本题考查了二次函数的性质: 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$,

对称轴直线 $x=-\frac{b}{2a}$, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象具有如下性质: ①当 $a > 0$ 时, 抛

物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的开口向上, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x

的增大而增大; $x=-\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$, 即顶点是抛物线的最低点. ②当 $a < 0$

时, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的开口向下, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x > -\frac{b}{2a}$ 时,

y 随 x 的增大而减小; $x=-\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$, 即顶点是抛物线的最高点.

二、填空题: (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2014•鄂州) $\sqrt{4}$ 的算术平方根为 $\underline{\sqrt{2}}$.

考点: 算术平方根.

专题: 计算题.

分析：首先根据算术平方根的定义计算先 $\sqrt{4}=2$ ，再求2的算术平方根即可.

解答：解： $\because \sqrt{4}=2$ ，
 $\therefore \sqrt{4}$ 的算术平方根为 $\sqrt{2}$.

点评：此题考查了算术平方根的定义，解题的关键是知道 $\sqrt{4}=2$ ，实际上这个题是求2的算术平方根. 注意这里的双重概念.

12. (3分) (2014•鄂州) 小林同学为了在体育中考获得好成绩，每天早晨坚持练习跳绳，临考前，体育老师记载了他5次练习成绩，分别为143、145、144、146、a，这五次成绩的平均数为144. 小林自己又记载了两次练习成绩为141、147，则他七次练习成绩的平均数为144.

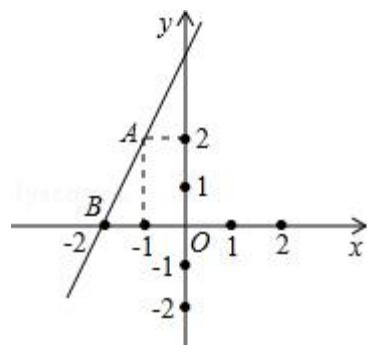
考点：算术平均数.

分析：先根据平均数的定义由五次成绩的平均数为144得出这五次成绩的总数为 144×5 ，再根据平均数的定义即可求出他七次练习成绩的平均数.

解答：解： $\because$ 小林五次成绩(143、145、144、146、a)的平均数为144，
 $\therefore$ 这五次成绩的总数为 $144 \times 5 = 720$ ，
 $\because$ 小林自己又记载了两次练习成绩为141、147，
 $\therefore$ 他七次练习成绩的平均数为 $(720 + 141 + 147) \div 7 = 1008 \div 7 = 144$.
故答案为144.

点评：本题考查了平均数的定义：平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

13. (3分) (2014•鄂州) 如图，直线 $y=kx+b$ 过A(-1, 2)、B(-2, 0)两点，则 $0 \leq kx+b \leq -2x$ 的解集为 $-2 \leq x \leq -1$.

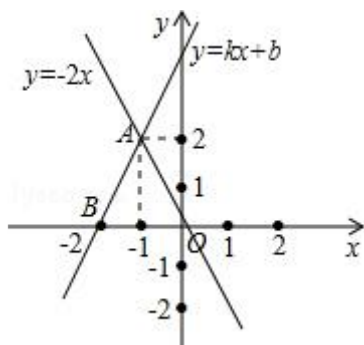


考点：一次函数与一元一次不等式.

专题：数形结合.

分析：先确定直线OA的解析式为 $y=-2x$ ，然后观察函数图象得到当 $-2 \leq x \leq -1$ 时， $y=kx+b$ 的图象在x轴上方且在直线 $y=-2x$ 的下方.

解答：解：直线OA的解析式为 $y=-2x$ ，
当 $-2 \leq x \leq -1$ 时， $0 \leq kx+b \leq -2x$.
故答案为 $-2 \leq x \leq -1$.



点评： 本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y=ax+b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合．

14. (3 分) (2014•鄂州) 在平面直角坐标中，已知点 A (2, 3)、B (4, 7)，直线 $y=kx-k$ ($k \neq 0$) 与线段 AB 有交点，则 k 的取值范围为 $\frac{7}{3} \leq k \leq 3$ ．

考点： 两条直线相交或平行问题．

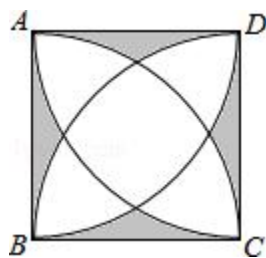
专题： 计算题．

分析： 由于当 $x=1$ 时， $y=0$ ，所以直线 $y=kx-k$ 过定点 (1, 0)，因为直线 $y=kx-k$ ($k \neq 0$) 与线段 AB 有交点，所以当直线 $y=kx-k$ 过 B (4, 7) 时， k 值最小；当直线 $y=kx-k$ 过 A (2, 3) 时， k 值最大，然后把 B 点和 A 点坐标代入 $y=kx-k$ 可计算出对应的 k 的值，从而得到 k 的取值范围．

解答： 解： $\because y=k(x-1)$ ，
 $\therefore x=1$ 时， $y=0$ ，即直线 $y=kx-k$ 过定点 (1, 0)，
 $\because$ 直线 $y=kx-k$ ($k \neq 0$) 与线段 AB 有交点，
 $\therefore$ 当直线 $y=kx-k$ 过 B (4, 7) 时， k 值最小，则 $4k-k=7$ ，解得 $k=\frac{7}{3}$ ；当直线 $y=kx-k$ 过 A (2, 3) 时， k 值最大，则 $2k-k=3$ ，解得 $k=3$ ，
 $\therefore k$ 的取值范围为 $\frac{7}{3} \leq k \leq 3$ ．
 故答案为 $\frac{7}{3} \leq k \leq 3$ ．

点评： 本题考查了两条直线相交或平行问题：两条直线的交点坐标，就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解；若两条直线是平行的关系，那么他们的自变量系数相同，即 k 值相同．

15. (3 分) (2014•鄂州) 如图，正方形 ABCD 的边长为 2，四条弧分别以相应顶点为圆心，正方形 ABCD 的边长为半径．求阴影部分的面积 $16-4\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}$ ．



考点：扇形面积的计算；正方形的性质.

分析：如解答图，作辅助线，利用图形的对称性求解. 解题要点是求出弓形 OmC 的面积.

解答：解：如图，设点 O 为弧的一个交点.

连接 OA、OB，则 $\triangle OAB$ 为等边三角形， $\therefore \angle OBC = 30^\circ$.

过点 O 作 $EF \perp CD$ ，分别交 AB、CD 于点 E、F，则 OE 为等边 $\triangle OAB$ 的高，

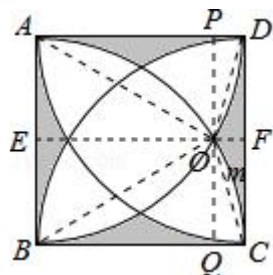
$$\therefore OE = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \sqrt{3}, \therefore OF = 2 - \sqrt{3}.$$

过点 O 作 $PQ \perp BC$ ，分别交 AD、BC 于点 P、Q，则 OQ=1.

$$S_{\text{弓形 OmC}} = S_{\text{扇形 OBC}} - S_{\triangle OBC} = \frac{30 \times \pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = \frac{\pi}{3} - 1.$$

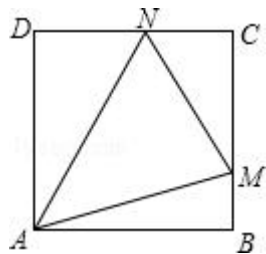
$$\therefore S_{\text{阴影}} = 4 (S_{\triangle OCD} - 2S_{\text{弓形 OmC}}) = 4 \left[\frac{1}{2} \times 2 \times (2 - \sqrt{3}) - 2 \left(\frac{\pi}{3} - 1 \right) \right] = 16 - 4\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}.$$

$$\text{故答案为: } 16 - 4\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}.$$



点评：本题考查了扇形的面积公式和正方形性质的+应用，主要考查学生的计算能力，题目比较好，难度不大.

16. (3 分) (2014•鄂州) 如图，正方形 ABCD 的边长是 1，点 M，N 分别在 BC，CD 上，使得 $\triangle CMN$ 的周长为 2，则 $\triangle MAN$ 的面积最小值为 $\underline{\sqrt{2}-1}$.



考点：正方形的性质；二次函数的最值；全等三角形的判定与性质.

分析：如图，延长 CB 至 L，使 $BL = DN$ ，则 $\text{Rt} \triangle ABL \cong \text{Rt} \triangle AND$ ，故 $AL = AN$ ，进而求证

$\triangle AMN \cong \triangle AML$ ，即可求得 $\angle MAN = \angle MAL = 45^\circ$. 设 $CM = x$ ， $CN = y$ ， $MN = z$ ，根据 $x^2 + y^2 = z^2$ ，和 $x + y + z = 2$ ，整理根据 $\Delta = 4(z - 2)^2 - 32(1 - z) \geq 0$ 可以解题.

解答: 解: 延长 CB 至 L, 使 BL=DN,

则 $\text{Rt}\triangle ABL \cong \text{Rt}\triangle AND$,

故 $AL=AN$,

$\therefore \triangle AMN \cong \triangle AML$,

$\therefore \angle MAN = \angle MAL = 45^\circ$,

设 $CM=x$, $CN=y$, $MN=z$

$$x^2 + y^2 = z^2,$$

$$\therefore x + y + z = 2,$$

$$\text{则 } x = 2 - y - z$$

$$\therefore (2 - y - z)^2 + y^2 = z^2,$$

$$\text{整理得 } 2y^2 + (2z - 4)y + (4 - 4z) = 0,$$

$$\therefore \Delta = 4(z - 2)^2 - 32(1 - z) \geq 0,$$

$$\text{即 } (z + 2 + 2\sqrt{2})(z + 2 - 2\sqrt{2}) \geq 0,$$

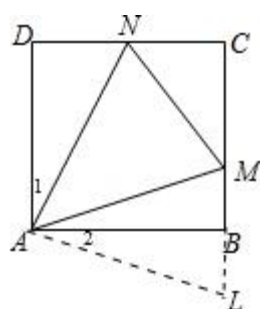
又 $\because z > 0$,

$\therefore z \geq 2\sqrt{2} - 2$, 当且仅当 $x = y = 2 - \sqrt{2}$ 时等号成立

$$\text{此时 } S_{\triangle AMN} = S_{\triangle AML} = \frac{1}{2} ML \cdot AB = \frac{1}{2} z$$

因此, 当 $z = 2\sqrt{2} - 2$, $x = y = 2 - \sqrt{2}$ 时, $S_{\triangle AMN}$ 取到最小值为 $\sqrt{2} - 1$.

故答案为 $\sqrt{2} - 1$.



点评: 本题考查了勾股定理在直角三角形中的应用, 考查了正方形各边相等, 各内角是直角的性质, 本题求证三角形全等是解题的关键.

三. 解答题 (17-20 每题 8 分, 21-22 每题 9 分, 23 题 10 分, 24 题 12 分, 共 72 分)

17. (8 分) (2014•鄂州) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{a-2} + \frac{1}{a+2}) \div \frac{2a}{a+2}$, 其中 $a = 2 - \sqrt{2}$.

考点: 分式的化简求值.

分析: 将括号内的部分通分, 相加后再将除法转化为乘法, 然后约分.

解答:

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= (\frac{a+2}{a^2-4} + \frac{a-2}{a^2-4}) \cdot \frac{a+2}{2a} \\ &= \frac{2a}{a^2-4} \cdot \frac{a+2}{2a} \\ &= \frac{2a}{(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a+2}{2a} \end{aligned}$$

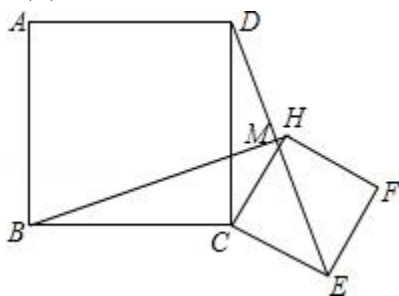
$$= \frac{1}{a-2},$$

$$\text{当 } a=2-\sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{1}{2-\sqrt{2}-2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

点评: 本题考查了分式的化简求值, 熟悉约分、通分、因式分解是解题关键.

18. (8分) (2014•鄂州) 在平面内正方形 ABCD 与正方形 CEFH 如图放置, 连 DE, BH, 两线交于 M. 求证:

- (1) BH=DE.
- (2) BH⊥DE.



考点: 全等三角形的判定与性质; 正方形的性质.

专题: 证明题.

分析: (1) 根据正方形的性质可得 $BC=CD$, $CE=CH$, $\angle BCD=\angle ECH=90^\circ$, 然后求出 $\angle BCH=\angle DCE$, 再利用“边角边”证明 $\triangle BCH$ 和 $\triangle DCE$ 全等, 根据全等三角形对应边相等证明即可;
(2) 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle CBH=\angle CDE$, 然后根据三角形的内角和定理求出 $\angle DMB=\angle BCD=90^\circ$, 再根据垂直的定义证明即可.

解答: 证明: (1) 在正方形 ABCD 与正方形 CEFH 中,

$$BC=CD, CE=CH, \angle BCD=\angle ECH=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD+\angle DCH=\angle ECH+\angle DCH,$$

$$\text{即 } \angle BCH=\angle DCE,$$

在 $\triangle BCH$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} BC=CD \\ \angle BCH=\angle DCE, \\ CE=CH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCH \cong \triangle DCE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BH=DE;$$

$$(2) \because \triangle BCH \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore \angle CBH=\angle CDE,$$

$$\therefore \angle DMB=\angle BCD=90^\circ,$$

$$\therefore BH \perp DE.$$

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质, 正方形的性质, 熟记性质并确定出全等三角形是解题的关键, 也是本题的难点.

19. (8分) (2014•鄂州) 学校举行“文明环保, 从我做起”征文比赛. 现有甲、乙两班各上交 30 篇作文, 现将两班的各 30 篇作文的成绩 (单位: 分) 统计如下:

甲班:

等级	成绩 (S)	频数
A	$90 < S \leq 100$	x
B	$80 < S \leq 90$	15
C	$70 < S \leq 80$	10
D	$S \leq 70$	3
合计		30

根据上面提供的信息回答下列问题

(1) 表中 $x = \underline{2}$, 甲班学生成绩的中位数落在等级 B 中, 扇形统计图中等级 D 部分的扇形圆心角 $n = \underline{36^\circ}$.

(2) 现学校决定从两班所有 A 等级成绩的学生中随机抽取 2 名同学参加市级征文比赛. 求抽取到两名学生恰好来自同一班级的概率 (请列树状图或列表求解).

乙班:



考点: 频数 (率) 分布表; 扇形统计图; 列表法与树状图法.

分析: (1) 利用总人数 30 减去其它各组的人数就是 x 的值, 根据中位数的定义求得中位数的值, 利用 360° 乘以对应的比例就可求得圆心角的度数;

(2) 甲班的人用甲表示, 乙班的人用乙表示, 利用列举法即可求得概率.

解答: 解: (1) $x = 30 - 15 - 10 - 3 = 2$; 中位数落在 B 组; 等级 D 部分的扇形圆心角 $n = 360^\circ \times \frac{3}{30} = 36^\circ$;

故答案是: 2, B, 36° ;

(2) 乙班 A 等级的人数是: $30 \times 10\% = 3$,

则甲班的二个人用甲表示, 乙班的三个人用乙表示.



共有 20 种情况, 则抽取到两名学生恰好来自同一班级的概率是: $\frac{8-2}{20} = \frac{3}{5}$.

点评: 考查了频数 (率) 分布表, 本题用到的知识点是: 将一组数据从小到大依次排列, 把中间数据 (或中间两数据的平均数) 叫做中位数. 频率 = 频数 ÷ 总数, 用样本估计整体让整体 × 样本的百分比即可.

20. (8 分) (2014•鄂州) 一元二次方程 $mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$.

(1) 若方程有两实数根, 求 m 的范围.

(2) 设方程两实根为 x_1, x_2 , 且 $|x_1 - x_2| = 1$, 求 m .

考点: 根的判别式; 根与系数的关系.

分析: (1) 根据关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$ 有两个实数根, 得出 $m \neq 0$ 且 $(-2m)^2 - 4 \cdot m \cdot (m - 2) \geq 0$, 求出 m 的取值范围即可;

(2) 根据方程两实根为 x_1, x_2 , 求出 $x_1 + x_2$ 和 $x_1 \cdot x_2$ 的值, 再根据 $|x_1 - x_2| = 1$, 得出 $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1$, 再把 $x_1 + x_2$ 和 $x_1 \cdot x_2$ 的值代入计算即可.

解答: 解: (1) $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$ 有两个实数根,

$\therefore m \neq 0$ 且 $\Delta \geq 0$, 即 $(-2m)^2 - 4 \cdot m \cdot (m - 2) \geq 0$,

解得 $m \geq 0$,

$\therefore m$ 的取值范围为 $m > 0$.

(2) $\because$ 方程两实根为 x_1, x_2 ,

$\therefore x_1 + x_2 = 2, x_1 \cdot x_2 = \frac{m-2}{m}$,

$\because |x_1 - x_2| = 1$,

$\therefore (x_1 - x_2)^2 = 1$,

$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1$,

$\therefore 2^2 - 4 \times \frac{m-2}{m} = 1$,

解得: $m = 8$;

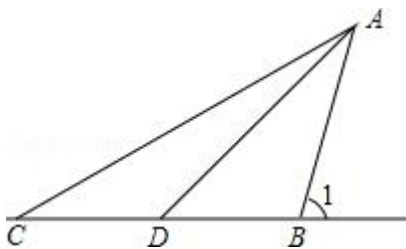
经检验 $m = 8$ 是原方程的解.

点评: 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程没有实数根.

21. (9分) (2014•鄂州) 小方与同学一起去郊游, 看到一棵大树斜靠在一小土坡上, 他想知道树有多长, 于是他借来测角仪和卷尺. 如图, 他在点 C 处测得树 AB 顶端 A 的仰角为 30° , 沿着 CB 方向向大树行进 10 米到达点 D , 测得树 AB 顶端 A 的仰角为 45° , 又测得树 AB 倾斜角 $\angle 1 = 75^\circ$.

(1) 求 AD 的长.

(2) 求树长 AB .



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

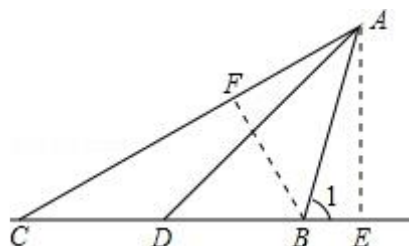
分析: (1) 过点 A 作 $AE \perp CB$ 于点 E , 设 $AE = x$, 分别表示出 CE 、 DE , 再由 $CD = 10$, 可得方程, 解出 x 的值, 在 $Rt\triangle ADE$ 中可求出 AD ;

(2) 过点 B 作 $BF \perp AC$ 于点 F , 设 $BF = y$, 分别表示出 CF 、 AF , 解出 y 的值后, 在 $Rt\triangle ABF$ 中可求出 AB 的长度.

解答: 解: (1) 过点 A 作 $AE \perp CB$ 于点 E , 设 $AE = x$,

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle C=30^\circ$,
 $\therefore CE=\sqrt{3}x$,
 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle ADE=45^\circ$,
 $\therefore DE=AE=x$,
 $\therefore CE-DE=10$, 即 $\sqrt{3}x-x=10$,
 解得: $x=5(\sqrt{3}+1)$,
 $\therefore AD=\sqrt{2}x=5\sqrt{6}+5\sqrt{2}$
 答: AD 的长为 $(5\sqrt{6}+5\sqrt{2})$ 米.

(2) 由 (1) 可得 $AC=2AE=(10\sqrt{3}+10)$ 米,
 过点 B 作 $BF\perp AC$ 于点 F ,
 $\because \angle 1=75^\circ$, $\angle C=30^\circ$,
 $\therefore \angle CAB=45^\circ$,
 设 $BF=y$,
 在 $\text{Rt}\triangle CBF$ 中, $CF=\sqrt{3}BF=\sqrt{3}y$,
 在 $\text{Rt}\triangle BFA$ 中, $AF=BF=y$,
 $\therefore \sqrt{3}y+y=(10\sqrt{3}+10)$,
 解得: $y=10$,
 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=10\sqrt{2}$ 米.
 答: 树高 AB 的长度为 $10\sqrt{2}$ 米.

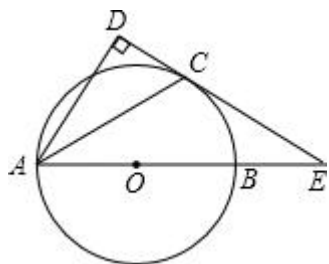


点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是构造直角三角形, 利用锐角三角函数及已知线段表示未知线段, 有一定难度.

22. (9分) (2014•鄂州) 如图, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 $\angle BAD$ 的角平分线于 C , 过 C 作 $CD\perp AD$ 于 D , 交 AB 的延长线于 E .

(1) 求证: CD 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $\frac{CD}{AD}=\frac{3}{4}$, 求 $\cos\angle DAB$.



考点: 切线的判定.

分析: (1) 连接 OC, 推出 $\angle DAC = \angle CAB$, $\angle OAC = \angle OCA$, 求出 $\angle DAC = \angle OCA$, 得出 $OC \parallel AD$, 推出 $OC \perp DC$, 根据切线的判定判断即可;
 (2) 连接 BC, 可证明 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 得出比例式, 求出 BC, 求出圆的直径 AB, 再根据勾股定理得出 CE, 即可求出答案.

解答: (1) 证明: 连接 OC,

$\because AC$ 平分 $\angle DAB$,
 $\therefore \angle DAC = \angle CAB$,
 $\because OC = OA$,
 $\therefore \angle OAC = \angle OCA$,
 $\therefore \angle DAC = \angle OCA$,
 $\therefore OC \parallel AD$,
 $\because AD \perp CD$,
 $\therefore OC \perp CD$,
 $\because OC$ 为 $\odot O$ 半径,
 $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 连接 BC,
 $\because AB$ 为直径,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,
 $\because AC$ 平分 $\angle BAD$,
 $\therefore \angle CAD = \angle CAB$,
 $\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}$,
 $\therefore$ 令 $CD = 3$, $AD = 4$, 得 $AC = 5$,
 $\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$,
 $\therefore BC = \frac{15}{4}$,

由勾股定理得 $AB = \frac{25}{4}$,

$\therefore OC = \frac{25}{8}$,

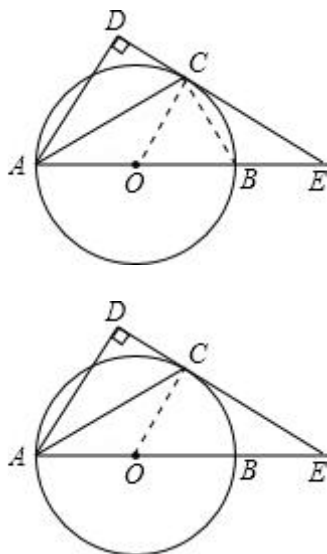
$\because OC \parallel AD$,

$\therefore \frac{OC}{AD} = \frac{OE}{AE}$,

$\therefore \frac{\frac{25}{8}}{4} = \frac{AE - \frac{25}{8}}{AE}$,

解得 $AE = \frac{100}{7}$,

$\therefore \cos \angle DAB = \frac{AD}{AE} = \frac{4}{\frac{100}{7}} = \frac{7}{25}$.



点评： 本题考查了切线的判定以及角平分线的定义、勾股定理和解直角三角形，是中学阶段的重点内容.

23. (10 分) (2014•鄂州) 大学生小张利用暑假 50 天在一超市勤工俭学，被安排销售一款成本为 40 元/件的新型商品，此类新型商品在第 x 天的销售量 p 件与销售的天数 x 的关系如下表：

x (天)	1	2	3	...	50
p (件)	118	116	114	...	20

销售单价 q (元/件) 与 x 满足：当 $1 \leq x < 25$ 时 $q = x + 60$ ；当 $25 \leq x \leq 50$ 时 $q = 40 + \frac{1125}{x}$.

- (1) 请分析表格中销售量 p 与 x 的关系，求出销售量 p 与 x 的函数关系.
- (2) 求该超市销售该新商品第 x 天获得的利润 y 元关于 x 的函数关系式.
- (3) 这 50 天中，该超市第几天获得利润最大？最大利润为多少？

考点： 二次函数的应用.

分析： (1) 由表格可以看出销售量 p 件与销售的天数 x 成一次函数，设出函数解析式，进一步代入求得答案即可；

(2) 利用利润 = 售价 - 成本，分别求出在 $1 \leq x < 25$ 和 $25 \leq x \leq 50$ 时，求得 y 与 x 的函数关系式；

(3) 利用 (2) 中的函数解析式分别求得最大值，然后比较两者的大小得出答案即可.

解答： 解：(1) 设销售量 p 件与销售的天数 x 的函数解析式为 $p = kx + b$,

代入 (1, 118), (2, 116) 得

$$\begin{cases} k + b = 118 \\ 2k + b = 116 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 120 \end{cases}$

因此销售量 p 件与销售的天数 x 的函数解析式为 $p = -2x + 120$;

(2) 当 $1 \leq x < 25$ 时,

$$y = (60 + x - 40)(-2x + 120)$$

$$= -2x^2 + 80x + 2400,$$

当 $25 \leq x \leq 50$ 时,

$$y = \left(40 + \frac{1125}{x} - 40\right) (-2x + 120) \\ = \frac{135000}{x} - 2250;$$

(3) 当 $1 \leq x < 25$ 时,

$$y = -2x^2 + 80x + 2400, \\ = -2(x - 20)^2 + 3200, \\ \because -2 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x=20$ 时, y 有最大值 y_1 , 且 $y_1=3200$;

当 $25 \leq x \leq 50$ 时,

$$y = \frac{135000}{x} - 2250;$$

$\because 135000 > 0$,

$\therefore \frac{135000}{x}$ 随 x 的增大而减小,

当 $x=25$ 时, $\frac{135000}{x}$ 最大,

于是, $x=25$ 时, $y = \frac{135000}{x} - 2250$ 有最大值 y_2 , 且 $y_2 = 5400 - 2250 = 3150$.

$\because y_1 > y_2$

$\therefore$ 这 50 天中第 20 天时该超市获得利润最大, 最大利润为 3200 元.

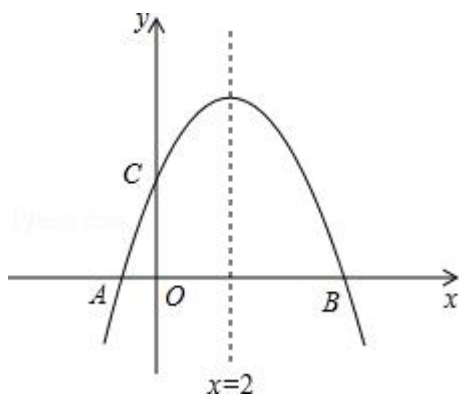
点评: 本题主要考查二次函数的应用的知识点, 解答本题的关键是熟练掌握二次函数的性质和反比例函数的性质以及最值得求法, 此题难度不大.

24. (12 分) (2014•鄂州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = \frac{5}{4}x + m$ 的图象与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 C . 以直线 $x=2$ 为对称轴的抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过 A 、 C 两点, 并与 x 轴正半轴交于点 B .

(1) 求 m 的值及抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的函数表达式.

(2) 设点 $D(0, \frac{25}{12})$, 若 F 是抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 对称轴上使得 $\triangle ADF$ 的周长取得最小值的点, 过 F 任意作一条与 y 轴不平行的直线交抛物线 C_1 于 $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ 两点, 试探究 $\frac{1}{M_1F} + \frac{1}{M_2F}$ 是否为定值? 请说明理由.

(3) 将抛物线 C_1 作适当平移, 得到抛物线 $C_2: y_2 = -\frac{1}{4}(x - h)^2$, $h > 1$. 若当 $1 < x \leq m$ 时, $y_2 \geq -x$ 恒成立, 求 m 的最大值.



考点：二次函数综合题.

分析：（1）只需将 A 点坐标代入一次函数关系式即可求出 m 值，利用待定系数法和二次函数的图象与性质列出关于 a、b、c 的方程组求出 a、b、c 的值就可求出二次函数关系式；

（2）先运用轴对称的性质找到点 F 的坐标，再运用一元二次方程根与系数的关系及平面直角坐标系中两点之间的距离公式求出 M_1M_2 、 M_1F 、 M_2F ，证出 $M_1F \cdot M_2F = M_1M_2$ ，最后可求

$$\frac{1}{M_1F} + \frac{1}{M_2F} = 1;$$

（3）设 $y_2 = -x^2$ 的两根分别为 x_0 ， x_0 ，因为抛物线 $C_2: y_2 = -\frac{1}{4}(x-h)^2$ 可以看成由 $y = -\frac{1}{4}x^2$

左右平移得到，观察图象可知，随着图象向右移， x_0 ， x_0 的值不断增大，所以当 $1 < x \leq m$ ， $y_2 \geq -x$ 恒成立时，m 最大值在 x_0 处取得，根据题意列出方程求出 x_0 ，即可求解.

解答：解：（1） $\because$ 一次函数 $y = \frac{5}{4}x + m$ 的图象与 x 轴交于 A（-1，0）

$$\therefore 0 = -\frac{5}{4} + m$$

$$\therefore m = \frac{5}{4}.$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = \frac{5}{4}x + \frac{5}{4}.$$

$$\therefore \text{点 C 的坐标为 } (0, \frac{5}{4}).$$

$\because y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过 A、C 两点且对称轴是 $x = 2$,

$$\therefore \begin{cases} a - b + c = 0 \\ c = \frac{5}{4} \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 1 \\ c = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{5}{4}.$$

$$\therefore m \text{ 的值为 } \frac{5}{4}, \text{ 抛物线 } C_1 \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{5}{4}.$$

（2）要使 $\triangle ADF$ 的周长取得最小，只需 $AF + DF$ 最小

连接 BD 交 $x=2$ 于点 F, 因为点 B 与点 A 关于 $x=2$ 对称,
根据轴对称性质以及两点之间线段最短, 可知此时 $AF+DF$ 最小.

令 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{5}{4}$ 中的 $y=0$, 则 $x = -1$ 或 5

$$\therefore B(5, 0)$$

$$\therefore D(0, \frac{25}{12})$$

$$\therefore \text{直线 BD 解析式为 } y = -\frac{5}{12}x + \frac{25}{12}$$

$$\therefore F(2, \frac{5}{4})$$

令过 $F(2, \frac{5}{4})$ 的直线 M_1M_2 解析式为 $y=kx+b$

$$\text{则 } \frac{5}{4} = 2k + b, \therefore b = \frac{5}{4} - 2k$$

则直线 M_1M_2 的解析式为 $y = kx + \frac{5}{4} - 2k$.

解法一:

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + \frac{5}{4} - 2k \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\text{得 } x^2 - (4 - 4k)x - 8k = 0$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 4 - 4k, \quad x_1 x_2 = -8k$$

$$\therefore y_1 = kx_1 + \frac{5}{4} - 2k, \quad y_2 = kx_2 + \frac{5}{4} - 2k$$

$$\therefore y_1 - y_2 = k(x_1 - x_2)$$

$$\therefore M_1M_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + k^2(x_1 - x_2)^2}$$

$$= \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1 - x_2)^2}$$

$$= \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}$$

$$= \sqrt{1+k^2} \sqrt{(4 - 4k)^2 + 32k}$$

$$= 4(1+k^2)$$

$$M_1F = \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (y_1 - \frac{5}{4})^2}$$

$$= \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (kx_1 + \frac{5}{4} - 2k - \frac{5}{4})^2}$$

$$= \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1 - 2)^2}$$

$$\text{同理 } M_2F = \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_2-2)^2}$$

$$\therefore M_1F \cdot M_2F = (1+k^2) \sqrt{(x_1-2)^2 (x_2-2)^2}$$

$$= (1+k^2) \sqrt{[x_1 x_2 - 2(x_1+x_2) + 4]^2}$$

$$= (1+k^2) \sqrt{[-8k - 2(4-4k) + 4]^2}$$

$$= 4(1+k^2) = M_1 M_2$$

$$\therefore \frac{1}{M_1 F} + \frac{1}{M_2 F} = \frac{M_1 F + M_2 F}{M_1 F \cdot M_2 F}$$

$$= \frac{M_1 M_2}{M_1 F \cdot M_2 F} = 1;$$

解法二:

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + \frac{9}{4},$$

$$\therefore (x-2)^2 = 9 - 4y$$

设 $M_1(x_1, y_1)$, 则有 $(x_1-2)^2 = 9 - 4y_1$.

$$\therefore M_1F = \sqrt{(x_1-2)^2 + \left(\frac{5}{4} - y_1\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{4} - y_1\right)^2 + 9 - 4y_1} = \frac{13}{4} - y_1;$$

设 $M_2(x_2, y_2)$, 同理可求得: $M_2F = \frac{13}{4} - y_2$.

$$\therefore \frac{1}{M_1 F} + \frac{1}{M_2 F} = \frac{M_1 F + M_2 F}{M_1 F \cdot M_2 F} = \frac{\left(\frac{13}{4} - y_1\right) + \left(\frac{13}{4} - y_2\right)}{\left(\frac{13}{4} - y_1\right) \cdot \left(\frac{13}{4} - y_2\right)} = \frac{\frac{13}{2} - (y_1 + y_2)}{\frac{169}{16} - \frac{13}{4}(y_1 + y_2) + y_1 y_2}$$

①.

直线 $M_1 M_2$ 的解析式为 $y = kx + \frac{5}{4} - 2k$, 即: $y - \frac{5}{4} = k(x-2)$.

联立 $y - \frac{5}{4} = k(x-2)$ 与抛物线 $(x-2)^2 = 9 - 4y$, 得:

$$y^2 + (4k^2 - \frac{5}{2})y + \frac{25}{16} - 9k^2 = 0,$$

$$\therefore y_1 + y_2 = \frac{5}{2} - 4k^2, \quad y_1 y_2 = \frac{25}{16} - 9k^2, \quad \text{代入①式, 得:}$$

$$\frac{1}{M_1 F} + \frac{1}{M_2 F} = \frac{4k^2 + 4}{4k^2 + 4} = 1.$$

(3) 设 $y_2 = -x^2$ 的两根分别为 x_0, x_0 ,

∵ 抛物线 $C_2: y_2 = -\frac{1}{4}(x-h)^2$ 可以看成由 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 左右平移得到, 观察图象可知, 随着图

象向右移, x_0 , x_0 的值不断增大

∴ 当 $1 < x \leq m$, $y_2 \geq -x$ 恒成立时, m 最大值在 x_0 处取得

∴ 当 $x_0=1$ 时, 对应的 x_0 即为 m 的最大值

将 $x_0=1$ 代入 $y_2 = -\frac{1}{4}(x-h)^2 - x$ 得

$$(1-h)^2=4$$

∴ $h=3$ 或 -1 (舍)

将 $h=3$ 代入 $y_2 = -\frac{1}{4}(x-h)^2 = -x$ 有

$$-\frac{1}{4}(x-3)^2 = -x$$

∴ $x_0=1$, $x_0=9$.

∴ m 的最大值为 9.

点评: 本题主要考查运用待定系数法求函数解析式、一元二次方程根与系数的关系及平面直角坐标系中两点距离公式的综合运用, 对计算要求较高.
