

2014 年湖北省襄阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题给出的四个选项总，只有一项是符合题目要求的，请将其序号在答题卡上涂黑作答.

1. (3 分) (2014•襄阳) 有理数 $-\frac{5}{3}$ 的倒数是 ()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

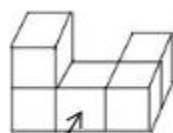
2. (3 分) (2014•襄阳) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2+a^2=2a^4$ B. $4x-9x+6x=1$ C. $(-2x^2y)^3=-8x^6y^3$ D. $a^6\div a^3=a^2$

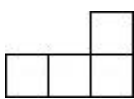
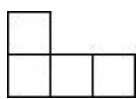
3. (3 分) (2014•襄阳) 我市今年参加中考人数约为 42000 人，将 42000 用科学记数法表示为 ()

- A. 4.2×10^4 B. 0.42×10^5 C. 4.2×10^3 D. 42×10^3

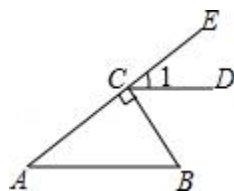
4. (3 分) (2014•襄阳) 如图几何体的俯视图是 ()



主视方向

- A.  B.  C.  D. 

5. (3 分) (2014•襄阳) 如图， $BC\perp AE$ 于点 C， $CD\parallel AB$ ， $\angle B=55^\circ$ ，则 $\angle 1$ 等于 ()



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

6. (3 分) (2014•襄阳) 五箱梨的质量 (单位: kg) 分别为: 18, 20, 21, 18, 19, 则这五箱梨质量的中位数和众数分别为 ()

- A. 20 和 18 B. 20 和 19 C. 18 和 18 D. 19 和 18

7. (3 分) (2014•襄阳) 下列命题错误的是 ()

- A. 所有的实数都可用数轴上的点表示 B. 等角的补角相等
C. 无理数包括正无理数, 0, 负无理数 D. 两点之间, 线段最短

8. (3 分) (2014•襄阳) 若方程 $mx+ny=6$ 的两个解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$, 则 m, n 的值为

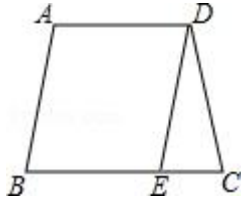
()

- A. 4, 2 B. 2, 4 C. -4, -2 D. -2, -4

9. (3分) (2014•襄阳) 用一条长 40cm 的绳子围成一个面积为 64cm^2 的长方形. 设长方形的长为 $x\text{cm}$, 则可列方程为 ()

- A. $x(20+x)=64$ B. $x(20-x)=64$ C. $x(40+x)=64$ D. $x(40-x)=64$

10. (3分) (2014•襄阳) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $DE \parallel AB$, $DE=DC$, $\angle C=80^\circ$, 则 $\angle A$ 等于 ()

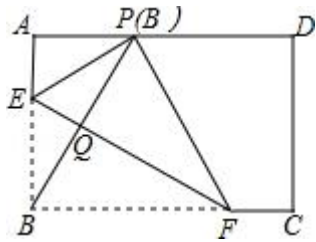


- A. 80° B. 90° C. 100° D. 110°

11. (3分) (2014•襄阳) 用一个圆心角为 120° , 半径为 3 的扇形作一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面半径为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

12. (3分) (2014•襄阳) 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 E, F 分别在边 AB, BC 上, 且 $AE = \frac{1}{3}AB$, 将矩形沿直线 EF 折叠, 点 B 恰好落在 AD 边上的点 P 处, 连接 BP 交 EF 于点 Q, 对于下列结论: ① $EF=2BE$; ② $PF=2PE$; ③ $FQ=4EQ$; ④ $\triangle PBF$ 是等边三角形. 其中正确的是 ()



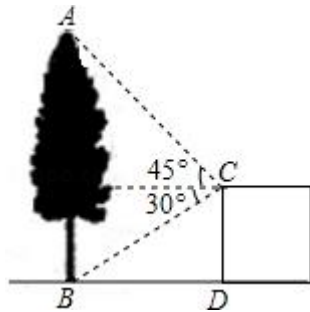
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①④

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分) 请把答案填在答题卡的相应位置上

13. (3分) (2014•襄阳) 计算: $\frac{a^2-1}{a^2+2a} \div \frac{a-1}{a} =$ _____.

14. (3分) (2014•襄阳) 从长度分别为 2, 4, 6, 7 的四条线段中随机取三条, 能构成三角形的概率是_____.

-
15. (3分) (2014•襄阳) 如图, 在建筑平台 CD 的顶部 C 处, 测得大树 AB 的顶部 A 的仰角为 45° , 测得大树 AB 的底部 B 的俯角为 30° , 已知平台 CD 的高度为 5m, 则大树的高度为_____m (结果保留根号)



16. (3分) (2014•襄阳) 若正数 a 是一元二次方程 $x^2 - 5x + m = 0$ 的一个根, $-a$ 是一元二次方程 $x^2 + 5x - m = 0$ 的一个根, 则 a 的值是_____.
17. (3分) (2014•襄阳) 在 $\square ABCD$ 中, BC 边上的高为 4, $AB = 5$, $AC = 2\sqrt{5}$, 则 $\square ABCD$ 的周长等于_____.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 69 分) 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤, 并且写出在答题卡上每题对应的答题区域内.

18. (5分) (2014•襄阳) 已知: $x = 1 - \sqrt{2}$, $y = 1 + \sqrt{2}$, 求 $x^2 + y^2 - xy - 2x + 2y$ 的值.

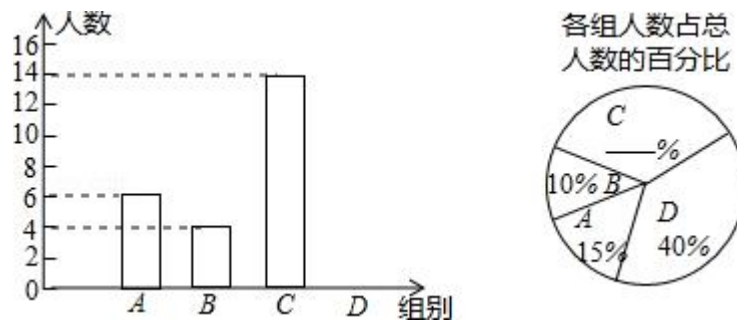
19. (6分) (2014•襄阳) 甲、乙两座城市中心火车站 A, B 两站相距 360km. 一列动车与一列特快列车分别从 A, B 两站同时出发相向而行, 动车的平均速度比特快列车快 54km/h, 当动车到达 B 站时, 特快列车恰好到达距离 A 站 135km 处的 C 站. 求动车和特快列车的平均速度各是多少?
-

20. (7分) (2014•襄阳) “端午节”吃粽子是我国流传了上千年的习俗. 某班学生在“端午节”前组织了一次综合实践活动, 购买了一些材料制作爱心粽, 每人从自己制作的粽子中随机选取两个献给自己的父母, 其余的全部送给敬老院的老人们. 统计全班学生制作粽子的个数, 将制作粽子数量相同的学生分为一组, 全班学生可分为 A, B, C, D 四个组, 各组每人制作的粽子个数分别为 4, 5, 6, 7. 根据如图不完整的统计图解答下列问题:

(1) 请补全上面两个统计图; (不写过程)

(2) 该班学生制作粽子个数的平均数是_____;

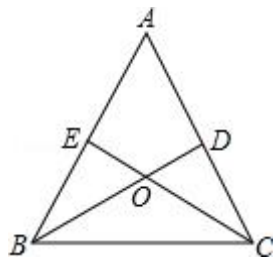
(3) 若制作的粽子有红枣馅 (记为 M) 和蛋黄馅 (记为 N) 两种, 该班小明同学制作这两种粽子各两个混放在一起, 请用列表或画树形图的方法求小明献给父母的粽子馅料不同的概率.



21. (6分) (2014•襄阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AC, AB 上, BD 与 CE 交于点 O, 给出下列三个条件: ① $\angle EBO = \angle DCO$; ② $BE = CD$; ③ $OB = OC$.

(1) 上述三个条件中, 由哪两个条件可以判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形? (用序号写出所有成立的情形)

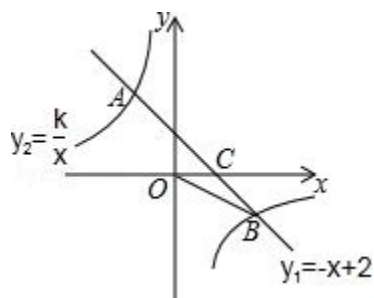
(2) 请选择 (1) 中的一种情形, 写出证明过程.



22. (6分) (2014•襄阳) 如图, 一次函数 $y_1 = -x + 2$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 A, B 两点, 与 x 轴相交于点 C. 已知 $\tan \angle BOC = \frac{1}{2}$, 点 B 的坐标为 (m, n) .

(1) 求反比例函数的解析式;

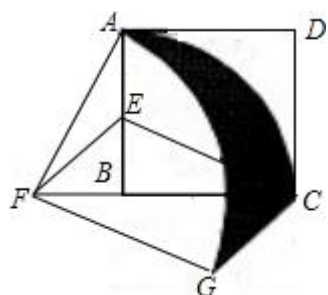
(2) 请直接写出当 $x < m$ 时, y_2 的取值范围.



23. (7分) (2014•襄阳) 如图, 在正方形 ABCD 中, $AD = 2$, E 是 AB 的中点, 将 $\triangle BEC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后, 点 E 落在 CB 的延长线上点 F 处, 点 C 落在点 A 处. 再将线段 AF 绕点 F 顺时针旋转 90° 得线段 FG, 连接 EF, CG.

(1) 求证: $EF \parallel CG$;

(2) 求点 C, 点 A 在旋转过程中形成的 $\widehat{AC}$, $\widehat{AG}$ 与线段 CG 所围成的阴影部分的面积.



24. (10 分) (2014•襄阳) 我市为创建“国家级森林城市”政府将对江边一处废弃荒地进行绿化, 要求栽植甲、乙两种不同的树苗共 6000 棵, 且甲种树苗不得多于乙种树苗, . 某承包商以 26 万元的报价中标承包了这项工程. 根据调查及相关资料表明: 移栽一棵树苗的平均费用为 8 元, 甲、乙两种树苗的购买价及成活率如表:

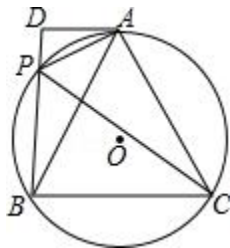
品种	购买价 (元/棵)	成活率
甲	20	90%
乙	32	95%

设购买甲种树苗 x 棵, 承包商获得的利润为 y 元. 请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量取值范围;
- (2) 承包商要获得不低于中标价 16% 的利润, 应如何选购树苗?
- (3) 政府与承包商的合同要求, 栽植这批树苗的成活率必须不低于 93%, 否则承包商出资补栽; 若成活率达到 94% 以上 (含 94%), 则城府另给予工程款总额 6% 的奖励, 该承包商应如何选购树苗才能获得最大利润? 最大利润是多少?

25. (10 分) (2014•襄阳) 如图, A, P, B, C 是 $\odot O$ 上的四个点, $\angle APC = \angle BPC = 60^\circ$, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线交 BP 的延长线于点 D .

- (1) 求证: $\triangle ADP \sim \triangle BDA$;
- (2) 试探究线段 PA, PB, PC 之间的数量关系, 并证明你的结论;
- (3) 若 $AD=2, PD=1$, 求线段 BC 的长.

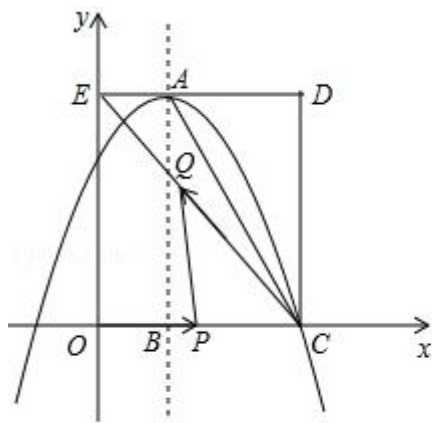


26. (12 分) (2014•襄阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OCDE 的三个顶点分别是 C (3, 0), D (3, 4), E (0, 4). 点 A 在 DE 上, 以 A 为顶点的抛物线过点 C, 且对称轴 $x=1$ 交 x 轴于点 B. 连接 EC, AC. 点 P, Q 为动点, 设运动时间为 t 秒.

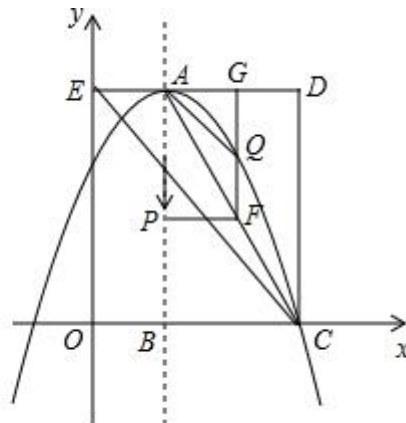
(1) 填空: 点 A 坐标为_____; 抛物线的解析式为_____.

(2) 在图 1 中, 若点 P 在线段 OC 上从点 O 向点 C 以 1 个单位/秒的速度运动, 同时, 点 Q 在线段 CE 上从点 C 向点 E 以 2 个单位/秒的速度运动, 当一个点到达终点时, 另一个点随之停止运动. 当 t 为何值时, $\triangle PCQ$ 为直角三角形?

(3) 在图 2 中, 若点 P 在对称轴上从点 A 开始向点 B 以 1 个单位/秒的速度运动, 过点 P 做 $PF \perp AB$, 交 AC 于点 F, 过点 F 作 $FG \perp AD$ 于点 G, 交抛物线于点 Q, 连接 AQ, CQ. 当 t 为何值时, $\triangle ACQ$ 的面积最大? 最大值是多少?



图①



图②

2014 年湖北省襄阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题给出的四个选项总，只有一项是符合题目要求的，请将其序号在答题卡上涂黑作答.

1. (3 分) (2014•襄阳) 有理数 $-\frac{5}{3}$ 的倒数是 ()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

考点: 倒数.

分析: 根据倒数的定义: 乘积是 1 的两数互为倒数, 可得出答案.

解答: 解: $-\frac{5}{3}$ 的倒数是 $-\frac{3}{5}$.

故答案选 D.

点评: 本题考查了倒数的知识, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握倒数的定义.

2. (3 分) (2014•襄阳) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2+a^2=2a^4$ B. $4x-9x+6x=1$ C. $(-2x^2y)^3=-8x^6y^3$ D. $a^6\div a^3=a^2$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 运用同底数幂的加法法则, 合并同类项的方法, 积的乘法方的求法及同底数幂的除法法则计算.

解答: 解: A、 $a^2+a^2=2a^2\neq 2a^4$, 故 A 选项错误;

B、 $4x-9x+6x=x\neq 1$, 故 B 选项错误;

C、 $(-2x^2y)^3=-8x^6y^3$, 故 C 选项正确;

D、 $a^6\div a^3=a^3\neq a^2$ 故 D 选项错误.

故选: C.

点评: 本题主要考查了同底数幂的加法法则, 合并同类项的方法, 积的乘方的求法及同底数幂的除法法则, 解题的关键是熟记法则进行运算.

3. (3 分) (2014•襄阳) 我市今年参加中考人数约为 42000 人, 将 42000 用科学记数法表示为 ()

- A. 4.2×10^4 B. 0.42×10^5 C. 4.2×10^3 D. 42×10^3

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式, 其中 $1\leq |a|< 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

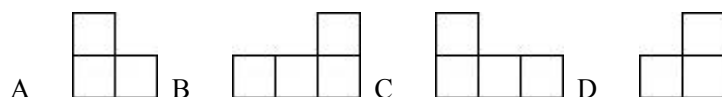
解答: 解: 将 42000 用科学记数法表示为: 4.2×10^4 .

故选: A.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式, 其中 $1\leq |a|< 10$, n

为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3分) (2014•襄阳) 如图几何体的俯视图是 ()



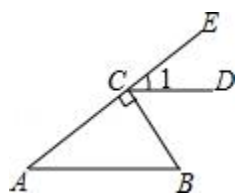
考点: 简单组合体的三视图.

分析: 根据从上面看得到的图形是俯视图, 可得答案.

解答: 解: 从上面看, 第一层是三个正方形, 第二层右边一个正方形, 故选: B.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 从上面看得到的图形是俯视图.

5. (3分) (2014•襄阳) 如图, $BC \perp AE$ 于点 C , $CD \parallel AB$, $\angle B = 55^\circ$, 则 $\angle 1$ 等于 ()



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

考点: 平行线的性质; 直角三角形的性质

分析: 利用“直角三角形的两个锐角互余”的性质求得 $\angle A = 35^\circ$, 然后利用平行线的性质得到 $\angle 1 = \angle A = 35^\circ$.

解答: 解: 如图, $\because BC \perp AE$,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle B = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 35^\circ.$$

$$\text{又} CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle A = 35^\circ.$$

故选: A.

点评: 本题考查了平行线的性质和直角三角形的性质. 此题也可以利用垂直的定义、邻补角的性质以及平行线的性质来求 $\angle 1$ 的度数.

6. (3分) (2014•襄阳) 五箱梨的质量 (单位: kg) 分别为: 18, 20, 21, 18, 19, 则这五箱梨质量的中位数和众数分别为 ()

- A. 20 和 18 B. 20 和 19 C. 18 和 18 D. 19 和 18
-

考点：众数；中位数

分析：找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个.

解答：解：从小到大排列此数据为：18、18、19、20、21，数据18出现了三次最多，所以18为众数；

19处在第5位是中位数. 所以本题这组数据的中位数是19，众数是18.

故选D.

点评：本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 要明确定义，一些学生往往对这个概念掌握不清楚，计算方法不明确而误选其它选项，注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

7. (3分) (2014•襄阳) 下列命题错误的是 ()

- A. 所有的实数都可用数轴上的点表示 B. 等角的补角相等
C. 无理数包括正无理数，0，负无理数 D. 两点之间，线段最短

考点：命题与定理.

专题：计算题.

分析：根据实数与数轴上的点一一对应对A进行判断；

根据补角的定义对B进行判断；

根据无理数的分类对C进行判断；

根据线段公理对D进行判断.

解答：解：A、所有的实数都可用数轴上的点表示，所以A选项的说法正确；

B、等角的补角相等，所以B选项的说法正确；

C、无理数包括正无理数和负无理，所以C选项的说法错误；

D、两点之间，线段最短，所以D选项的说法正确.

故选C.

点评：本题考查了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理.

8. (3分) (2014•襄阳) 若方程 $mx+ny=6$ 的两个解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$, 则 m, n 的值为

()

- A. 4, 2 B. 2, 4 C. -4, -2 D. -2, -4

考点：二元一次方程的解.

专题：计算题.

分析：将 x 与 y 的两对值代入方程计算即可求出 m 与 n 的值.

解答：解：将 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 分别代入 $mx+ny=6$ 中，得： $\begin{cases} m+n=6 \text{①} \\ 2m-n=6 \text{②} \end{cases}$,

①+②得： $3m=12$ ，即 $m=4$ ，

将 $m=4$ 代入①得： $n=2$ ，

故选 A

点评: 此题考查了二元一次方程的解, 方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

9. (3 分) (2014•襄阳) 用一条长 40cm 的绳子围成一个面积为 64cm^2 的长方形. 设长方形的长为 $x\text{cm}$, 则可列方程为 ()

- A. $x(20+x)=64$ B. $x(20-x)=64$ C. $x(40+x)=64$ D. $x(40-x)=64$

考点: 由实际问题抽象出一元二次方程.

专题: 几何图形问题.

分析: 本题可根据长方形的周长可以用 x 表示宽的值, 然后根据面积公式即可列出方程.

解答: 解: 设长为 $x\text{cm}$,

$\therefore$ 长方形的周长为 40cm,

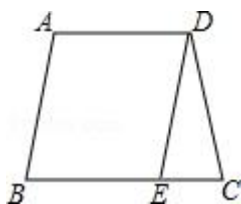
$\therefore$ 宽为 $(20-x)\text{cm}$,

得 $x(20-x)=64$.

故选 B.

点评: 本题考查了一元二次方程的运用, 要掌握运用长方形的面积计算公式 $S=ab$ 来解题的方法.

10. (3 分) (2014•襄阳) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD\parallel BC$, $DE\parallel AB$, $DE=DC$, $\angle C=80^\circ$, 则 $\angle A$ 等于 ()



- A. 80° B. 90° C. 100° D. 110°

考点: 梯形; 等腰三角形的性质; 平行四边形的判定与性质.

分析: 根据等边对等角可得 $\angle DEC=80^\circ$, 再根据平行线的性质可得 $\angle B=\angle DEC=80^\circ$, $\angle A=180^\circ-80^\circ=100^\circ$.

解答: 解: $\because DE=DC$, $\angle C=80^\circ$,

$\therefore \angle DEC=80^\circ$,

$\because AB\parallel DE$,

$\therefore \angle B=\angle DEC=80^\circ$,

$\because AD\parallel BC$,

$\therefore \angle A=180^\circ-80^\circ=100^\circ$,

故选: C.

点评: 此题主要考查了等腰三角形的性质, 以及平行线的性质, 关键是掌握两直线平行, 同位角相等, 同旁内角互补.

11. (3 分) (2014•襄阳) 用一个圆心角为 120° , 半径为 3 的扇形作一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面半径为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2
-

考点：圆锥的计算

分析：易得扇形的弧长，除以 2π 即为圆锥的底面半径.

解答：解：扇形的弧长 $= \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$,

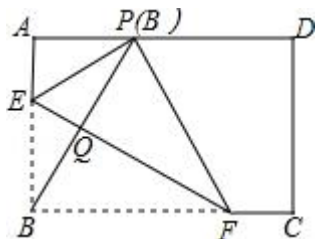
故圆锥的底面半径为 $2\pi \div 2\pi = 1$.

故选 B.

点评：考查了扇形的弧长公式；圆的周长公式；用到的知识点为：圆锥的弧长等于底面周长.

12. (3 分) (2014·襄阳) 如图，在矩形 ABCD 中，点 E, F 分别在边 AB, BC 上，且 $AE = \frac{1}{3}AB$,

将矩形沿直线 EF 折叠，点 B 恰好落在 AD 边上的点 P 处，连接 BP 交 EF 于点 Q，对于下列结论：① $EF = 2BE$ ；② $PF = 2PE$ ；③ $FQ = 4EQ$ ；④ $\triangle PBF$ 是等边三角形. 其中正确的是 ()



A. ①②

B. ②③

C. ①③

D. ①④

考点：翻折变换（折叠问题）；矩形的性质

分析：求出 $BE = 2AE$ ，根据翻折的性质可得 $PE = BE$ ，再根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半求出 $\angle APE = 30^\circ$ ，然后求出 $\angle AEP = 60^\circ$ ，再根据翻折的性质求出 $\angle BEF = 60^\circ$ ，根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle EFB = 30^\circ$ ，然后根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半可得 $EF = 2BE$ ，判断出①正确；利用 30° 角的正切值求出 $PF = \sqrt{3}PE$ ，判断出②错误；求出 $BE = 2EQ$ ， $EF = 2BE$ ，然后求出 $FQ = 3EQ$ ，判断出③错误；求出 $\angle PBF = \angle PFB = 60^\circ$ ，然后得到 $\triangle PBF$ 是等边三角形，判断出④正确.

解答：解：∵ $AE = \frac{1}{3}AB$,

$$\therefore BE = 2AE,$$

由翻折的性质得， $PE = BE$,

$$\therefore \angle APE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEP = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AEP) = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EFB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore EF = 2BE, \text{ 故①正确;}$$

$$\therefore BE = PE,$$

$$\therefore EF = 2PE,$$

$$\therefore EF > PF,$$

$$\therefore PF > 2PE, \text{ 故②错误;}$$

由翻折可知 $EF \perp PB$,

$$\therefore \angle EBQ = \angle EFB = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2EQ, EF = 2BE,$$

$\therefore FQ=3EQ$, 故③错误;
 由翻折的性质, $\angle EFB=\angle BFP=30^\circ$,
 $\therefore \angle BFP=30^\circ+30^\circ=60^\circ$,
 $\therefore \angle PBF=90^\circ-\angle EBQ=90^\circ-30^\circ=60^\circ$,
 $\therefore \angle PBF=\angle PFB=60^\circ$,
 $\therefore \triangle PBF$ 是等边三角形, 故④正确;
 综上所述, 结论正确的是①④.

故选 D.

点评: 本题考查了翻折变换的性质, 直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半的性质, 直角三角形两锐角互余的性质, 等边三角形的判定, 熟记各性质并准确识图是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分) 请把答案填在答题卡的相应位置上

13. (3 分) (2014•襄阳) 计算: $\frac{a^2-1}{a^2+2a} \div \frac{a-1}{a} - \frac{a+1}{a+2}$.

考点: 分式的乘除法

专题: 计算题.

分析: 原式利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

解答: 解: 原式 = $\frac{(a+1)(a-1)}{a(a+2)} \cdot \frac{a}{a-1} - \frac{a+1}{a+2}$.

故答案为: $\frac{a+1}{a+2}$

点评: 此题考查了分式的乘除法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14. (3 分) (2014•襄阳) 从长度分别为 2, 4, 6, 7 的四条线段中随机取三条, 能构成三角形的概率是 $\frac{1}{2}$.

考点: 列表法与树状图法; 三角形三边关系.

分析: 由从长度分别为 2, 4, 6, 7 的四条线段中随机取三条, 可能的结果为: 2, 4, 6; 2, 4, 7; 2, 6, 7; 4, 6, 7 共 4 种, 能构成三角形的是 2, 6, 7; 4, 6, 7; 直接利用概率公式求解即可求得答案.

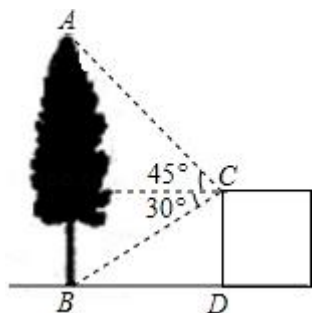
解答: 解: $\therefore$ 从长度分别为 2, 4, 6, 7 的四条线段中随机取三条, 可能的结果为: 2, 4, 6; 2, 4, 7; 2, 6, 7; 4, 6, 7 共 4 种, 能构成三角形的是 2, 6, 7; 4, 6, 7;

$\therefore$ 能构成三角形的概率是: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

点评: 此题考查了列举法求概率的知识. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

15. (3分) (2014•襄阳) 如图, 在建筑平台 CD 的顶部 C 处, 测得大树 AB 的顶部 A 的仰角为 45° , 测得大树 AB 的底部 B 的俯角为 30° , 已知平台 CD 的高度为 5m, 则大树的高度为 $(5+5\sqrt{3})$ m (结果保留根号)



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

分析: 作 $CE \perp AB$ 于点 E, 则 $\triangle BCE$ 和 $\triangle BCD$ 都是直角三角形, 即可求得 CE, BE 的长, 然后在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中利用三角函数求得 AE 的长, 进而求得 AB 的长, 即为大树的高度.

解答: 解: 作 $CE \perp AB$ 于点 E,

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中,

$BE=CD=5\text{m}$,

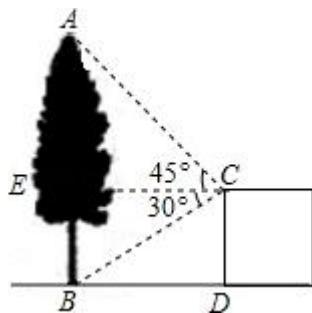
$$CE = \frac{BE}{\tan 30^\circ} = 5\sqrt{3}\text{m},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中,

$$AE = CE \cdot \tan 45^\circ = 5\sqrt{3}\text{m},$$

$$AB = BE + AE = (5 + 5\sqrt{3})\text{m}.$$

故答案为: $(5 + 5\sqrt{3})$.



点评: 本题考查解直角三角形的应用-仰角俯角问题的应用, 要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

16. (3分) (2014•襄阳) 若正数 a 是一元二次方程 $x^2 - 5x + m = 0$ 的一个根, $-a$ 是一元二次方程 $x^2 + 5x - m = 0$ 的一个根, 则 a 的值是 5.

考点: 一元二次方程的解

分析: 把 $x=a$ 代入方程 $x^2 - 5x + m = 0$, 得 $a^2 - 5a + m = 0$ ①, 把 $x=-a$ 代入方程 $x^2 + 5x - m = 0$, 得 $a^2 - 5a - m = 0$ ②, 再将①+②, 即可求出 a 的值.

解答: 解: $\because a$ 是一元二次方程 $x^2 - 5x + m = 0$ 的一个根, $-a$ 是一元二次方程 $x^2 + 5x - m = 0$ 的一个根,

$$\therefore a^2 - 5a + m = 0 \text{ ①}, a^2 - 5a - m = 0 \text{ ②},$$

$$\text{①} + \text{②}, \text{得 } 2(a^2 - 5a) = 0,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore a = 5.$$

故答案为 5.

点评: 本题主要考查的是一元二次方程的根即方程的解的定义: 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根, 所以, 一元二次方程的解也称为一元二次方程的根.

17. (3 分) (2014•襄阳) 在 $\square ABCD$ 中, BC 边上的高为 4, $AB=5$, $AC=2\sqrt{5}$, 则 $\square ABCD$ 的周长等于 12 或 20.

考点: 平行四边形的性质.

专题: 分类讨论.

分析: 根据题意分别画出图形, BC 边上的高在平行四边形的内部和外部, 进而利用勾股定理求出即可.

解答: 解: 如图 1 所示:

$$\therefore \text{在 } \square ABCD \text{ 中, } BC \text{ 边上的高为 4, } AB=5, AC=2\sqrt{5},$$

$$\therefore EC = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 2, AB = CD = 5,$$

$$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 3,$$

$$\therefore AD = BC = 5,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长等于: } 20,$$

如图 2 所示:

$$\therefore \text{在 } \square ABCD \text{ 中, } BC \text{ 边上的高为 4, } AB=5, AC=2\sqrt{5},$$

$$\therefore EC = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 2, AB = CD = 5,$$

$$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 3,$$

$$\therefore BC = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长等于: } 1 + 1 + 5 + 5 = 12,$$

则 $\square ABCD$ 的周长等于 12 或 20.

故答案为: 12 或 20.

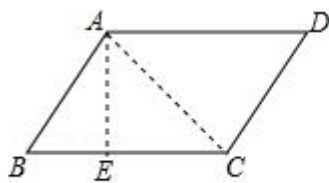


图1

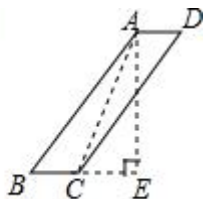


图2

点评: 此题主要考查了平行四边形的性质以及勾股定理等知识, 利用分类讨论得出是解题关键.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 69 分) 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤, 并且写出在答题卡上每题对应的答题区域内.

18. (5 分) (2014•襄阳) 已知: $x = 1 - \sqrt{2}$, $y = 1 + \sqrt{2}$, 求 $x^2 + y^2 - xy - 2x + 2y$ 的值.

考点：二次根式的化简求值；因式分解的应用

分析：根据 x 、 y 的值，先求出 $x - y$ 和 xy ，再化简原式，代入求值即可.

解答：解： $\because x = 1 - \sqrt{2}$, $y = 1 + \sqrt{2}$,
 $\therefore x - y = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$,
 $xy = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -1$,
 $\therefore x^2 + y^2 - xy - 2x + 2y = (x - y)^2 - 2(x - y) + xy$
 $= (-2\sqrt{2})^2 - 2 \times (-2\sqrt{2}) + (-1)$
 $= 7 + 4\sqrt{2}$.

点评：本题考查了二次根式的化简以及因式分解的应用，要熟练掌握平方差公式和完全平方公式.

19. (6 分) (2014•襄阳) 甲、乙两座城市的中心火车站 A, B 两站相距 360km. 一列动车与一列特快列车分别从 A, B 两站同时出发相向而行, 动车的平均速度比特快列车快 54km/h, 当动车到达 B 站时, 特快列车恰好到达距离 A 站 135km 处的 C 站. 求动车和特快列车的平均速度各是多少?

考点：分式方程的应用

专题：应用题.

分析：设特快列车的平均速度为 x km/h, 则动车的速度为 $(x+54)$ km/h, 等量关系: 动车行驶 360km 与特快列车行驶 $(360 - 135)$ km 所用的时间相同, 列方程求解.

解答：解: 设特快列车的平均速度为 x km/h, 则动车的速度为 $(x+54)$ km/h,

由题意, 得: $\frac{360}{x+54} = \frac{360 - 135}{x}$,

解得: $x=90$,

经检验得: $x=90$ 是这个分式方程的解.

$x+54=144$.

答: 设特快列车的平均速度为 90km/h, 则动车的速度为 144km/h.

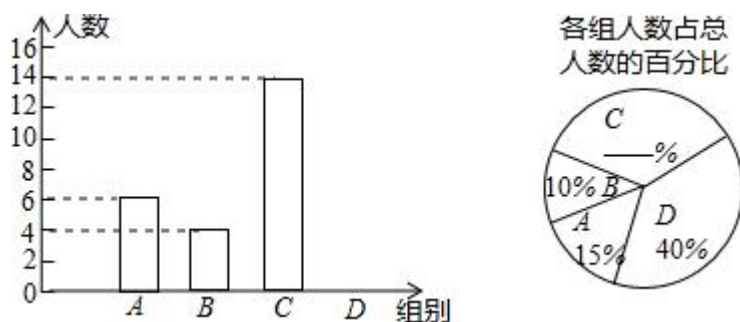
点评：本题考查了分式方程的应用, 解答本题的关键是仔细审题, 得到等量关系: 动车行驶 360km 与特快列车行驶 $(360 - 135)$ km 所用的时间相同.

20. (7 分) (2014•襄阳) “端午节”吃粽子是我国流传了上千年的习俗. 某班学生在“端午节”前组织了一次综合实践活动, 购买了一些材料制作爱心粽, 每人从自己制作的粽子中随机选取两个献给自己的父母, 其余的全部送给敬老院的老人们. 统计全班学生制作粽子的个数, 将制作粽子数量相同的学生分为一组, 全班学生可分为 A, B, C, D 四个组, 各组每人制作的粽子个数分别为 4, 5, 6, 7. 根据如图不完整的统计图解答下列问题:

(1) 请补全上面两个统计图; (不写过程)

(2) 该班学生制作粽子个数的平均数是 6 个;

(3) 若制作的粽子有红枣馅 (记为 M) 和蛋黄馅 (记为 N) 两种, 该班小明同学制作这两种粽子各两个混放在一起, 请用列表或画树形图的方法求小明献给父母的粽子馅料不同的概率.



考点: 条形统计图；扇形统计图；列表法与树状图法

专题: 计算题.

分析: (1) 由 A 的人数除以所占的百分比求出总人数，进而求出 D 的人数，得到 C 占的百分比，补全统计图即可；

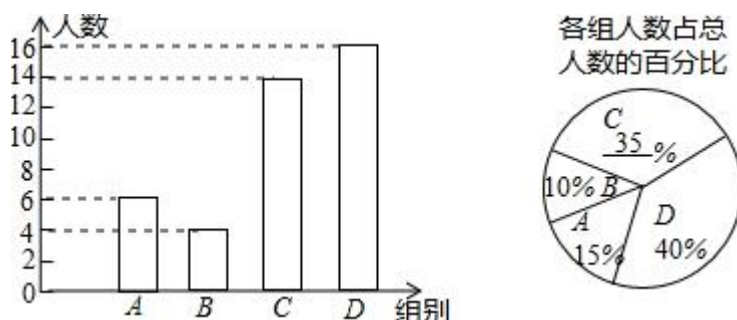
(2) 根据题意列出算式，计算即可得到结果；

(3) 列表得出所有等可能的情况数，找出粽子馅料不同的结果，即可求出所求的概率.

解答: 解：(1) 根据题意得： $6 \div 15\% = 40$ (人)，

D 的人数为 $40 \times 40\% = 16$ (人)，C 占的百分比为 $1 - (10\% + 15\% + 40\%) = 35\%$ ，

补全统计图，如图所示：



(2) 根据题意得： $(6 \times 4 + 4 \times 5 + 14 \times 6 + 16 \times 7) \div 40 = 6$ (个)，

则该班学生制作粽子个数的平均数是 6 个；

故答案为：6 个；

(3) 列表如下：

	M	M	N	N
M	--	(M, M)	(N, M)	(N, M)
M	(M, M)	--	(N, M)	(N, M)
N	(M, N)	(M, N)	--	(N, N)
N	(M, N)	(M, N)	(N, N)	--

所有等可能的情况有 12 种，其中粽子馅料不同的结果有 8 种，

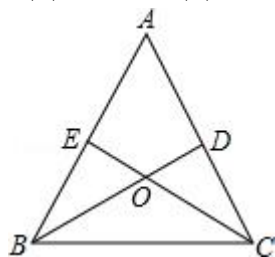
$$\text{则 } P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

点评: 此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及列表法与树状图法，弄清题意是解本题的关键.

21. (6 分) (2014·襄阳) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在边 AC, AB 上，BD 与 CE 交于点 O，给出下列三个条件：① $\angle EBO = \angle DCO$ ；② $BE = CD$ ；③ $OB = OC$.

(1) 上述三个条件中，由哪两个条件可以判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形？(用序号写出所有成立的情形)

(2) 请选择 (1) 中的一种情形, 写出证明过程.



考点: 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的判定

专题: 开放型.

分析: (1) 由①②; ①③. 两个条件可以判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形,
(2) 先求出 $\angle ABC = \angle ACB$, 即可证明 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

解答: 解: (1) ①②; ①③.

(2) 选①③证明如下,

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\therefore \angle EBO = \angle DCO,$$

$$\text{又} \because \angle ABC = \angle EBO + \angle OBC, \angle ACB = \angle DCO + \angle OCB,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等腰三角形.}$$

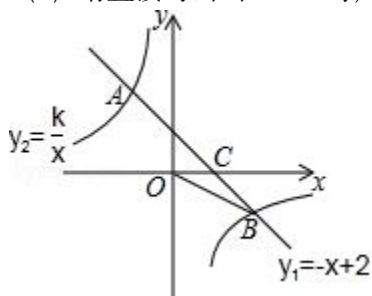
点评: 本题主要考查了等腰三角形的判定, 解题的关键是找出相等的角求 $\angle ABC = \angle ACB$.

22. (6分) (2014•襄阳) 如图, 一次函数 $y_1 = -x + 2$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象相交于

A, B 两点, 与 x 轴相交于点 C. 已知 $\tan \angle BOC = \frac{1}{2}$, 点 B 的坐标为 (m, n).

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 请直接写出当 $x < m$ 时, y_2 的取值范围.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题

专题: 计算题.

分析: (1) 作 $BD \perp x$ 轴于 D, 如图, 在 $Rt\triangle OBD$ 中, 根据正切的定义得到 $\tan \angle BOC = \frac{BD}{OD} = \frac{1}{2}$, 则

$\frac{-n}{m} = \frac{1}{2}$, 即 $m = -2n$, 再把点 B (m, n) 代入 $y_1 = -x + 2$ 得 $n = -m + 2$, 然后解关于 m、n 的方

程组得到 $n = -2$, $m = 4$, 即 B 点坐标为 (4, -2), 再把 B (4, -2) 代入 $y_2 = \frac{k}{x}$ 可计算出 $k =$

-8, 所以反比例函数解析式为 $y_2 = -\frac{8}{x}$;

(2) 观察函数图象得到当 $x < 4$, y_2 的取值范围为 $y_2 > 0$ 或 $y_2 < -2$.

解答: 解: (1) 作 $BD \perp x$ 轴于 D, 如图,

在 $Rt\triangle OBD$ 中, $\tan \angle BOC = \frac{BD}{OD} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \frac{-n}{m} = \frac{1}{2}$, 即 $m = -2n$,

把点 B (m , n) 代入 $y_1 = -x + 2$ 得 $n = -m + 2$,

$\therefore n = 2n + 2$, 解得 $n = -2$,

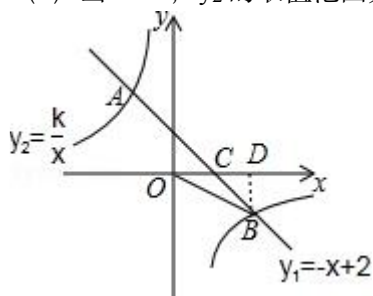
$\therefore m = 4$,

$\therefore$ B 点坐标为 (4, -2),

把 B (4, -2) 代入 $y_2 = \frac{k}{x}$ 得 $k = 4 \times (-2) = -8$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y_2 = -\frac{8}{x}$;

(2) 当 $x < 4$, y_2 的取值范围为 $y_2 > 0$ 或 $y_2 < -2$.

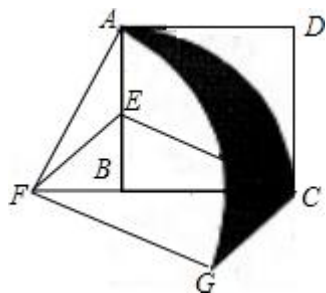


点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式. 也考查了待定系数法求函数解析式以及观察函数图象的能力.

23. (7 分) (2014·襄阳) 如图, 在正方形 ABCD 中, $AD = 2$, E 是 AB 的中点, 将 $\triangle BEC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后, 点 E 落在 CB 的延长线上点 F 处, 点 C 落在点 A 处. 再将线段 AF 绕点 F 顺时针旋转 90° 得线段 FG, 连接 EF, CG.

(1) 求证: $EF \parallel CG$;

(2) 求点 C, 点 A 在旋转过程中形成的 $\widehat{AC}$, $\widehat{AG}$ 与线段 CG 所围成的阴影部分的面积.



考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质; 勾股定理; 扇形面积的计算

分析: (1) 根据正方形的性质可得 $AB = BC = AD = 2$, $\angle ABC = 90^\circ$, 再根据旋转变换只改变图形的位

置不改变图形的形状可得 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CBE$ 全等，根据全等三角形对应角相等可得 $\angle FAB = \angle ECB$ ， $\angle ABF = \angle CBE = 90^\circ$ ，全等三角形对应边相等可得 $AF = EC$ ，然后求出 $\angle AFB + \angle FAB = 90^\circ$ ，再求出 $\angle CFG = \angle FAB = \angle ECB$ ，根据内错角相等，两直线平行可得 $EC \parallel FG$ ，再根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形判断出四边形 $EFGC$ 是平行四边形，然后根据平行四边形的对边平行证明；

(2) 求出 FE 、 BE 的长，再利用勾股定理列式求出 AF 的长，根据平行四边形的性质可得 $\triangle FEC$ 和 $\triangle CGF$ 全等，从而得到 $S_{\triangle FEC} = S_{\triangle CGF}$ ，再根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} BAC} + S_{\triangle ABF} + S_{\triangle FGC} - S_{\text{扇形} FAG}$ 列式计算即可得解。

解答： (1) 证明：在正方形 $ABCD$ 中， $AB = BC = AD = 2$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BEC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ABF$ ，

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE$ ，

$\therefore \angle FAB = \angle ECB$ ， $\angle ABF = \angle CBE = 90^\circ$ ， $AF = EC$ ，

$\therefore \angle AFB + \angle FAB = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 线段 AF 绕点 F 顺时针旋转 90° 得线段 FG ，

$\therefore \angle AFB + \angle CFG = \angle AFG = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CFG = \angle FAB = \angle ECB$ ，

$\therefore EC \parallel FG$ ，

$\therefore AF = EC$ ， $AF = FG$ ，

$\therefore EC = FG$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGC$ 是平行四边形，

$\therefore EF \parallel CG$ ；

(2) 解： $\because AD = 2$ ， E 是 AB 的中点，

$$\therefore FE = BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$$\therefore AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

由平行四边形的性质， $\triangle FEC \cong \triangle CGF$ ，

$$\therefore S_{\triangle FEC} = S_{\triangle CGF},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} BAC} + S_{\triangle ABF} + S_{\triangle FGC} - S_{\text{扇形} FAG},$$

$$= \frac{90 \cdot \pi \cdot 2^2}{360} + \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times (1+2) \times 1 - \frac{90 \cdot \pi \cdot (\sqrt{5})^2}{360},$$

$$= \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}.$$

点评： 本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，旋转变换的性质，勾股定理的应用，扇形的面积计算，综合题，但难度不大，熟记各性质并准确识图是解题的关键。

24. (10分) (2014·襄阳) 我市为创建“国家级森林城市”政府将对江边一处废弃荒地进行绿化，要求栽植甲、乙两种不同的树苗共6000棵，且甲种树苗不得多于乙种树苗，某承包商以26万元的报价中标承包了这项工程。根据调查及相关资料表明：移栽一棵树苗的平均费用为8元，甲、乙两种树苗的购买价及成活率如表：

品种	购买价 (元/棵)	成活率
甲	20	90%

乙	32	95%
---	----	-----

设购买甲种树苗 x 棵，承包商获得的利润为 y 元. 请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量取值范围；
- (2) 承包商要获得不低于中标价 16% 的利润，应如何选购树苗？
- (3) 政府与承包商的合同要求，栽植这批树苗的成活率必须不低于 93%，否则承包商出资补栽；若成活率达到 94% 以上（含 94%），则城府另给予工程款总额 6% 的奖励，该承包商应如何选购树苗才能获得最大利润？最大利润是多少？

考点：一次函数的应用；一元一次不等式组的应用

分析：（1）根据利润等于价格减去成本，可得答案；

（2）根据利润不低于中标价 16%，可得不等式，根据解不等式，可得答案；

（3）分类讨论，成活率不低于 93% 且低于 94% 时，成活率达到 94% 以上（含 94%），可得相应的最大值，根据有理数的比较，可得答案.

解答：解：（1） $y = 260000 - [20x + 32(6000 - x) + 8 \times 6000] = 12x + 20000$ ，
自变量的取值范围是： $0 < x \leq 3000$ ；

（2）由题意，得

$$12x + 20000 \geq 260000 \times 16\%,$$

$$\text{解得： } x \geq 1800,$$

$$\therefore 1800 \leq x \leq 3000,$$

购买甲种树苗不少于 1800 棵且不多于 3000 棵；

（3）①若成活率不低于 93% 且低于 94% 时，由题意得

$$\begin{cases} 0.9x + 0.95(6000 - x) \geq 0.93 \times 6000 \\ 0.9x + 0.95(6000 - x) < 0.94 \times 6000 \end{cases}$$

$$\text{解得 } 1200 < x \leq 2400$$

在 $y = 12x + 20000$ 中，

$$\therefore 12 > 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = 2400$ 时，

$$y_{\text{最大}} = 48800,$$

②若成活率达到 94% 以上（含 94%），则 $0.9x + 0.95(6000 - x) \geq 0.94 \times 6000$ ，

$$\text{解得： } x \leq 1200,$$

$$\text{由题意得 } y = 12x + 20000 + 260000 \times 6\% = 12x + 35600,$$

$$\therefore 12 > 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = 1200$ 时， $y_{\text{最大值}} = 50000$ ，

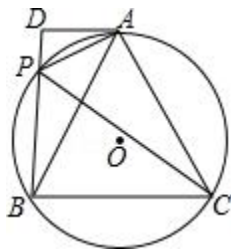
综上所述， $50000 > 48800$

$\therefore$ 购买甲种树苗 1200 棵，一种树苗 4800 棵，可获得最大利润，最大利润是 50000 元.

点评： 本题考查了一次函数的应用，利用了价格减成本等于利润，分类讨论是解题关键.

25. (10 分) (2014•襄阳) 如图，A，P，B，C 是 $\odot O$ 上的四个点， $\angle APC = \angle BPC = 60^\circ$ ，过点 A 作 $\odot O$ 的切线交 BP 的延长线于点 D.

- (1) 求证: $\triangle ADP \sim \triangle BDA$;
 (2) 试探究线段 PA, PB, PC 之间的数量关系, 并证明你的结论;
 (3) 若 $AD=2$, $PD=1$, 求线段 BC 的长.



考点: 圆的综合题

分析: (1) 首先作 $\odot O$ 的直径AE, 连接PE, 利用切线的性质以及圆周角定理得出 $\angle PAD = \angle PBA$ 进而得出答案;

(2) 首先在线段PC上截取 $PF=PB$, 连接BF, 进而得出 $\triangle BPA \cong \triangle BFC$ (AAS), 即可得出 $PA+PB=PF+FC=PC$;

(3) 利用 $\triangle ADP \sim \triangle BDA$, 得出 $\frac{AD}{BD} = \frac{DP}{DA} = \frac{AP}{AB}$, 求出BP的长, 进而得出 $\triangle ADP \sim \triangle CAP$, 则

$\frac{AP}{CP} = \frac{DP}{AP}$, 则 $AP^2 = CP \cdot PD$ 求出AP的长, 即可得出答案.

解答: (1) 证明: 作 $\odot O$ 的直径AE, 连接PE,

$\because$ AE是 $\odot O$ 的直径, AD是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle DAE = \angle APE = 90^\circ$,

$\therefore \angle PAD + \angle PAE = \angle PAE + \angle E = 90^\circ$,

$\therefore \angle PAD = \angle E$,

$\because \angle PBA = \angle E$, $\therefore \angle PAD = \angle PBA$,

$\because \angle PAD = \angle PBA$, $\angle ADP = \angle BDA$,

$\therefore \triangle ADP \sim \triangle BDA$;

(2) $PA+PB=PC$,

证明: 在线段PC上截取 $PF=PB$, 连接BF,

$\because PF=PB$, $\angle BPC=60^\circ$,

$\therefore \triangle PBF$ 是等边三角形,

$\therefore PB=BF$, $\angle BFP=60^\circ$,

$\therefore \angle BFC = 180^\circ - \angle PFB = 120^\circ$,

$\because \angle BPA = \angle APC + \angle BPC = 120^\circ$,

$\therefore \angle BPA = \angle BFC$,

在 $\triangle BPA$ 和 $\triangle BFC$ 中,
$$\begin{cases} \angle PAB = \angle PCB \\ \angle BPA = \angle BFC \\ PB = BF \end{cases}$$

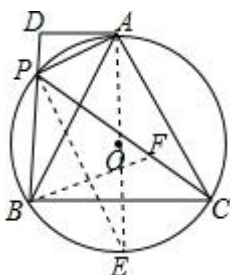
$\therefore \triangle BPA \cong \triangle BFC$ (AAS),

$\therefore PA=FC$, $AB=BC$,

$\therefore PA+PB=PF+FC=PC$;

(3) 解: $\because \triangle ADP \sim \triangle BDA$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{DP}{DA} = \frac{AP}{AB}, \\
&\therefore AD=2, PD=1 \\
&\therefore BD=4, AB=2AP, \\
&\therefore BP=BD - DP=3, \\
&\therefore \angle APD=180^\circ - \angle BPA=60^\circ, \\
&\therefore \angle APD=\angle APC, \\
&\therefore \angle PAD=\angle E, \angle PCA=\angle E, \\
&\therefore \angle PAD=\angle PCA, \\
&\therefore \triangle ADP \sim \triangle CAP, \\
&\therefore \frac{AP}{CP} = \frac{DP}{AP}, \\
&\therefore AP^2=CP \cdot PD, \\
&\therefore AP^2=(3+AP) \cdot 1, \\
&\text{解得: } AP=\frac{1+\sqrt{13}}{2} \text{ 或 } AP=\frac{1-\sqrt{13}}{2} \text{ (舍去)}, \\
&\therefore BC=AB=2AP=1+\sqrt{13}.
\end{aligned}$$



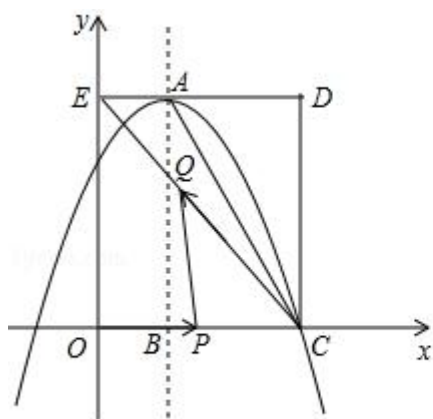
点评: 此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及全等三角形的判定与性质和切线的判定与性质等知识, 熟练利用相似三角形的判定与性质得出是解题关键.

26. (12 分) (2014•襄阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OCDE 的三个顶点分别是 C (3, 0), D (3, 4), E (0, 4). 点 A 在 DE 上, 以 A 为顶点的抛物线过点 C, 且对称轴 $x=1$ 交 x 轴于点 B. 连接 EC, AC. 点 P, Q 为动点, 设运动时间为 t 秒.

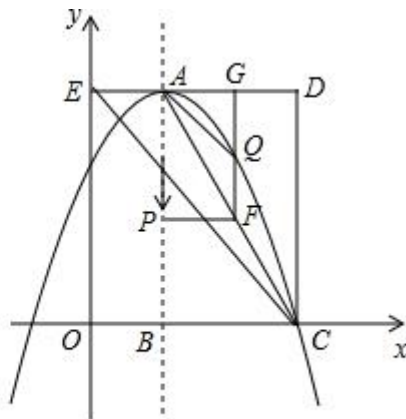
(1) 填空: 点 A 坐标为 (1, 4); 抛物线的解析式为 $y = -(x-1)^2 + 4$.

(2) 在图 1 中, 若点 P 在线段 OC 上从点 O 向点 C 以 1 个单位/秒的速度运动, 同时, 点 Q 在线段 CE 上从点 C 向点 E 以 2 个单位/秒的速度运动, 当一个点到达终点时, 另一个点随之停止运动. 当 t 为何值时, $\triangle PCQ$ 为直角三角形?

(3) 在图 2 中, 若点 P 在对称轴上从点 A 开始向点 B 以 1 个单位/秒的速度运动, 过点 P 作 $PF \perp AB$, 交 AC 于点 F, 过点 F 作 $FG \perp AD$ 于点 G, 交抛物线于点 Q, 连接 AQ, CQ. 当 t 为何值时, $\triangle ACQ$ 的面积最大? 最大值是多少?



图①



图②

考点：二次函数综合题

分析：（1）根据抛物线的对称轴与矩形的性质可得点 A 坐标，根据待定系数法可得抛物线的解析式；

（2）先根据勾股定理可得 CE，再分两种情况：当 $\angle QPC=90^\circ$ 时；当 $\angle PQC=90^\circ$ 时；讨论可得 $\triangle PCQ$ 为直角三角形时 t 的值；

（3）根据待定系数法可得直线 AC 的解析式，根据 $S_{\triangle ACQ}=S_{\triangle AFQ}+S_{\triangle CPQ}$ 可得 $S_{\triangle ACQ}=-\frac{1}{4}(t-2)^2+1$ ，依此即可求解。

解答：解：（1） $\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$ ，矩形 OCDE 的三个顶点分别是 C (3, 0)，D (3, 4)，E (0, 4)，点 A 在 DE 上，

$\therefore$ 点 A 坐标为 (1, 4)，

设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+4$ ，

把 C (3, 0) 代入抛物线的解析式，可得 $a(3-1)^2+4=0$ ，

解得 $a=-1$ 。

故抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+4$ ，即 $y=-x^2+2x+3$ ；

（2）依题意有：OC=3，OE=4，

$$\therefore CE=\sqrt{OC^2+OE^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5,$$

当 $\angle QPC=90^\circ$ 时，

$$\therefore \cos \angle QPC=\frac{PC}{CQ}=\frac{OC}{CE},$$

$$\therefore \frac{3-t}{2t}=\frac{3}{5},$$

$$\text{解得 } t=\frac{15}{11};$$

当 $\angle PQC=90^\circ$ 时，

$$\therefore \cos \angle QCP=\frac{CQ}{PC}=\frac{OC}{CE},$$

$$\therefore \frac{2t}{3-t}=\frac{3}{5},$$

$$\text{解得 } t = \frac{9}{13}.$$

∴ 当 $t = \frac{15}{11}$ 或 $t = \frac{9}{13}$ 时, $\triangle PCQ$ 为直角三角形;

(3) ∵ A (1, 4), C (3, 0),

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$, 则

$$\begin{cases} k + b = 4 \\ 3k + b = 0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 6 \end{cases}.$

故直线 AC 的解析式为 $y = -2x + 6$.

∴ P (1, 4 - t), 将 $y = 4 - t$ 代入 $y = -2x + 6$ 中, 得 $x = 1 + \frac{t}{2}$.

∴ Q 点的横坐标为 $1 + \frac{t}{2}$,

将 $x = 1 + \frac{t}{2}$ 代入 $y = -(x - 1)^2 + 4$ 中, 得 $y = 4 - \frac{t^2}{4}$.

∴ Q 点的纵坐标为 $4 - \frac{t^2}{4}$,

$$\therefore QF = \left(4 - \frac{t^2}{4}\right) - (4 - t) = t - \frac{t^2}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ACQ} = S_{\triangle AFQ} + S_{\triangle CPQ}$$

$$= \frac{1}{2} FQ \cdot AG + \frac{1}{2} FQ \cdot DG$$

$$= \frac{1}{2} FQ (AG + DG)$$

$$= \frac{1}{2} FQ \cdot AD$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \left(t - \frac{t^2}{4}\right)$$

$$= -\frac{1}{4} (t - 2)^2 + 1,$$

∴ 当 $t = 2$ 时, $\triangle ACQ$ 的面积最大, 最大值是 1.

故答案为: (1, 4), $y = -(x - 1)^2 + 4$.

点评: 考查了二次函数综合题, 涉及的知识点有: 抛物线的对称轴, 矩形的性质, 待定系数法求抛物线的解析式, 待定系数法求直线的解析式, 勾股定理, 三角形面积, 二次函数的最值, 以及分类思想的运用.
