

2014 年武汉市初中毕业生学业考试

数学试卷

第 I 卷 (选择题, 共 30 分)

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

下列各题中均有四个备选答案中, 其中有且只有一个是正确的

1. 在实数 -2 、 0 、 2 、 3 中, 最小的实数是 ()

- A. -2 B. 0 C. 2 D. 3

2. 若代数式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -3$ B. $x > 3$ C. $x \geq 3$ D. $x \leq 3$

3. 光速约为 $300\,000$ 千米/秒, 将数字 $300\,000$ 用科学记数法表示为 ()

- A. 3×10^4 B. 3×10^5 C. 3×10^6 D. 30×10^4

4. 在一次中学生田径运动会上, 参加调高的 15 名运动员的成绩如下表所示:

成绩 (m)	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	1	2	4	3	3	2

那么这些运动员跳高成绩的众数是 ()

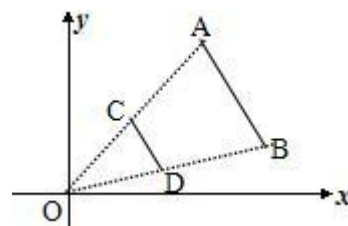
- A. 4 B. 1.75 C. 1.70 D. 1.65

5. 下列代数运算正确的是 ()

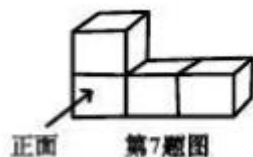
- A. $(x^3)^2 = x^5$ B. $(2x)^2 = 2x^2$ C. $x^3 \cdot x^2 = x^5$
D. $(x+1)^2 = x^2 + 1$

6. 如图, 线段 AB 两个端点的坐标分别为 $A(6, 6)$ 、 $B(8, 2)$, 以原点 O 为位似中心, 在第一象限内将线段 AB 缩小为原来的后得到线段 CD , 则端点 C 的坐标为 ()

- A. $(3, 3)$ B. $(4, 3)$
C. $(3, 1)$ D. $(4, 1)$



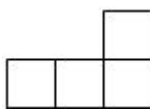
7. 如图, 由 4 个大小相同的正方体组合而成的几何体:



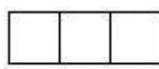
其俯视图是 ()



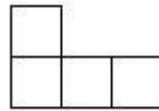
A



B

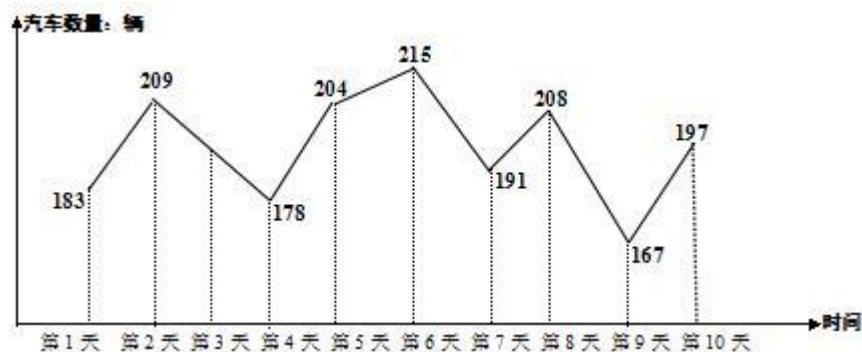


C



D

8. 为了解某一路口某一时刻的汽车流量, 小明同学 10 天中在同一时段统计该路口的汽车数量 (单位: 辆), 将统计结果绘制成如下折线统计图:

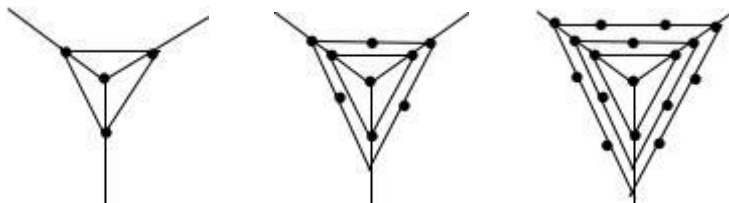


由此估计一个月 (30 天) 该时段通过该路口的汽车数量超过 200 辆的天数为 ()

- A. 9 B. 10 C. 12 D. 15

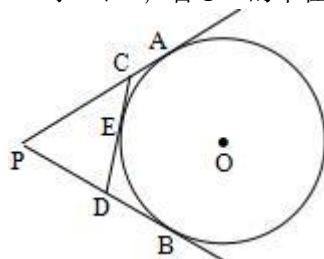
9. 观察下列一组图形中的个数, 其中第 1 个图中共有 4 个点, 第 2 个图中共有 10 个点, 第 3 个图中共有 19 个点, …… , 按此规律第 5 个图中共有点的个数是 ()

- A. 31 B. 46 C. 51 D. 66



10. 如图, PA、PB 切 $\odot O$ 于 A、B 两点, CD 切 $\odot O$ 于点 E 交 PA、PB 于 C、D, 若 $\odot O$ 的半径为 r , PCD 的周长等于 $3r$, 则 $\tan \angle APB$ 的值是 ()

- A. $\frac{5}{12}\sqrt{13}$ B. $\frac{12}{5}$
C. $\frac{3}{5}\sqrt{13}$ D. $\frac{2}{3}\sqrt{13}$



第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

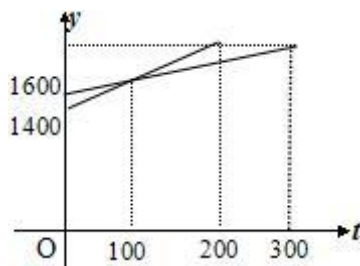
11. 计算: $-2 + (-3) =$ _____

12. 分解因式: $a^3 - a =$ _____

13. 如图, 一个转盘被分成 7 个相同的扇形, 颜色分别为红黄绿三种, 指针的位置固定, 转动转盘后任其自由停止, 其中的某个扇形会恰好停在指针所指的位置 (指针指向两个扇形的交线时, 当作指向右边的扇形), 则指针指向红色的概率为 _____



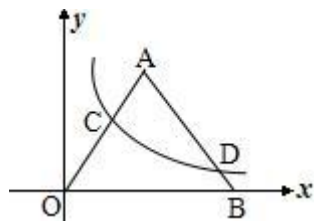
第 13 题图



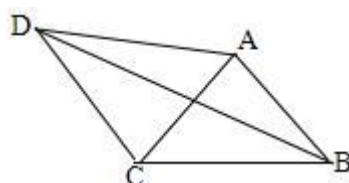
第 14 题图

14. 一次越野跑中，当小明跑了 1600 米时，小刚跑了 1400 米，小明、小刚在此后所跑的路程 y (米) 与时间 t (秒) 之间的函数关系如图所示，则这次越野跑的全程为_____米

15. 如图，若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与边长为 5 的等边 $\triangle AOB$ 的边 OA 、 AB 分别相交于 C 、 D 两点，且 $OC = 3BD$ ，则实数 k 的值为_____



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD = 4$ ， $CD = 3$ ， $\angle ABC = \angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$ ，则 BD 的长为_____

三、解答题 (共 9 小题，共 72 分)

17. (本小题满分 6 分)

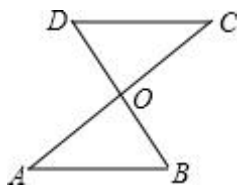
解方程: $\frac{2}{x-2} = \frac{3}{x}$

18. (本小题满分 6 分)

已知直线 $y = 2x - b$ 经过点 $(1, -1)$ ，求关于 x 的不等式 $2x - b \geq 0$ 的解集

19. (本小题满分 6 分)

如图， AC 和 BD 相交于点 O ， $OA = OC$ ， $OB = OD$ ，求证: $AB \parallel CD$



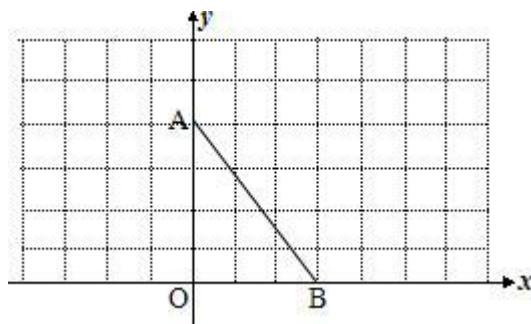
20. (本小题满分 7 分)

如图，在直角坐标系中， $A(0, 4)$ 、 $C(3, 0)$

(1) ① 画出线段 AC 关于 y 轴对称线段 AB

② 将线段 CA 绕点 C 顺时针旋转一个角，得到对应线段 CD ，使得 $AD \parallel x$ 轴，请画出线段 CD

(2) 若直线 $y = kx$ 平分(1)中四边形 $ABCD$ 的面积，请直接写出实数 k 的值



21. (本小题满分 7 分)

袋中装有大小相同的 2 个红球和 2 个绿球

(1) 先从袋中摸出 1 个绿球后放回，混合均匀后再摸出 1 个球

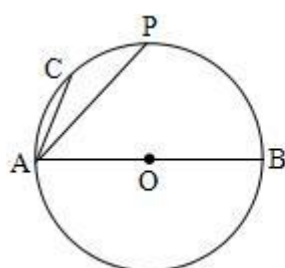
- ① 求第一次摸到绿球，第二次摸到红球的概率
- ② 求两次摸到的球中有 1 个绿球和 1 个红球的概率

(2) 先从袋中摸出 1 个球后不放入，再摸出 1 个球，则两次摸到的球中有 1 个绿球和 1 个红球的概率是多少？请直接写出结果

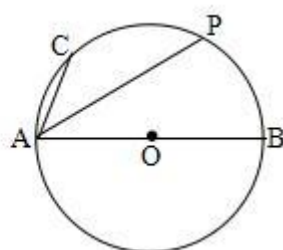
22. (本小题满分 8 分)

如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C、P 是弧 AB 上两点，AB = 13，AC = 5

- (1) 如图(1)，若点 P 是弧 AB 的中点，求 PA 的长
- (2) 如图(2)，若点 P 是弧 BC 的中点，求 PA 的长



第 22 题图 (1)



第 22 题图 (2)

23. (本小题满分 10 分)

九 (1) 班数学兴趣小组经过市场调查，整理出某种商品在第 x ($1 \leq x \leq 90$) 天的售价与销量的相关信息如下表：

时间 x (天)	$1 \leq x < 50$	$50 \leq x \leq 90$
售价 (元/件)	$x + 40$	90
每天销量 (件)	$200 - 2x$	

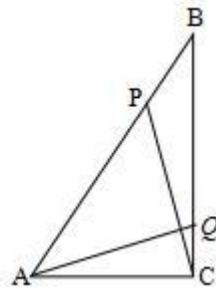
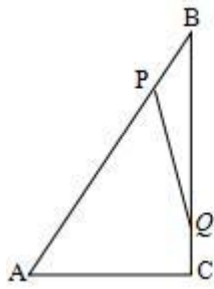
已知该商品的进价为每件 30 元，设销售该商品的每天利润为 y 元

- (1) 求出 y 与 x 的函数关系式
- (2) 问销售该商品第几天时，当天销售利润最大，最大利润是多少？
- (3) 该商品在销售过程中，共有多少天每天销售利润不低于 4800 元？请直接写出结果

24. (本小题满分 10 分)

如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ cm， $BC = 8$ cm，动点 P 从点 B 出发，在 BA 边上以每秒 5 cm 的速度向点 A 匀速运动，同时动点 Q 从点 C 出发，在 CB 边上以每秒 4 cm 的速度向点 B 匀速运动，运动时间为 t 秒 ($0 < t < 2$)，连接 PQ

- (1) 若 $\triangle BPQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似，求 t 的值
- (2) 连接 AQ、CP，若 $AQ \perp CP$ ，求 t 的值
- (3) 试证明：PQ 的中点在 $\triangle ABC$ 的一条中位线上



第 24 题图

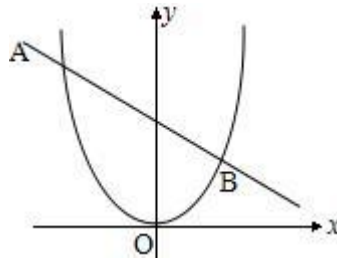
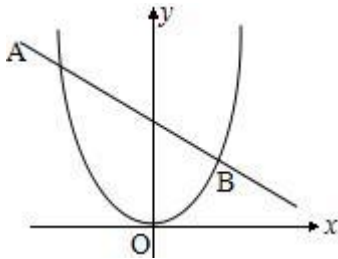
25. (本小题满分 12 分)

如图，已知直线 AB: $y = kx + 2k + 4$ 与抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 交于 A、B 两点

(1) 直线 AB 总经过一个定点 C，请直接写出点 C 坐标

(2) 当 $k = -\frac{1}{2}$ 时，在直线 AB 下方的抛物线上求点 P，使 $\triangle ABP$ 的面积等于 5

(3) 若在抛物线上存在定点 D 使 $\angle ADB = 90^\circ$ ，求点 D 到直线 AB 的最大距离



2014 年武汉中考数学试题参考答案

一. 选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	D	C	A	C	C	B	B

二. 填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. -5; 12. $a(a+1)(a-1)$; 13. $\frac{3}{7}$; 14. 2200; 15. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$; 16. $\sqrt{41}$.

三. 解答题 (共 9 小题, 共 72 分)

17. (本小题满分 6 分) 解: 方程两边同乘以 $x(x-2)$, 得, $2x=3(x-2)$,3 分
解得 $x=6$,5 分

检验: $x=6$ 时, $x(x-2) \neq 0$,

$\therefore x=6$ 是原分式方程的解.6 分

18. (本小题满分 6 分) 解: $\because$ 直线 $y=2x-b$ 经过点 $(1, -1)$,

$\therefore -1=2 \times 1 - b$,2 分

$\therefore b=3$,4 分

$\therefore$ 不等式 $2x-b \geq 0$ 为 $2x-3 \geq 0$,5 分

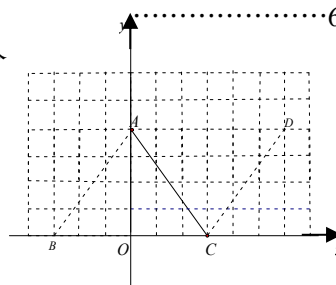
解得 $x \geq \frac{3}{2}$6 分

19. (本小题满分 6 分) 证明: 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中, $\begin{cases} OA = OC \\ \angle AOB = \angle COD, \\ OB = OD \end{cases}$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$4 分

$\therefore \angle A = \angle C$,5 分 $\therefore AB \parallel CD$6 分

20. (本小题满分 7 分) (1) 解: 如图所示;4 分



(2) $\frac{4}{3}$7 分

21. (本小题满分 7 分)

解: (1) 分别用 R_1, R_2 表示 2 个红球, G_1, G_2 表示 2 个绿球, 列表如下:

一 \ 二	R_1	R_2	G_1	G_2
R_1	$R_1 R_1$	$R_1 R_2$	$R_1 G_1$	$R_1 G_2$
R_2	$R_2 R_1$	$R_2 R_2$	$R_2 G_1$	$R_2 G_2$
G_1	$G_1 R_1$	$G_1 R_2$	$G_1 G_1$	$G_1 G_2$
G_2	$G_2 R_1$	$G_2 R_2$	$G_2 G_1$	$G_2 G_2$

.....3

分

由上表可知, 有放回地摸 2 个球共有 16 个等可能结果.

① 其中第一次摸到绿球, 第二次摸到红球的结果有 4 个,

∴第一次摸到绿球，第二次摸到红球的概率 $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ；4分

分

②其中两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的结果有8个，

∴两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的概率 $P = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$5分

分

画树形图法按步骤给分（略）.

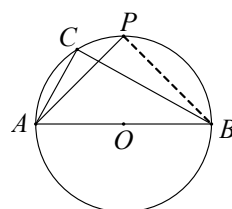
(2) $\frac{2}{3}$ 7分

22. (本小题满分8分) 解: (1) 如图 (1), 连接 PB ,

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, P 是 $\widehat{AB}$ 的中点,

∴ $PA = PB$, $\angle APB = 90^\circ$1分

∵ $AB = 13$, ∴ $PA = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{13\sqrt{2}}{2}$;3分



第22题图 (1)

(2) **方法1:** 如图 (2), 连接 OP 交 BC 于 D 点, 连接 PB ,

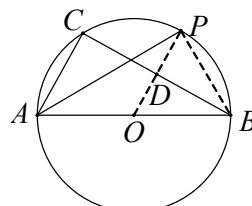
∵ P 是 $\widehat{BC}$ 的中点, ∴ $OP \perp BC$ 于 D , $BD = CD$,4分

∵ $OA = OB$, ∴ $OD = \frac{1}{2} AC = \frac{5}{2}$,

∵ $OP = \frac{1}{2} AB = \frac{13}{2}$, ∴ $PD = OP - OD = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4$,5分

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, ∴ $\angle ACB = 90^\circ$,

∵ $AB = 13$, $AC = 5$, ∴ $BC = 12$, ∴ $BD = \frac{1}{2} BC = 6$,6分



第22题图 (2)

∴ $PB = \sqrt{PD^2 + BD^2} = 2\sqrt{13}$,

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, ∴ $\angle APB = 90^\circ$, ∴ $PA = \sqrt{AB^2 - PB^2} = 3\sqrt{13}$8分

方法2: 如图 (3), 作 $PH \perp AB$ 于 H , 交 $\odot O$ 于 Q ,

则 $PH = QH$, $OB \perp PQ$, ∴ $\widehat{PB} = \widehat{BQ} = \widehat{PC}$, ∴ $\widehat{PQ} = \widehat{BC}$, ∴ $PQ = BC$,4分

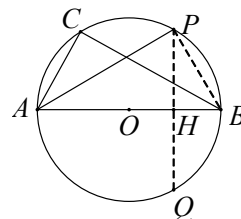
∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, ∴ $\angle ACB = 90^\circ$,

∵ $AB = 13$, $AC = 5$, ∴ $BC = 12$, ∴ $PH = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} BC = 6$,5分

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, ∴ $\angle APB = 90^\circ$,

∵ $AB \perp PH$, ∴ $\angle PAH = \angle BPH$, ∴ $\triangle PAH \sim \triangle BPH$, ∴ $\frac{PH}{AH} = \frac{BH}{PH}$,

设 $AH = x$, 则 $BH = 13 - x$, ∴ $\frac{6}{x} = \frac{13 - x}{6}$, ∵ $AH > BH$, ∴ $x = 9$,7分



第22题图 (3)

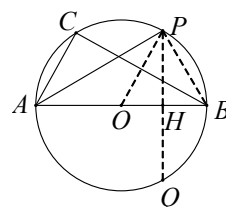
∴ $PA = \sqrt{AH^2 + PH^2} = 3\sqrt{13}$8分

方法3: 如图 (4), 同方法2, $PH=6$,5分

$$\because AB=13, \therefore OP=\frac{13}{2}, \therefore OH=\sqrt{OP^2-PH^2}=\frac{5}{2},$$

$$\therefore AH=AO+OH=\frac{13}{2}+\frac{5}{2}=9, \quad \text{.....7分}$$

$$\therefore PA=\sqrt{AH^2+PH^2}=3\sqrt{13}. \quad \text{.....8分}$$



第22题图 (4)

23. (本小题满分10分) 解: (1) $y = \begin{cases} -2x^2 + 180x + 2000 (1 \leq x < 50), \\ -120x + 12000 (50 \leq x \leq 90). \end{cases}$ 3分

(2) 当 $1 \leq x < 50$ 时, $y = -2x^2 + 180x + 2000 = -2(x-45)^2 + 6050$,4分

$\because a = -2 < 0$, $\therefore$ 当 $x=45$ 时, y 有最大值, 最大值为 6050 元.5分

当 $50 \leq x \leq 90$, $y = -120x + 12000$, $\because k = -120 < 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

当 $x=50$ 时, y 有最大值, 最大值为 6000 元.6分

$\therefore$ 当 $x=45$ 时, 当天的销售利润最大, 最大利润为 6050 元.7分

(3) 41.10分

24. (本小题满分10分) (1) 解: 由题知, $BP=5t, CQ=4t, \therefore BQ=8-4t$

当 $\triangle ABC \sim \triangle PBQ$ 时, 有 $\frac{BP}{AB} = \frac{BQ}{BC}$, $\therefore \frac{5t}{10} = \frac{8-4t}{8}$, 解得 $t=1$2分

当 $\triangle ABC \sim \triangle QBP$ 时, 有 $\frac{BQ}{AB} = \frac{BP}{BC}$, $\frac{8-4t}{10} = \frac{5t}{8}$, 解得 $t = \frac{32}{41}$.

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle PBQ$ 相似时, $t=1$ 秒或 $\frac{32}{41}$ 秒.3分

(2) 解: 如图 (1), 过点 P 作 $PD \perp BC$ 于 D .

依题意, 得 $BP=5t, CQ=4t$, 则 $PD=PB \sin B=3t$.

$\therefore BD=4t, CD=8-4t$,4分

$\because AQ \perp CP, \angle ACB=90^\circ, \therefore \tan \angle CAQ = \tan \angle DCP$,

$\therefore \frac{CQ}{AC} = \frac{PD}{CD}$,5分 $\therefore \frac{4t}{6} = \frac{3t}{8-4t}, \therefore t = \frac{7}{8}$7分

(3) 证明: 方法1: 如图 (2), 过点 P 作 $PD \perp AC$ 于 D , 连接 DQ, BD , BD 交 PQ 于 M .

则 $PD=AP \cos \angle APD=AP \cos \angle ABC=(10-5t) \frac{8}{10}=8-4t$,8分

而 $BQ=8-4t, \therefore PD=BQ$ 且 $PD \parallel BQ, \therefore$ 四边形 $PDQB$ 是平行四边形,

$\therefore$ 点 M 是 PQ 和 BD 的中点.9分

过点 M 作 $EF \parallel AC$ 交 BC, BA 于 E, F 两点.,

则 $\frac{BE}{EC} = \frac{BM}{MD} = 1$, 即 E 为 BC 的中点. 同理 F 为 BA 中点.

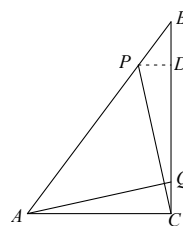
$\therefore PQ$ 中点 M 在 $\triangle ABC$ 的中位线 EF 上.10分

方法2: 如图 (3), 作 $\triangle ABC$ 的中位线 EF , 交 PQ 于点 M . 过点 P 作 $PD \perp BC$

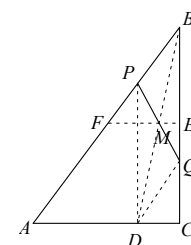
于 D . 由 (2) 得 $BD=CQ=4t$,8分

$\therefore$ 点 E 为 DQ 中点.9分

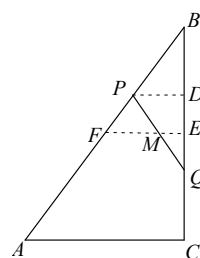
$\because EM \parallel DP, \therefore \frac{PM}{MQ} = \frac{DE}{QE} = 1 \therefore PM = MQ$.



第24题图 (1)



第24题图 (2)



第24题图 (3)

∴ PQ 中点 M 在 △ABC 的中位线 EF 上. ……………10 分

25. (本小题满分 12 分)

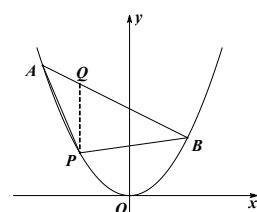
(1). 解: C(-2, 4); ……………2 分

(2). 解: 方法 1: 如图 (1), 联立
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = \frac{1}{2}x^2 \end{cases}$$
, 解得 $A(-3, \frac{9}{2}), B(2, 2)$. ……3 分

设 $P(t, \frac{1}{2}t^2)$, 过点 P 作 $PQ \parallel y$ 轴交 AB 于点 Q, 则 $Q(t, -\frac{1}{2}t+3)$, ∴ $PQ = -\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t + 3$, … 4 分

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle ABP} &= S_{\triangle PQA} + S_{\triangle PQB} = \frac{1}{2} PQ (x_B - x_A) = \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t + 3) \cdot 5, \\ \therefore \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t + 3) \cdot 5 &= 5, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

解得 $t_1 = -2, t_2 = 1$. ∴ 点 P 的坐标为 $P_1(-2, 2), P_2(1, \frac{1}{2})$. ……7 分



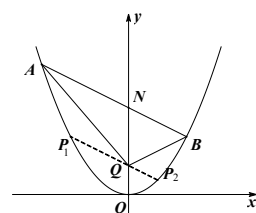
第 25 题图 (1)

方法 2: 解: 如图 (2), 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 与 y 轴交于点 N (0, 3),

在 y 轴上取点 Q (0, 1) 则 $S_{\triangle ABQ} = 5$. ……………4 分.

过点 Q 作 $PQ \parallel AB$ 交抛物线于点 P,

则 PQ 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 1$, ……………5 分



第 25 题图 (2)

$$\text{由 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 1 \\ y = \frac{1}{2}x^2 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

∴ P 点坐标为 $P_1(-2, 2), P_2(1, \frac{1}{2})$ ……………7 分

(3) 解: 如图 (3), 设 $A(x_1, \frac{1}{2}x_1^2), B(x_2, \frac{1}{2}x_2^2), D(m, \frac{1}{2}m^2)$,

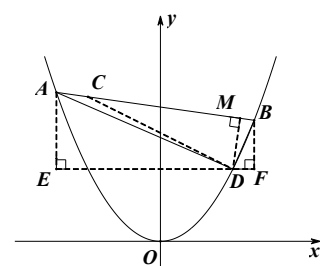
$$\text{联立 } \begin{cases} y = kx + 2k + 4 \\ y = \frac{1}{2}x^2 \end{cases}, \text{ 消去 } y \text{ 得: } x^2 - 2kx - 4k - 8 = 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 2k, \quad x_1 \cdot x_2 = -4k - 8; \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

过点 D 作 $EF \parallel x$ 轴, 过点 A 作 y 轴的平行线交 EF 于点 E, 过点 B 作 y 轴的平行线交 EF 于

$$\text{点 F, 由 } \triangle ADE \sim \triangle DBF \text{ 得: } \frac{AE}{DF} = \frac{DE}{BF}, \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

分



第 25 题图 (3)

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{2}m^2}{x_2 - m} = \frac{m - x_1}{\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}m^2}, \text{ 化简, 得 } x_1 \cdot x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = -4.$$

$$\therefore 2k(m-2) + m^2 - 4 = 0. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

当 $m-2=0$, 即 $m=2$ 时, 点 D 的坐标与 k 无关. $\therefore$ 点 D 的坐标为 $(2, 2)$. $\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

又 $\because C(-2, 4)$, 所以 $CD=2\sqrt{5}$. 过点 D 作 $DM \perp AB$, 垂足为 M , 则 $DM \leq CD$,

当 $CD \perp AB$ 时, 点 D 到直线 AB 的距离最大, 最大距离为 $2\sqrt{5}$. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$