

2014 年湖北省恩施州中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确的选项前的字母代号填在答卷相应位置上）

1. (3 分) -3 的倒数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

2. (3 分) 目前全球海洋面积约为 36100 万平方公里，用科学记数法将数 36100 万表示为 ()

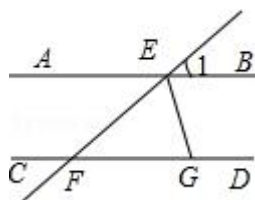
- A. 3.61×10^8 B. 361×10^6 C. 3.61×10^4 D. 361×10^2

3. (3 分) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $a(a+1) = a^2+1$ B. $(a^2)^3 = a^6$

- C. $a^3+4a^3=5a^6$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$

4. (3 分) 如图， $AB \parallel CD$ ，EF 交 AB、CD 于点 E、F、EG 平分 $\angle BEF$ ，交 CD 于点 G. 若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle EGF =$ ()



- A. 20° B. 40° C. 70° D. 110°

5. (3 分) 把 $ax^2 - 4axy + 4ay^2$ 分解因式正确的是 ()

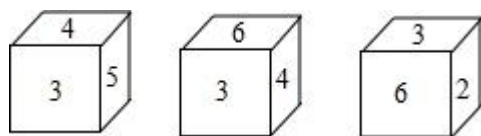
- A. $a(x^2 - 4xy + 4y^2)$ B. $a(x - 4y)^2$

- C. $a(2x - y)^2$ D. $a(x - 2y)^2$

6. (3 分) 函数 $y = \frac{1}{x-2} + \sqrt{x+4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

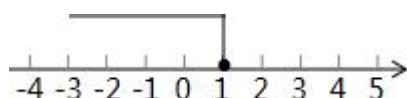
- A. $-4 \leq x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \neq 2$ D. $x \geq -4$ 且 $x \neq 2$

7. (3分) 正方体的六个面分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 六个数字, 如图是其三种不同的放置方式, 与数字“6”相对的面上的数字是 ()



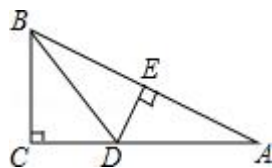
- A. 1 B. 5 C. 4 D. 3

8. (3分) 关于 x 的不等式 $-x+a \geq 1$ 的解集如图所示, 则 a 的值为 ()



- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AB 的垂直平分线交 AC 于点 D , 交 AB 于点 E . 若 $BC=2$, $AC=4$, 则 $BD=$ ()

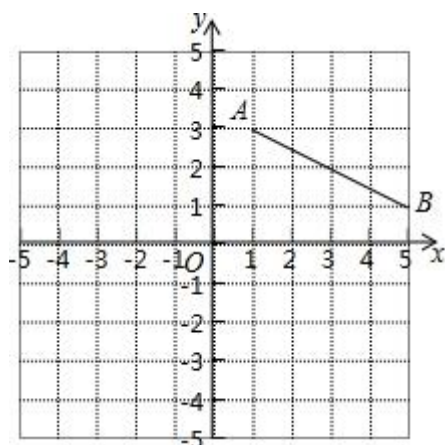


- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

10. (3分) “六一”期间, 某商店将单价标为 130 元的书包按 8 折出售可获利 30%, 该书包每个的进价是 ()

- A. 65 元 B. 80 元 C. 100 元 D. 104 元

11. (3分) 如图, 线段 AB 放在边长为 1 个单位的小正方形网格中, 点 A 、 B 均落在格点上, 先将线段 AB 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到线段 A_1B_1 , 再将线段 AB 向下平移 3 个单位得到线段 A_2B_2 , 线段 AB , A_1B_1 , A_2B_2 的中点构成三角形面积为 ()



A. $\frac{15}{2}$

B. 15

C. 3

D. $\frac{3}{2}$

12. (3分) 如图, 已知抛物线 $y_1 = -x^2 + 1$, 直线 $y_2 = -x + 1$, 当 x 任取一值时, x 对应的函数值分别为 y_1, y_2 . 若 $y_1 \neq y_2$, 取 y_1, y_2 中的较小值记为 M ; 若 $y_1 = y_2$, 记 $M = y_1 = y_2$. 例如: 当 $x = 2$ 时, $y_1 = -3, y_2 = -1, y_1 < y_2$, 此时 $M = -3$. 下列判断中:

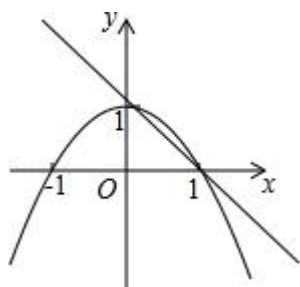
①当 $x < 0$ 时, $M = y_1$;

②当 $x > 0$ 时, M 随 x 的增大而增大;

③使得 M 大于 1 的 x 值不存在;

④使得 $M = \frac{1}{2}$ 的值是 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$,

其中正确的个数有 ()



A. 1

B. 2

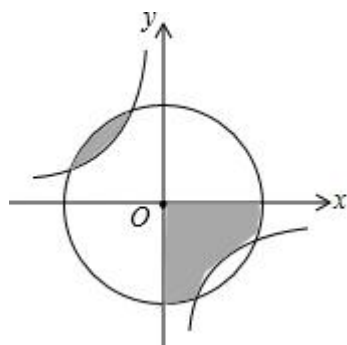
C. 3

D. 4

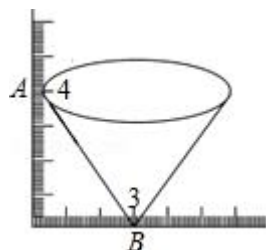
二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分, 不要求写出解答过程, 请把答案直接填写在相应位置上)

13. (3分) 16的算术平方根是_____.

14. (3分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象与 $\odot O$ 相交, 某同学在 $\odot O$ 内做随机扎针实验, 针头落在阴影区域内的概率为_____.



15. (3分) 一个圆锥形漏斗, 某同学用三角波测得其高度的尺寸如图所示, 则该圆锥形漏斗的侧面积为_____.



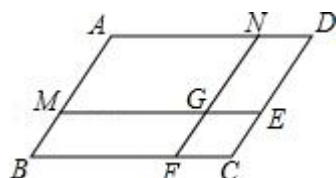
16. (3分) 观察下列一组数: $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}, \dots$ 它们是按分子, 分母和的递增顺序排列的 (和相等的分数, 分子小的排在前面), 那么这一组数的第 108 个数是_____.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 请 72 分, 请在答案指定区域内做答, 解答时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (8分) 先化简, 再求值: $\frac{2x-4}{x^2-1} \div \frac{x-2}{x^2+2x+1} - \frac{2x}{x-1}$, 其中 $x=2\sqrt{2}+1$.

18. (8 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 M , N 分别在 AB 、 AD 上, 且 $BM=DN$. 过点 M 作 $ME \parallel AD$ 交 CD 于点 E , 过点 N 作 $NF \parallel AB$ 交 BC 于点 F , ME 与 NF 相交于点 G .

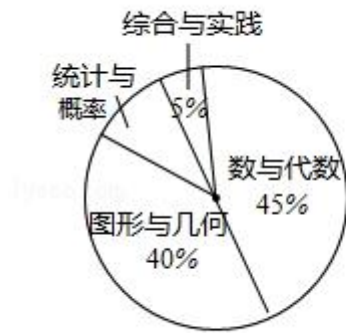
求证: 四边形 $CEGF$ 是菱形.



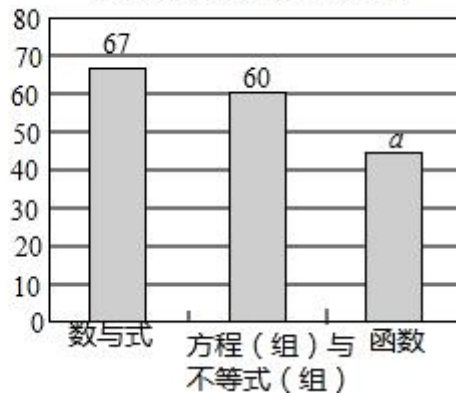
19. (8 分) 在结束了 380 课时初中阶段数学内容的学习后, 陈老师安排数学兴趣小组自制一份满分 120 分的检测试卷, 要求“数与代数”、“图形与几何”、“统计和概率”、“综合与实践”各部分内容所占的分值与其所用的课时比保持一致, 陈老师根据数学内容所用课时比例绘制了如图的统计表, 请根据图标提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 条形统计图中, $a=$ _____;
- (2) 扇形统计图中, “统计和概率”所在扇形的圆心角的度数为_____;
- (3) 在数学兴趣小组自制的检测试卷中, “图形与几何”应设计多少分?

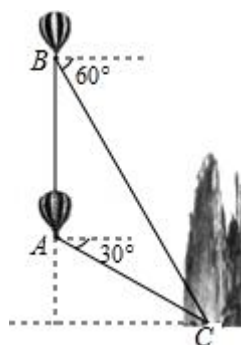
初中阶段教学内容课时分配扇形图



数与代数课时分配条形图

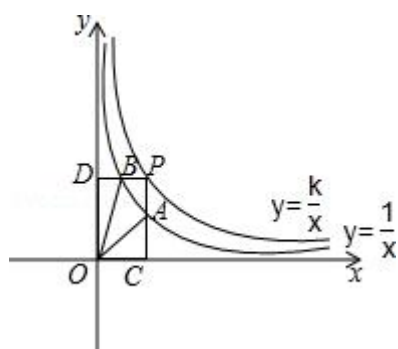


20. (8分) 热气球探测器显示，热气球在点 A 处看到某小山底部点 C 的俯角为 30° ，后垂直上升一定高度至点 B，看到点 C 的俯角为 60° ，热气球与小山的水平距离为 1800 米，如图，求热气球垂直上升的高度 AB (结果精确到 1 米，参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.732$) .



21. (8 分) 反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象如图所示, 点 P 在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $PC \perp x$ 轴, 垂足为 C, 交 $y = \frac{1}{x}$ 的图象于点 A, $PD \perp y$ 轴, 垂足为 D, 交 $y = \frac{1}{x}$ 的图象于点 B. 已知点 A ($m, 1$) 为线段 PC 的中点.

- (1) 求 m 和 k 的值;
- (2) 求四边形 OAPB 的面积.



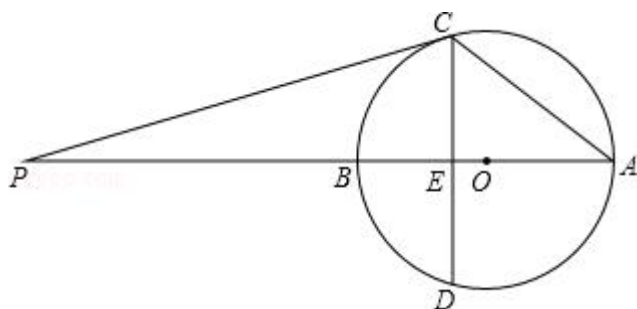
22. (10 分) 某超市经销一种绿茶, 每千克成本为 60 元, 经过市场调查发现, 在一段时间内, 该种绿茶的销售量 y (千克) 与销售价 x (元) 满足一次函数关系, 其变化与下表所示.

销售单价 x (元)	65	70	75	80
销售量 y (千克)	110	100	90	80

- (1) 求 y 与 x 的函数解析式;
- (2) 当销售单价为多少元时, 该绿茶的销售利润最大?
- (3) 如果物价部门规定这种绿茶每千克销售单价不高于 95 元, 若超市计划在这段时间内获得高种绿茶的销售利润为 1600 元, 其销售单价应定为多少?

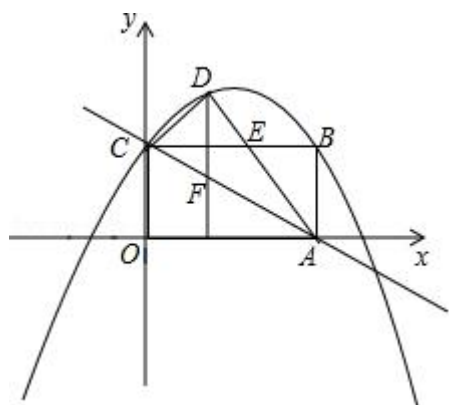
23. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是弦, $AB \perp CD$, 垂足为 E , 连接 AC 、 AD , 延长 AB 交过点 C 的直线于点 P , 且 $\angle DCP = \angle DAC$.

- (1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AC=5$, $CD=6$, 求 PC 的长.



24. (12 分) 已知一个矩形纸片 $OABC$ ，将该纸片放置在平面直角坐标系中，如图，点 $A(5, 0)$ ， $C(0, \frac{5}{2})$ ，把矩形纸片沿对角线 AC 折叠，使点 O 落在点 D ， AD 、 BC 相交于点 E 。

- (1) 求 CE 的长；
- (2) 求直线 AC 的函数解析式及点 D 的坐标；
- (3) 求经过点 C 、 D 、 B 抛物线的解析式；
- (4) 过点 D 作 x 轴的垂线，交直线 AC 于点 F ，点 P 是抛物线上的任意一点，过点 P 作 x 轴的垂线，交直线 AC 于点 Q 在抛物线上是否存在点 P ，使以点 P 、 D 、 F 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由。



2014 年湖北省恩施州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确的选项前的字母代号填在答卷相应位置上）

1. (3 分) -3 的倒数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

【考点】17: 倒数.

【专题】1: 常规题型.

【分析】利用倒数的定义，直接得出结果.

【解答】解： $\because -3 \times (-\frac{1}{3}) = 1$,

$\therefore -3$ 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

故选：C.

【点评】主要考查倒数的定义，要求熟练掌握. 需要注意的是负数的倒数还是负数.

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) 目前全球海洋面积约为 36100 万平方公里，用科学记数法将数 36100 万表示为 ()

- A. 3.61×10^8 B. 361×10^6 C. 3.61×10^4 D. 361×10^2

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小

数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 36100 万用科学记数法表示为: 3.61×10^8 .

故选: A.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) 下列运算中, 正确的是 ()

A. $a(a+1) = a^2 + 1$

B. $(a^2)^3 = a^6$

C. $a^3 + 4a^3 = 5a^6$

D. $a^6 \div a^2 = a^3$

【考点】 35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法;

4A: 单项式乘多项式.

【分析】 根据单项式乘多项式, 可判断 A, 根据幂的乘方, 可判断 B, 根据合并同类项, 可判断 C, 根据同底数幂的除法, 可判断 D.

【解答】 解: A、用单项式乘多项式的每一项, 并把所得的积相加, 故 A 错误;

B、底数不变指数相乘, 故 B 正确;

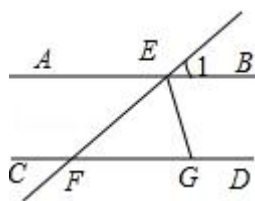
C、系数相加字母部分不变, 故 C 错误;

D、底数不变指数相减, 故 D 错误;

故选: B.

【点评】 本题考查了同底数幂的除法, 根据法则计算是解题关键.

4. (3 分) 如图, $AB \parallel CD$, EF 交 AB 、 CD 于点 E 、 F 、 EG 平分 $\angle BEF$, 交 CD 于点 G . 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle EGF =$ ()



- A. 20° B. 40° C. 70° D. 110°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】首先根据邻补角的性质可得 $\angle BEF=140^\circ$ ，再根据角平分线的性质可得

$\angle BEG=\frac{1}{2}\angle BEF=70^\circ$ ，然后利用平行线的性质可得 $\angle EGF=\angle BEG=70^\circ$.

【解答】解： $\because \angle 1=40^\circ$,

$\therefore \angle BEF=140^\circ$,

$\because EG$ 平分 $\angle BEF$,

$\therefore \angle BEG=\frac{1}{2}\angle BEF=70^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle EGF=\angle BEG=70^\circ$,

故选：C.

【点评】此题主要考查了平行线的性质，关键是掌握两直线平行，内错角相等.

5. (3分) 把 $ax^2 - 4axy + 4ay^2$ 分解因式正确的是 ()

- A. $a(x^2 - 4xy + 4y^2)$ B. $a(x - 4y)^2$
C. $a(2x - y)^2$ D. $a(x - 2y)^2$

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】11: 计算题.

【分析】原式提取 a 后，利用完全平方公式分解即可.

【解答】解：原式= $a(x - 2y)^2$.

故选：D.

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

6. (3分) 函数 $y = \frac{1}{x-2} + \sqrt{x+4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $-4 \leq x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \neq 2$ D. $x \geq -4$ 且 $x \neq 2$

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $x+4 \geq 0$ 且 $x-2 \neq 0$,

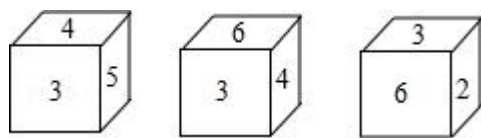
解得 $x \geq -4$ 且 $x \neq 2$.

故选：D.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

7. (3分) 正方体的六个面分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 六个数字，如图是其三种不同的放置方式，与数字“6”相对的面上的数字是 ()



- A. 1 B. 5 C. 4 D. 3

【考点】I8: 专题：正方体相对两个面上的文字.

【分析】正方体的六个面分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 六个数字，这六个数字一一对应，通过三个图形可看出与 3 相邻的数字有 2, 4, 5, 6，所以与 3 相对的数是 1，然后由第二个图和第三个图可看出与 6 相邻的数有 1, 2, 3, 4，所以与 6 相对的数是 5.

【解答】解：由三个图形可看出与 3 相邻的数字有 2，4，5，6，

所以与 3 相对的数是 1，

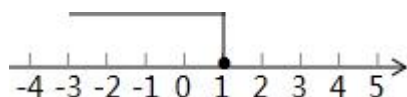
由第二个图和第三个图可看出与 6 相邻的数有 1，2，3，4，

所以与 6 相对的数是 5.

故选：B.

【点评】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，利用三个数相邻的两个图形进行判断即可.

8. (3 分) 关于 x 的不等式 $-x+a \geq 1$ 的解集如图所示，则 a 的值为 ()



A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集.

【分析】先用 a 表示出不等式的解集，再根据数轴上 x 的取值范围即可得出结论.

【解答】解：解关于 x 的不等式 $-x+a \geq 1$ 得， $x \leq a-1$ ，

$\because$ 数轴上 1 处是实心原点，且折线向左，

$\therefore x \leq 1$ ，

$\therefore a-1=1$ ，

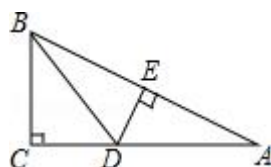
解得 $a=2$.

故选：D.

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式的解集，熟知“小于向左，大于向右”是解答此题的关键.

9. (3 分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， AB 的垂直平分线交 AC 于点 D ，

交 AB 于点 E . 若 $BC=2$ ， $AC=4$ ，则 $BD= ()$



A. $\frac{3}{2}$

B. 2

C. $\frac{5}{2}$

D. 3

【考点】KG: 线段垂直平分线的性质; KQ: 勾股定理.

【分析】设 $BD=x$, 先根据线段垂直平分线的性质可得 $BD=AD=x$, 则 $CD=4-x$, 然后在 $\triangle BCD$ 中根据勾股定理列出关于 x 的方程, 解方程即可求得 BD 的长.

【解答】解: 设 $BD=x$,

$\because AB$ 垂直平分线交 AC 于 D ,

$\therefore BD=AD=x$,

$\because AC=4$,

$\therefore CD=AC-AD=4-x$,

在 $\triangle BCD$ 中, 根据勾股定理得 $x^2=2^2+(4-x)^2$,

解得 $x=\frac{5}{2}$.

故选: C.

【点评】本题考查了线段垂直平分线的性质: 线段垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等, 同时考查了勾股定理.

10. (3分) “六一”期间, 某商店将单价标为 130 元的书包按 8 折出售可获利 30%, 该书包每个的进价是 ()

A. 65 元

B. 80 元

C. 100 元

D. 104 元

【考点】8A: 一元一次方程的应用.

【分析】设书包每个的进价是 x 元, 等量关系是: 售价 - 进价 = 利润, 依此列出方程, 解方程即可.

【解答】解: 设书包每个的进价是 x 元, 根据题意得

$$130 \times 0.8 - x = 30\%x,$$

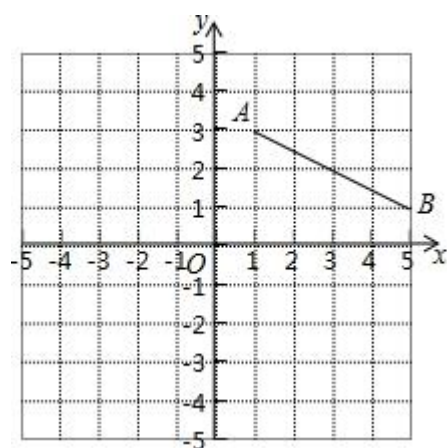
解得 $x=80$.

答：书包每个的进价是 80 元.

故选：B.

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程，再求解.

11. (3 分) 如图，线段 AB 放在边长为 1 个单位的小正方形网格中，点 A 、 B 均落在格点上，先将线段 AB 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到线段 A_1B_1 ，再将线段 AB 向下平移 3 个单位得到线段 A_2B_2 ，线段 AB ， A_1B_1 ， A_2B_2 的中点构成三角形面积为 ()



- A. $\frac{15}{2}$ B. 15 C. 3 D. $\frac{3}{2}$

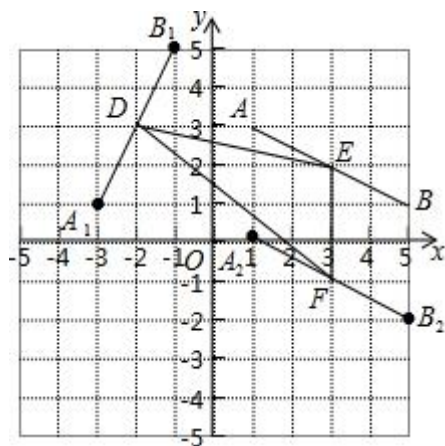
【考点】 Q2：平移的性质；R2：旋转的性质.

【专题】 24：网格型.

【分析】 首先作出线段 A_1B_1 和 A_2B_2 ，确定线段 AB ， A_1B_1 ， A_2B_2 的中点，作出三角形，利用三角形的面积公式求解.

【解答】 解：三角形的面积是： $\frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$.

故选：A.

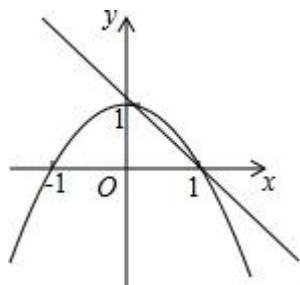


【点评】 本题考查了图形的旋转以及平移作图，以及三角形的面积公式，正确作出线段 AB ， A_1B_1 ， A_2B_2 的中点构成三角形是关键.

12. (3 分) 如图，已知抛物线 $y_1 = -x^2 + 1$ ，直线 $y_2 = -x + 1$ ，当 x 任取一值时， x 对应的函数值分别为 y_1 ， y_2 . 若 $y_1 \neq y_2$ ，取 y_1 ， y_2 中的较小值记为 M ；若 $y_1 = y_2$ ，记 $M = y_1 = y_2$. 例如：当 $x = 2$ 时， $y_1 = -3$ ， $y_2 = -1$ ， $y_1 < y_2$ ，此时 $M = -3$. 下列判断中：

- ①当 $x < 0$ 时， $M = y_1$ ；
- ②当 $x > 0$ 时， M 随 x 的增大而增大；
- ③使得 M 大于 1 的 x 值不存在；
- ④使得 $M = \frac{1}{2}$ 的值是 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$ ，

其中正确的个数有 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 利用函数图象，进而结合一次函数与二次函数增减性以及函数值的意义

分别分析得出即可.

【解答】解: $\because$ 当 x 任取一值时, x 对应的函数值分别为 y_1, y_2 . 若 $y_1 \neq y_2$, 取

y_1, y_2 中的较小值记为 M ; 若 $y_1 = y_2$, 记 $M = y_1 = y_2$.

$\therefore$ ①当 $x < 0$ 时, 由图象可得 $y_1 < y_2$, 故 $M = y_1$; 故此选项正确;

②当 $1 > x > 0$ 时, $y_1 > y_2$, $M = y_2$, 直线 $y_2 = -x + 1$ 中 y 随 x 的增大而减小, 故 M 随 x 的增大而减小, 此选项错误;

③由图象可得出: M 最大值为 1, 故使得 M 大于 1 的 x 值不存在, 故此选项正确;

④当 $-1 < x < 0$, $M = \frac{1}{2}$ 时, 即 $y_1 = -x^2 + 1 = \frac{1}{2}$,

解得: $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (不合题意舍去),

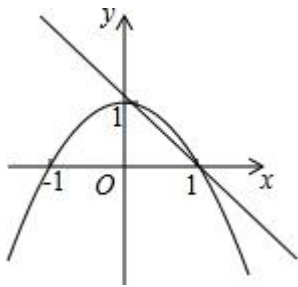
当 $0 < x < 1$, $M = \frac{1}{2}$ 时, 即 $y_2 = -x + 1 = \frac{1}{2}$,

解得: $x = \frac{1}{2}$,

故使得 $M = \frac{1}{2}$ 的值是 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$, 此选项正确.

故正确的有 3 个.

故选: C.



【点评】此题主要考查了二次函数与一次函数综合以及函数增减性等知识, 正确利用数形结合得出是解题关键.

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分, 不要求写出解答过程, 请把答案直接填写在相应位置上)

13. (3 分) 16 的算术平方根是 4.

【考点】22: 算术平方根.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据算术平方根的定义即可求出结果.

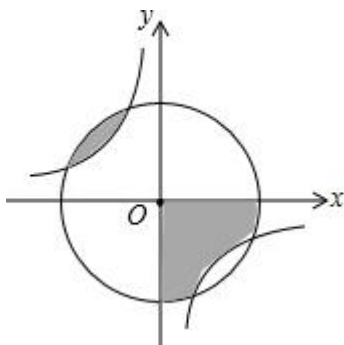
【解答】解: $\because 4^2=16$,

$$\therefore \sqrt{16}=4.$$

故答案为: 4.

【点评】此题主要考查了算术平方根的定义. 一个正数的算术平方根就是其正的平方根.

14. (3 分) 如图, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k<0$) 的图象与 $\odot O$ 相交, 某同学在 $\odot O$ 内做随机扎针实验, 针头落在阴影区域内的概率为 $\frac{1}{4}$.



【考点】G3: 反比例函数图象的对称性; X5: 几何概率.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据反比例函数的对称性得到阴影区域内的面积等于圆心角为 90° 的扇形面积, 然后面积的比求针头落在阴影区域内的概率.

【解答】解: 因为阴影区域内的面积等于圆心角为 90° 的扇形面积,

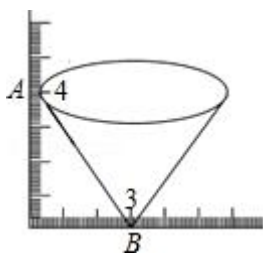
所以针头落在阴影区域内的概率 $=\frac{1}{4}$.

故答案为 $\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查了反比例函数图象的对称性: 反比例函数图象既是轴对称图形

又是中心对称图形，对称轴分别是：①二、四象限的角平分线 $y = -x$ ；②一、三象限的角平分线 $y = x$ ；对称中心是：坐标原点．也考查了几何概率．

15. (3 分) 一个圆锥形漏斗，某同学用三角波测得其高度的尺寸如图所示，则该圆锥形漏斗的侧面积为 15π ．



【考点】 MP：圆锥的计算．

【专题】 11：计算题．

【分析】 根据图中数据得到圆锥的高为 4，底面圆的半径为 3，则根据勾股定理计算出母线长为 5，然后利用圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式求解．

【解答】 解：圆锥的母线长 $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

所以该圆锥形漏斗的侧面积 $= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$ ．

故答案为 15π ．

【点评】 本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

16. (3 分) 观察下列一组数： $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}, \frac{1}{6}, \dots$ 它们是按分子，分母和的递增顺序排列的（和相等的分数，分子小的排在前面），那么这一组数的第 108 个数是 $\frac{3}{13}$ ．

【考点】 37：规律型：数字的变化类．

【分析】 根据观察数列，可发现规律： $\frac{1}{1}, (\frac{1}{2}, \frac{2}{1}), (\frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}), (\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}), (\frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}), \frac{1}{6}, \dots$ 和相等的数分别是 1 个、2 个、3 个、4 个、5 个、6 个、...

可得答案.

【解答】解: $1+2+3+4+\dots+14=\frac{14(14+1)}{2}=105,$

即第 105 个数是 $\frac{14}{1},$

第 106 个数是 $\frac{1}{15},$

第 107 个数是 $\frac{2}{14},$

第 108 个数是 $\frac{3}{13},$

故答案为: $\frac{3}{13}.$

【点评】 本题考查了数字的变化类, 发现规律: 和相等的数分别是 1 个, 2 个, 3 个, 4 个是解题关键.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 请 72 分, 请在答案指定区域内做答, 解答时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{2x-4}{x^2-1} \div \frac{x-2}{x^2+2x+1} - \frac{2x}{x-1},$ 其中 $x=2\sqrt{2}+1.$

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先把分子分母因式分解和除法化为乘法, 再约分得到原式 $=\frac{2(x+1)}{x-1} -$

$\frac{2x}{x-1},$ 然后进行同分母的减法运算, 再把 x 的值代入计算即可.

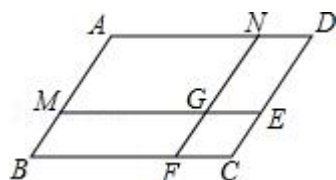
【解答】解: 原式 $=\frac{2(x-2)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{x-2} - \frac{2x}{x-1}$
 $=\frac{2(x+1)}{x-1} - \frac{2x}{x-1}$
 $=\frac{2x+2-2x}{x-1}$
 $=\frac{2}{x-1},$

当 $x=2\sqrt{2}+1$ 时, 原式 $=\frac{2}{2\sqrt{2}+1-1}$
 $=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

【点评】 本题考查了分式的化简求值：先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值．在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简．化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式．

18. (8 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 M ， N 分别在 AB 、 AD 上，且 $BM=DN$ ．过点 M 作 $ME \parallel AD$ 交 CD 于点 E ，过点 N 作 $NF \parallel AB$ 交 BC 于点 F ， ME 与 NF 相交于点 G ．

求证：四边形 $CEGF$ 是菱形．



【考点】 L5：平行四边形的性质；L9：菱形的判定．

【专题】 14：证明题．

【分析】 根据平行四边形的性质得出 $AD \parallel BC$ ， $AB \parallel CD$ ，推出平行四边形 $ADEM$ 、 $ABNF$ 、 $GECF$ ，求出 $GE=DN=GF=BM$ ，根据菱形的判定得出即可．

【解答】 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD=BC$ ， $AB=CD$ ， $AD \parallel BC$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore NF \parallel AB$ ， $ME \parallel AD$ ，

$\therefore NF \parallel CD$ ， $ME \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $DNGE$ 和四边形 $BMGF$ 是平行四边形，

$\therefore DN=EG$ ， $BM=GF$ ，

$\therefore BM=DN$ ，

$\therefore GF=GE$ ，

$\therefore GF \parallel CD$ ， $BC \parallel ME$ ，

∴ 四边形 CEGF 是平行四边形,

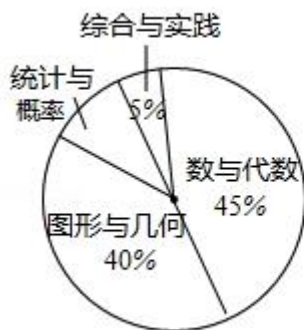
∴ 四边形 CEGF 是菱形.

【点评】 本题考查了菱形的判定, 平行四边形的性质和判定的应用, 解题的关键是能求出平行四边形 CEGF 和推出 $GF=GE$, 注意: 有一组邻边相等的平行四边形是菱形.

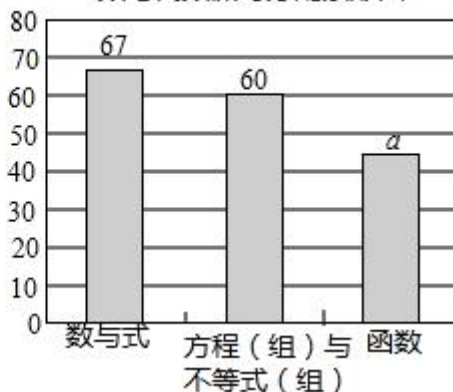
19. (8 分) 在结束了 380 课时初中阶段数学内容的学习后, 陈老师安排数学兴趣小组自制一份满分 120 分的检测试卷, 要求“数与代数”、“图形与几何”、“统计和概率”、“综合与实践”各部分内容所占的分值与其所用的课时比保持一致, 陈老师根据数学内容所用课时比例绘制了如图的统计表, 请根据图标提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 条形统计图中, $a = \underline{44}$;
- (2) 扇形统计图中, “统计和概率”所在扇形的圆心角的度数为 $\underline{36^\circ}$;
- (3) 在数学兴趣小组自制的检测试卷中, “图形与几何”应设计多少分?

初中阶段数学内容课时分配扇形图



数与代数课时分配条形图



【考点】 VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 用总课时数乘以数与代数所占的百分比, 再减去数与式和方程组与不等式组的数, 即可求出 a 的值;

(2) 用 360° 乘以统计与概率所占的百分比即可;

(3) 用 120 分乘以图形与几何所占的百分比即可得出答案.

【解答】解: (1) 根据题意得:

条形统计图中 $a=380 \times 45\% - 67 - 60=44$;

故答案为: 44;

(2) “统计和概率”所在扇形的圆心角的度数为 $360 \times (1 - 45\% - 5\% - 40\%) = 36^\circ$;

故答案为: 36° ;

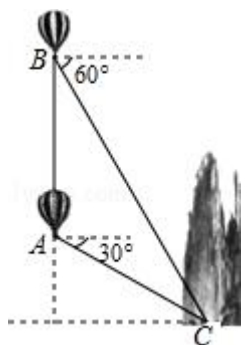
(3) 根据题意得:

$$120 \times 40\% = 48 \text{ (分)},$$

答：“图形与几何”应设计 48 分.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

20. (8分) 热气球探测器显示, 热气球在点 A 处看到某小山底部点 C 的俯角为 30° , 后垂直上升一定高度至点 B, 看到点 C 的俯角为 60° , 热气球与小山的水平距离为 1800 米, 如图, 求热气球垂直上升的高度 AB (结果精确到 1 米, 参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.732$).



【考点】TA: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

【分析】根据锐角三角函数关系分别得出 AD，BD 的长，进而求出 AB 的长.

【解答】解：过点 C 作 $CD \perp BA$ 延长线于点 D，

$\therefore$ 热气球与小山的水平距离为 1800 米，

$\therefore DC=1800\text{m}$ ，

$\therefore$ 热气球在点 A 处看到某小山底部点 C 的俯角为 30° ，从点 B，看到点 C 的俯角为 60° ，

$\therefore \angle DBC=30^\circ$ ， $\angle DAC=60^\circ$ ，

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{DC}{AD} = \frac{1800}{AD} = \sqrt{3},$$

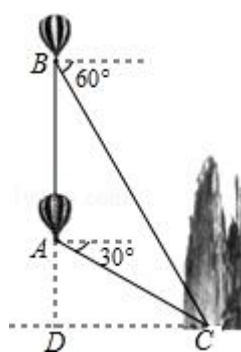
$\therefore$ 解得： $AD=600\sqrt{3}$ (m)，

$$\tan 30^\circ = \frac{DC}{BD} = \frac{1800}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得： $BD=1800\sqrt{3}$ (m)，

故 $AB=1800\sqrt{3}-600\sqrt{3} \approx 2078$ (m)，

答：热气球垂直上升的高度 AB 为 2078m.



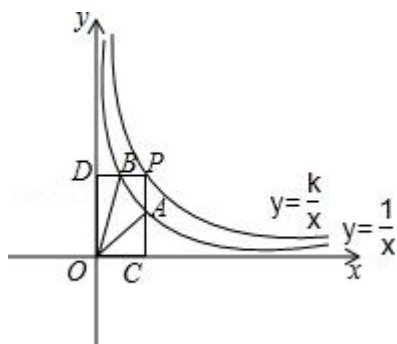
【点评】本题主要考查了仰角与俯角的计算，一般三角形的计算，常用的方法是利用作高线转化为直角三角形的计算.

21. (8 分) 反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 和 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象如图所示，点

P 在 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上， $PC \perp x$ 轴，垂足为 C，交 $y=\frac{1}{x}$ 的图象于点 A， $PD \perp y$ 轴，

垂足为 D，交 $y=\frac{1}{x}$ 的图象于点 B. 已知点 A (m , 1) 为线段 PC 的中点.

- (1) 求 m 和 k 的值;
- (2) 求四边形 $OAPB$ 的面积.



【考点】 G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 (1) 把 $A(m, 1)$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 得到 m 的值, 从而求出 A 点坐标, 再根据点 $A(m, 1)$ 为线段 PC 的中点, 求出 P 点坐标, 即可求出 k 值;

(2) 易得 $\triangle ODP$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, $\triangle OAC$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, 用四边形 $OCPD$ 的面积减去 $\triangle ODB$ 的面积和 $\triangle OAC$ 的面积即可.

【解答】 解: (1) 把 $A(m, 1)$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 得, $m=1$, A 点坐标为 $(1, 1)$.

$\therefore$ 点 $A(m, 1)$ 为线段 PC 的中点,

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(1, 2)$,

把 $(1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k=1 \times 2=2$,

(2) $\therefore$ 点 P 坐标为 $(1, 2)$,

$\therefore$ 四边形 $OCPD$ 的面积为 $1 \times 2=2$,

$\triangle ODB$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, $\triangle OAC$ 的面积为 $\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 四边形 $OAPB$ 的面积为 $2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}=1$.

【点评】 本题考查反比例函数系数 k 的几何意义, 过双曲线上的任意一点分别向两条坐标轴作垂线, 与坐标轴围成的矩形面积就等于 $|k|$. 本知识点是中考的

重要考点，同学们应高度关注.

22. (10 分) 某超市经销一种绿茶，每千克成本为 60 元，经过市场调查发现，在一段时间内，该种绿茶的销售量 y (千克) 与销售价 x (元) 满足一次函数关系，其变化与下表所示.

销售单价 x (元)	65	70	75	80
销售量 y (千克)	110	100	90	80

- (1) 求 y 与 x 的函数解析式;
- (2) 当销售单价为多少元时，该绿茶的销售利润最大?
- (3) 如果物价部门规定这种绿茶每千克销售单价不高于 95 元，若超市计划在这段时间内获得高种绿茶的销售利润为 1600 元，其销售单价应定为多少?

【考点】HE: 二次函数的应用.

【分析】(1) 易求得该函数式为一次函数，可得斜率为 -2 ，即可求得 y 与 x 的函数解析式;

(2) 根据销售利润=每千克利润 $\times$ 总销量，即可求得 w 关于 x 的解析式，求得 w 的最值即可解题;

(3) 令 $w=1600$ 时，求出 x 的解即可解题.

【解答】解：(1) 设一次函数解析式为 $y=kx+b$,

将点 (65, 110) 和 (70, 100) 代入 $y=kx+b$ 得:

$$k = -2, b = 240,$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 解析式为: } y = -2x + 240;$$

$$(2) \text{ 销售利润 } w = (x - 60)y = (x - 60)(-2x + 240) = -2x^2 + 360x - 14400,$$

$$\therefore x = -\frac{360}{2 \times (-2)} = 90 \text{ 时, 销售利润有最大值;}$$

$$(3) \text{ 当 } w = 1600 \text{ 时, 可得方程 } -2x^2 + 360x - 14400 = 1600,$$

解这个方程，得 $x_1=80$ ， $x_2=100$ ，

$\therefore$ 销售单价不得高于 95 元/kg，

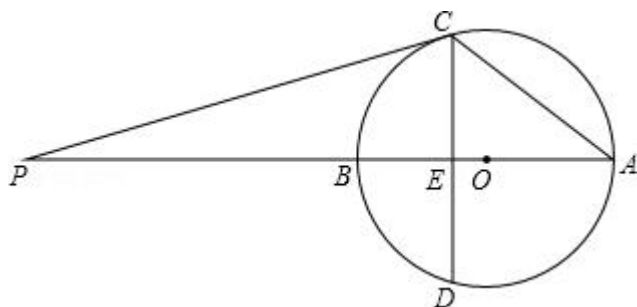
$\therefore$ 当销售单价为 80 可获得销售利润 1600 元.

【点评】 此题主要考查了二次函数的应用. 求二次函数的最大（小）值有三种方法，第一种可由图象直接得出，第二种是配方法，第三种是公式法，常用的是后两种方法.

23. (10 分) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，CD 是弦， $AB \perp CD$ ，垂足为 E，连接 AC、AD，延长 AB 交过点 C 的直线于点 P，且 $\angle DCP = \angle DAC$.

(1) 求证：PC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AC=5$ ， $CD=6$ ，求 PC 的长.



【考点】 MD：切线的判定.

【专题】 14：证明题.

【分析】 (1) 连结 OC，根据垂径定理由 $AB \perp CD$ 得 BC 弧 = BD 弧，再根据圆周角定理得 $\angle BOC = \angle DAC$ ，而 $\angle DCP = \angle DAC$ ，则 $\angle BOC = \angle DCP$ ，由于 $\angle ECO + \angle EOC = 90^\circ$ ，所以 $\angle ECO + \angle DCP = 90^\circ$ ，于是可根据切线的判定定理得到 PC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 由 $AB \perp CD$ ，根据垂径定理得到 $CE = \frac{1}{2}CD = 3$ ，在 $Rt\triangle ACE$ 中利用勾股定理计算出 $AE=4$ ，设 $\odot O$ 的半径为 R，在 $Rt\triangle OCE$ 中，则 $OC=R$ ， $OE=AE - OA=4 - R$ ，

则利用勾股定理得到 $(4-R)^2+3^2=R^2$, 解得 $R=\frac{25}{8}$, 所以 $OC=\frac{25}{8}$, $OE=4-\frac{25}{8}=\frac{7}{8}$,

然后证明 $Rt\triangle PCE \sim Rt\triangle COE$, 再利用相似比可计算出 PC.

【解答】 (1) 证明: 连结 OC,

$$\therefore AB \perp CD,$$

$$\therefore BC \text{ 弧} = BD \text{ 弧},$$

$$\therefore \angle BOC = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle DCP = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle DCP,$$

$$\therefore \angle ECO + \angle EOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECO + \angle DCP = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp PC,$$

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \therefore AB \perp CD,$$

$$\therefore CE = DE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

在 $Rt\triangle ACE$ 中, $AC=5$, $CE=3$,

$$\therefore AE = \sqrt{AC^2 - CE^2} = 4,$$

设 $\odot O$ 的半径为 R,

在 $Rt\triangle OCE$ 中, $OC=R$, $OE=AE-OA=4-R$,

$$\therefore OE^2 + CE^2 = OC^2,$$

$$\therefore (4-R)^2 + 3^2 = R^2, \text{ 解得 } R = \frac{25}{8},$$

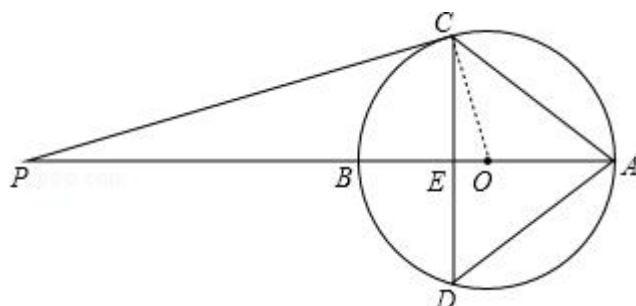
$$\therefore OC = \frac{25}{8}, \quad OE = 4 - \frac{25}{8} = \frac{7}{8},$$

$$\therefore \angle EOC = \angle DCP,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle PCE \sim \text{Rt}\triangle COE,$$

$$\therefore \frac{PC}{OC} = \frac{CE}{OE}, \quad \text{即} \quad \frac{PC}{\frac{25}{8}} = \frac{3}{\frac{7}{8}},$$

$$\therefore PC = \frac{75}{7}.$$



【点评】 本题考查了切线的判定定理：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线．也考查了垂径定理、圆周角定理和相似三角形的判定与性质．

24. (12 分) 已知一个矩形纸片 $OABC$ ，将该纸片放置在平面直角坐标系中，如图，点 $A(5, 0)$ ， $C(0, \frac{5}{2})$ ，把矩形纸片沿对角线 AC 折叠，使点 O 落在点 D ， AD 、 BC 相交于点 E ．

- (1) 求 CE 的长；
- (2) 求直线 AC 的函数解析式及点 D 的坐标；
- (3) 求经过点 C 、 D 、 B 抛物线的解析式；
- (4) 过点 D 作 x 轴的垂线，交直线 AC 于点 F ，点 P 是抛物线上的任意一点，过点 P 作 x 轴的垂线，交直线 AC 于点 Q 在抛物线上是否存在点 P ，使以点 P 、 D 、 F 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由．

$$\therefore \angle BCA = \angle DAC,$$

$$\therefore EC = EA.$$

设 $EC = x$, 则 $EA = x$, $EB = BC - EC = 5 - x$.

在 $Rt\triangle ABE$ 中,

$$(5 - x)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = x^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{25}{8}.$$

则 CE 的长为 $\frac{25}{8}$;

(2) 设直线 AC 的解析式为 $y = mx + n$,

$$\text{则有 } \begin{cases} 5m + n = 0 \\ n = \frac{5}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = \frac{5}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2};$$

在 $Rt\triangle CDE$ 中,

$$\therefore DC = \frac{5}{2}, \quad CE = \frac{25}{8}, \quad DE = DA - AE = 5 - \frac{25}{8} = \frac{15}{8},$$

$$\therefore DG = \frac{DC \cdot DE}{CE} = \frac{\frac{5}{2} \times \frac{15}{8}}{\frac{25}{8}} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CG = \sqrt{DC^2 - DG^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2,$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } \left(2, \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right) \text{ 即 } (2, 4).$$

(3) 设经过点 C 、 D 、 B 抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\therefore C \left(0, \frac{5}{2}\right), D (2, 4), B \left(5, \frac{5}{2}\right),$$

$$\therefore \begin{cases} c=\frac{5}{2} \\ 4a+2b+c=4 \\ 25a+5b+c=\frac{5}{2} \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ b=\frac{5}{4} \\ c=\frac{5}{2} \end{cases},$

$\therefore$ 经过点 C、D、B 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{5}{2}$;

(4) $\because DF \perp x$ 轴, $\therefore x_F = x_D = 2$,

$\therefore$ 点 F 在直线 AC 上, $\therefore y_F = -\frac{1}{2} \times 2 + \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$,

$\therefore DF = y_D - y_F = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.

设点 P 的横坐标为 p,

$\because PQ \perp x$ 轴, $\therefore x_P = x_Q = p$,

$\therefore$ 点 P 在抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{5}{2}$ 上, 点 Q 在直线 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 上,

$\therefore y_P = -\frac{1}{4}p^2 + \frac{5}{4}p + \frac{5}{2}$, $y_Q = -\frac{1}{2}p + \frac{5}{2}$.

若点 P、D、F、Q 为顶点的四边形是平行四边形,

$\because DF \perp x$ 轴, $PQ \perp x$ 轴,

$\therefore DF \parallel PQ$,

$\therefore DF$ 与 PQ 是平行四边形的对边,

$\therefore PQ = DF = \frac{5}{2}$.

①若点 P 在点 Q 的上方,

则有 $PQ = (-\frac{1}{4}p^2 + \frac{5}{4}p + \frac{5}{2}) - (-\frac{1}{2}p + \frac{5}{2}) = -\frac{1}{4}p^2 + \frac{7}{4}p = \frac{5}{2}$,

解得: $p_1 = 2$, $p_2 = 5$,

$$\text{当 } p=2 \text{ 时, } y_P = -\frac{1}{4} \times 2^2 + \frac{5}{4} \times 2 + \frac{5}{2} = 4,$$

此时点 P 与点 D 重合, 故舍去,

$$\text{当 } p=5 \text{ 时, } y_P = -\frac{1}{4} \times 5^2 + \frac{5}{4} \times 5 + \frac{5}{2} = \frac{5}{2},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(5, \frac{5}{2})$;

②若点 P 在点 Q 的下方,

$$\text{则有 } PQ = (-\frac{1}{2}p + \frac{5}{2}) - (-\frac{1}{4}p^2 + \frac{5}{4}p + \frac{5}{2}) = \frac{1}{4}p^2 - \frac{7}{4}p + \frac{5}{2},$$

$$\text{解得: } p_3 = \frac{7+\sqrt{89}}{2}, p_4 = \frac{7-\sqrt{89}}{2},$$

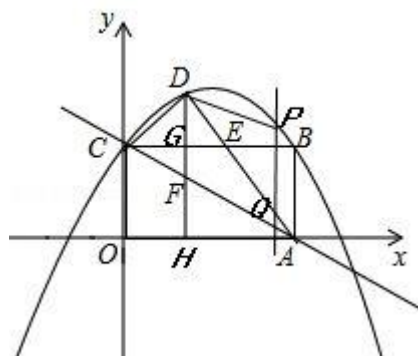
$$\text{当 } p = \frac{7+\sqrt{89}}{2} \text{ 时, } y_P = -\frac{1}{4} \times (\frac{7+\sqrt{89}}{2})^2 + \frac{5}{4} \times (\frac{7+\sqrt{89}}{2}) + \frac{5}{2} = -\frac{7+\sqrt{89}}{4},$$

$$\text{当 } p = \frac{7-\sqrt{89}}{2} \text{ 时, } y_P = -\frac{1}{4} \times (\frac{7-\sqrt{89}}{2})^2 + \frac{5}{4} \times (\frac{7-\sqrt{89}}{2}) + \frac{5}{2} = \frac{-7+\sqrt{89}}{4},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(\frac{7+\sqrt{89}}{2}, -\frac{7+\sqrt{89}}{4})$ 或 $(\frac{7-\sqrt{89}}{2}, \frac{-7+\sqrt{89}}{4})$.

综上所述: 当点 P、D、F、Q 为顶点的四边形是平行四边形时, 点 P 的坐标为

$(5, \frac{5}{2})$ 或 $(\frac{7+\sqrt{89}}{2}, -\frac{7+\sqrt{89}}{4})$ 或 $(\frac{7-\sqrt{89}}{2}, \frac{-7+\sqrt{89}}{4})$.



【点评】 本题主要考查了用待定系数法求直线及抛物线的解析式、矩形的性质、平行四边形的性质、轴对称的性质、等腰三角形的判定与性质、解方程、勾股定理等知识, 综合性比较强, 运用分类讨论并利用 $PQ=DF$ 建立方程是解决第 (4) 小题的关键.