

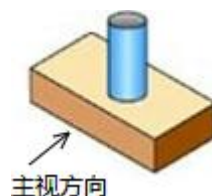
2014 年湖北省宜昌市中考数学试卷

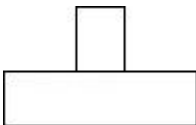
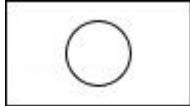
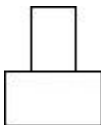
一、单项选择题（共 15 小题，每小题 3 分，满分 45 分）

1. (3 分) (2014•宜昌) 三峡大坝全长约 2309 米，这个数据用科学记数法表示为 () 米.



- A. 2.309×10^3 B. 23.09×10^2 C. 0.2309×10^4 D. 2.309×10^{-3}
2. (3 分) (2014•宜昌) 在 -2 , 0 , 3 , $\sqrt{6}$ 这四个数中，最大的数是 ()
- A. -2 B. 0 C. 3 D. $\sqrt{6}$
3. (3 分) (2014•宜昌) 平行四边形的内角和为 ()
- A. 180° B. 270° C. 360° D. 640°
4. (3 分) (2014•宜昌) 作业时间是中小学教育质量综合评价指标的考查要点之一，腾飞学习小组五个同学每天课外作业时间分别是 (单位：分钟)：60, 80, 75, 45, 120. 这组数据的中位数是 ()
- A. 45 B. 75 C. 80 D. 60
5. (3 分) (2014•宜昌) 如图的几何体是由一个圆柱体和一个长方形组成的，则这个几何体的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

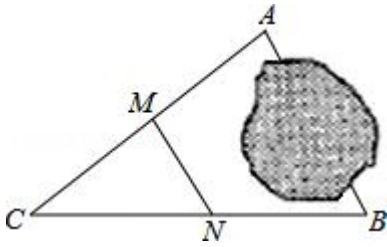
6. (3 分) (2014•宜昌) 已知三角形两边长分别为 3 和 8，则该三角形第三边的长可能是 ()
- A. 5 B. 10 C. 11 D. 12
7. (3 分) (2014•宜昌) 下列计算正确的是 ()
-

- A. $a+2a^2=3a^3$ B. $a^3 \cdot a^2=a^6$ C. $a^6+a^2=a^3$ D. $(ab)^3=a^3b^3$

8. (3分) (2014•宜昌) 2014年3月, YC市举办了首届中学生汉字听写大会, 从甲、乙、丙、丁4套题中随机抽取一套训练, 抽中甲的概率是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 1

9. (3分) (2014•宜昌) 如图, A, B两地被池塘隔开, 小明通过下列方法测出了A、B间的距离: 先在AB外选一点C, 然后测出AC, BC的中点M, N, 并测量出MN的长为12m, 由此他就知道了A、B间的距离. 有关他这次探究活动的描述错误的是 ()



- A. $AB=24m$ B. $MN \parallel AB$ C. $\triangle CMN \sim \triangle CAB$ D. $CM: MA=1: 2$

10. (3分) (2014•宜昌) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=30^\circ$, 以B为圆心, BC的长为半径圆弧, 交AC于点D, 连接BD, 则 $\angle ABD=$ ()

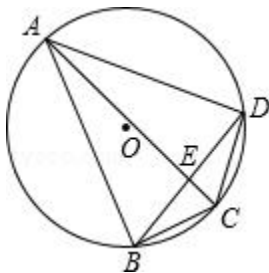


- A. 30 B. 45 C. 60 D. 90

11. (3分) (2014•宜昌) 要使分式 $\frac{3}{x-1}$ 有意义, 则x的取值范围是 ()

- A. $x \neq 1$ B. $x > 1$ C. $x < 1$ D. $x \neq -1$

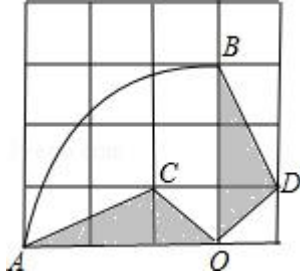
12. (3分) (2014•宜昌) 如图, 点A, B, C, D都在 $\odot O$ 上, AC, BD相交于点E, 则 $\angle ABD=$ ()



- A. $\angle ACD$ B. $\angle ADB$ C. $\angle AED$ D. $\angle ACB$

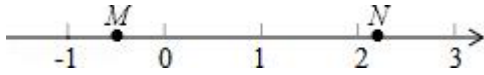
13. (3分) (2014•宜昌) 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, 若将

$\triangle AOC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle BOD$, 则 $\widehat{AB}$ 的长为 ()



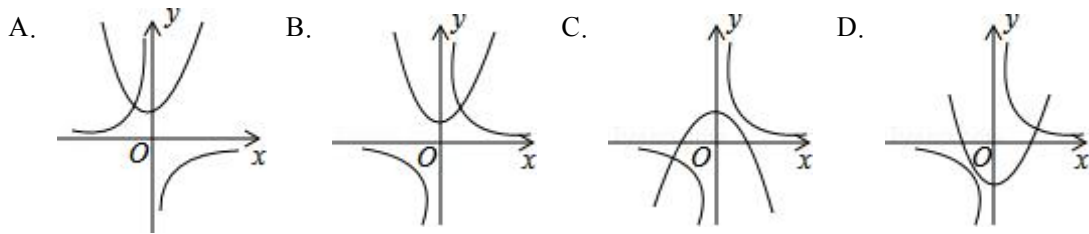
- A. π B. 6π C. 3π D. 1.5π

14. (3分) (2014•宜昌) 如图, M , N 两点在数轴上表示的数分别是 m , n , 则下列式子中成立的是 ()



- A. $m+n < 0$ B. $-m < -n$ C. $|m| - |n| > 0$ D. $2+m < 2+n$

15. (3分) (2014•宜昌) 二次函数 $y=ax^2+b$ ($b>0$) 与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 在同一坐标系中的图象可能是 ()



二、解答题 (共 9 小题, 共 75 分)

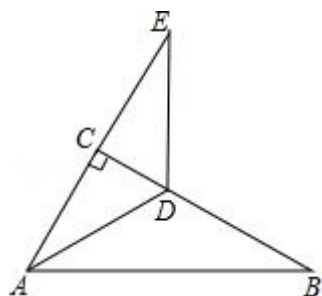
16. (6分) (2014•宜昌) 计算: $\sqrt{4} + |-2| + (-6) \times (-\frac{2}{3})$.

17. (6分) (2014•宜昌) 化简: $(a+b)(a-b) + 2b^2$.

18. (7 分) (2014•宜昌) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$.

(1) 求 $\angle CAD$ 的度数;

(2) 延长 AC 至 E , 使 $CE=AC$, 求证: $DA=DE$.



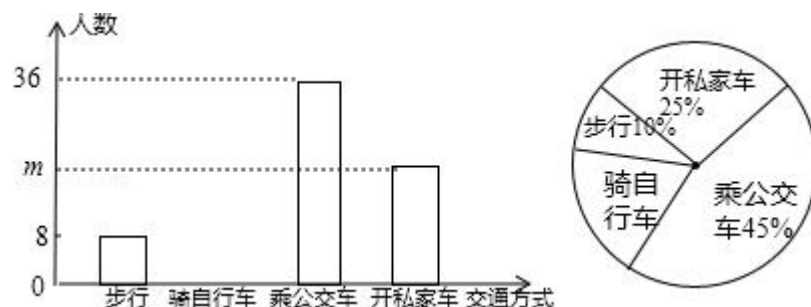
19. (7 分) (2014•宜昌) 下表中, y 是 x 的一次函数.

x	-2	1	2	_____	5
y	6	-3	_____	-12	-15

(1) 求该函数的表达式, 并补全表格;

(2) 已知该函数图象上一点 $M(1, -3)$ 也在反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ 图象上, 求这两个函数图象的另一交点 N 的坐标.

20. (8分) (2014•宜昌) “低碳生活，绿色出行”是我们倡导的一种生活方式，有关部门抽样调查了某单位员工上下班的交通方式，绘制了如下统计图：



(1) 填空：样本中的总人数为_____；开私家车的人数 m = _____；扇形统计图中“骑自行车”所在扇形的圆心角为_____度；

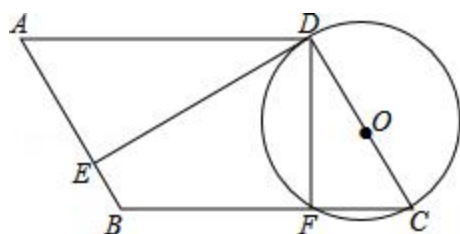
(2) 补全条形统计图；

(3) 该单位共有 2000 人，积极践行这种生活方式，越来越多的人上下班由开私家车改为骑自行车。若步行，坐公交车上下班的人数保持不变，问原来开私家车的人中至少有多少人改为骑自行车，才能使骑自行车的人数不低于开私家车的人数？

21. (8分) (2014•宜昌) 已知：如图，四边形 ABCD 为平行四边形，以 CD 为直径作 $\odot O$ ， $\odot O$ 与边 BC 相交于点 F， $\odot O$ 的切线 DE 与边 AB 相交于点 E，且 $AE = 3EB$ 。

(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle CDF$ ；

(2) 当 $CF : FB = 1 : 2$ 时，求 $\odot O$ 与 $\square ABCD$ 的面积之比。



22. (10 分) (2014•宜昌) 在“文化宜昌•全民阅读”活动中, 某中学社团“精一读书社”对全校学生的人数及纸质图书阅读量(单位: 本)进行了调查, 2012 年全校有 1000 名学生, 2013 年全校学生人数比 2012 年增加 10%, 2014 年全校学生人数比 2013 年增加 100 人.

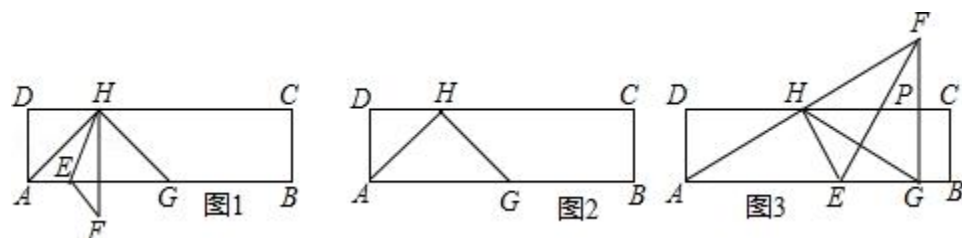
(1) 求 2014 年全校学生人数;

(2) 2013 年全校学生人均阅读量比 2012 年多 1 本, 阅读总量比 2012 年增加 1700 本 (注: 阅读总量=人均阅读量×人数)

①求 2012 年全校学生人均阅读量;

②2012 年读书社人均阅读量是全校学生人均阅读量的 2.5 倍, 如果 2012 年、2014 年这两年读书社人均阅读量都比前一年增长一个相同的百分数 a , 2014 年全校学生人均阅读量比 2012 年增加的百分数也是 a , 那么 2014 年读书社全部 80 名成员的阅读总量将达到全校学生阅读总量的 25%, 求 a 的值.

23. (11 分) (2014•宜昌) 在矩形 $ABCD$ 中, $\frac{AB}{AC}=a$, 点 G, H 分别在边 AB, DC 上, 且 $HA=HG$, 点 E 为 AB 边上的一个动点, 连接 HE , 把 $\triangle AHE$ 沿直线 HE 翻折得到 $\triangle FHE$.



(1) 如图 1, 当 $DH=DA$ 时,

①填空: $\angle HGA=$ _____度;

②若 $EF \parallel HG$, 求 $\angle AHE$ 的度数, 并求此时的最小值;

(2) 如图 3, $\angle AEH=60^\circ$, $EG=2BG$, 连接 FG , 交边 FG , 交边 DC 于点 P , 且 $FG \perp AB$, G 为垂足, 求 a 的值.

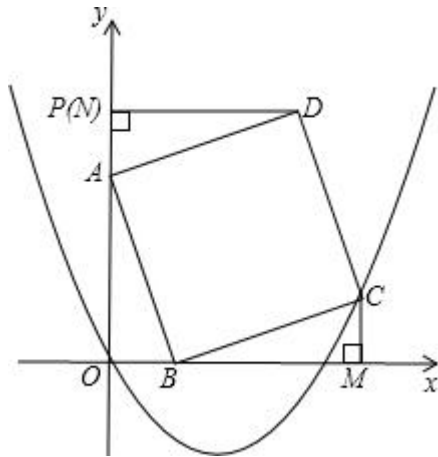
24. (12 分) (2014•宜昌) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $P(0, 4)$, 点 A 在线段 OP 上, 点 B 在 x 轴正半轴上, 且 $AP=OB=t$, $0 < t < 4$, 以 AB 为边在第一象限内作正方形 $ABCD$; 过点 C 、 D 依次向 x 轴、 y 轴作垂线, 垂足为 M 、 N , 设过 O 、 C 两点的抛物线为 $y=ax^2+bx+c$.

(1) 填空: $\triangle AOB \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}} \cong \triangle BMC$ (不需证明); 用含 t 的代数式表示 A 点纵坐标: $A(0, \underline{\hspace{2cm}})$;

(2) 求点 C 的坐标, 并用含 a 、 t 的代数式表示 b ;

(3) 当 $t=1$ 时, 连接 OD , 若此时抛物线与线段 OD 只有唯一的公共点 O , 求 a 的取值范围;

(4) 当抛物线开口向上, 对称轴是直线 $x=2-\frac{1}{2t}$, 顶点随着 t 的增大向上移动时, 求 t 的取值范围.



2014 年湖北省宜昌市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（共 15 小题，每小题 3 分，满分 45 分）

1. (3 分) (2014•宜昌) 三峡大坝全长约 2309 米，这个数据用科学记数法表示为 () 米.



- A. 2.309×10^3 B. 23.09×10^2 C. 0.2309×10^4 D. 2.309×10^{-3}

考点: 科学记数法—表示较大的数

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答: 解: $2309 = 2.309 \times 10^3$,

故选: A.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3 分) (2014•宜昌) 在 -2 , 0 , 3 , $\sqrt{6}$ 这四个数中，最大的数是 ()

- A. -2 B. 0 C. 3 D. $\sqrt{6}$

考点: 实数大小比较.

分析: 根据正数大于 0 ， 0 大于负数，可得答案.

解答: 解: $-2 < 0 < \sqrt{6} < 3$,

故选: C.

点评: 本题考查了实数比较大小， $\sqrt{6} < 3$ 是解题关键.

3. (3 分) (2014•宜昌) 平行四边形的内角和为 ()

- A. 180° B. 270° C. 360° D. 640°

考点: 多边形内角与外角.

分析: 利用多边形的内角和 $= (n - 2) \cdot 180^\circ$ 即可解决问题

解答: 解: 解: 根据多边形的内角和可得:

$$(4 - 2) \times 180^\circ = 360^\circ.$$

故选: C.

点评: 本题考查了对于多边形内角和定理的识记. n 边形的内角和为 $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

4. (3分) (2014•宜昌) 作业时间是中小学教育质量综合评价指标的考查要点之一, 腾飞学习小组五个同学每天课外作业时间分别是 (单位: 分钟): 60, 80, 75, 45, 120. 这组数据的中位数是 ()

- A. 45 B. 75 C. 80 D. 60

考点: 中位数

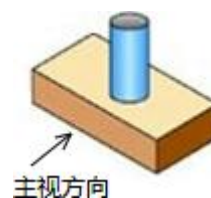
分析: 根据中位数的概念求解即可.

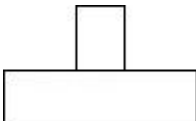
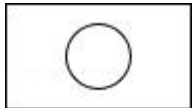
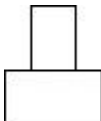
解答: 解: 将数据从小到大排列为: 45, 60, 75, 80, 120,
中位数为 75.

故选 B.

点评: 本题考查了中位数的定义, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数.

5. (3分) (2014•宜昌) 如图的几何体是由一个圆柱体和一个长方形组成的, 则这个几何体的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单组合体的三视图.

分析: 根据俯视图是从上面看得到的图形, 可得答案.

解答: 解: 从上面看外边是一个矩形, 里面是一个圆,
故选: C.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 俯视图是从上面看得到的图形.

6. (3分) (2014•宜昌) 已知三角形两边长分别为 3 和 8, 则该三角形第三边的长可能是 ()

- A. 5 B. 10 C. 11 D. 12

考点: 三角形三边关系.

分析: 根据三角形的第三边大于两边之差, 而小于两边之和求得第三边的取值范围, 再进一步选择.

解答: 解: 根据三角形的三边关系, 得
第三边大于: $8 - 3 = 5$, 而小于: $3 + 8 = 11$.
则此三角形的第三边可能是: 10.

故选: B.

点评: 本题考查了三角形的三边关系, 即三角形的第三边大于两边之差, 而小于两边之和, 此题基础题, 比较简单.

7. (3分) (2014•宜昌) 下列计算正确的是 ()

- A. $a+2a^2=3a^3$ B. $a^3 \cdot a^2=a^6$ C. $a^6+a^2=a^3$ D. $(ab)^3=a^3b^3$

考点: 幂的乘方与积的乘方; 合并同类项; 同底数幂的乘法.

分析: 根据合并同类项法则, 同底数幂的乘法, 积的乘方分别求出每个式子的结果, 再判断即可.

解答: 解: A、 a 和 $2a^2$ 不能合并, 故本选项错误;

B、 $a^3 \cdot a^2=a^5$, 故本选项错误;

C、 a^6 和 a^2 不能合并, 故本选项错误;

D、 $(ab)^3=a^3b^3$, 故本选项正确;

故选 D.

点评: 本题考查了合并同类项法则, 同底数幂的乘法, 积的乘方的应用, 主要考查学生的计算能力.

8. (3分) (2014•宜昌) 2014年3月, YC市举办了首届中学生汉字听写大会, 从甲、乙、丙、丁4套题中随机抽取一套训练, 抽中甲的概率是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 1

考点: 概率公式.

分析: 四套题中抽一套进行训练, 利用概率公式直接计算即可.

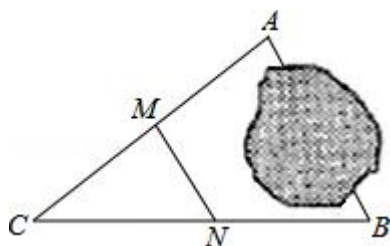
解答: 解: $\because$ 从甲、乙、丙、丁4套题中随机抽取一套训练,

$\therefore$ 抽中甲的概率是 $\frac{1}{4}$,

故选 C.

点评: 本题考查了概率的公式, 能记住概率的求法是解决本题的关键, 比较简单.

9. (3分) (2014•宜昌) 如图, A, B两地被池塘隔开, 小明通过下列方法测出了A、B间的距离: 先在AB外选一点C, 然后测出AC, BC的中点M, N, 并测量出MN的长为12m, 由此他就知道了A、B间的距离. 有关他这次探究活动的描述错误的是 ()



- A. $AB=24m$ B. $MN \parallel AB$ C. $\triangle CMN \sim \triangle CAB$ D. $CM: MA=1: 2$

考点: 三角形中位线定理; 相似三角形的应用.

专题: 应用题.

分析: 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $MN \parallel AB$, $MN=\frac{1}{2}AB$,

再根据相似三角形的判定解答.

解答: 解: $\because$ M、N 分别是 AC, BC 的中点,

$$\therefore MN \parallel AB, MN = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AB = 2MN = 2 \times 12 = 24\text{m},$$

$$\triangle CMN \sim \triangle CAB,$$

$\because$ M 是 AC 的中点,

$$\therefore CM = MA,$$

$$\therefore CM : MA = 1 : 1,$$

故描述错误的是 D 选项.

故选 D.

点评: 本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半, 相似三角形的判定, 熟记定理并准确识图是解题的关键.

10. (3 分) (2014•宜昌) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=30^\circ$, 以 B 为圆心, BC 的长为半径圆弧, 交 AC 于点 D, 连接 BD, 则 $\angle ABD=$ ()



A. 30

B. 45

C. 60

D. 90

考点: 等腰三角形的性质.

分析: 根据等腰三角形两底角相等求出 $\angle ABC = \angle ACB$, 再求出 $\angle CBD$, 然后根据 $\angle ABD = \angle ABC - \angle CBD$ 计算即可得解.

解答: 解: $\because AB=AC$, $\angle A=30^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ,$$

$\because$ 以 B 为圆心, BC 的长为半径圆弧, 交 AC 于点 D,

$$\therefore BC = BD,$$

$$\therefore \angle CBD = 180^\circ - 2\angle ACB = 180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle CBD = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ.$$

故选 B.

点评: 本题考查了等腰三角形的性质, 主要利用了等腰三角形两底角相等, 熟记性质是解题的关键.

11. (3 分) (2014•宜昌) 要使分式 $\frac{3}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 1$

B. $x > 1$

C. $x < 1$

D. $x \neq -1$

考点: 分式有意义的条件.

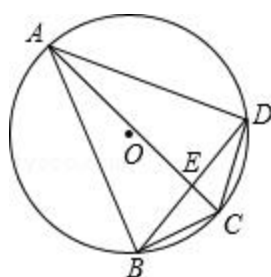
分析: 根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

解答: 解: 由题意得, $x - 1 \neq 0$,
解得 $x \neq 1$.
故选 A.

点评: 本题考查了分式有意义的条件, 从以下三个方面透彻理解分式的概念:

- (1) 分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母为零;
- (2) 分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母不为零;
- (3) 分式值为零 $\Leftrightarrow$ 分子为零且分母不为零.

12. (3 分) (2014•宜昌) 如图, 点 A, B, C, D 都在 $\odot O$ 上, AC, BD 相交于点 E, 则 $\angle ABD =$ ()



- A. $\angle ACD$ B. $\angle ADB$ C. $\angle AED$ D. $\angle ACB$

考点: 圆周角定理.

分析: 根据圆周角定理即可判断 A、B、D, 根据三角形外角性质即可判断 C.

解答: 解: A、 $\because \angle ABD$ 对的弧是弧 AD, $\angle ACD$ 对的弧也是 AD,

$\therefore \angle ABD = \angle ACD$, 故本选项正确;

B、 $\because \angle ABD$ 对的弧是弧 AD, $\angle ADB$ 对的弧也是 AB, 而已知没有说弧 AD=弧 AB,
 $\therefore \angle ABD$ 和 $\angle ACD$ 不相等, 故本选项错误;

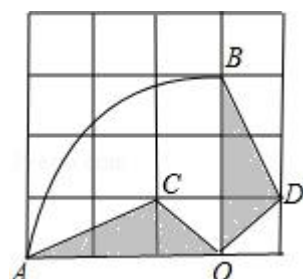
C、 $\angle AED > \angle ABD$, 故本选项错误;

D、 $\because \angle ABD$ 对的弧是弧 AD, $\angle ACB$ 对的弧也是 AB, 而已知没有说弧 AD=弧 AB,
 $\therefore \angle ABD$ 和 $\angle ACB$ 不相等, 故本选项错误;

故选 A.

点评: 本题考查了圆周角定理和三角形外角性质的应用, 注意: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等.

13. (3 分) (2014•宜昌) 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, 若将 $\triangle AOC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle BOD$, 则 $\widehat{AB}$ 的长为 ()



- A. π B. 6π C. 3π D. 1.5π

考点: 旋转的性质; 弧长的计算.

分析: 根据弧长公式列式计算即可得解.

解答: 解: $\widehat{AB}$ 的长 $= \frac{90 \cdot \pi \cdot 3}{180} = 1.5\pi$.

故选 D.

点评: 本题考查了旋转的性质, 弧长的计算, 熟记弧长公式是解题的关键.

14. (3 分) (2014•宜昌) 如图, M, N 两点在数轴上表示的数分别是 m, n, 则下列式子中成立的是 ()



- A. $m+n < 0$ B. $-m < -n$ C. $|m| - |n| > 0$ D. $2+m < 2+n$

考点: 实数与数轴.

分析: 根据 M、N 两点在数轴上的位置判断出其取值范围, 再对各选项进行逐一分析即可.

解答: 解: M、N 两点在数轴上的位置可知: $-1 < M < 0$, $N > 2$,

$\therefore M+N > 0$, 故 A 错误,

$\therefore -M > -N$, 故 B 错误,

$\therefore |m| - |n| < 0$, 故 C 错误.

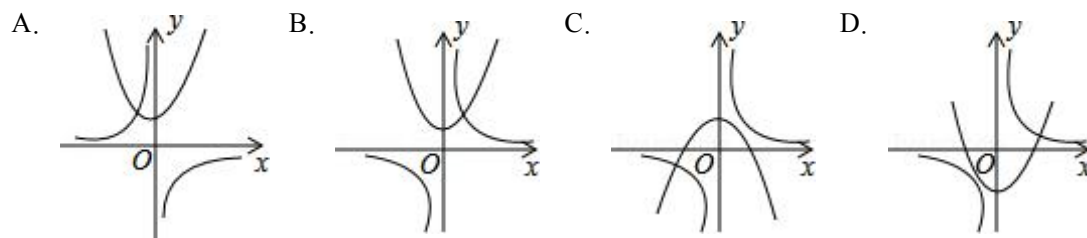
$\therefore 2+m < 2+n$ 正确,

$\therefore$ D 选项正确.

故选: D.

点评: 本题考查的是数轴的特点, 根据 a、b 两点在数轴上的位置判断出其取值范围是解答此题的关键.

15. (3 分) (2014•宜昌) 二次函数 $y=ax^2+b$ ($b > 0$) 与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 在同一坐标系中的图象可能是 ()



考点: 二次函数的图象; 反比例函数的图象.

专题: 数形结合.

分析: 先根据各选项中反比例函数图象的位置确定 a 的范围, 再根据 a 的范围对抛物线的大致位置进行判断, 从而确定该选项是否正确.

解答: 解: A、对于反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 经过第二、四象限, 则 $a < 0$, 所以抛物线开口向下, 所以 A 选项错误;

B、对于反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 经过第一、三象限, 则 $a > 0$, 所以抛物线开口向上, $b > 0$,

抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方，所以 B 选项正确；

C、对于反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 经过第一、三象限，则 $a > 0$ ，所以抛物线开口向上，所以 C 选项正确；

D、对于反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 经过第一、三象限，则 $a > 0$ ，所以抛物线开口向上，而 $b > 0$ ，抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方，所以 D 选项错误。
故选 B.

点评： 本题考查了二次函数的图象：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a 、 b 、 c 为常数， $a \neq 0$) 的图象为抛物线，当 $a > 0$ ，抛物线开口向上；当 $a < 0$ ，抛物线开口向下。对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$ ；与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$ 。也考查了反比例函数的图象。

二、解答题 (共 9 小题, 共 75 分)

16. (6 分) (2014•宜昌) 计算: $\sqrt{4} + |-2| + (-6) \times (-\frac{2}{3})$.

考点： 实数的运算.

分析： 本题涉及绝对值、二次根式化简、有理数的乘法三个考点。针对每个考点分别进行计算，然后再计算有理数的加法即可。

解答： 解：原式 $= 2 + 2 + 4 = 8$.

点评： 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型。解决此类题目的关键是熟练掌握二次根式、绝对值等考点的运算。

17. (6 分) (2014•宜昌) 化简: $(a+b)(a-b) + 2b^2$.

考点： 平方差公式；合并同类项.

分析： 先根据平方差公式算乘法，再合并同类项即可。

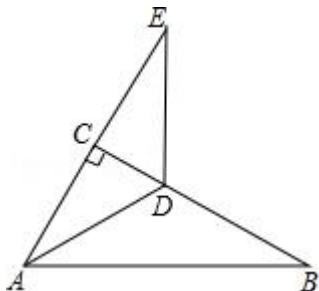
解答： 解：原式 $= a^2 - b^2 + 2b^2$
 $= a^2 + b^2$.

点评： 本题考查了平方差公式和整式的混合运算的应用，主要考查学生的化简能力。

18. (7 分) (2014•宜昌) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，AD 平分 $\angle CAB$ 。

(1) 求 $\angle CAD$ 的度数；

(2) 延长 AC 至 E，使 $CE = AC$ ，求证: $DA = DE$ 。



考点： 全等三角形的判定与性质

分析: (1) 利用“直角三角形的两个锐角互余”的性质和角平分的性质进行解答;

(2) 通过证 $\triangle ACD \cong \triangle ECD$ 来推知 $DA=DE$.

解答: (1) 解: 如图, $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$,

$$\therefore \angle B=30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB=60^\circ.$$

又 $\because AD$ 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle CAB = 30^\circ, \text{ 即 } \angle CAD = 30^\circ;$$

(2) 证明: $\because \angle ACD + \angle ECD = 180^\circ$, 且 $\angle ACD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ECD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ECD.$$

$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 与 } \triangle ECD \text{ 中, } \begin{cases} AC=EC \\ \angle ACD=\angle ECD, \\ CD=CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ECD \text{ (SAS),}$$

$$\therefore DA=DE.$$

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质. 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

19. (7分) (2014·宜昌) 下表中, y 是 x 的一次函数.

x	-2	1	2	4	5
y	6	-3	-6	-12	-15

(1) 求该函数的表达式, 并补全表格;

(2) 已知该函数图象上一点 $M(1, -3)$ 也在反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ 图象上, 求这两个函数图象的另一交点 N 的坐标.

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题; 待定系数法求一次函数解析式.

分析: (1) 设 $y=kx+b$, 将点 $(-2, 6)$ 、 $(5, -15)$ 代入可得函数解析式, 也可补全表格;

(2) 将点 M 的坐标代入, 可得 m 的值, 联立一次函数及反比例函数解析式可得另一交点坐标.

解答: 解: (1) 设该一次函数为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

$\because$ 当 $x=-2$ 时, $y=6$, 当 $x=1$ 时, $y=-3$,

$$\therefore \begin{cases} -2k+b=6 \\ k+b=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-3 \\ b=0 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的表达式为: $y=-3x$,

当 $x=2$ 时, $y=-6$; 当 $y=-12$ 时, $x=4$.

补全表格如题中所示.

(2) $\because$ 点 M (1, -3) 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 上 ($m \neq 0$),

$$\therefore -3 = \frac{m}{1},$$

$$\therefore m = -3,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为: } y = -\frac{3}{x},$$

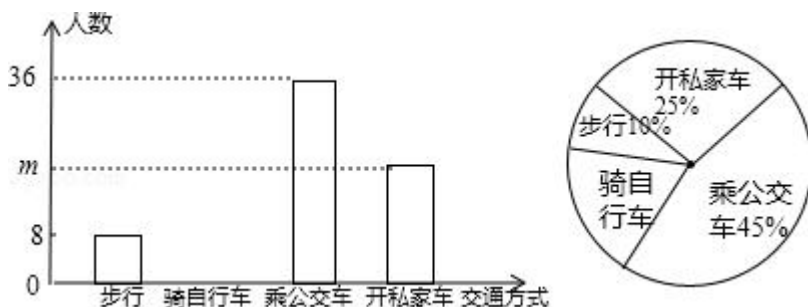
$$\text{联立可得} \begin{cases} y = -3x \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 另一交点坐标为 (-1, 3).

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 解答本题的关键是熟练待定系数法的运用, 难度一般.

20. (8 分) (2014•宜昌) “低碳生活, 绿色出行”是我们倡导的一种生活方式, 有关部门抽样调查了某单位员工上下班的交通方式, 绘制了如下统计图:



(1) 填空: 样本中的总人数为 80; 开私家车的人数 $m =$ 20; 扇形统计图中“骑自行车”所在扇形的圆心角为 72 度;

(2) 补全条形统计图;

(3) 该单位共有 2000 人, 积极践行这种生活方式, 越来越多的人上下班由开私家车改为骑自行车. 若步行, 坐公交车上下班的人数保持不变, 问原来开私家车的人中至少有多少人改为骑自行车, 才能使骑自行车的人数不低于开私家车的人数?

考点: 条形统计图; 一元一次不等式的应用; 扇形统计图.

专题: 图表型.

分析: (1) 用乘公交车的人数除以所占的百分比, 计算即可求出总人数, 再用总人数乘以开私家车的所占的百分比求出 m , 用 360° 乘以骑自行车的所占的百分比计算即可得解;

(2) 求出骑自行车的人数, 然后补全统计图即可;

(3) 设原来开私家车的人中有 x 人改为骑自行车, 表示出改后骑自行车的人数和开私家车的人数, 列式不等式, 求解即可.

解答: 解: (1) 样本中的总人数为: $36 \div 45\% = 80$ 人,
开私家车的人数 $m = 80 \times 25\% = 20$;

扇形统计图中“骑自行车”所占的百分比为： $1 - 10\% - 25\% - 45\% = 20\%$ ，
所在扇形的圆心角为 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ；
故答案为：80，20，72；

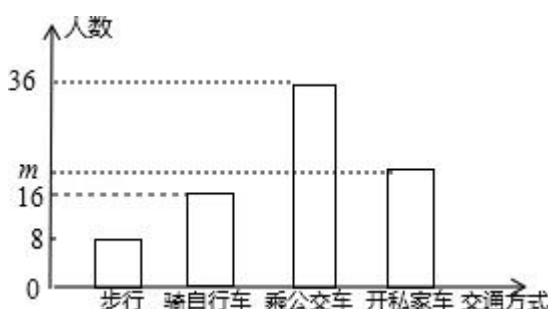
(2) 骑自行车的人数为： $80 \times 20\% = 16$ 人，
补全统计图如图所示；

(3) 设原来开私家车的人中有 x 人改为骑自行车，

由题意得， $\frac{16}{80} \times 2000 + x \geq \frac{20}{80} \times 2000 - x$ ，

解得 $x \geq 50$ ，

答：原来开私家车的人中至少有 50 人改为骑自行车，才能使骑自行车的人数不低于开私家车的人数。

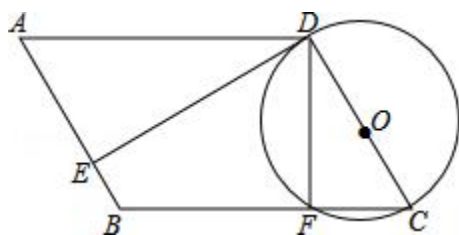


点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

21. (8 分) (2014·宜昌) 已知：如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，以 CD 为直径作 $\odot O$ ， $\odot O$ 与边 BC 相交于点 F ， $\odot O$ 的切线 DE 与边 AB 相交于点 E ，且 $AE = 3EB$ ．

(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle CDF$ ；

(2) 当 $CF : FB = 1 : 2$ 时，求 $\odot O$ 与 $\square ABCD$ 的面积之比．



考点： 切线的性质；勾股定理；平行四边形的性质；相似三角形的判定与性质．

分析： (1) 根据平行四边形的性质得出 $\angle A = \angle C$ ， $AD \parallel BC$ ，求出 $\angle ADE = \angle CDF$ ，根据相似三角形的判定推出即可；

(2) 设 $CF = x$ ， $FB = 2x$ ，则 $BC = 3x$ ，设 $EB = y$ ，则 $AE = 3y$ ， $AB = 4y$ ，根据相似得出 $\frac{3y}{3x} = \frac{x}{4y}$ ，

求出 $x = 2y$ ，由勾股定理得求出 $DF = 2\sqrt{3}y$ ，分别求出 $\odot O$ 的面积和四边形 $ABCD$ 的面积，即可求出答案．

解答： (1) 证明： $\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle DFC=90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $\therefore \angle A=\angle C$, $AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle ADF=\angle DFC=90^\circ$,
 $\therefore DE$ 为 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore DE \perp DC$,
 $\therefore \angle EDC=90^\circ$,
 $\therefore \angle ADF=\angle EDC=90^\circ$,
 $\therefore \angle ADE=\angle CDF$,
 $\therefore \angle A=\angle C$,
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle CDE$;

(2) 解: $\because CF: FB=1: 2$,
 $\therefore$ 设 $CF=x$, $FB=2x$, 则 $BC=3x$,
 $\therefore AE=3EB$,
 $\therefore$ 设 $EB=y$, 则 $AE=3y$, $AB=4y$,
 $\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $\therefore AD=BC=3x$, $AB=DC=4y$,
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle CDF$,

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{CF}{CD},$$

$$\therefore \frac{3y}{3x} = \frac{x}{4y},$$

$\therefore x, y$ 均为正数,

$$\therefore x=2y,$$

$$\therefore BC=6y, CF=2y,$$

在 $Rt\triangle DFC$ 中, $\angle DFC=90^\circ$,

$$\text{由勾股定理得: } DF = \sqrt{DC^2 - FC^2} = \sqrt{(4y)^2 - (2y)^2} = 2\sqrt{3}y,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的面积为 } \pi \cdot \left(\frac{1}{2}DC\right)^2 = \frac{1}{4}\pi \cdot DC^2 = \frac{1}{4}\pi (4y)^2 = 4\pi y^2,$$

$$\text{四边形 ABCD 的面积为 } BC \cdot DF = 6y \cdot 2\sqrt{3}y = 12\sqrt{3}y^2,$$

$$\therefore \odot O \text{ 与四边形 ABCD 的面积之比为 } 4\pi y^2 : 12\sqrt{3}y^2 = \pi : 3\sqrt{3}.$$

点评: 本题考查了平行四边形的性质, 相似三角形的性质和判定, 勾股定理的应用, 主要考查学生综合运用性质进行推理和计算的能力.

22. (10 分) (2014·宜昌) 在“文化宜昌·全民阅读”活动中, 某中学社团“精一读书社”对全校学生的人数及纸质图书阅读量 (单位: 本) 进行了调查, 2012 年全校有 1000 名学生, 2013 年全校学生人数比 2012 年增加 10%, 2014 年全校学生人数比 2013 年增加 100 人.

(1) 求 2014 年全校学生人数;

(2) 2013 年全校学生人均阅读量比 2012 年多 1 本, 阅读总量比 2012 年增加 1700 本 (注: 阅读总量=人均阅读量 $\times$ 人数)

①求 2012 年全校学生人均阅读量;

②2012 年读书社人均阅读量是全校学生人均阅读量的 2.5 倍, 如果 2012 年、2014 年这两年读书社人均阅读量都比前一年增长一个相同的百分数 a , 2014 年全校学生人均阅读量比 2012 年增加的百分数也是 a , 那么 2014 年读书社全部 80 名成员的阅读总量将达到全校学生阅读总量的 25%, 求 a 的值.

考点: 一元二次方程的应用; 一元一次方程的应用.

分析: (1) 根据题意, 先求出 2013 年全校的学生人数就可以求出 2014 年的学生人数;

(2) ①设 2012 人均阅读量为 x 本, 则 2013 年的人均阅读量为 $(x+1)$ 本, 根据阅读总量之间的数量关系建立方程就可以得出结论;

②由①的结论就可以求出 2012 年读书社的人均读书量, 2014 年读书社的人均读书量, 全校的人均读书量, 由 2014 年读书社的读书量与全校读书量之间的关系建立方程求出其解即可.

解答: 解: (1) 由题意, 得

2013 年全校学生人数为: $1000 \times (1+10\%) = 1100$ 人,

$\therefore$ 2014 年全校学生人数为: $1100+100=1200$ 人;

(2) ①设 2012 人均阅读量为 x 本, 则 2013 年的人均阅读量为 $(x+1)$ 本, 由题意, 得

$$1100(x+1) = 1000x + 1700,$$

解得: $x=6$.

答: 2012 年全校学生人均阅读量为 6 本;

②由题意, 得

2012 年读书社的人均读书量为: $2.5 \times 6 = 15$ 本,

2014 年读书社人均读书量为 $15(1+a)^2$ 本,

2014 年全校学生的读书量为 $6(1+a)$ 本,

$$80 \times 15(1+a)^2 = 1200 \times 6(1+a) \times 25\%$$

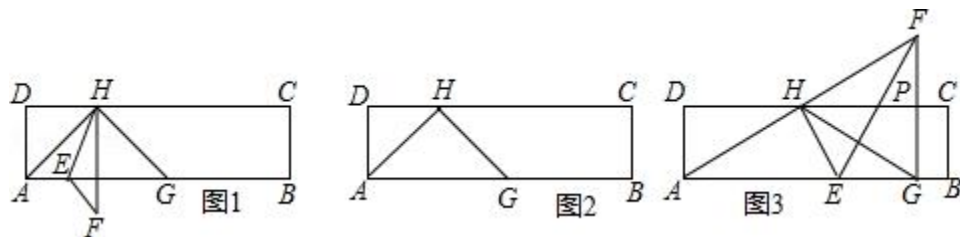
$$2(1+a)^2 = 3(1+a),$$

$$\therefore a_1 = -1 \text{ (舍去)}, a_2 = 0.5.$$

答: a 的值为 0.5.

点评: 本题考查了列一元一次方程解实际问题的运用, 一元二次方程的解法的运用, 增长率问题的数量关系的运用, 解答时根据阅读总量之间的关系建立方程是关键.

23. (11 分) (2014·宜昌) 在矩形 $ABCD$ 中, $\frac{AB}{AC} = a$, 点 G, H 分别在边 AB, DC 上, 且 $HA=HG$, 点 E 为 AB 边上的一个动点, 连接 HE , 把 $\triangle AHE$ 沿直线 HE 翻折得到 $\triangle FHE$.



(1) 如图 1, 当 $DH=DA$ 时,

①填空: $\angle HGA = \underline{45}$ 度;

②若 $EF \parallel HG$, 求 $\angle AHE$ 的度数, 并求此时的最小值;

(2) 如图 3, $\angle AEH=60^\circ$, $EG=2BG$, 连接 FG , 交边 FG , 交边 DC 于点 P , 且 $FG \perp AB$, G 为垂足, 求 a 的值.

考点: 四边形综合题.

分析: (1) ①根据矩形的性质和已知条件得出 $\angle HAE=45^\circ$, 再根据 $HA=HG$, 得出

$\angle HAE=\angle HGA$, 从而得出答案;

②先分两种情况讨论: 第一种情况, 根据 (1) 得出 $\angle AHG=90^\circ$, 再根据折叠的性质得出 $\angle HAE=\angle F=45^\circ$, $\angle AHE=\angle FHE$, 再根据 $EF \parallel HG$, 得出 $\angle AHF=\angle AHG - \angle FHG$, 即可得出 $\angle AHE=22.5^\circ$, 此时, 当 B 与 G 重合时, a 的值最小, 求出最小值;

第二种情况: 根据已知得出 $\angle AEH+\angle FEH=45^\circ$, 由折叠的性质求出 $\angle AHE$ 的度数, 此时, 当 B 与 E 重合时, a 的值最小, 设 $DH=DA=x$, 则 $AH=CH=\sqrt{2}x$, 在 $Rt\triangle AHG$ 中, $\angle AHG=90^\circ$, 根据勾股定理得: $AG=\sqrt{2}AH=2x$, 再根据 $\angle AEH=\angle FEH$, $\angle GHE=\angle FEH$, 求出 $\angle AEH=\angle GHE$, 得出 $AB=AE=2x+\sqrt{2}x$, 从而求出 a 的最小值;

(2) 先过点 H 作 $HQ \perp AB$ 于 Q , 则 $\angle AQH=\angle GOH=90^\circ$, 根据矩形的性质得出 $\angle D=\angle DAQ=\angle AQH=90^\circ$, 得出四边形 $DAQH$ 为矩形, 设 $AD=x$, $GB=y$, 则 $HQ=x$, $EG=2y$,

由折叠的性质可知 $\angle AEH=\angle FEH=60^\circ$, 得出 $\angle FEG=60^\circ$, 在 $Rt\triangle EFG$ 中, 根据特殊角的三角函数值求出 EG 和 EQ 的值, 再由折叠的性质得出 $AE=EF$, 求出 y 的值, 从而求出 $AB=2AQ+GB$, 即可得出 a 的值.

解答: 解: (1) ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle ADH=90^\circ$,

$\because DH=DA$,

$\therefore \angle DAH=\angle DHA=45^\circ$,

$\therefore \angle HAE=45^\circ$,

$\because HA=HG$,

$\therefore \angle HAE=\angle HGA=45^\circ$;

故答案为: 45° ;

②分两种情况讨论:

第一种情况:

$\because \angle HAG=\angle HGA=45^\circ$;

$\therefore \angle AHG=90^\circ$,

由折叠可知: $\angle HAE=\angle F=45^\circ$, $\angle AHE=\angle FHE$,

$\because EF \parallel HG$,

$\therefore \angle FHG=\angle F=45^\circ$,

$\therefore \angle AHF=\angle AHG - \angle FHG=45^\circ$,

即 $\angle AHE+\angle FHE=45^\circ$,

$\therefore \angle AHE=22.5^\circ$,

此时, 当 B 与 G 重合时, a 的值最小, 最小值是 2;

第二种情况:

$\because EF \parallel HG$,

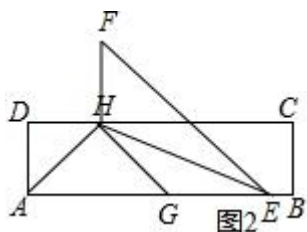
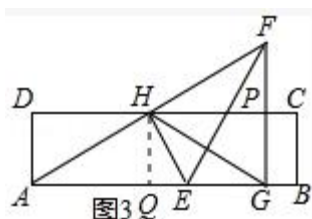
$\therefore \angle HGA=\angle FEA=45^\circ$,

即 $\angle AEH+\angle FEH=45^\circ$,

由折叠可知: $\angle AEH=\angle FEH$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle AEH = \angle FEH = 22.5^\circ, \\
&\because EF \parallel HG, \\
&\therefore \angle GHE = \angle FEH = 22.5^\circ, \\
&\therefore \angle AHE = 90^\circ + 22.5^\circ = 112.5^\circ, \\
&\text{此时, 当 B 与 E 重合时, } a \text{ 的值最小,} \\
&\text{设 } DH = DA = x, \text{ 则 } AH = CH = \sqrt{2}x, \\
&\text{在 Rt}\triangle AHG \text{ 中, } \angle AHG = 90^\circ, \text{ 由勾股定理得:} \\
&AG = \sqrt{2}AH = 2x, \\
&\because \angle AEH = \angle FEH, \angle GHE = \angle FEH, \\
&\therefore \angle AEH = \angle GHE, \\
&\therefore GH = GE = \sqrt{2}x, \\
&\therefore AB = AE = 2x + \sqrt{2}x, \\
&\therefore a \text{ 的最小值是 } \frac{2x + \sqrt{2}x}{x} = 2 + \sqrt{2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(2) \text{ 如图: 过点 H 作 } HQ \perp AB \text{ 于 Q, 则 } \angle AQH = \angle GOH = 90^\circ, \\
&\text{在矩形 ABCD 中, } \angle D = \angle DAQ = 90^\circ, \\
&\therefore \angle D = \angle DAQ = \angle AQH = 90^\circ, \\
&\therefore \text{四边形 DAQH 为矩形,} \\
&\therefore AD = HQ, \\
&\text{设 } AD = x, GB = y, \text{ 则 } HQ = x, EG = 2y, \\
&\text{由折叠可知: } \angle AEH = \angle FEH = 60^\circ, \\
&\therefore \angle FEG = 60^\circ, \\
&\text{在 Rt}\triangle EFG \text{ 中, } EG = EF \times \cos 60^\circ, EF = 4y, \\
&\text{在 Rt}\triangle HQE \text{ 中, } EQ = \frac{HQ}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \\
&\therefore QG = QE + EG = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2y, \\
&\because HA = HG, HQ \perp AB, \\
&\therefore AQ = GQ = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2y, \\
&\therefore AE = AQ + QE = \frac{2\sqrt{3}}{3}x + 2y, \\
&\text{由折叠可知: } AE = EF, \\
&\therefore \frac{2\sqrt{3}}{3}x + 2y = 4y, \\
&\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \\
&\therefore AB = 2AQ + GB = 2 \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}x + 2y \right) + y = \frac{7\sqrt{3}}{3}x, \\
&\therefore a = \frac{AB}{AD} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.
\end{aligned}$$



点评: 此题考查了四边形的综合, 用到的知识点是矩形的性质、折叠的性质、勾股定理、特殊角的三角函数值等知识点, 关键是根据题意做出辅助线, 构造直角三角形.

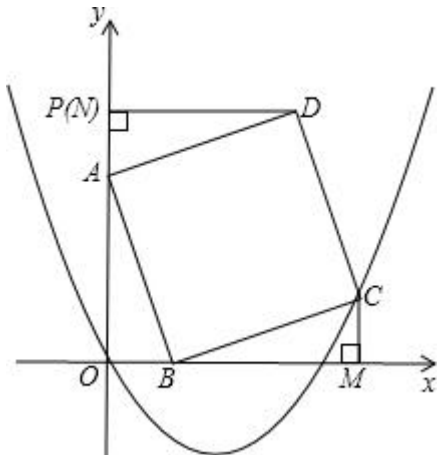
24. (12 分) (2014•宜昌) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 P (0, 4), 点 A 在线段 OP 上, 点 B 在 x 轴正半轴上, 且 $AP=OB=t$, $0 < t < 4$, 以 AB 为边在第一象限内作正方形 ABCD; 过点 C、D 依次向 x 轴、y 轴作垂线, 垂足为 M, N, 设过 O、C 两点的抛物线为 $y=ax^2+bx+c$.

(1) 填空: $\triangle AOB \cong \triangle$ DNA 或 $\triangle DPA$ $\cong \triangle BMC$ (不需证明); 用含 t 的代数式表示 A 点纵坐标: A (0, $4-t$);

(2) 求点 C 的坐标, 并用含 a, t 的代数式表示 b ;

(3) 当 $t=1$ 时, 连接 OD , 若此时抛物线与线段 OD 只有唯一的公共点 O , 求 a 的取值范围;

(4) 当抛物线开口向上, 对称轴是直线 $x=2-\frac{1}{2t}$, 顶点随着 t 的增大向上移动时, 求 t 的取值范围.



考点：二次函数综合题.

分析: (1) 根据全等三角形的判定定理 SAS 证得: $\triangle AOB \cong \triangle DNA$ 或 $\triangle DPA \cong \triangle BMC$; 根据图中相关线段间的和差关系来求点 A 的坐标;

(2) 利用 (1) 中的全等三角形的对应边相等易推知: $OM=OB+BM=t+4-t=4$, 则 C

(4, t). 把点 O、C 的坐标分别代入抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 可以求得 $b=\frac{1}{4}t-4a$;

(3) 利用待定系数法求得直线 OD 的解析式 $y = \frac{4}{3}x$. 联立方程组, 得

$$\begin{cases} y = ax^2 + (\frac{1}{4} - 4a)x \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases}, \text{ 所以 } ax^2 + (-\frac{13}{12} - 4a)x = 0, \text{ 解得 } x=0 \text{ 或 } x=4+\frac{13}{12a}.$$

对于抛物线的开口方向进行分类讨论, 即 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况下的 a 的取值范围;

(4) 根据抛物线的解析式 $y = ax^2 + (\frac{t}{4} - 4a)x$ 得到顶点坐标是 $(-\frac{t}{8a}, -\frac{1}{64a}(t - 16a)^2)$. 结合已知条件求得 $a = \frac{1}{4}t^2$, 故顶点坐标为 $(2 - \frac{1}{2t}, -(t - \frac{1}{4})^2)$. 由抛物

线的性质知: 只与顶点坐标有关, 故 t 的取值范围为: $0 < t \leq \frac{1}{4}$.

解答: 解: (1) 如图, $\because \angle DNA = \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle NAD = \angle OBA$ (同角的余角相等).

在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DNA$ 中, $\begin{cases} OB = NA \\ \angle OBA = \angle NAD \\ AB = DA \end{cases}$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DNA$ (SAS).

同理 $\triangle DNA \cong \triangle BMC$.

$\because$ 点 $P(0, 4)$, $AP = t$,

$\therefore OA = OP - AP = 4 - t$.

故答案是: $\triangle DNA$ 或 $\triangle DPA$; $4 - t$;

(2) 由题意知, $NA = OB = t$, 则 $OA = 4 - t$.

$\because \triangle AOB \cong \triangle BMC$,

$\therefore CM = OB = t$,

$\therefore OM = OB + BM = t + 4 - t = 4$,

$\therefore C(4, t)$.

又抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 O 、 C ,

$$\therefore \begin{cases} c = 0 \\ t = 16a + 4b + c \end{cases},$$

解得 $b = \frac{1}{4}t - 4a$;

(3) 当 $t = 1$ 时, 抛物线为 $y = ax^2 + (\frac{1}{4} - 4a)x$, $NA = OB = 1$, $OA = 3$.

$\because \triangle AOB \cong \triangle DNA$,

$\therefore DN = OA = 3$,

$\therefore D(3, 4)$,

$\therefore$ 直线 OD 为: $y = \frac{4}{3}x$.

$$\text{联立方程组, 得} \begin{cases} y = ax^2 + (\frac{1}{4} - 4a)x \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases},$$

消去 y , 得

$$ax^2 + (-\frac{13}{12} - 4a)x = 0,$$

$$\text{解得 } x=0 \text{ 或 } x=4+\frac{13}{12a},$$

所以, 抛物线与直线 OD 总有两个交点.

讨论: ①当 $a > 0$ 时, $4+\frac{13}{12a} > 3$, 只有交点 O , 所以 $a > 0$ 符合题意;

②当 $a < 0$ 时, 若 $4+\frac{13}{12a} > 3$, 则 $a < -\frac{13}{12}$.

又 $a < 0$

所以 $a < -\frac{13}{12}$.

若 $4+\frac{13}{12a} < 0$, 则得 $a > -\frac{13}{48}$.

又 $a < 0$,

所以 $-\frac{13}{48} < a < 0$.

综上所述, a 的取值范围是 $a > 0$ 或 $a < -\frac{13}{12}$ 或 $-\frac{13}{48} < a < 0$.

(4) 抛物线为 $y = ax^2 + (\frac{t}{4} - 4a)x$, 则顶点坐标是 $(-\frac{t}{8a}, -\frac{1}{64a}(t-16a)^2)$.

又 $\because$ 对称轴是直线 $x = -\frac{t}{8a} + 2 = 2 - \frac{1}{2t}$,

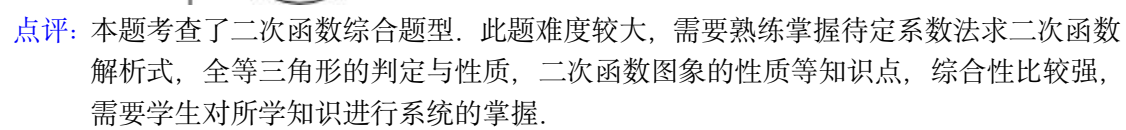
$$\therefore a = \frac{1}{4}t^2,$$

$\therefore$ 顶点坐标为: $(2 - \frac{1}{2t}, -\frac{1}{16}(1-4t)^2)$, 即 $(2 - \frac{1}{2t}, -(t - \frac{1}{4})^2)$.

$\because$ 抛物线开口向上, 且随着 t 的增大, 抛物线的顶点向上移动,

$\therefore$ 只与顶点坐标有关,

$\therefore t$ 的取值范围为: $0 < t \leq \frac{1}{4}$.



点评: 本题考查了二次函数综合题型. 此题难度较大, 需要熟练掌握待定系数法求二次函数解析式, 全等三角形的判定与性质, 二次函数图象的性质等知识点, 综合性比较强, 需要学生对所学知识进行系统的掌握.