

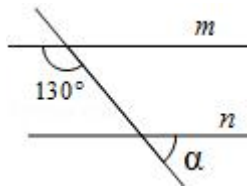
2014 年湖北省十堰市中考数学试卷

一、选择题：（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项的字母填涂在答题卡中相应的格子内.

1. (3 分) (2014•十堰) 3 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

2. (3 分) (2014•十堰) 如图，直线 $m \parallel n$ ，则 $\angle \alpha$ 为 ()



- A. 70° B. 65° C. 50° D. 40°

3. (3 分) (2014•十堰) 在下面的四个几何体中，左视图与主视图不相同的几何体是 ()

- A. B. C. D.
正方体 长方体 球 圆锥

4. (3 分) (2014•十堰) 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$ B. $\sqrt{4} = \pm 2$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(-a^2)^3 = -a^6$

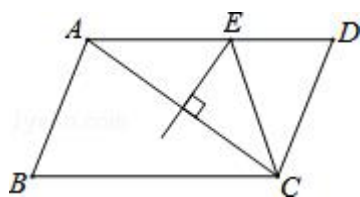
5. (3 分) (2014•十堰) 为了调查某小区居民的用水情况，随机抽查了若干户家庭的月用水量，结果如下表：

月用水量 (吨)	3	4	5	8
户 数	2	3	4	1

则关于这若干户家庭的月用水量，下列说法错误的是 ()

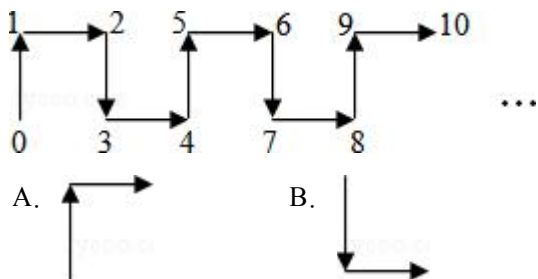
- A. 众数是 4 B. 平均数是 4.6
C. 调查了 10 户家庭的月用水量 D. 中位数是 4.5

6. (3 分) (2014•十堰) 如图，在平行四边形 ABCD 中， $AB=4$ ， $BC=6$ ，AC 的垂直平分线交 AD 于点 E，则 $\triangle CDE$ 的周长是 ()



- A. 7 B. 10 C. 11 D. 12

7. (3分) (2014•十堰) 根据如图中箭头的指向规律, 从 2013 到 2014 再到 2015, 箭头的方向是以下图示中的 ()

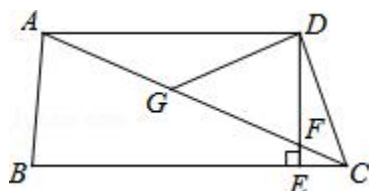


- A. B. C. D.

8. (3分) (2014•十堰) 已知: $a^2 - 3a + 1 = 0$, 则 $a + \frac{1}{a} - 2$ 的值为 ()

- A. $\sqrt{5} + 1$ B. 1 C. -1 D. -5

9. (3分) (2014•十堰) 如图, 在四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $DE \perp BC$, 垂足为点 E, 连接 AC 交 DE 于点 F, 点 G 为 AF 的中点, $\angle ACD = 2\angle ACB$. 若 $DG = 3$, $EC = 1$, 则 DE 的长为 ()



- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}$

10. (3分) (2014•十堰) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 (1, 1) 和 (-1, 0). 下列结论:

- ① $a - b + c = 0$;
 ② $b^2 > 4ac$;
 ③ 当 $a < 0$ 时, 抛物线与 x 轴必有一个交点在点 (1, 0) 的右侧;
 ④ 抛物线的对称轴为 $x = -\frac{1}{4a}$.

其中结论正确的个数有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题：(本题有 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. (3 分) (2014•十堰) 世界文化遗产长城总长约 6700 000m，用科学记数法可表示为_____.

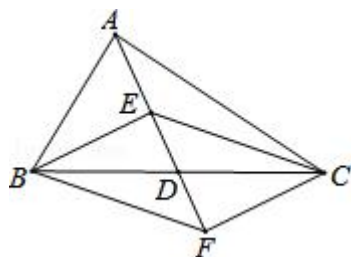
12. (3 分) (2014•十堰) 计算： $\sqrt{4} + (\pi - 2)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ _____.

13. (3 分) (2014•十堰) 不等式组 $\begin{cases} x < 2x+1 \\ 3x-2(x-1) \leq 4 \end{cases}$ 的解集为_____.

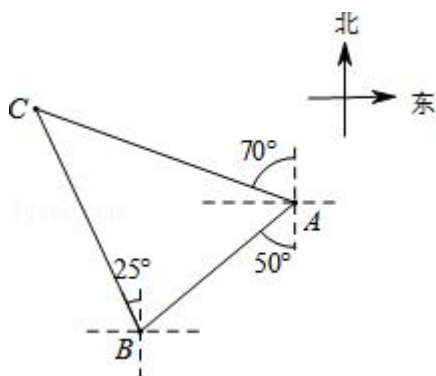
14. (3 分) (2014•十堰) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 的中点，点 E, F 分别在线段 AD 及其延长线上，且 $DE=DF$. 给出下列条件：

① $BE \perp EC$ ； ② $BF \parallel CE$ ； ③ $AB=AC$ ；

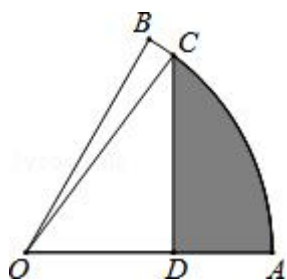
从中选择一个条件使四边形 BECF 是菱形，你认为这个条件是_____ (只填写序号).



15. (3 分) (2014•十堰) 如图，轮船在 A 处观测灯塔 C 位于北偏西 70° 方向上，轮船从 A 处以每小时 20 海里的速度沿南偏西 50° 方向匀速航行，1 小时后到达码头 B 处，此时，观测灯塔 C 位于北偏西 25° 方向上，则灯塔 C 与码头 B 的距离是_____海里. (结果精确到个位，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{6} \approx 2.4$)



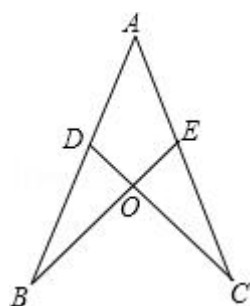
16. (3 分) (2014•十堰) 如图，扇形 OAB 中， $\angle AOB=60^\circ$ ，扇形半径为 4，点 C 在 $\widehat{AB}$ 上， $CD \perp OA$ ，垂足为点 D，当 $\triangle OCD$ 的面积最大时，图中阴影部分的面积为_____.



三、解答题：（本题有 9 个小题，共 72 分）

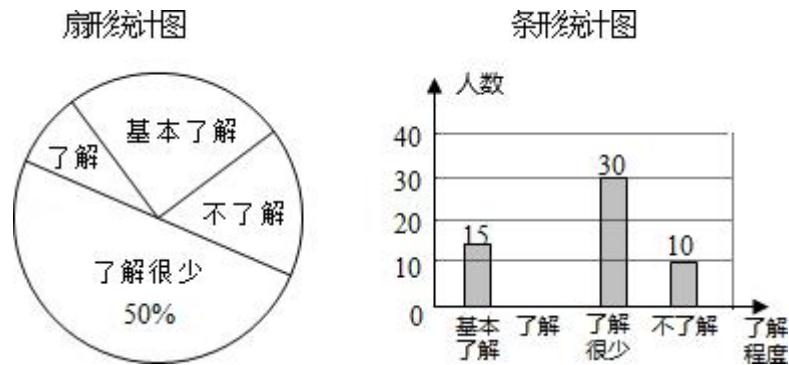
17. (6 分) (2014•十堰) 化简： $(x^2 - 2x) \div \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$.

18. (6 分) (2014•十堰) 如图，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上， $AB=AC$ ， $AD=AE$. 求证： $\angle B = \angle C$.



19. (6 分) (2014•十堰) 甲、乙两人准备整理一批新到的图书，甲单独整理需要 40 分钟完工；若甲、乙共同整理 20 分钟后，乙需再单独整理 30 分钟才能完工．问乙单独整理这批图书需要多少分钟完工？

20. (9 分) (2014•十堰) 据报道, “国际剪刀石头布协会”提议将“剪刀石头布”作为奥运会比赛项目. 某校学生会想知道学生对这个提议的了解程度, 随机抽取部分学生进行了一次问卷调查, 并根据收集到的信息进行了统计, 绘制了下面两幅尚不完整的统计图. 请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题:



- (1) 接受问卷调查的学生共有_____名, 扇形统计图中“基本了解”部分所对应扇形的圆心角为_____; 请补全条形统计图;
- (2) 若该校共有学生 900 人, 请根据上述调查结果, 估计该校学生中对将“剪刀石头布”作为奥运会比赛项目的提议达到“了解”和“基本了解”程度的总人数;
- (3) “剪刀石头布”比赛时双方每次任意出“剪刀”、“石头”、“布”这三种手势中的一种, 规则为: 剪刀胜布, 布胜石头, 石头胜剪刀, 若双方出现相同手势, 则算打平. 若小刚和小明两人只比赛一局, 请用树状图或列表法求两人打平的概率.

21. (7 分) (2014•十堰) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$.

- (1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若方程两实数根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $(x_1 - x_2)^2 = 16 - x_1x_2$, 求实数 m 的值.

22. (8分) (2014•十堰) 某市政府为了增强城镇居民抵御大病风险的能力, 积极完善城镇居民医疗保险制度, 纳入医疗保险的居民的大病住院医疗费用的报销比例标准如下表:

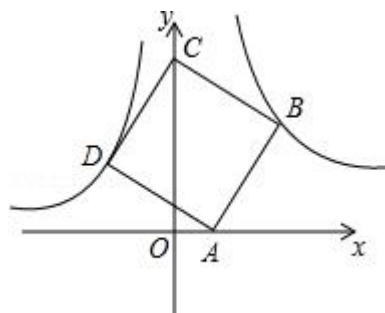
医疗费用范围	报销比例标准
不超过 8000 元	不予报销
超过 8000 元且不超过 30000 元的部分	50%
超过 30000 元且不超过 50000 元的部分	60%
超过 50000 元的部分	70%

设享受医保的某居民一年的大病住院医疗费用为 x 元, 按上述标准报销的金额为 y 元.

- (1) 直接写出 $x \leq 50000$ 时, y 关于 x 的函数关系式, 并注明自变量 x 的取值范围;
- (2) 若某居民大病住院医疗费用按标准报销了 20000 元, 问他住院医疗费用是多少元?

23. (8分) (2014•十堰) 如图, 点 $B(3, 3)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 上, 点 D 在双曲线 $y = -\frac{4}{x}$ ($x < 0$) 上, 点 A 和点 C 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上, 且点 A, B, C, D 构成的四边形为正方形.

- (1) 求 k 的值;
- (2) 求点 A 的坐标.



24. (10 分) (2014•十堰) 如图 1, AB 为半圆的直径, O 为圆心, C 为圆弧上一点, AD 垂直于过 C 点的切线, 垂足为 D, AB 的延长线交直线 CD 于点 E.

(1) 求证: AC 平分 $\angle DAB$;

(2) 若 $AB=4$, B 为 OE 的中点, $CF \perp AB$, 垂足为点 F, 求 CF 的长;

(3) 如图 2, 连接 OD 交 AC 于点 G, 若 $\frac{CG}{GA} = \frac{3}{4}$, 求 $\sin \angle E$ 的值.

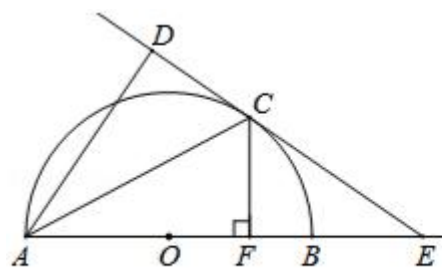


图 1

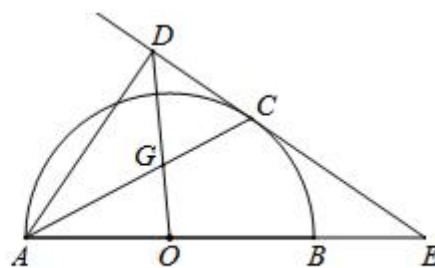


图 2

25. (12 分) (2014•十堰) 已知抛物线 $C_1: y=a(x+1)^2-2$ 的顶点为 A, 且经过点 B $(-2, -1)$.

(1) 求 A 点的坐标和抛物线 C_1 的解析式;

(2) 如图 1, 将抛物线 C_1 向下平移 2 个单位后得到抛物线 C_2 , 且抛物线 C_2 与直线 AB 相交于 C, D 两点, 求 $S_{\triangle OAC} : S_{\triangle OAD}$ 的值;

(3) 如图 2, 若过 $P(-4, 0)$, $Q(0, 2)$ 的直线为 l, 点 E 在 (2) 中抛物线 C_2 对称轴右侧部分 (含顶点) 运动, 直线 m 过点 C 和点 E. 问: 是否存在直线 m, 使直线 l, m 与 x 轴围成的三角形和直线 l, m 与 y 轴围成的三角形相似? 若存在, 求出直线 m 的解析式; 若不存在, 说明理由.

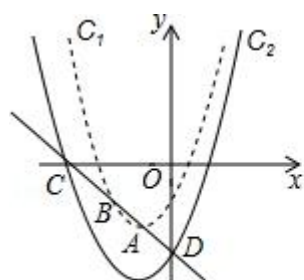


图1

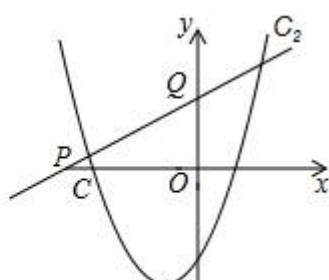


图2

2014 年湖北省十堰市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项的字母填涂在答题卡中相应的格子内.

1. (3 分) (2014•十堰) 3 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

考点: 倒数.

分析: 根据倒数的定义可知.

解答: 解: 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$.

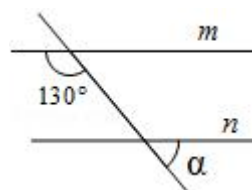
故选 A.

点评: 主要考查倒数的定义, 要求熟练掌握. 需要注意的是:

倒数的性质: 负数的倒数还是负数, 正数的倒数是正数, 0 没有倒数.

倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) (2014•十堰) 如图, 直线 $m \parallel n$, 则 $\angle \alpha$ 为 ()

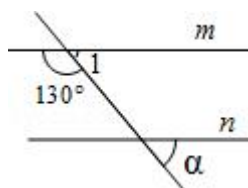


- A. 70° B. 65° C. 50° D. 40°

考点: 平行线的性质.

分析: 先求出 $\angle 1$, 再根据平行线的性质得出 $\angle \alpha = \angle 1$, 代入求出即可.

解答:



解:

$$\angle 1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ,$$

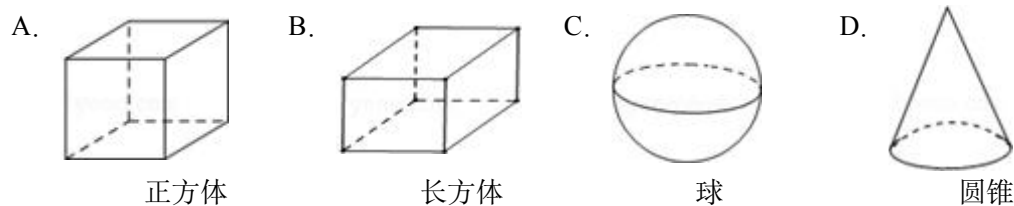
$$\because m \parallel n,$$

$$\therefore \angle \alpha = \angle 1 = 50^\circ,$$

故选 C.

点评: 本题考查了平行线的性质的应用, 注意: 两直线平行, 同位角相等.

3. (3 分) (2014•十堰) 在下面的四个几何体中, 左视图与主视图不相同的几何体是 ()



考点: 简单几何体的三视图

分析: 主视图、左视图是分别从物体正面、左面看，所得到的图形.

解答: 解：A、正方体的左视图与主视图都是正方形，故此选项不合题意；

B、长方体的左视图与主视图都是矩形，但是矩形的不一样，故此选项符合题意；

C、球的左视图与主视图都是圆，故此选项不合题意；

D、圆锥左视图与主视图都是等腰三角形，故此选项不合题意；

故选：B.

点评: 本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

4. (3 分) (2014•十堰) 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$ B. $\sqrt{4} = \pm 2$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(-a^2)^3 = -a^6$

考点: 同底数幂的除法；实数的运算；幂的乘方与积的乘方

分析: 根据二次根式的运算法则判断，开算术平方根，同底数幂的除法及幂的乘方运算.

解答: 解：A、不是同类二次根式，不能合并，故选项错误；

B、 $\sqrt{4} = 2 \neq \pm 2$ ，故选项错误；

C、 $a^6 \div a^2 = a^4 \neq a^3$ ，故选项错误；

D、 $(-a^2)^3 = -a^6$ 正确.

故选：D.

点评: 本题主要考查了二次根式的运算法则判断，开算术平方根，同底数幂的除法及幂的乘方运算. 熟记法则是解题的关键.

5. (3 分) (2014•十堰) 为了调查某小区居民的用水情况，随机抽查了若干户家庭的月用水量，结果如下表：

月用水量 (吨)	3	4	5	8
户 数	2	3	4	1

则关于这若干户家庭的月用水量，下列说法错误的是 ()

- A. 众数是 4 B. 平均数是 4.6
C. 调查了 10 户家庭的月用水量 D. 中位数是 4.5

考点: 众数；统计表；加权平均数；中位数.

分析: 根据众数、中位数和平均数的定义分别对每一项进行分析即可.

解答: 解：A、5 出现了 4 次，出现的次数最多，则众数是 5，故本选项错误；

B、这组数据的平均数是： $(3 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 8 \times 1) \div 10 = 4.6$ ，故本选项正确；

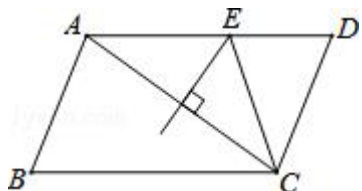
C、调查的户数是 $2 + 3 + 4 + 1 = 10$ ，故本选项正确；

D、把这组数据从小到大排列，最中间的两个数的平均数是 $(4 + 5) \div 2 = 4.5$ ，则中位数是 4.5，故本选项正确；

故选 A.

点评: 此题考查了众数、中位数和平均数, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数.

6. (3 分) (2014•十堰) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, $AB=4$, $BC=6$, AC 的垂直平分线交 AD 于点 E, 则 $\triangle CDE$ 的周长是 ()



- A. 7 B. 10 C. 11 D. 12

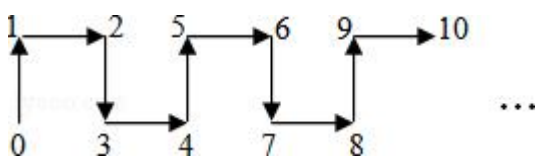
考点: 平行四边形的性质; 线段垂直平分线的性质.

分析: 根据线段垂直平分线的性质可得 $AE=EC$, 再根据平行四边形的性质可得 $DC=AB=4$, $AD=BC=6$, 进而可以算出 $\triangle CDE$ 的周长.

解答: 解: $\because$ AC 的垂直平分线交 AD 于 E,
 $\therefore AE=EC$,
 $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $\therefore DC=AB=4$, $AD=BC=6$,
 $\therefore \triangle CDE$ 的周长为: $EC+CD+ED=AD+CD=6+4=10$,
故选: B.

点评: 此题主要考查了平行四边形的性质和线段垂直平分线的性质, 关键是掌握平行四边形两组对边分别相等.

7. (3 分) (2014•十堰) 根据如图中箭头的指向规律, 从 2013 到 2014 再到 2015, 箭头的方向是以下图示中的 ()

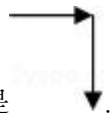


- A. B. C. D.

考点: 规律型: 数字的变化类

分析: 观察不难发现, 每 4 个数为一个循环组依次循环, 用 2013 除以 4, 根据商和余数的情况解答即可.

解答: 解: 由图可知, 每 4 个数为一个循环组依次循环,
 $2013 \div 4 = 503 \dots 1$,
 $\therefore$ 2013 是第 504 个循环组的第 2 个数,



∴ 从 2013 到 2014 再到 2015，箭头的方向是
故选 D.

点评: 本题是对数字变化规律的考查，仔细观察图形，发现每 4 个数为一个循环组依次循环是解题的关键.

8. (3 分) (2014•十堰) 已知: $a^2 - 3a + 1 = 0$, 则 $a + \frac{1}{a} - 2$ 的值为 ()

- A. $\sqrt{5} + 1$ B. 1 C. -1 D. -5

考点: 分式的混合运算.

专题: 计算题.

分析: 已知等式变形求出 $a + \frac{1}{a}$ 的值，代入原式计算即可得到结果.

解答: 解: ∵ $a^2 - 3a + 1 = 0$, 且 $a \neq 0$,

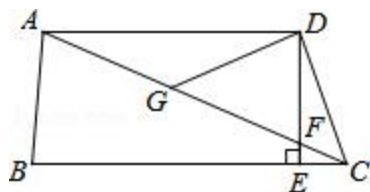
$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3,$$

$$\text{则原式} = 3 - 2 = 1,$$

故选 B.

点评: 此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

9. (3 分) (2014•十堰) 如图，在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $DE \perp BC$ ，垂足为点 E，连接 AC 交 DE 于点 F，点 G 为 AF 的中点， $\angle ACD = 2\angle ACB$. 若 $DG = 3$ ， $EC = 1$ ，则 DE 的长为 ()



- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}$

考点: 勾股定理；等腰三角形的判定与性质；直角三角形斜边上的中线.

分析: 根据直角三角形斜边上的中线的性质可得 $DG = AG$ ，根据等腰三角形的性质可得 $\angle GAD = \angle GDA$ ，根据三角形外角的性质可得 $\angle CGD = 2\angle GAD$ ，再根据平行线的性质和等量关系可得 $\angle ACD = \angle CGD$ ，根据等腰三角形的性质可得 $CD = DG$ ，再根据勾股定理即可求解.

解答: 解: ∵ $AD \parallel BC$ ， $DE \perp BC$ ，
∴ $DE \perp AD$ ， $\angle CAD = \angle ACB$
∵ 点 G 为 AF 的中点，
∴ $DG = AG$ ，
∴ $\angle GAD = \angle GDA$ ，
∴ $\angle CGD = 2\angle CAD$ ，
∴ $\angle ACD = 2\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle ACD = \angle CGD,$$

$$\therefore CD = DG = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CED \text{ 中, } DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = 2\sqrt{2}.$$

故选: C.

点评: 综合考查了勾股定理, 等腰三角形的判定与性质和直角三角形斜边上的中线, 解题的关键是证明 $CD = DG = 3$.

10. (3 分) (2014•十堰) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 (1, 1) 和 (-1, 0). 下列结论:

$$\textcircled{1} a - b + c = 0;$$

$$\textcircled{2} b^2 > 4ac;$$

$\textcircled{3}$ 当 $a < 0$ 时, 抛物线与 x 轴必有一个交点在点 (1, 0) 的右侧;

$$\textcircled{4} \text{ 抛物线的对称轴为 } x = -\frac{1}{4a}.$$

其中结论正确的个数有 ()

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

考点: 二次函数图象与系数的关系

分析: 将点 (-1, 0) 代入 $y = ax^2 + bx + c$, 即可判断 $\textcircled{1}$ 正确;

将点 (1, 1) 代入 $y = ax^2 + bx + c$, 得 $a + b + c = 1$, 又由 $\textcircled{1}$ 得 $a - b + c = 0$, 两式相加, 得 $a + c = \frac{1}{2}$,

两式相减, 得 $b = \frac{1}{2}$. 由 $b^2 - 4ac = \frac{1}{4} - 4a(\frac{1}{2} - a) = \frac{1}{4} - 2a + 4a^2 = (2a - \frac{1}{2})^2$, 当 $a = \frac{1}{4}$ 时,

$b^2 - 4ac = 0$, 即可判断 $\textcircled{2}$ 错误;

$\textcircled{3}$ 由 $b^2 - 4ac = (2a - \frac{1}{2})^2 > 0$, 得出抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴有两个交点, 设另一个

交点的横坐标为 x , 根据一元二次方程根与系数的关系可得 $-1 \cdot x = \frac{c}{a} = \frac{1}{2a} - 1$, 即 $x = 1$

$-\frac{1}{2a}$, 再由 $a < 0$ 得出 $x > 1$, 即可判断 $\textcircled{3}$ 正确;

$\textcircled{4}$ 根据抛物线的对称轴公式为 $x = -\frac{b}{2a}$, 将 $b = \frac{1}{2}$ 代入即可判断 $\textcircled{4}$ 正确.

解答: 解: $\textcircled{1}$ $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 (-1, 0), $\therefore a - b + c = 0$, 故 $\textcircled{1}$ 正确;

$\textcircled{2}$ $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 (1, 1), $\therefore a + b + c = 1$, 又 $a - b + c = 0$,

两式相加, 得 $2(a + c) = 1$, $a + c = \frac{1}{2}$,

两式相减, 得 $2b = 1$, $b = \frac{1}{2}$.

$\therefore b^2 - 4ac = \frac{1}{4} - 4a(\frac{1}{2} - a) = \frac{1}{4} - 2a + 4a^2 = (2a - \frac{1}{2})^2$,

当 $2a - \frac{1}{2} = 0$, 即 $a = \frac{1}{4}$ 时, $b^2 - 4ac = 0$, 故 $\textcircled{2}$ 错误;

③当 $a < 0$ 时, $\therefore b^2 - 4ac = (2a - \frac{1}{2})^2 > 0$,

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴有两个交点, 设另一个交点的横坐标为 x ,

$$\text{则 } -1 \cdot x = \frac{c}{a} = \frac{\frac{1}{2} - a}{a} = \frac{1}{2a} - 1, \text{ 即 } x = 1 - \frac{1}{2a},$$

$$\therefore a < 0, \therefore -\frac{1}{2a} > 0,$$

$$\therefore x = 1 - \frac{1}{2a} > 1,$$

即抛物线与 x 轴必有一个交点在点 $(1, 0)$ 的右侧, 故③正确;

$$\text{④抛物线的对称轴为 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{1}{2}}{2a} = -\frac{1}{4a}, \text{ 故④正确.}$$

故选 B.

点评: 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数图象与系数的关系, 二次函数与一元二次方程的关系, 一元二次方程根与系数的关系及二次函数的性质, 不等式的性质, 难度适中.

二、填空题: (本题有 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2014•十堰) 世界文化遗产长城总长约 6700 000m, 用科学记数法可表示为 $6.7 \times 10^6 \text{m}$.

考点: 科学记数法—表示较大的数

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 6700 000m 用科学记数法表示为: $6.7 \times 10^6 \text{m}$.

故答案为: $6.7 \times 10^6 \text{m}$.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2014•十堰) 计算: $\sqrt{4} + (\pi - 2)^0 - (\frac{1}{2})^{-1} = \underline{1}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

分析: 本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简等考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 解: 原式 $= 2 + 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 3 - 2 = 1$.

故答案为 1.

点评: 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是掌握零指数幂、负指数幂、二次根式化简等考点的运算.

13. (3分) (2014•十堰) 不等式组 $\begin{cases} x < 2x+1 \\ 3x-2(x-1) \leq 4 \end{cases}$ 的解集为 $-1 < x \leq 2$.

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 先求出每个不等式的解集, 根据不等式的解集找出不等式组的解集即可.

解答: 解: $\because$ 解不等式 $x < 2x+1$ 得: $x > -1$,

解不等式 $3x-2(x-1) \leq 4$ 得: $x \leq 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $-1 < x \leq 2$,

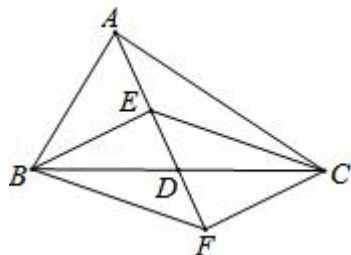
故答案为: $-1 < x \leq 2$.

点评: 本题考查了解一元一次不等式和解一元一次不等式组的应用, 解此题的关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集.

14. (3分) (2014•十堰) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 BC 的中点, 点 E, F 分别在线段 AD 及其延长线上, 且 $DE=DF$. 给出下列条件:

① $BE \perp EC$; ② $BF \parallel CE$; ③ $AB=AC$;

从中选择一个条件使四边形 BECF 是菱形, 你认为这个条件是 ① (只填写序号).



考点: 菱形的判定.

分析: 首先利用对角线互相平分的四边形是平行四边形判定该四边形为平行四边形, 然后结合菱形的判定得到答案即可.

解答: 解: 由题意得: $BD=CD$, $ED=FD$,

$\therefore$ 四边形 EBFC 是平行四边形,

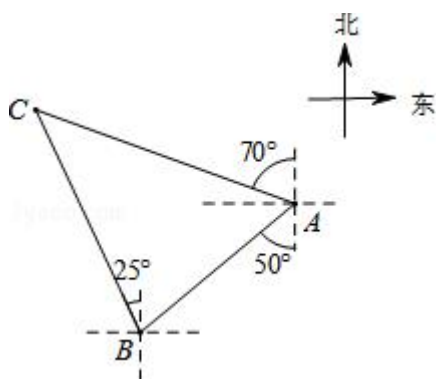
$\therefore$ 邻边相等或对角线垂直的平行四边形是菱形,

$\therefore$ 选择 $BE \perp EC$,

故答案为: ①.

点评: 本题考查了菱形的判定, 解题的关键是了解菱形的判定定理, 难度不是很大.

15. (3分) (2014•十堰) 如图, 轮船在 A 处观测灯塔 C 位于北偏西 70° 方向上, 轮船从 A 处以每小时 20 海里的速度沿南偏西 50° 方向匀速航行, 1 小时后到达码头 B 处, 此时, 观测灯塔 C 位于北偏西 25° 方向上, 则灯塔 C 与码头 B 的距离是 24 海里. (结果精确到个位, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{6} \approx 2.4$)



考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: 作 $BD \perp AC$ 于点 D , 在直角 $\triangle ABD$ 中, 利用三角函数求得 BD 的长, 然后在直角 $\triangle BCD$ 中, 利用三角函数即可求得 BC 的长.

解答: 解: $\angle CBA = 25^\circ + 50^\circ = 75^\circ$.

作 $BD \perp AC$ 于点 D .

则 $\angle CAB = (90^\circ - 70^\circ) + (90^\circ - 50^\circ) = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$,

$\angle ABD = 30^\circ$,

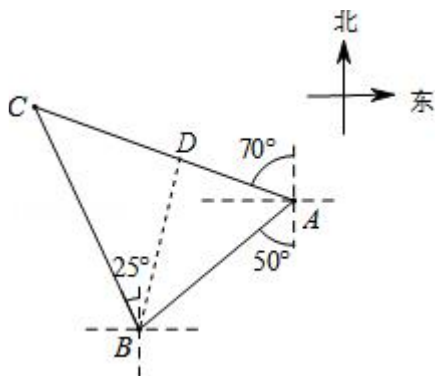
$\therefore \angle CBD = 75^\circ - 35^\circ = 45^\circ$.

在直角 $\triangle ABD$ 中, $BD = AB \cdot \sin \angle CAB = 20 \times \sin 60^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$.

在直角 $\triangle BCD$ 中, $\angle CBD = 45^\circ$,

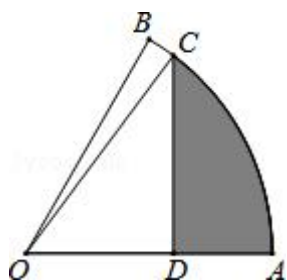
则 $BC = \sqrt{2}BD = 10\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{6} \approx 10 \times 2.4 = 24$ (海里).

故答案是: 24.



点评: 本题主要考查了方向角含义, 正确求得 $\angle CBD$ 以及 $\angle CAB$ 的度数是解决本题的关键.

16. (3分) (2014•十堰) 如图, 扇形 OAB 中, $\angle AOB = 60^\circ$, 扇形半径为 4, 点 C 在 $\widehat{AB}$ 上, $CD \perp OA$, 垂足为点 D , 当 $\triangle OCD$ 的面积最大时, 图中阴影部分的面积为 $2\pi - 4$.



考点: 扇形面积的计算; 二次函数的最值; 勾股定理.

分析: 由 $OC=4$, 点 C 在 $\widehat{AB}$ 上, $CD \perp OA$, 求得 $DC=\sqrt{OC^2-OD^2}=\sqrt{16-OD^2}$, 运用 $S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}OD \cdot \sqrt{16-OD^2}$, 求得 $OD=2\sqrt{2}$ 时 $\triangle OCD$ 的面积最大, 运用阴影部分的面积=扇形 AOC 的面积 - $\triangle OCD$ 的面积求解.

解答: 解: $\because OC=4$, 点 C 在 $\widehat{AB}$ 上, $CD \perp OA$,

$$\therefore DC=\sqrt{OC^2-OD^2}=\sqrt{16-OD^2}$$

$$\therefore S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}OD \cdot \sqrt{16-OD^2}$$

$$\therefore S_{\triangle OCD}^2=\frac{1}{4}OD^2 \cdot (16-OD^2)=-\frac{1}{4}OD^4+4OD^2=-\frac{1}{4}(OD^2-8)^2+16$$

$\therefore$ 当 $OD^2=8$, 即 $OD=2\sqrt{2}$ 时 $\triangle OCD$ 的面积最大,

$$\therefore DC=\sqrt{OC^2-OD^2}=\sqrt{16-OD^2}=2\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle COA=45^\circ,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积}=\text{扇形 } AOC \text{ 的面积}-\triangle OCD \text{ 的面积}=\frac{45\pi \times 4^2}{360}-$$

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}=2\pi-4,$$

故答案为: $2\pi-4$.

点评: 本题主要考查了扇形的面积, 勾股定理, 解题的关键是求出 $OD=2\sqrt{2}$ 时 $\triangle OCD$ 的面积最大.

三、解答题: (本题有 9 个小题, 共 72 分)

17. (6 分) (2014•十堰) 化简: $(x^2-2x) \div \frac{x^2-x-2}{x+1}$.

考点: 分式的混合运算.

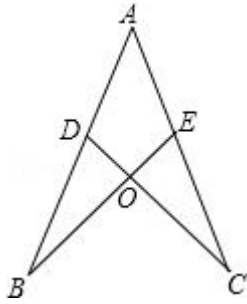
专题: 计算题.

分析: 原式利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

解答: 解: 原式 $=x(x-2) \cdot \frac{x+1}{(x-2)(x+1)}=x$.

点评: 此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) (2014•十堰) 如图, 点 D 在 AB 上, 点 E 在 AC 上, $AB=AC$, $AD=AE$. 求证: $\angle B=\angle C$.



考点: 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 首先根据条件 $AB=AC$, $AD=AE$, 再加上公共角 $\angle A=\angle A$ 可利用 SAS 定理证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 进而得到 $\angle B=\angle C$.

解答: 证明: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle A=\angle A, \\ AE=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS).

$\therefore \angle B=\angle C$.

点评: 本题主要考查三角形全等的判定方法和性质, 关键是掌握全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具.

19. (6 分) (2014•十堰) 甲、乙两人准备整理一批新到的图书, 甲单独整理需要 40 分钟完工; 若甲、乙共同整理 20 分钟后, 乙需再单独整理 30 分钟才能完工. 问乙单独整理这批图书需要多少分钟完工?

考点: 分式方程的应用.

分析: 将总的工作量看作单位 1, 根据本工作分两段时间完成列出分式方程解之即可.

解答: 解: 设乙单独整理 x 分钟完工, 根据题意得:

$$\frac{20}{40} + \frac{20+30}{x} = 1,$$

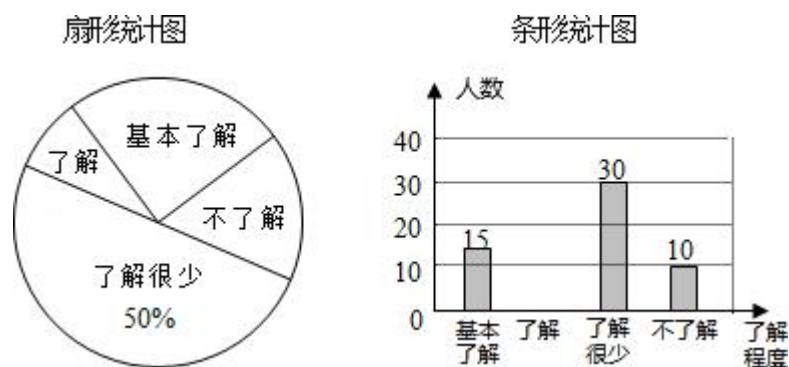
解得 $x=100$,

经检验 $x=100$ 是原分式方程的解.

答: 乙单独整理 100 分钟完工.

点评: 本题考查了分式方程的应用. 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键. 此题等量关系比较多, 主要用到公式: 工作总量=工作效率 $\times$ 工作时间.

20. (9 分) (2014•十堰) 据报道, “国际剪刀石头布协会”提议将“剪刀石头布”作为奥运会比赛项目. 某校学生会想知道学生对这个提议的了解程度, 随机抽取部分学生进行了一次问卷调查, 并根据收集到的信息进行了统计, 绘制了下面两幅尚不完整的统计图. 请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题:



- (1) 接受问卷调查的学生共有 60 名，扇形统计图中“基本了解”部分所对应扇形的圆心角为 90° ；请补全条形统计图；
- (2) 若该校共有学生 900 人，请根据上述调查结果，估计该校学生中对将“剪刀石头布”作为奥运会比赛项目的提议达到“了解”和“基本了解”程度的总人数；
- (3) “剪刀石头布”比赛时双方每次任意出“剪刀”、“石头”、“布”这三种手势中的一种，规则为：剪刀胜布，布胜石头，石头胜剪刀，若双方出现相同手势，则算打平。若小刚和小明两人只比赛一局，请用树状图或列表法求两人打平的概率。

考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图；列表法与树状图法

专题：计算题。

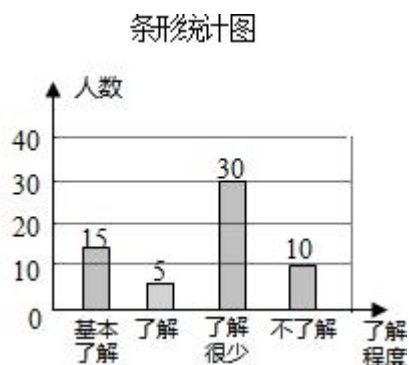
分析： (1) 由“了解很少”的人数除以占的百分比得出学生总数，求出“基本了解”的学生占的百分比，乘以 360 得到结果，补全条形统计图即可；

(2) 求出“了解”和“基本了解”程度的百分比之和，乘以 900 即可得到结果；

(3) 列表得出所有等可能的情况数，找出两人打平的情况数，即可求出所求的概率。

解答： 解：(1) 根据题意得： $30 \div 50\% = 60$ (名)， “了解”人数为 $60 - (15 + 30 + 10) = 5$ (名)， “基本了解”占的百分比为 $\frac{15}{60} \times 100\% = 25\%$ ， 占的角度为 $25\% \times 360^\circ = 90^\circ$ ，

补全条形统计图如图所示：



(2) 根据题意得： $900 \times \frac{15+5}{60} = 300$ (人)，

则估计该校学生中对将“剪刀石头布”作为奥运会比赛项目的提议达到“了解”和“基本了解”程度的总人数为 300 人；

(3) 列表如下：

	剪	石	布
剪	(剪, 剪)	(石, 剪)	(布, 剪)
石	(剪, 石)	(石, 石)	(布, 石)

布	(剪, 布)	(石, 布)	(布, 布)
---	--------	--------	--------

所有等可能的情况有 9 种，其中两人打平的情况有 3 种，

$$\text{则 } P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

点评: 此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及列表法与树状图法，弄清题意是解本题的关键.

21. (7 分) (2014•十堰) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$.

(1) 若方程有实数根，求实数 m 的取值范围；

(2) 若方程两实数根分别为 x_1, x_2 ，且满足 $(x_1 - x_2)^2 = 16 - x_1x_2$ ，求实数 m 的值.

考点: 根的判别式；根与系数的关系.

分析: (1) 若一元二次方程有两实数根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，建立关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围；

(2) 由 $x_1 + x_2 = -2(m+1)$ ， $x_1x_2 = m^2 - 1$ ；代入 $(x_1 - x_2)^2 = 16 - x_1x_2$ ，建立关于 m 的方程，据此即可求得 m 的值.

解答: 解：(1) 由题意有 $\Delta = [2(m+1)]^2 - 4(m^2 - 1) \geq 0$ ，

整理得 $8m + 8 \geq 0$ ，

解得 $m \geq -1$ ，

$\therefore$ 实数 m 的取值范围是 $m \geq -1$ ；

(2) 由两根关系，得 $x_1 + x_2 = -2(m+1)$ ， $x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1$ ，

$(x_1 - x_2)^2 = 16 - x_1x_2$

$(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 16 = 0$ ，

$\therefore [-2(m+1)]^2 - 3(m^2 - 1) - 16 = 0$ ，

$\therefore m^2 + 8m - 9 = 0$ ，

解得 $m = -9$ 或 $m = 1$

$\therefore m \geq -1$

$\therefore m = 1$.

点评: 本题考查了一元二次方程根的判别式及根与系数关系，利用两根关系得出的结果必须满足 $\Delta \geq 0$ 的条件.

22. (8 分) (2014•十堰) 某市政府为了增强城镇居民抵御大病风险的能力，积极完善城镇居民医疗保险制度，纳入医疗保险的居民的大病住院医疗费用的报销比例标准如下表：

医疗费用范围	报销比例标准
不超过 8000 元	不予报销
超过 8000 元且不超过 30000 元的部分	50%
超过 30000 元且不超过 50000 元的部分	60%
超过 50000 元的部分	70%

设享受医保的某居民一年的大病住院医疗费用为 x 元，按上述标准报销的金额为 y 元.

(1) 直接写出 $x \leq 50000$ 时， y 关于 x 的函数关系式，并注明自变量 x 的取值范围；

(2) 若某居民大病住院医疗费用按标准报销了 20000 元，问他住院医疗费用是多少元？

考点: 一次函数的应用；分段函数.

分析: (1) 首先把握 x 、 y 的意义, 报销金额 y 分 3 段①当 $x \leq 8000$ 时, ②当 $8000 < x \leq 30000$ 时, ③当 $30000 < x \leq 50000$ 时分别表示;

(2) 利用代入法, 把 $y=20000$ 代入第三个函数关系式即可得到 x 的值.

解答: 解: (1) 由题意得:

①当 $x \leq 8000$ 时, $y=0$;

②当 $8000 < x \leq 30000$ 时, $y = (x - 8000) \times 50\% = 0.5x - 4000$;

③当 $30000 < x \leq 50000$ 时, $y = (30000 - 8000) \times 50\% + (x - 30000) \times 60\% = 0.6x - 7000$;

(2) 当花费 30000 元时, 报销钱数为: $y = 0.5 \times 30000 - 4000 = 11000$,

$\because 20000 > 11000$,

$\therefore$ 他的住院医疗费用超过 30000 元,

把 $y=20000$ 代入 $y=0.6x - 7000$ 中得:

$20000 = 0.6x - 7000$,

解得: $x = 45000$.

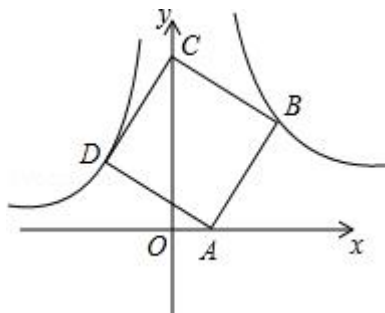
答: 他住院医疗费用是 45000 元.

点评: 此题主要考查了一次函数的应用, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系, 列出函数关系式.

23. (8 分) (2014•十堰) 如图, 点 $B(3, 3)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 上, 点 D 在双曲线 $y = -\frac{4}{x}$ ($x < 0$) 上, 点 A 和点 C 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上, 且点 A, B, C, D 构成的四边形为正方形.

(1) 求 k 的值;

(2) 求点 A 的坐标.



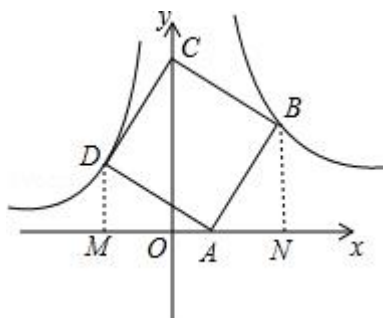
考点: 正方形的性质; 反比例函数图象上点的坐标特征; 全等三角形的判定与性质.

分析: (1) 把 B 的坐标代入求出即可;

(2) 设 $MD=a$, $OM=b$, 求出 $ab=4$, 过 D 作 $DM \perp x$ 轴于 M , 过 B 作 $BN \perp x$ 轴于 N , 证 $\triangle ADM \cong \triangle BAN$, 推出 $BN=AM=3$, $MD=AN=a$, 求出 $a=b$, 求出 a 的值即可.

解答: 解: (1) $\because$ 点 $B(3, 3)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$\therefore k = 3 \times 3 = 9$;



(2)

$$\therefore B(3, 3),$$

$$\therefore BN=ON=3,$$

设 $MD=a$, $OM=b$,

$$\therefore D \text{ 在双曲线 } y = -\frac{4}{x} \text{ (} x < 0 \text{) 上,}$$

$$\therefore -ab = -4,$$

$$\text{即 } ab=4,$$

过 D 作 $DM \perp x$ 轴于 M , 过 B 作 $BN \perp x$ 轴于 N ,

则 $\angle DMA = \angle ANB = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ, AD = AB,$$

$$\therefore \angle MDA + \angle DAM = 90^\circ, \angle DAM + \angle BAN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADM = \angle BAN,$$

在 $\triangle ADM$ 和 $\triangle BAN$ 中,

$$\begin{cases} \angle MDA = \angle NAB \\ \angle DMA = \angle ANB, \\ AD = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADM \cong \triangle BAN \text{ (AAS),}$$

$$\therefore BN = AM = 3, MD = AN = a,$$

$$\therefore OA = 3 - a,$$

$$\text{即 } AM = b + 3 - a = 3,$$

$$a = b,$$

$$\therefore ab = 4,$$

$$\therefore a = b = 2,$$

$$\therefore OA = 3 - 2 = 1,$$

即点 A 的坐标是 $(1, 0)$.

点评: 本题考查了正方形的性质, 反比例函数图象上点的坐标特征, 全等三角形的性质和判定的应用, 主要考查学生运用性质进行推理和计算的能力, 题目比较好, 难度适中.

24. (10 分) (2014•十堰) 如图 1, AB 为半圆的直径, O 为圆心, C 为圆弧上一点, AD 垂直于过 C 点的切线, 垂足为 D , AB 的延长线交直线 CD 于点 E .

(1) 求证: AC 平分 $\angle DAB$;

(2) 若 $AB=4$, B 为 OE 的中点, $CF \perp AB$, 垂足为点 F , 求 CF 的长;

(3) 如图 2, 连接 OD 交 AC 于点 G , 若 $\frac{CG}{GA} = \frac{3}{4}$, 求 $\sin \angle E$ 的值.

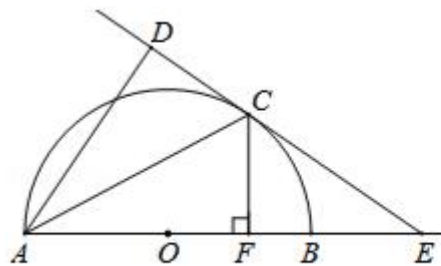


图 1

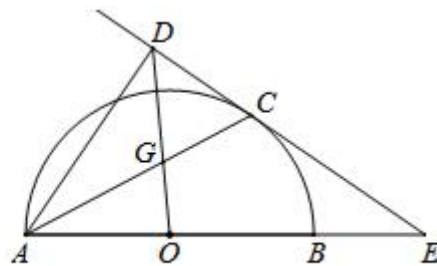


图 2

考点: 圆的综合题.

专题: 计算题.

分析: (1) 连结 OC, 如图 1, 根据切线的性质得 $OC \perp DE$, 而 $AD \perp DE$, 根据平行线的性质得 $OC \parallel AD$, 所以 $\angle 2 = \angle 3$, 加上 $\angle 1 = \angle 3$, 则 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 AC 平分 $\angle DAB$;

(2) 如图 1, 由 B 为 OE 的中点, AB 为直径得到 $OB = BE = 2$, $OC = 2$, 在 $Rt\triangle OCE$ 中, 由于 $OE = 2OC$, 根据含 30° 的直角三角形三边的关系得 $\angle OEC = 30^\circ$, 则 $\angle COE = 60^\circ$, 由 $CF \perp AB$ 得 $\angle OFC = 90^\circ$, 所以 $\angle OCF = 30^\circ$, 再根据含 30° 的直角三角形三边的关系得 $OF = \frac{1}{2}OC = 1$, $CF = \sqrt{3}OF = \sqrt{3}$;

(3) 连结 OC, 如图 2, 先证明 $\triangle OCG \sim \triangle DAG$, 利用相似的性质得 $\frac{OC}{AD} = \frac{CG}{AG} = \frac{3}{4}$, 再

证明 $\triangle ECO \sim \triangle EDA$, 利用相似比得到 $\frac{EO}{EA} = \frac{OC}{AD} = \frac{3}{4}$, 设 $\odot O$ 的半径为 R, $OE = x$, 代入

求得 $OE = 3R$; 最后在 $Rt\triangle OCE$ 中, 根据正弦的定义求解.

解答: (1) 证明: 连结 OC, 如图 1,

$\because DE$ 与 $\odot O$ 切于点 C,

$\therefore OC \perp DE$,

$\because AD \perp DE$,

$\therefore OC \parallel AD$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$,

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

即 AC 平分 $\angle DAB$;

(2) 解: 如图 1,

$\because$ 直径 $AB = 4$, B 为 OE 的中点,

$\therefore OB = BE = 2$, $OC = 2$,

在 $Rt\triangle OCE$ 中, $OE = 2OC$,

$\therefore \angle OEC = 30^\circ$,

$\therefore \angle COE = 60^\circ$,

$\because CF \perp AB$,

$\therefore \angle OFC = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCF = 30^\circ$,

$$\therefore OF = \frac{1}{2}OC = 1,$$

$$CF = \sqrt{3}OF = \sqrt{3};$$

(3) 解: 连结 OC, 如图 2,
 $\therefore OC \parallel AD$,
 $\therefore \triangle OCG \sim \triangle DAG$,
 $\therefore \frac{OC}{AD} = \frac{CG}{AG} = \frac{3}{4}$,
 $\therefore OC \parallel AD$,
 $\therefore \triangle ECO \sim \triangle EDA$,
 $\therefore \frac{EO}{EA} = \frac{OC}{AD} = \frac{3}{4}$,
 设 $\odot O$ 的半径为 R , $OE = x$,

$$\therefore \frac{x}{x+R} = \frac{3}{4},$$

解得 $OE = 3R$,

在 $Rt\triangle OCE$ 中, $\sin \angle E = \frac{OC}{OE} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3}$.

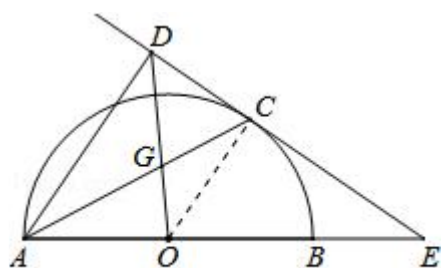


图 2

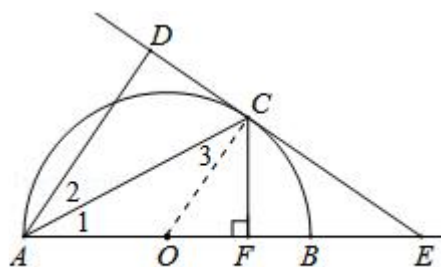


图 1

点评: 本题考查了圆的综合题: 熟练掌握切线的性质、平行线的性质和锐角三角函数的定义; 会根据含 30° 的直角三角形三边的关系和相似比进行几何计算.

25. (12 分) (2014•十堰) 已知抛物线 $C_1: y = a(x+1)^2 - 2$ 的顶点为 A, 且经过点 B $(-2, -1)$.

(1) 求 A 点的坐标和抛物线 C_1 的解析式;

(2) 如图 1, 将抛物线 C_1 向下平移 2 个单位后得到抛物线 C_2 , 且抛物线 C_2 与直线 AB 相交于 C, D 两点, 求 $S_{\triangle OAC} : S_{\triangle OAD}$ 的值;

(3) 如图 2, 若过 $P(-4, 0)$, $Q(0, 2)$ 的直线为 l , 点 E 在 (2) 中抛物线 C_2 对称轴右侧部分 (含顶点) 运动, 直线 m 过点 C 和点 E . 问: 是否存在直线 m , 使直线 l , m 与 x 轴围成的三角形和直线 l , m 与 y 轴围成的三角形相似? 若存在, 求出直线 m 的解析式; 若不存在, 说明理由.

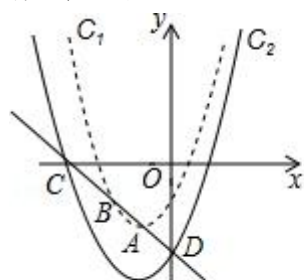


图1

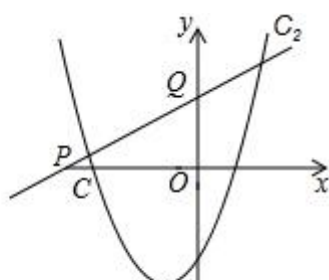


图2

考点: 二次函数综合题; 待定系数法求一次函数解析式; 待定系数法求二次函数解析式; 相似三角形的判定与性质; 锐角三角函数的增减性.

专题: 压轴题; 存在型.

分析: (1) 由抛物线的顶点式易得顶点 A 坐标, 把点 B 的坐标代入抛物线的解析式即可解决问题.

(2) 根据平移法则求出抛物线 C_2 的解析式, 用待定系数法求出直线 AB 的解析式, 再通过解方程组求出抛物线 C_2 与直线 AB 的交点 C 、 D 的坐标, 就可以求出 $S_{\triangle OAC}$: $S_{\triangle OAD}$ 的值.

(3) 设直线 m 与 y 轴交于点 G , 直线 l , m 与 x 轴围成的三角形和直线 l , m 与 y 轴围成的三角形形状、位置随着点 G 的变化而变化, 故需对点 G 的位置进行讨论, 借助于相似三角形的判定与性质、三角函数的增减性等知识求出符合条件的点 G 的坐标, 从而求出相应的直线 m 的解析式.

解答: 解: (1) $\because$ 抛物线 $C_1: y=a(x+1)^2-2$ 的顶点为 A ,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-1, -2)$.

$\because$ 抛物线 $C_1: y=a(x+1)^2-2$ 经过点 $B(-2, -1)$,

$\therefore a(-2+1)^2-2=-1$.

解得: $a=1$.

$\therefore$ 抛物线 C_1 的解析式为: $y=(x+1)^2-2$.

(2) $\because$ 抛物线 C_2 是由抛物线 C_1 向下平移 2 个单位所得,

$\therefore$ 抛物线 C_2 的解析式为: $y=(x+1)^2-2-2=(x+1)^2-4$.

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$.

$\because A(-1, -2)$, $B(-2, -1)$,

$$\therefore \begin{cases} -k+b=-2 \\ -2k+b=-1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-1 \\ b=-3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-x-3$.

$$\text{联立} \begin{cases} y = (x+1)^2 - 4 \\ y = -x - 3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}.$$

$$\therefore C(-3, 0), D(0, -3).$$

$$\therefore OC=3, OD=3.$$

过点 A 作 $AE \perp x$ 轴, 垂足为 E,

过点 A 作 $AF \perp y$ 轴, 垂足为 F,

$$\therefore A(-1, -2),$$

$$\therefore AF=1, AE=2.$$

$$\therefore S_{\triangle OAC} : S_{\triangle OAD}$$

$$= \left(\frac{1}{2}OC \cdot AE\right) : \left(\frac{1}{2}OD \cdot AF\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 2\right) : \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right)$$

$$= 2.$$

$$\therefore S_{\triangle OAC} : S_{\triangle OAD} \text{ 的值为 } 2.$$

(3) 设直线 m 与 y 轴交于点 G, 与直线 l 交于点 H,

设点 G 的坐标为 (0, t)

当 $m \parallel l$ 时, $CG \parallel PQ$.

$$\therefore \triangle OCG \sim \triangle OPQ.$$

$$\therefore \frac{OC}{OG} = \frac{OP}{OQ}.$$

$$\therefore P(-4, 0), Q(0, 2),$$

$$\therefore OP=4, OQ=2,$$

$$\therefore \frac{3}{OG} = \frac{4}{2}.$$

$$\therefore OG = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore t = \frac{3}{2} \text{ 时, 直线 } l, m \text{ 与 } x \text{ 轴不能构成三角形.}$$

$\therefore t=0$ 时, 直线 m 与 x 轴重合,

$\therefore$ 直线 l, m 与 x 轴不能构成三角形.

$$\therefore t \neq 0 \text{ 且 } t \neq \frac{3}{2}.$$

① $t < 0$ 时, 如图 2①所示.

$$\therefore \angle PHC > \angle PQG, \angle PHC > \angle QGH,$$

$$\therefore \angle PHC \neq \angle PQG, \angle PHC \neq \angle QGH.$$

当 $\angle PHC = \angle GHQ$ 时,

$$\therefore \angle PHC + \angle GHQ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle PHC = \angle GHQ = 90^\circ.$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle POQ &= 90^\circ, \\ \therefore \angle HPC &= 90^\circ - \angle PQO = \angle HGQ.\end{aligned}$$

$$\therefore \triangle PHC \sim \triangle GHQ.$$

$$\therefore \angle QPO = \angle OGC,$$

$$\therefore \tan \angle QPO = \tan \angle OGC.$$

$$\therefore \frac{OQ}{OP} = \frac{OC}{OG}.$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{OG}.$$

$$\therefore OG = 6.$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 的坐标为 } (0, -6)$$

设直线 m 的解析式为 $y = mx + n$,

$$\therefore \text{点 } C(-3, 0), \text{点 } G(0, -6) \text{ 在直线 } m \text{ 上,}$$

$$\therefore \begin{cases} -3m + n = 0 \\ n = -6 \end{cases}.$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = -2 \\ n = -6 \end{cases}.$$

$$\therefore \text{直线 } m \text{ 的解析式为 } y = -2x - 6,$$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = (x+1)^2 - 4 \\ y = -2x - 6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\therefore E(-1, -4).$$

此时点 E 在顶点, 符合条件.

$$\therefore \text{直线 } m \text{ 的解析式为 } y = -2x - 6.$$

$$\textcircled{2} 0 < t < \frac{3}{2} \text{ 时, 如图 2②所示,}$$

$$\therefore \tan \angle GCO = \frac{OG}{OC} = \frac{t}{3} < \frac{1}{2},$$

$$\tan \angle PQO = \frac{OP}{OQ} = \frac{4}{2} = 2,$$

$$\therefore \tan \angle GCO \neq \tan \angle PQO.$$

$$\therefore \angle GCO \neq \angle PQO.$$

$$\therefore \angle GCO = \angle PCH,$$

$$\therefore \angle PCH \neq \angle PQO.$$

$$\text{又 } \therefore \angle HPC > \angle PQO,$$

$$\therefore \triangle PHC \text{ 与 } \triangle GHQ \text{ 不相似.}$$

$$\therefore \text{符合条件的直线 } m \text{ 不存在.}$$

$$\textcircled{3} \frac{3}{2} < t \leq 2 \text{ 时, 如图 2③所示.}$$

$$\therefore \tan \angle CGO = \frac{OC}{OG} = \frac{3}{t} \geq \frac{3}{2},$$

$$\tan \angle QPO = \frac{OQ}{OP} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \tan \angle CGO \neq \tan \angle QPO.$$

$$\therefore \angle CGO \neq \angle QPO.$$

$$\therefore \angle CGO = \angle QGH,$$

$$\therefore \angle QGH \neq \angle QPO,$$

$$\text{又} \because \angle HQG > \angle QPO,$$

$$\therefore \triangle PHC \text{ 与 } \triangle GHQ \text{ 不相似.}$$

$$\therefore \text{符合条件的直线 } m \text{ 不存在.}$$

④ $t > 2$ 时, 如图 2④所示.

此时点 E 在对称轴的右侧.

$$\therefore \angle PCH > \angle CGO,$$

$$\therefore \angle PCH \neq \angle CGO.$$

$$\text{当 } \angle QPC = \angle CGO \text{ 时,}$$

$$\therefore \angle PHC = \angle QHG, \quad \angle HPC = \angle HGQ,$$

$$\therefore \triangle PCH \sim \triangle GQH.$$

$$\therefore \text{符合条件的直线 } m \text{ 存在.}$$

$$\therefore \angle QPO = \angle CGO, \quad \angle POQ = \angle GOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle POQ \sim \triangle GOC.$$

$$\therefore \frac{OP}{OG} = \frac{OQ}{OC}.$$

$$\therefore \frac{4}{OG} = \frac{2}{3}.$$

$$\therefore OG = 6.$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 的坐标为 } (0, 6).$$

设直线 m 的解析式为 $y = px + q$

$$\therefore \text{点 } C(-3, 0)、\text{点 } G(0, 6) \text{ 在直线 } m \text{ 上,}$$

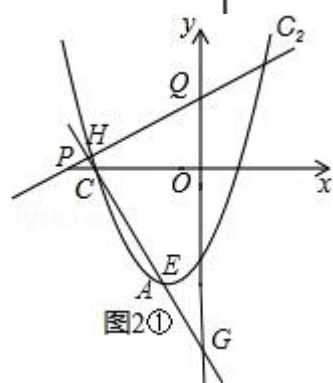
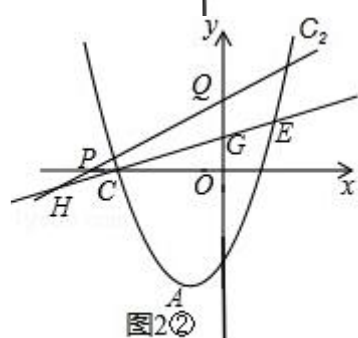
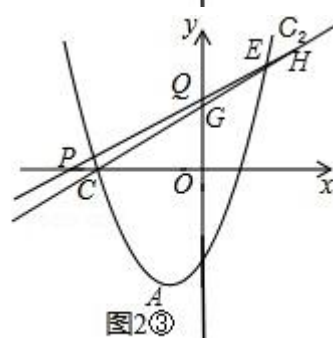
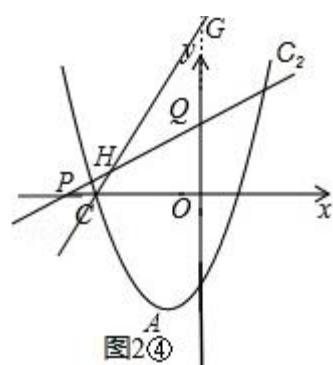
$$\therefore \begin{cases} -3p + q = 0 \\ q = 6 \end{cases}.$$

$$\text{解得: } \begin{cases} p = 2 \\ q = 6 \end{cases}.$$

$$\therefore \text{直线 } m \text{ 的解析式为 } y = 2x + 6.$$

综上所述: 存在直线 m, 使直线 l, m 与 x 轴围成的三角形和直线 l, m 与 y 轴围成的三角形相似,

此时直线 m 的解析式为 $y = -2x - 6$ 和 $y = 2x + 6$.



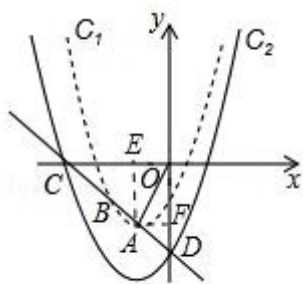


图1

点评: 本题考查了二次函数的有关知识，考查了三角形相似的判定与性质、三角函数的定义及增减性等知识，考查了用待定系数法求二次函数及一次函数的解析式，考查了通过解方程组求两个函数图象的交点，强化了对运算能力、批判意识、分类讨论思想的考查，具有较强的综合性，有一定的难度.