

2014 年湖北省天门市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分) 在下列各小题中, 均给出四个答案, 其中有且只有一个正确答案)

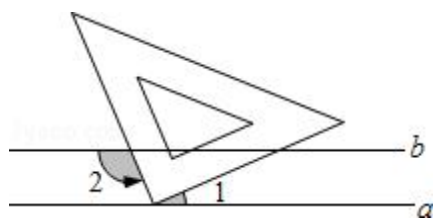
1. (3 分) (2014•仙桃) $-\frac{1}{2}$ 的倒数等于 ()

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2. (3 分) (2014•仙桃) 美丽富饶的江汉平原, 文化底蕴深厚, 人才辈出. 据统计, 该地区的天门、仙桃、潜江和江汉油田 2014 年共有约 25000 名初中毕业生参加了毕业生参加了统一的学业考试, 将 25000 用科学记数法可表示为 ()

- A. 25×10^3 B. 2.5×10^4 C. 2.5×10^5 D. 0.25×10^6

3. (3 分) (2014•仙桃) 如图, 已知 $a \parallel b$, 小华把三角板的直角顶点放在直线 b 上. 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

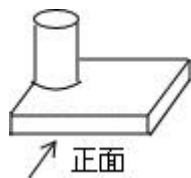


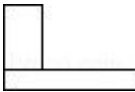
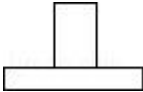
- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

4. (3 分) (2014•仙桃) 下列事件中属于不可能事件的是 ()

- A. 某投篮高手投篮一次就进球
B. 打开电视机, 正在播放世界杯足球比赛
C. 掷一次骰子, 向上的一面出现的点数不大于 6
D. 在一个标准大气压下, 90°C 的水会沸腾

5. (3 分) (2014•仙桃) 如图所示, 几何体的主视图是 ()

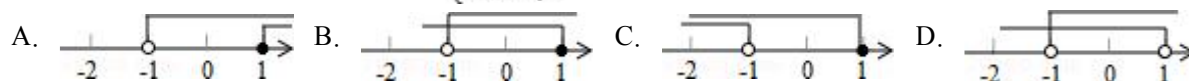


- A.  B.  C.  D. 

6. (3 分) (2014•仙桃) 将 $(a-1)^2 - 1$ 分解因式, 结果正确的是 ()

- A. $a(a-1)$ B. $a(a-2)$ C. $(a-2)(a-1)$ D. $(a-2)(a+1)$

7. (3分) (2014•仙桃) 把不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x+2 \leq 3 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示, 正确的是 ()



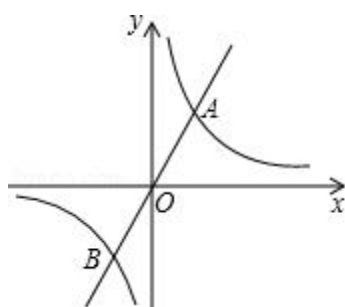
8. (3分) (2014•仙桃) 已知 m, n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两实数根, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值为 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

9. (3分) (2014•仙桃) 如图, 正比例函数 $y_1 = k_1x$ 和反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A (1, 2), B 两点, 给出下列结论:

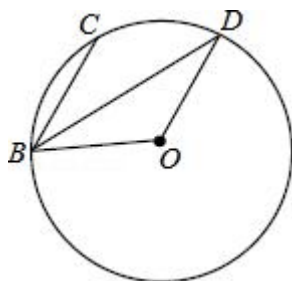
- ① $k_1 < k_2$;
 ② 当 $x < -1$ 时, $y_1 < y_2$;
 ③ 当 $y_1 > y_2$ 时, $x > 1$;
 ④ 当 $x < 0$ 时, y_2 随 x 的增大而减小.

其中正确的有 ()



- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

10. (3分) (2014•仙桃) 如图, B, C, D 是半径为 6 的 $\odot O$ 上的三点, 已知 $\widehat{BC}$ 的长为 2π , 且 $OD \parallel BC$, 则 BD 的长为 ()

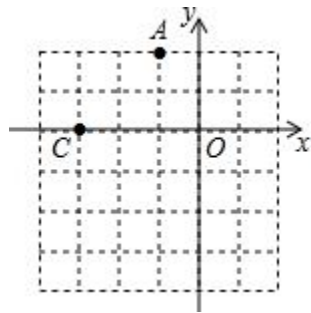


- A. $3\sqrt{3}$ B. 6 C. $6\sqrt{3}$ D. 12

二、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 3 分，满分 15 分）将结果直接填写在对应的横线上。

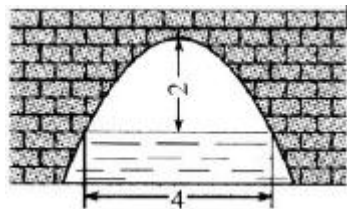
11. (3 分) (2014•仙桃) 化简 $\sqrt{18}$ =_____.

12. (3 分) (2014•仙桃) 如图，在直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，点 C 的坐标为 $(-3, 0)$ ，将点 C 绕点 A 逆时针旋转 90° ，再向下平移 3 个单位，此时点 C 的对应点的坐标为_____.

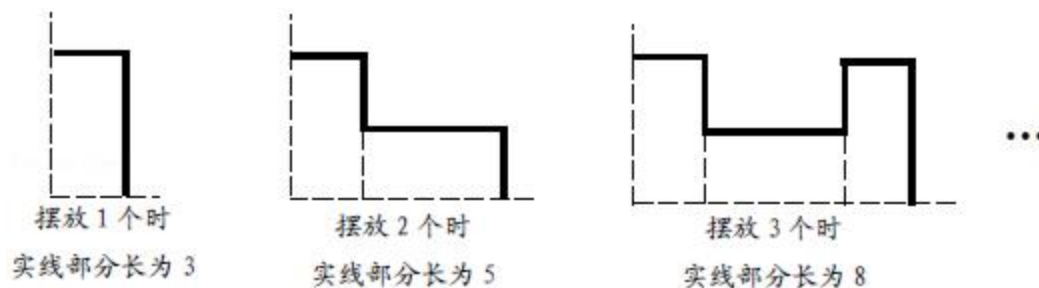


13. (3 分) (2014•仙桃) 纸箱里有双拖鞋，除颜色不同外，其它都相同，从中随机取一只（不放回），再取一只，则两次取出的鞋颜色恰好相同的概率为_____.

14. (3 分) (2014•仙桃) 如图是一个横断面为抛物线形状的拱桥，当水面宽 4 米时，拱顶（拱桥洞的最高点）离水面 2 米，水面下降 1 米时，水面的宽度为_____米.



15. (3 分) (2014•仙桃) 将相同的矩形卡片，按如图方式摆放在一个直角上，每个矩形卡片长为 2，宽为 1，依此类推，摆放 2014 个时，实线部分长为_____.



三、解答题（本大题共 10 小题，满分 75 分）

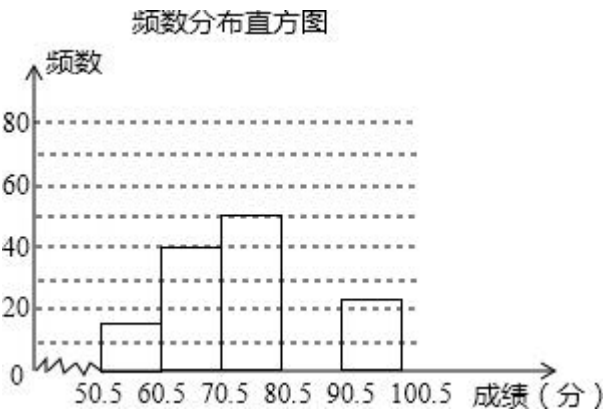
16. (5 分) (2014•仙桃) 计算： $(\sqrt{6}-1)^0 - |-5| + (\frac{1}{3})^{-1}$.

17. (6分) (2014•仙桃) 解方程: $\frac{x}{x+1} = \frac{2x}{3x+3} + 1$.

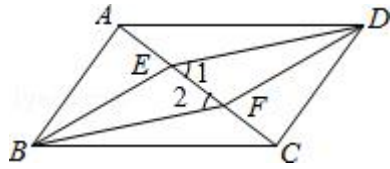
18. (6分) (2014•仙桃) 为弘扬中华优秀传统文化，某校组织八年级 1000 名学生参加汉字听写大赛，为了解学生整体听写能力，从中抽取部分学生的成绩（得分取正整数，满分为 100 分）进行统计分析，请根据尚未完成的下列图表，解答问题：

组别	分数段	频数	频率
一	50.5 ~ 60.5	16	0.08
二	60.5 ~ 70.5	30	0.15
三	70.5 ~ 80.5	50	0.25
四	80.5 ~ 90.5	m	0.40
五	90.5 ~ 100.5		n

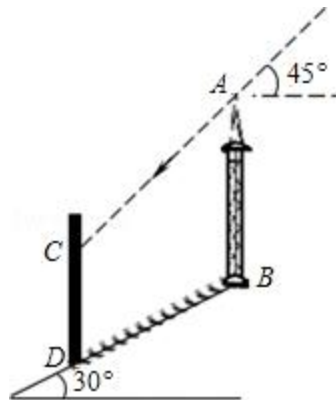
- (1) 本次抽样调查的样本容量为_____，此样本中成绩的中位数落在第_____组内，表中 m=_____， n=_____；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 若成绩超过 80 分为优秀，则该校八年级学生中汉字听写能力优秀的约有多少人？



19. (6分) (2014•仙桃) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, E, F 为对角线 AC 上两点, 连接 ED, EB, FD, FB . 给出以下结论: ① $BE \parallel DF$; ② $BE=DF$; ③ $AE=CF$. 请你从中选取一个条件, 使 $\angle 1=\angle 2$ 成立, 并给出证明.

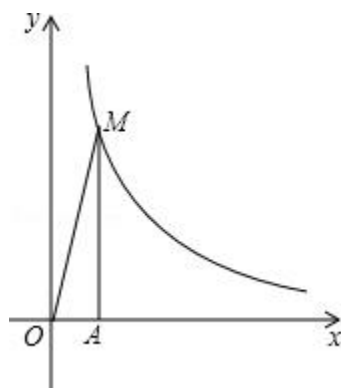


20. (6分) (2014•仙桃) 如图, 在坡角为 30° 的山坡上有一铁塔 AB , 其正前方矗立着一大型广告牌, 当阳光与水平线成 45° 角时, 测得铁塔 AB 落在斜坡上的影子 BD 的长为 6 米, 落在广告牌上的影子 CD 的长为 4 米, 求铁塔 AB 的高 (AB, CD 均与水平面垂直, 结果保留根号).



21. (8分) (2014•仙桃) 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限的图象如图所示, 过点 $A(1, 0)$ 作 x 轴的垂线, 交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象于点 M , $\triangle AOM$ 的面积为 3.

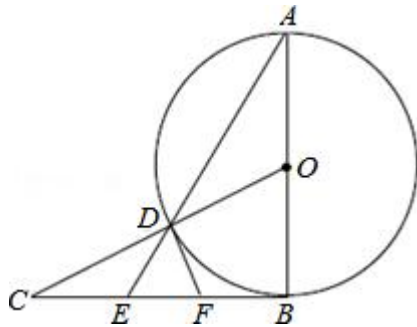
- (1) 求反比例函数的解析式;
- (2) 设点 B 的坐标为 $(t, 0)$, 其中 $t>1$. 若以 AB 为一边的正方形有一个顶点在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, 求 t 的值.



22. (8分) (2014•仙桃) 如图, 已知 BC 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 的切线, 且 $BC=AB$, 连接 OC 交 $\odot O$ 于点 D , 延长 AD 交 BC 于点 E , F 为 BE 上一点, 且 $DF=FB$.

(1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BE=2$, 求 $\odot O$ 的半径.



23. (8分) (2014•仙桃) 为改善生态环境, 防止水土流失, 某村计划在江汉堤坡种植白杨树, 现甲、乙两家林场与相同的白杨树苗可供选择, 其具体销售方案如下:

甲林场		乙林场	
购树苗数量	销售单价	购树苗数量	销售单价
不超过 1000 棵时	4 元/棵	不超过 2000 棵时	4 元/棵
超过 1000 棵的部分	3.8 元/棵	超过 2000 棵的部分	3.6 元/棵

设购买白杨树苗 x 棵, 到两家林场购买所需费用分别为 $y_{甲}$ (元)、 $y_{乙}$ (元).

(1) 该村需要购买 1500 棵白杨树苗, 若都在甲林场购买所需费用为_____元, 若都在乙林场购买所需费用为_____元;

(2) 分别求出 $y_{甲}$ 、 $y_{乙}$ 与 x 之间的函数关系式;

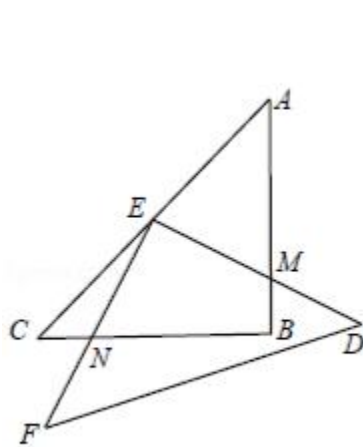
(3) 如果你是该村的负责人, 应该选择到哪家林场购买树苗合算, 为什么?

24. (10 分) (2014•仙桃) 如图①, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是将 $\triangle ACF$ 沿过 A 点的某条直线剪开得到的 (AB, DE 是同一条剪切线). 平移 $\triangle DEF$ 使顶点 E 与 AC 的中点重合, 再绕点 E 旋转 $\triangle DEF$, 使 ED, EF 分别与 AB, BC 交于 M, N 两点.

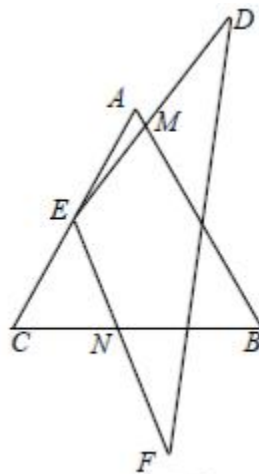
(1) 如图②, $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=BC$, 且 $\angle ABC=90^\circ$, 则线段 EM 与 EN 有何数量关系? 请直接写出结论;

(2) 如图③, $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=BC$, 那么 (1) 中的结论是否还成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请说明理由;

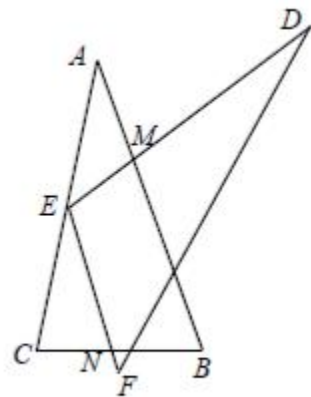
(3) 如图④, $\triangle ABC$ 中, 若 $AB:BC=m:n$, 探索线段 EM 与 EN 的数量关系, 并证明你的结论.



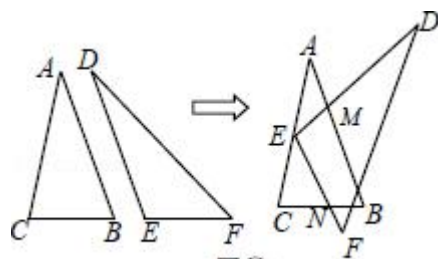
图②



图③



图④



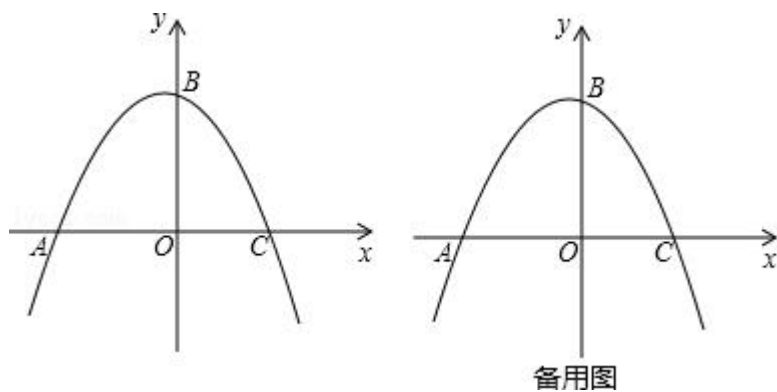
图①

25. (12 分) (2014•仙桃) 已知抛物线经过 $A(-2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(\frac{3}{2}, 0)$ 三点, 一动点 P 从原点出发以 1 个单位/秒的速度沿 x 轴正方向运动, 连接 BP , 过点 A 作直线 BP 的垂线交 y 轴于点 Q . 设点 P 的运动时间为 t 秒.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当 $BQ = \frac{1}{2}AP$ 时, 求 t 的值;

(3) 随着点 P 的运动, 抛物线上是否存在一点 M , 使 $\triangle MPQ$ 为等边三角形? 若存在, 请直接写 t 的值及相应点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年湖北省天门市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）在下列各小题中，均给出四个答案，其中有且只有一个正确答案）

1. (3 分) (2014•仙桃) $-\frac{1}{2}$ 的倒数等于 ()

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

考点：倒数.

分析：根据倒数定义可知， $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 -2.

解答：解： $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 -2.

故选：C.

点评：本题主要考查倒数的定义，要求熟练掌握. 需要注意的是：

倒数的性质：负数的倒数还是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数.

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) (2014•仙桃) 美丽富饶的江汉平原，文化底蕴深厚，人才辈出. 据统计，该地区的天门、仙桃、潜江和江汉油田 2014 年共有约 25000 名初中毕业生参加了毕业生参加了统一的学业考试，将 25000 用科学记数法可表示为 ()

- A. 25×10^3 B. 2.5×10^4 C. 2.5×10^5 D. 0.25×10^6

考点：科学记数法—表示较大的数.

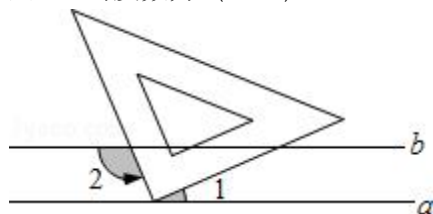
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 25000 有 5 位，所以可以确定 $n=5-1=4$.

解答：解： $25\,000=2.5 \times 10^4$.

故选 B.

点评：此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

3. (3 分) (2014•仙桃) 如图，已知 $a \parallel b$ ，小华把三角板的直角顶点放在直线 b 上. 若 $\angle 1=40^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

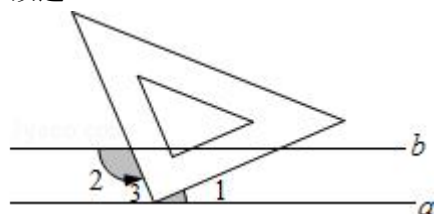
考点：平行线的性质.

专题：计算题.

分析：先根据互余计算出 $\angle 3=90^\circ-40^\circ=50^\circ$ ，再根据平行线的性质由 $a \parallel b$ 得到 $\angle 2=180^\circ-\angle 3=130^\circ$ 。

解答：解： $\because \angle 1+\angle 3=90^\circ$ ，
 $\therefore \angle 3=90^\circ-40^\circ=50^\circ$ ，
 $\because a \parallel b$ ，
 $\therefore \angle 2+\angle 3=180^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ 。

故选 D。



点评：本题考查了平行线的性质：两直线平行，同旁内角互补。

4. (3 分) (2014•仙桃) 下列事件中属于不可能事件的是 ()

- A. 某投篮高手投篮一次就进球
- B. 打开电视机，正在播放世界杯足球比赛
- C. 掷一次骰子，向上的一面出现的点数不大于 6
- D. 在一个标准大气压下， 90°C 的水会沸腾

考点：随机事件。

分析：不可能事件就是一定不会发生的事件，依据定义即可判断。

解答：解：A、是随机事件，选项错误；

B、是随机事件，选项错误；

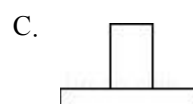
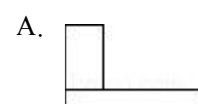
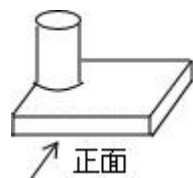
C、是必然事件，选项错误；

D、正确。

故选 D。

点评：本题考查了不可能事件的定义，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念。必然事件指在一定条件下一定发生的事件。不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件。不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件。

5. (3 分) (2014•仙桃) 如图所示，几何体的主视图是 ()



考点：简单组合体的三视图。

分析：找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中。

解答：解：几何体的主视图是两个长方形，其中一个在另一的上面的左侧，

故选：A.

点评：本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

6. (3分) (2014•仙桃) 将 $(a-1)^2 - 1$ 分解因式，结果正确的是 ()

- A. $a(a-1)$ B. $a(a-2)$ C. $(a-2)(a-1)$ D. $(a-2)(a+1)$

考点：因式分解-运用公式法.

专题：计算题.

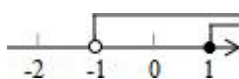
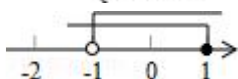
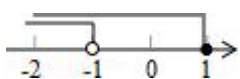
分析：原式利用平方差公式分解即可.

解答：解：原式 $= (a-1+1)(a-1-1)$
 $= a(a-2)$.

故选 B.

点评：此题考查了因式分解-运用公式法，熟练掌握公式是解本题的关键.

7. (3分) (2014•仙桃) 把不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x+2 \leq 3 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示，正确的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点：在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组.

分析：先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分，然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

解答：解： $\begin{cases} x > -1 \\ x+2 \leq 3 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x > -1 \\ x \leq 1 \end{cases}$,

故选：B.

点评：本题考查了在数轴上表示不等式的解集，把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画)，数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

8. (3分) (2014•仙桃) 已知 m ， n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两实数根，则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值为 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

考点：根与系数的关系.

专题：计算题.

分析：先根据根与系数的关系得到 $m+n=1$ ， $mn=-1$ ，再利用通分把 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 变形为 $\frac{m+n}{mn}$ ，然后利用整体代入的方法计算.

解答：解：根据题意得 $m+n=1$ ， $mn=-1$ ，

所以 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn} = \frac{1}{-1} = -1$.

故选 A.

点评: 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系: 若方程两个为 x_1, x_2 , 则

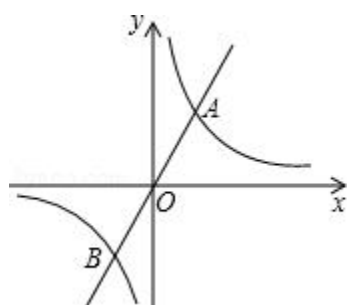
$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

9. (3 分) (2014•仙桃) 如图, 正比例函数 $y_1=k_1x$ 和反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A (1, 2),

B 两点, 给出下列结论:

- ① $k_1 < k_2$;
- ② 当 $x < -1$ 时, $y_1 < y_2$;
- ③ 当 $y_1 > y_2$ 时, $x > 1$;
- ④ 当 $x < 0$ 时, y_2 随 x 的增大而减小.

其中正确的有 ()



- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: ①根据待定系数法, 可得 k_1, k_2 的值, 根据有理数的大小比较, 可得答案; ②根据观察图象, 可得答案; ③根据图象间的关系, 可得答案; ④根据反比例函数的性质, 可得答案.

解答: 解: ①正比例函数 $y_1=k_1x$ 和反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A (1, 2),

$\therefore k_1=2, k_2=2, k_1=k_2$, 故①错误;

② $x < -1$ 时, 一次函数图象在下方, 故②正确;

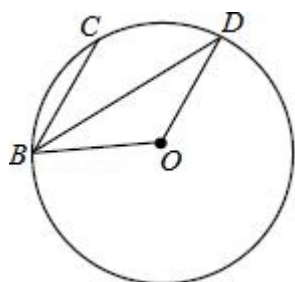
③ $y_1 > y_2$ 时, $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$, 故③错误;

④ $k_2=2 > 0$, 当 $x < 0$ 时, y_2 随 x 的增大而减小, 故④正确;

故选: C.

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 利用了待定系数法, 图象与不等式的关系.

10. (3 分) (2014•仙桃) 如图, B, C, D 是半径为 6 的 $\odot O$ 上的三点, 已知 $\widehat{BC}$ 的长为 2π , 且 $OD \parallel BC$, 则 BD 的长为 ()



A. $3\sqrt{3}$

B. 6

C. $6\sqrt{3}$

D. 12

考点：垂径定理；等边三角形的判定与性质；圆周角定理；弧长的计算；解直角三角形.

专题：计算题.

分析：连结 OC 交 BD 于 E, 设 $\angle BOC=n^\circ$, 根据弧长公式可计算出 $n=60$, 即 $\angle BOC=60^\circ$, 易得 $\triangle OBC$ 为等边三角形, 根据等边三角形的性质得 $\angle C=60^\circ$, $\angle OBC=60^\circ$, $BC=OB=6$, 由于 $BC \parallel OD$, 则 $\angle 2=\angle C=60^\circ$, 再根据圆周角定理得 $\angle 1=\frac{1}{2}\angle 2=30^\circ$, 即 BD 平分 $\angle OBC$, 根据等边三角形的性质得到 $BD \perp OC$, 接着根据垂径定理得 $BE=DE$, 在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, 利用含 30° 的直角三角形三边的关系得 $CE=\frac{1}{2}BC=3$, $BE=\sqrt{3}CE=3\sqrt{3}$, 所以 $BD=2BE=6\sqrt{3}$.

解答：解：连结 OC 交 BD 于 E, 如图,

设 $\angle BOC=n^\circ$,

根据题意得 $2\pi=\frac{n\pi \cdot 6}{180}$, 得 $n=60$, 即 $\angle BOC=60^\circ$,

而 $OB=OC$,

$\therefore \triangle OBC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle C=60^\circ$, $\angle OBC=60^\circ$, $BC=OB=6$,

$\therefore BC \parallel OD$,

$\therefore \angle 2=\angle C=60^\circ$,

$\therefore \angle 1=\frac{1}{2}\angle 2=30^\circ$,

$\therefore BD$ 平分 $\angle OBC$,

$\therefore BD \perp OC$,

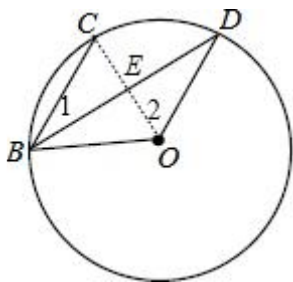
$\therefore BE=DE$,

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, $CE=\frac{1}{2}BC=3$,

$\therefore CE=\sqrt{3}CE=3\sqrt{3}$,

$\therefore BD=2BE=6\sqrt{3}$.

故选 C.



点评：本题考查了垂径定理：平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧，也考查了弧长公式、等边三角形的判定与性质和圆周角定理.

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 满分 15 分) 将结果直接填写在对应的横线上.

11. (3 分) (2014•仙桃) 化简 $\sqrt{18}=\underline{3\sqrt{2}}$.

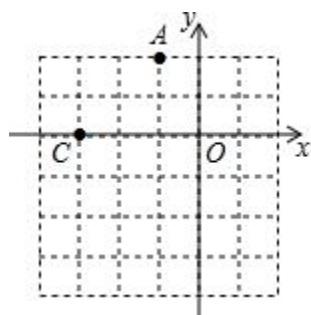
考点：二次根式的性质与化简.

分析：根据二次根式的意义直接化简即可.

解答：解： $\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$.

点评：本题考查二次根式的化简，需注意被开方数不含能开的尽方的因数.

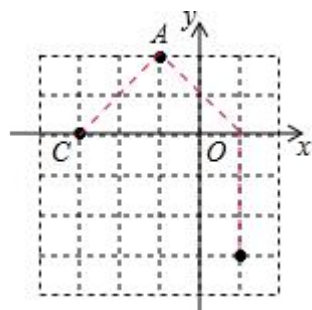
12. (3 分) (2014•仙桃) 如图，在直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，点 C 的坐标为 $(-3, 0)$ ，将点 C 绕点 A 逆时针旋转 90° ，再向下平移 3 个单位，此时点 C 的对应点的坐标为 $(1, -3)$.



考点：坐标与图形变化-平移.

分析：根据旋转变换与平移的规律作出图形，然后解答即可.

解答：解：如图，将点 C 绕点 A 逆时针旋转 90° 后，对应点的坐标为 $(1, 0)$ ，再将 $(1, 0)$ 向下平移 3 个单位，此时点 C 的对应点的坐标为 $(1, -3)$.
故答案为 $(1, -3)$.



点评：本题考查了坐标与图形的变化 - 旋转与平移，作出图形，利用数形结合求解更加简便.

13. (3 分) (2014•仙桃) 纸箱里有双拖鞋，除颜色不同外，其它都相同，从中随机取一只 (不放回)，再取一只，则两次取出的鞋颜色恰好相同的概率为 $\frac{1}{3}$.

考点：列表法与树状图法.

专题：计算题.

分析：假设两双拖鞋的颜色分别为红色与黑色，列表得出所有等可能的情况数，找出两次取出的鞋颜色恰好相同的情况数，即可求出所求的概率.

解答：解：列表如下：

	红左	红右	黑左	黑右
红左	- - -	(红右, 红左)	(黑左, 红左)	(黑右, 红左)

红右	(红左, 红右)	- - -	(黑左, 红右)	(黑右, 红右)
黑左	(红左, 黑左)	(红右, 黑左)	- - -	(黑右, 黑左)
黑右	(红左, 黑右)	(红右, 黑右)	(黑左, 黑右)	- - -

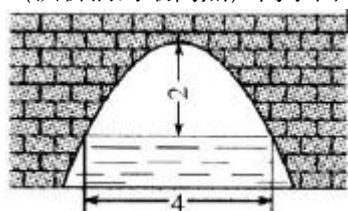
所有等可能的情况有 12 种，其中两次取出的鞋颜色恰好相同的情况有 4 种，

$$\text{则 } P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

故答案为: $\frac{1}{3}$

点评: 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

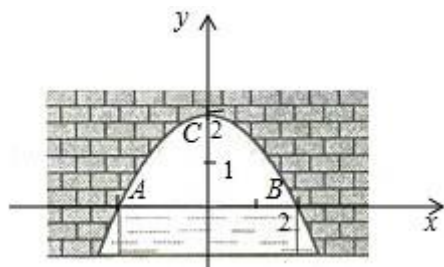
14. (3 分) (2014•仙桃) 如图是一个横断面为抛物线形状的拱桥，当水面宽 4 米时，拱顶（拱桥洞的最高点）离水面 2 米，水面下降 1 米时，水面的宽度为 $2\sqrt{6}$ 米。



考点: 二次函数的应用。

分析: 根据已知得出直角坐标系，进而求出二次函数解析式，再通过把 $y = -1$ 代入抛物线解析式得出水面宽度，即可得出答案。

解答: 解：建立平面直角坐标系，设横轴 x 通过 AB，纵轴 y 通过 AB 中点 O 且通过 C 点，则通过画图可得知 O 为原点，



抛物线以 y 轴为对称轴，且经过 A, B 两点，OA 和 OB 可求出为 AB 的一半 2 米，抛物线顶点 C 坐标为 $(0, 2)$ ，

通过以上条件可设顶点式 $y = ax^2 + 2$ ，其中 a 可通过代入 A 点坐标 $(-2, 0)$ ，

到抛物线解析式得出： $a = -0.5$ ，所以抛物线解析式为 $y = -0.5x^2 + 2$ ，

当水面下降 1 米，通过抛物线在图上的观察可转化为：

当 $y = -1$ 时，对应的抛物线上两点之间的距离，也就是直线 $y = -1$ 与抛物线相交的两点之间的距离，

可以通过把 $y = -1$ 代入抛物线解析式得出：

$$-1 = -0.5x^2 + 2,$$

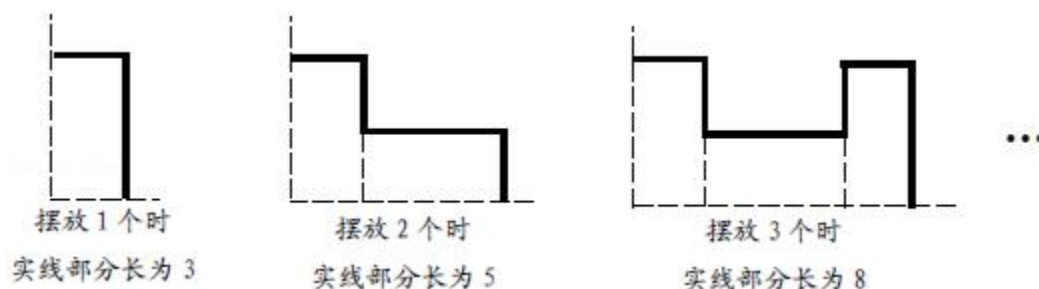
解得： $x = \pm\sqrt{6}$ ，

所以水面宽度增加到 $2\sqrt{6}$ 米，

故答案为: $2\sqrt{6}$ 米。

点评: 此题主要考查了二次函数的应用，根据已知建立坐标系从而得出二次函数解析式是解决问题的关键。

15. (3分) (2014•仙桃) 将相同的矩形卡片, 按如图方式摆放在一个直角上, 每个矩形卡片长为 2, 宽为 1, 依此类推, 摆放 2014 个时, 实线部分长为 5035.



考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: 根据图形得出实线部分长度的变化规律, 进而求出答案.

解答: 解: 由图形可得出: 摆放一个矩形实线长为 3,
 摆放 2 个矩形实线长为 5, 摆放 3 个矩形实线长为 8,
 摆放 4 个矩形实线长为 10, 摆放 5 个矩形实线长为 13,
 即第偶数个矩形实线部分在前一个的基础上加 2,
 第奇数个矩形实线部分在前一个的基础上加 3,
 $\therefore$ 摆放 2014 个时, 相等于在第 1 个的基础上加 1006 个 2, 1007 个 3,
 $\therefore$ 摆放 2014 个时, 实线部分长为: $3+1006 \times 2+1007 \times 3=5035$.
 故答案为: 5035.

点评: 此题主要考查了图形变化类, 得出实线部分按第奇数与偶数个长度变化规律是解题关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 满分 75 分)

16. (5分) (2014•仙桃) 计算: $(\sqrt{6}-1)^0 - |-5| + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用零指数幂法则计算, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= 1 - 5 + 3$
 $= -1$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. (6分) (2014•仙桃) 解方程: $\frac{x}{x+1} = \frac{2x}{3x+3} + 1$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 本题的最简公分母是 $3(x+1)$, 方程两边都乘最简公分母, 可把分式方程转换为整式方程求解.

解答: 解: 方程两边都乘 $3(x+1)$,
 得: $3x - 2x = 3(x+1)$,

解得： $x = -\frac{3}{2}$

经检验 $x = -\frac{3}{2}$ 是方程的解，

$\therefore$ 原方程的解为 $x = -\frac{3}{2}$.

点评：当分母是多项式，又能进行因式分解时，应先进行因式分解，再确定最简公分母．分式方程里单独的一个数和字母也必须乘最简公分母．

18. (6分) (2014•仙桃) 为弘扬中华优秀传统文化，某校组织八年级 1000 名学生参加汉字听写大赛，为了解学生整体听写能力，从中抽取部分学生的成绩（得分取正整数，满分为 100 分）进行统计分析，请根据尚未完成的下列图表，解答问题：

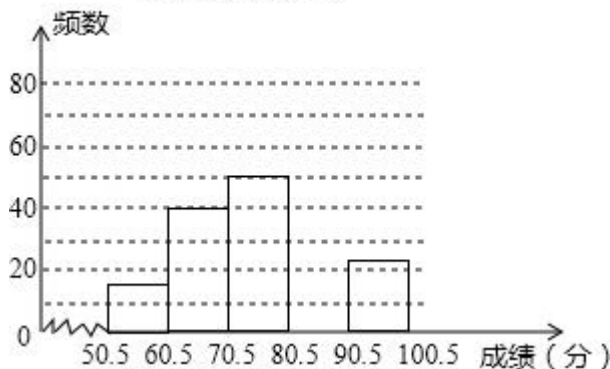
组别	分数段	频数	频率
一	50.5 ~ 60.5	16	0.08
二	60.5 ~ 70.5	30	0.15
三	70.5 ~ 80.5	50	0.25
四	80.5 ~ 90.5	m	0.40
五	90.5 ~ 100.5		n

(1) 本次抽样调查的样本容量为 200，此样本中成绩的中位数落在第 四 组内，表中 $m = \underline{80}$ ， $n = \underline{0.12}$ ；

(2) 补全频数分布直方图；

(3) 若成绩超过 80 分为优秀，则该校八年级学生中汉字听写能力优秀的约有多少人？

频数分布直方图



考点：频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表．

分析：（1）根据第一组的频数是 16，频率是 0.08，即可求得总数，即样本容量；

（2）根据（1）的计算结果即可作出直方图；

（3）利用总数 1000 乘以优秀的所占的频率即可．

解答：解：（1）样本容量是： $16 \div 0.08 = 200$ ；

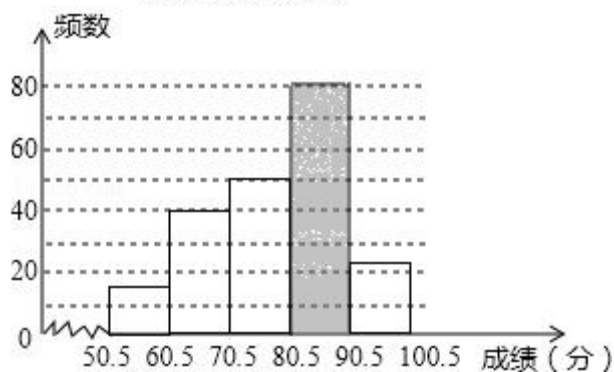
样本中成绩的中位数落在第四组；

$$m = 200 \times 0.40 = 80,$$

$$n = \frac{24}{200} = 0.12;$$

（2）补全频数分布直方图，如下：

频数分布直方图

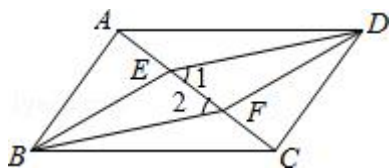


(3) $1000 (0.4+0.12) = 520$ (人).

答: 该校八年级学生中汉字听写能力优秀的约有 520 人.

点评: 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力; 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

19. (6 分) (2014•仙桃) 如图, 四边形 ABCD 是平行四边形, E, F 为对角线 AC 上两点, 连接 ED, EB, FD, FB. 给出以下结论: ① $BE \parallel DF$; ② $BE=DF$; ③ $AE=CF$. 请你从中选取一个条件, 使 $\angle 1=\angle 2$ 成立, 并给出证明.



考点: 平行四边形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质.

分析: 欲证明 $\angle 1=\angle 2$, 只需证得四边形 EDFB 是平行四边形或 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ 即可.

解答: 解: 方法一:

补充条件① $BE \parallel DF$.

证明: 如图, $\because BE \parallel DF$,

$\therefore \angle BEC = \angle DFA$,

$\therefore \angle BEA = \angle DFC$,

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB = CD$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAE = \angle DCF$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BEA = \angle DFC \\ AB = CD \\ \angle BAE = \angle DCF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (ASA),

$\therefore BE = DF$,

$\therefore$ 四边形 BFDE 是平行四边形,

$\therefore ED \parallel BF$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$;

方法二:

补充条件③AE=CF.

证明: $\because AE=CF, \therefore AF=CE$.

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB=CD, AB \parallel CD$,

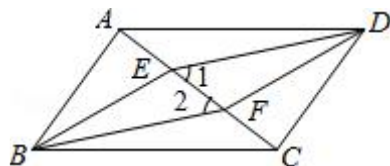
$\therefore \angle BAF = \angle DCE$,

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} AF=CE \\ \angle BAF=\angle DCE \\ AB=CD \end{cases}$$

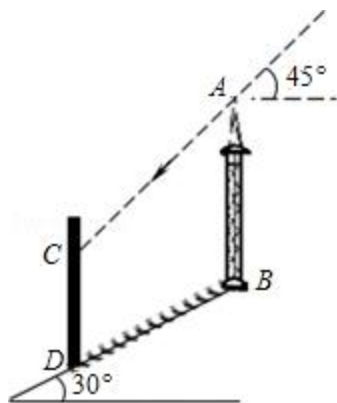
$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE$ (SAS),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.



点评: 本题考查了平行四边形的判定与性质, 全等三角形的判定与性质. 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

20. (6分) (2014•仙桃) 如图, 在坡角为 30° 的山坡上有一铁塔 AB, 其正前方矗立着一大型广告牌, 当阳光与水平线成 45° 角时, 测得铁塔 AB 落在斜坡上的影子 BD 的长为 6 米, 落在广告牌上的影子 CD 的长为 4 米, 求铁塔 AB 的高 (AB, CD 均与水平面垂直, 结果保留根号).



考点: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E, 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于 F, 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于 F, 在 $Rt\triangle BFD$ 中, 分别求出 DF、BF 的长度, 在 $Rt\triangle ACE$ 中, 求出 AE、CE 的长度, 继而可求得 AB 的长度.

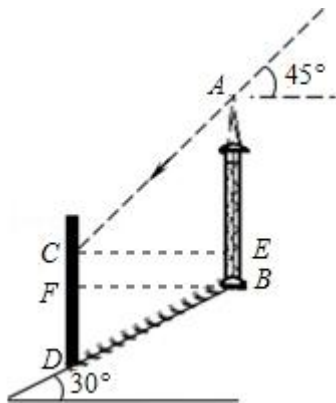
解答: 解: 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E, 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于 F, 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于 F, 在 $Rt\triangle BFD$ 中,

$$\because \angle DBF = 30^\circ, \sin \angle DBF = \frac{DF}{BD} = \frac{1}{2}, \cos \angle DBF = \frac{BF}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\because BD = 6,$$

$$\therefore DF = 3, BF = 3\sqrt{3},$$

$\because AB \parallel CD, CE \perp AB, BF \perp CD,$
 $\therefore$ 四边形 BFCE 为矩形,
 $\therefore BF=CE=3\sqrt{3}, CF=BE=CD-DF=1,$
 在 $Rt\triangle ACE$ 中, $\angle ACE=45^\circ,$
 $\therefore AE=CE=3\sqrt{3},$
 $\therefore AB=3\sqrt{3}+1.$
 答: 铁塔 AB 的高为 $(3\sqrt{3}+1)$ m.



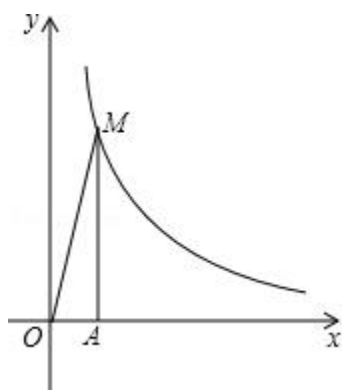
点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的根据题目所给的坡角构造直角三角形, 利用三角函数的知识求解.

21. (8 分) (2014•仙桃) 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限的图象如图所示, 过点 A (1, 0) 作 x

轴的垂线, 交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象于点 M, $\triangle AOM$ 的面积为 3.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 设点 B 的坐标为 (t, 0), 其中 $t>1$. 若以 AB 为一边的正方形有一个顶点在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, 求 t 的值.



考点: 待定系数法求反比例函数解析式; 解一元二次方程-因式分解法; 反比例函数系数 k 的几何意义; 反比例函数图象上点的坐标特征; 正方形的性质.

分析: (1) 根据反比例函数 k 的几何意义得到 $\frac{1}{2}|k|=3$, 可得到满足条件的 $k=6$, 于是得到反比例函

数解析式为 $y = \frac{6}{x}$;

(2) 分类讨论: 当以 AB 为一边的正方形 ABCD 的顶点 D 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 D 点与 M 点重合, 即 $AB = AM$, 再利用反比例函数图象上点的坐标特征确定 M 点坐标为 (1, 6), 则 $AB = AM = 6$, 所以 $t = 1 + 6 = 7$; 当以 AB 为一边的正方形 ABCD 的顶点 C 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 根据正方形的性质得 $AB = BC = t - 1$, 则 C 点坐标为 $(t, t - 1)$, 然后利用反比例函数图象上点的坐标特征得到 $t(t - 1) = 6$, 再解方程得到满足条件的 t 的值.

解答: 解: (1) $\because \triangle AOM$ 的面积为 3,

$$\therefore \frac{1}{2}|k| = 3,$$

而 $k > 0$,

$$\therefore k = 6,$$

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$;

(2) 当以 AB 为一边的正方形 ABCD 的顶点 D 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 D 点与 M 点重合, 即 $AB = AM$,

把 $x = 1$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $y = 6$,

$\therefore$ M 点坐标为 (1, 6),

$\therefore AB = AM = 6$,

$\therefore t = 1 + 6 = 7$;

当以 AB 为一边的正方形 ABCD 的顶点 C 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上,

则 $AB = BC = t - 1$,

$\therefore$ C 点坐标为 $(t, t - 1)$,

$\therefore t(t - 1) = 6$,

整理为 $t^2 - t - 6 = 0$, 解得 $t_1 = 3$, $t_2 = -2$ (舍去),

$\therefore t = 3$,

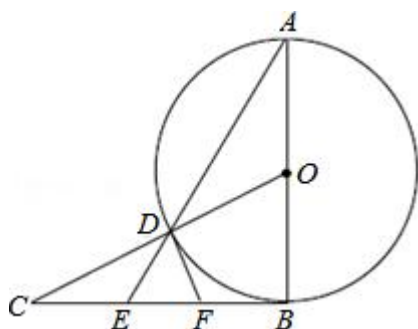
$\therefore$ 以 AB 为一边的正方形有一个顶点在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上时, t 的值为 3 或 7.

点评: 本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式: (1) 设出含有待定系数的反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$); (2) 把已知条件 (自变量与函数的对应值) 带入解析式, 得到待定系数的方程; (3) 解方程, 求出待定系数; (4) 写出解析式. 也考查了反比例函数 k 的几何意义、反比例函数图象上点的坐标特征和正方形的性质.

22. (8 分) (2014·仙桃) 如图, 已知 BC 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 的切线, 且 $BC = AB$, 连接 OC 交 $\odot O$ 于点 D, 延长 AD 交 BC 于点 E, F 为 BE 上一点, 且 $DF = FB$.

(1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BE = 2$, 求 $\odot O$ 的半径.



考点：切线的判定；勾股定理；解直角三角形.

分析： (1) 连接 BD, 根据等边对等角可得 $\angle FDB = \angle FBD$, $\angle ODB = \angle OBD$, 然后根据切线的性质即可证得;

(2) 根据直角 $\triangle OBC$ 和直角 $\triangle CDF$ 中, $\tan C$ 的定义即可列方程求 CD 的长, 在直角 $\triangle CDF$ 中利用勾股定理即可求解.

解答： (1) 证明: 连接 BD,

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线, AB 是直径,

$\therefore AB \perp BC$,

$\therefore \angle BFD + \angle OBD = 90^\circ$,

$\because DF = FB$,

$\therefore \angle FDB = \angle FBD$,

$\because OD = OB$,

$\therefore \angle ODB = \angle OBD$,

$\therefore \angle FDB + \angle ODB = \angle FBD + \angle OBD = 90^\circ$,

$\therefore OD \perp DF$,

$\therefore DF$ 是圆的切线;

(2) 解: $\because AB$ 是圆的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$, $\angle FDB + \angle FDE = \angle FBD + \angle FED = 90^\circ$,

$\therefore \angle FDB = \angle FBD$,

$\therefore \angle FDE = \angle FED$,

$\therefore FD = FE = FB$,

在直角 $\triangle OBC$ 中, $\tan C = \frac{OB}{BC} = \frac{OB}{2OB} = \frac{1}{2}$,

在直角 $\triangle CDF$ 中, $\tan C = \frac{DF}{CD}$,

$\therefore \frac{DF}{CD} = \frac{1}{2}$,

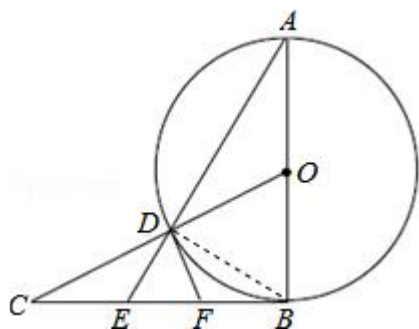
$\therefore DF = 1$,

$\therefore CD = 2$,

在直角 $\triangle CDF$ 中, 由勾股定理可得: $CF = \sqrt{5}$,

$\therefore OB = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$,

$\therefore \odot O$ 的半径是 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.



点评: 本题考查了切线的判定, 等腰三角形的性质等知识点. 要证某线是圆的切线, 已知此线过圆上某点, 连接圆心与这点 (即为半径), 再证垂直即可.

23. (8分) (2014•仙桃) 为改善生态环境, 防止水土流失, 某村计划在江汉堤坡种植白杨树, 现甲、乙两家林场与相同的白杨树苗可供选择, 其具体销售方案如下:

甲林场		乙林场	
购树苗数量		销售单价	购树苗数量
			销售单价
不超过 1000 棵时		4 元/棵	不超过 2000 棵时
超过 1000 棵的部分		3.8 元/棵	超过 2000 棵的部分
			4 元/棵
			3.6 元/棵

设购买白杨树苗 x 棵, 到两家林场购买所需费用分别为 $y_{甲}$ (元)、 $y_{乙}$ (元).

(1) 该村需要购买 1500 棵白杨树苗, 若都在甲林场购买所需费用为 5900 元, 若都在乙林场购买所需费用为 6000 元;

(2) 分别求出 $y_{甲}$ 、 $y_{乙}$ 与 x 之间的函数关系式;

(3) 如果你是该村的负责人, 应该选择到哪家林场购买树苗合算, 为什么?

考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 由单价 $\times$ 数量就可以得出购买树苗需要的费用;

(2) 根据分段函数的表示法, 分别当 $0 \leq x \leq 1000$, 或 $x > 1000$. $0 \leq x \leq 2000$, 或 $x > 2000$, 由由单价 $\times$ 数量就可以得出购买树苗需要的费用表示出 $y_{甲}$ 、 $y_{乙}$ 与 x 之间的函数关系式;

(3) 分类讨论, 当 $0 \leq x \leq 1000$, $1000 < x \leq 2000$ 时, $x > 2000$ 时, 表示出 $y_{甲}$ 、 $y_{乙}$ 的关系式, 就可以求出结论.

解答: 解: (1) 由题意, 得.

$$y_{甲} = 4 \times 1000 + 3.8 (1500 - 1000) = 5900 \text{ 元},$$

$$y_{乙} = 4 \times 1500 = 6000 \text{ 元};$$

故答案为: 5900, 6000;

(2) 当 $0 \leq x \leq 1000$ 时,

$$y_{甲} = 4x,$$

$x > 1000$ 时.

$$y_{甲} = 4000 + 3.8 (x - 1000) = 3.8x + 200,$$

$$\therefore y_{甲} = \begin{cases} 4x & (0 \leq x \leq 1000 \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \\ 3.8x + 200 & (x > 1000 \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \end{cases};$$

当 $0 \leq x \leq 2000$ 时,

$$y_{乙} = 4x$$

当 $x > 2000$ 时,

$$y_{乙} = 8000 + 3.6(x - 2000) = 3.6x + 800$$

$$\therefore y_{乙} = \begin{cases} 4x & (0 \leq x \leq 2000 \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \\ 3.6x + 800 & (x > 2000 \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \end{cases};$$

(3) 由题意, 得

当 $0 \leq x \leq 1000$ 时, 两家林场单价一样,

$\therefore$ 到两家林场购买所需要的费用一样.

当 $1000 < x \leq 2000$ 时, 甲林场有优惠而乙林场无优惠,

$\therefore$ 当 $1000 < x \leq 2000$ 时, 到甲林场优惠;

当 $x > 2000$ 时, $y_{甲} = 3.8x + 200$, $y_{乙} = 3.6x + 800$,

当 $y_{甲} = y_{乙}$ 时

$$3.8x + 200 = 3.6x + 800,$$

解得: $x = 3000$.

$\therefore$ 当 $x = 3000$ 时, 到两家林场购买的费用一样;

当 $y_{甲} < y_{乙}$ 时,

$$3.8x + 200 < 3.6x + 800,$$

$x < 3000$.

$\therefore$ 当 $2000 < x < 3000$ 时, 到甲林场购买合算;

当 $y_{甲} > y_{乙}$ 时,

$$3.8x + 200 > 3.6x + 800,$$

解得: $x > 3000$.

$\therefore$ 当 $x > 3000$ 时, 到乙林场购买合算.

综上所述, 当 $0 \leq x \leq 1000$ 或 $x = 3000$ 时, 两家林场购买一样,

当 $1000 < x < 3000$ 时, 到甲林场购买合算;

当 $x > 3000$ 时, 到乙林场购买合算.

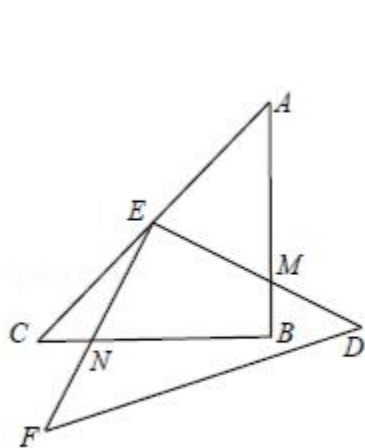
点评: 本题考查了运用一次函数的解析式解实际问题的运用, 方案设计的运用, 单价 $\times$ 数量=总价的运用, 解答时求出一次函数的解析式是关键.

24. (10分) (2014·仙桃) 如图①, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是将 $\triangle ACF$ 沿过 A 点的某条直线剪开得到的 (AB, DE 是同一条剪切线). 平移 $\triangle DEF$ 使顶点 E 与 AC 的中点重合, 再绕点 E 旋转 $\triangle DEF$, 使 ED, EF 分别与 AB, BC 交于 M, N 两点.

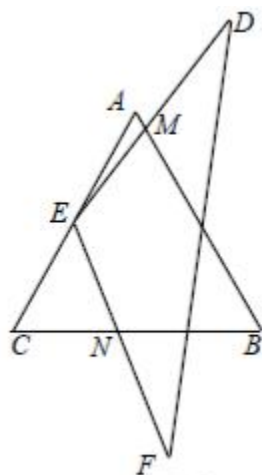
(1) 如图②, $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = BC$, 且 $\angle ABC = 90^\circ$, 则线段 EM 与 EN 有何数量关系? 请直接写出结论;

(2) 如图③, $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = BC$, 那么 (1) 中的结论是否还成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请说明理由;

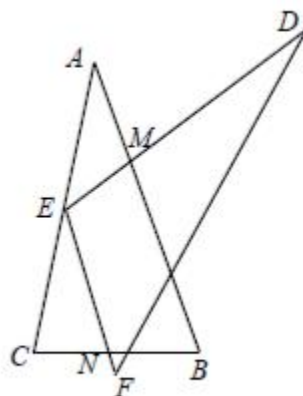
(3) 如图④, $\triangle ABC$ 中, 若 $AB : BC = m : n$, 探索线段 EM 与 EN 的数量关系, 并证明你的结论.



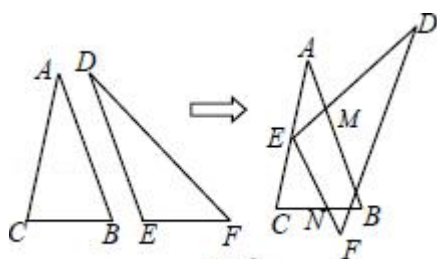
图②



图③



图④



图①

考点：相似形综合题；全等三角形的判定与性质；角平分线的性质；等腰三角形的性质；多边形内角与外角；相似三角形的判定与性质.

专题：证明题；探究型.

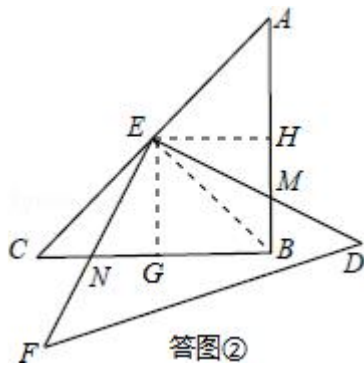
分析：（1）由四边形的内角和为 360° 可以推出 $\angle HEM = \angle GEN$ ，由等腰三角形的三线合一及角平分线的性质可以推出 $EH = EG$ ，从而可以证到 $\triangle HEM \cong \triangle GEN$ ，进而有 $EM = EN$.

（2）借鉴（1）的证明方法同样可以证到 $EM = EN$.

（3）借鉴（2）中解题经验可以证到 $\triangle HEM \sim \triangle GEN$ ，从而有 $EM : EN = EH : EG$. 由点 E 为 AC 的中点可得 $S_{\triangle AEB} = S_{\triangle CEB}$ ，可证到 $EH : EG = BC : AB$ ，从而得到 $EM : EN = BC : AB = n : m$.

解答：解：（1） $EM = EN$.

证明：过点 E 作 $EG \perp BC$ ，G 为垂足，作 $EH \perp AB$ ，H 为垂足，连接 BE，如答图②所示.



答图②

则 $\angle EHB = \angle EGB = 90^\circ$.

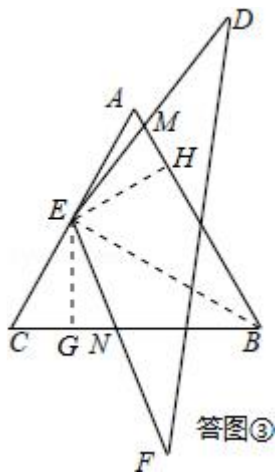
$\therefore$ 在四边形 BHEG 中， $\angle HBG + \angle HEG = 180^\circ$.

$\therefore \angle HBG + \angle DEF = 180^\circ$,

$\therefore \angle HEG = \angle DEF$.
 $\therefore \angle HEM = \angle GEN$.
 $\because BA = BC$, 点 E 为 AC 中点,
 $\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$.
 又 $\because EH \perp AB$, $EG \perp BC$,
 $\therefore EH = EG$.
 在 $\triangle HEM$ 和 $\triangle GEN$ 中,
 $\because \angle HEM = \angle GEN$, $EH = EG$, $\angle EHM = \angle EGN$,
 $\therefore \triangle HEM \cong \triangle GEN$.
 $\therefore EM = EN$.

(2) $EM = EN$ 仍然成立.

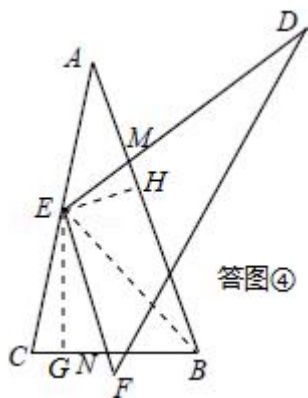
证明: 过点 E 作 $EG \perp BC$, G 为垂足, 作 $EH \perp AB$, H 为垂足, 连接 BE , 如答图③所示.



则 $\angle EHB = \angle EGB = 90^\circ$.
 $\therefore$ 在四边形 $BHEG$ 中, $\angle HBG + \angle HEG = 180^\circ$.
 $\because \angle HBG + \angle DEF = 180^\circ$,
 $\therefore \angle HEG = \angle DEF$.
 $\therefore \angle HEM = \angle GEN$.
 $\because BA = BC$, 点 E 为 AC 中点,
 $\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$.
 又 $\because EH \perp AB$, $EG \perp BC$,
 $\therefore EH = EG$.
 在 $\triangle HEM$ 和 $\triangle GEN$ 中,
 $\because \angle HEM = \angle GEN$, $EH = EG$, $\angle EHM = \angle EGN$,
 $\therefore \triangle HEM \cong \triangle GEN$.
 $\therefore EM = EN$.

(3) 线段 EM 与 EN 满足关系: $EM:EN = n:m$.

证明: 过点 E 作 $EG \perp BC$, G 为垂足, 作 $EH \perp AB$, H 为垂足, 连接 BE , 如答图④所示.



则 $\angle EHB = \angle EGB = 90^\circ$.
 $\therefore$ 在四边形 BHEG 中, $\angle HBG + \angle HEG = 180^\circ$.
 $\because \angle HBG + \angle DEF = 180^\circ$,
 $\therefore \angle HEG = \angle DEF$.
 $\therefore \angle HEM = \angle GEN$.
 $\because \angle HEM = \angle GEN$, $\angle EHM = \angle EGN$,
 $\therefore \triangle HEM \sim \triangle GEN$.
 $\therefore EM : EN = EH : EG$.
 $\because$ 点 E 为 AC 的中点,
 $\therefore S_{\triangle AEB} = S_{\triangle CEB}$.
 $\therefore \frac{1}{2} AB \cdot EH = \frac{1}{2} BC \cdot EG$.
 $\therefore EH : EG = BC : AB$.
 $\therefore EM : EN = BC : AB$.
 $\because AB : BC = m : n$,
 $\therefore EM : EN = n : m$.

点评: 本题通过图形的变换, 考查了等腰三角形的性质、角平分线的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、四边形的内角和等知识, 同时也渗透了变中有不变的辩证思想, 而运用等积法又是解决第三小题的关键, 是一道好题.

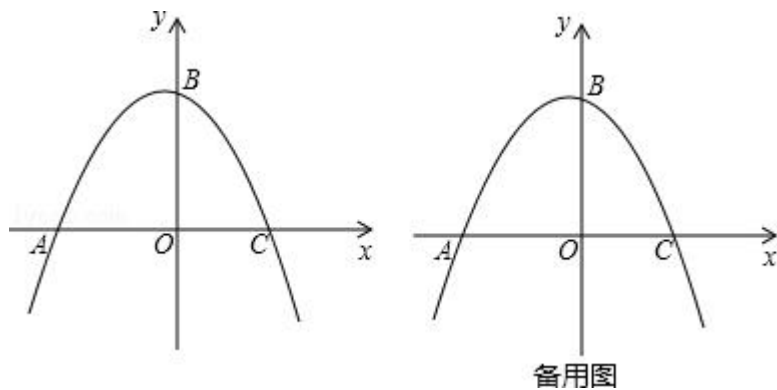
25. (12 分) (2014·仙桃) 已知抛物线经过 A (-2, 0), B (0, 2), C ($\frac{3}{2}$, 0) 三点, 一

动点 P 从原点出发以 1 个单位/秒的速度沿 x 轴正方向运动, 连接 BP, 过点 A 作直线 BP 的垂线交 y 轴于点 Q. 设点 P 的运动时间为 t 秒.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当 $BQ = \frac{1}{2}AP$ 时, 求 t 的值;

(3) 随着点 P 的运动, 抛物线上是否存在一点 M, 使 $\triangle MPQ$ 为等边三角形? 若存在, 请直接写 t 的值及相应点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点：二次函数综合题.

分析：（1）已知3点求抛物线的解析式，设解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ，待定系数即得 a 、 b 、 c 的值，即得解析式.

（2） $BQ=\frac{1}{2}AP$ ，要考虑 P 在 OC 上及 P 在 OC 的延长线上两种情况，有此易得 BQ ， AP 关于

t 的表示，代入 $BQ=\frac{1}{2}AP$ 可求 t 值.

（3）考虑等边三角形，我们通常只需明确一边的情况，进而即可描述出整个三角形. 考虑 $\triangle MPQ$ ，发现 PQ 为一有规律的线段，易得 OPQ 为等腰直角三角形，但仅因此无法确定 PQ 运动至何种情形时 $\triangle MPQ$ 为等边三角形. 若退一步考虑等腰，发现， MO 应为 PQ 的垂直平分线，即使 $\triangle MPQ$ 为等边三角形的 M 点必属于 PQ 的垂直平分线与抛物线的交点，但要明确这些交点仅仅满足 $\triangle MPQ$ 为等腰三角形，不一定为等边三角形. 确定是否为等边，我们可以直接由等边性质列出关于 t 的方程，考虑 t 的存在性.

解答：解：（1）设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ，

$\because$ 抛物线经过 $A(-2, 0)$ ， $B(0, 2)$ ， $C(\frac{3}{2}, 0)$ 三点，

$$\therefore \begin{cases} 4a-2b+c=0 \\ \frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+c=0 \\ c=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \\ c=2 \end{cases}$$

$$\therefore y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{3}x+2.$$

（2） $\because AQ \perp PB$ ， $BO \perp AP$ ，

$\therefore \angle AOQ = \angle BOP = 90^\circ$ ， $\angle PAQ = \angle PBO$ ，

$\because AO = BO = 2$ ，

$\therefore \triangle AOQ \cong \triangle BOP$ ，

$\therefore OQ = OP = t$.

①如图 1，当 $t \leq 2$ 时，点 Q 在点 B 下方，此时 $BQ = 2 - t$ ， $AP = 2 + t$ 。

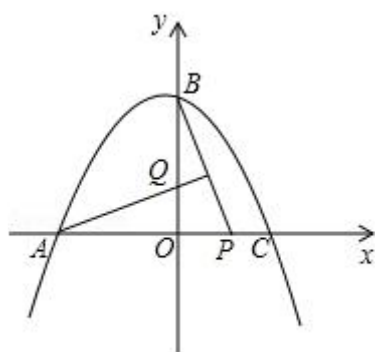


图 1

$$\because BQ = \frac{1}{2}AP,$$

$$\therefore 2 - t = \frac{1}{2}(2 + t),$$

$$\therefore t = \frac{2}{3}.$$

②如图 2，当 $t > 2$ 时，点 Q 在点 B 上方，此时 $BQ = t - 2$ ， $AP = 2 + t$ 。

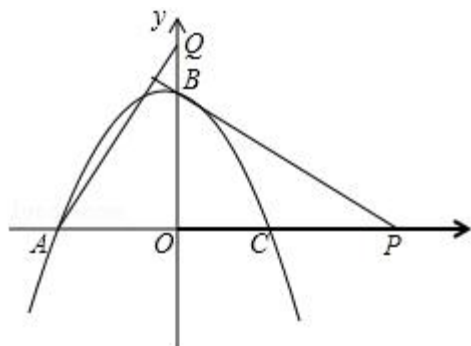


图 2

$$\because BQ = \frac{1}{2}AP,$$

$$\therefore t - 2 = \frac{1}{2}(2 + t),$$

$$\therefore t = 6.$$

综上所述， $t = \frac{2}{3}$ 或 6 时， $BQ = \frac{1}{2}AP$ 。

(3) 当 $t = \sqrt{3} - 1$ 时，抛物线上存在点 M (1, 1)；当 $t = 3 + 3\sqrt{3}$ 时，抛物线上存在点 M (-3, -3)。

分析如下：

$$\because AQ \perp BP,$$

$$\therefore \angle QAO + \angle BPO = 90^\circ,$$

$$\because \angle QAO + \angle AQO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AQO = \angle BPO.$$

在 $\triangle AOQ$ 和 $\triangle BOP$ 中，

$$\begin{cases} \angle AQO = \angle BPO \\ \angle AOQ = \angle BOP = 90^\circ, \\ AO = BO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOQ \cong \triangle BOP$,

$\therefore OP = OQ$,

$\therefore \triangle OPQ$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \triangle MPQ$ 为等边三角形, 则 M 点必在 PQ 的垂直平分线上,

$\therefore$ 直线 $y=x$ 垂直平分 PQ,

$\therefore$ M 在 $y=x$ 上, 设 M (x, y) ,

$$\therefore \begin{cases} y=x \\ y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{3}x+2 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$$

$\therefore$ M 点可能为 $(1, 1)$ 或 $(-3, -3)$.

①如图 3, 当 M 的坐标为 $(1, 1)$ 时, 作 $MD \perp x$ 轴于 D,

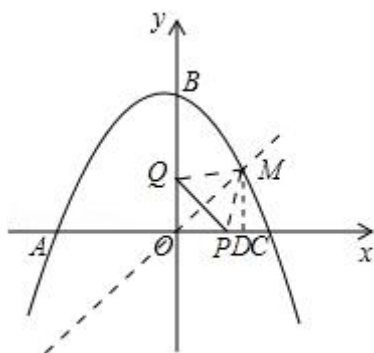


图 3

则有 $PD=1-t$, $MP^2=1+(1-t)^2=t^2-2t+2$, $PQ^2=2t^2$,

$\therefore \triangle MPQ$ 为等边三角形,

$\therefore MP=PQ$,

$\therefore t^2+2t-2=0$,

$\therefore t=-1+\sqrt{3}$, $t=-1-\sqrt{3}$ (负值舍去).

②如图 4, 当 M 的坐标为 $(-3, -3)$ 时, 作 $ME \perp x$ 轴于 E,

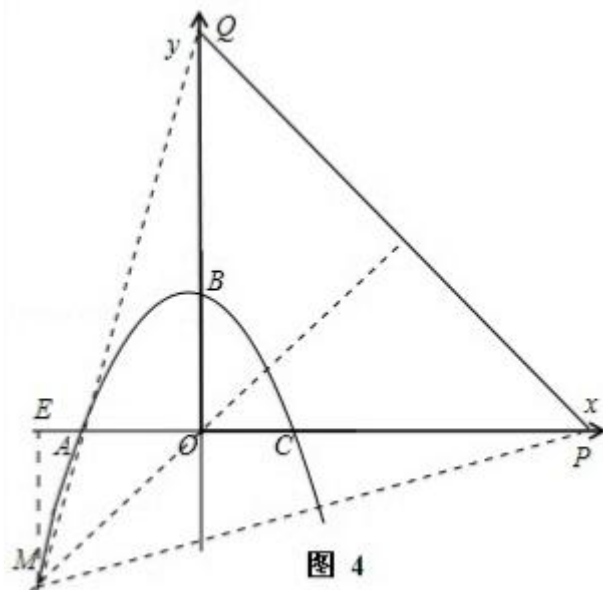


图 4

则有 $PE=3+t$, $ME=3$,

$$\therefore MP^2=3^2+(3+t)^2=t^2+6t+18, PQ^2=2t^2,$$

$\because \triangle MPQ$ 为等边三角形,

$$\therefore MP=PQ,$$

$$\therefore t^2-6t-18=0,$$

$$\therefore t=3+3\sqrt{3}, t=3-3\sqrt{3} \text{ (负值舍去)}.$$

综上所述, 当 $t=-1+\sqrt{3}$ 时, 抛物线上存在点 $M(1, 1)$, 或当 $t=3+3\sqrt{3}$ 时, 抛物线上存在点 $M(-3, -3)$, 使得 $\triangle MPQ$ 为等边三角形.

点评: 本题是二次函数、一次函数及三角形相关知识的综合题目, 其中涉及的知识点有待定系数法求抛物线, 三角形全等, 等腰、等边三角形性质及一次函数等基础知识, 在讨论动点问题是一定要注意考虑全面分情形讨论分析. 总体来说本题难度较高, 其中技巧需要好好把握.