

2013 年湖北省黄石市中考数学试卷

一、选择题（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）下面的每个小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项所对应的字母填上，注意可用多种不同的方法来选取正确的答案。

1.（3 分）-7 的倒数是（ ）

- A. $-\frac{1}{7}$ B. 7 C. $\frac{1}{7}$ D. -7

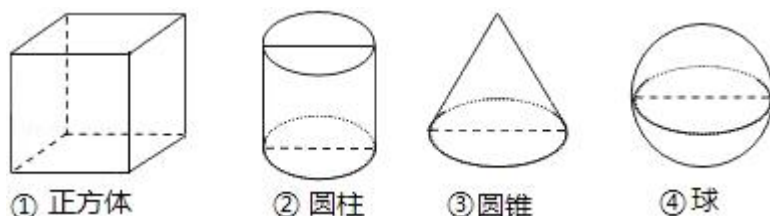
2.（3 分）一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化，1 个天文单位是地球与太阳之间的平均距离，即 1.4960 亿千米．用科学记数法表示 1 个天文单位应是（ ）

- A. 1.4960×10^7 千米 B. 14.960×10^7 千米
C. 1.4960×10^8 千米 D. 0.14960×10^8 千米

3.（3 分）分式方程 $\frac{3}{2x} = \frac{1}{x-1}$ 的解为（ ）

- A. $x = -1$ B. $x = 2$ C. $x = 4$ D. $x = 3$

4.（3 分）如图，下列四个几何体中，它们各自的三视图（主视图、左视图、俯视图）有两个相同，而另一个不同的几何体是（ ）



- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

5.（3 分）已知直角三角形 ABC 的一条直角边 $AB = 12\text{cm}$ ，另一条直角边 $BC = 5\text{cm}$ ，则以 AB 为轴旋转一周，所得到的圆锥的表面积是（ ）

- A. $90\pi\text{cm}^2$ B. $209\pi\text{cm}^2$ C. $155\pi\text{cm}^2$ D. $65\pi\text{cm}^2$

6.（3 分）为了帮助本市一名患“白血病”的高中生，某班 15 名同学积极捐款，他们捐款数额如下表：

捐款的数额（单位：元）	5	10	20	50	100
人数（单位：个）	2	4	5	3	1

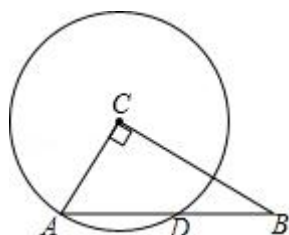
关于这 15 名学生所捐款的数额，下列说法正确的是（ ）

- A. 众数是 100 B. 平均数是 30 C. 极差是 20 D. 中位数是 20

7. (3分) 四川雅安地震期间, 为了紧急安置 60 名地震灾民, 需要搭建可容纳 6 人或 4 人的帐篷, 若所搭建的帐篷恰好 (既不多也不少) 能容纳这 60 名灾民, 则不同的搭建方案有 ()

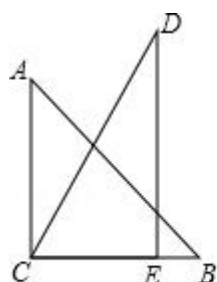
A. 1 种 B. 11 种 C. 6 种 D. 9 种

8. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 以点 C 为圆心, CA 为半径的圆与 AB 交于点 D , 则 AD 的长为 ()

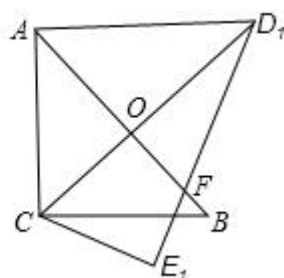


A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{21}{5}$ C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{5}{2}$

9. (3分) 把一副三角板如图甲放置, 其中 $\angle ACB = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, 斜边 $AB = 6$, $DC = 7$, 把三角板 DCE 绕点 C 顺时针旋转 15° 得到 $\triangle D_1CE_1$ (如图乙), 此时 AB 与 CD_1 交于点 O , 则线段 AD_1 的长为 ()



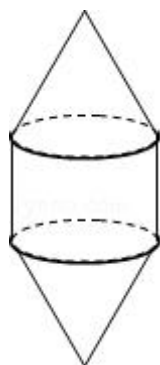
图甲

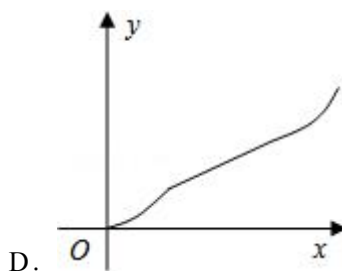
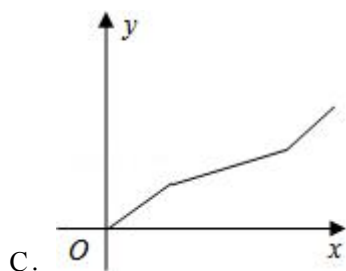
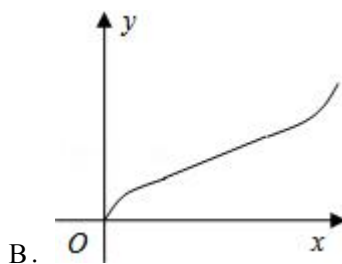
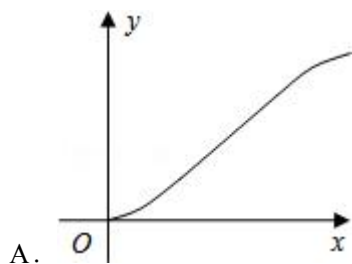


图乙

A. $3\sqrt{2}$ B. 5 C. 4 D. $\sqrt{31}$

10. (3分) 如图, 已知某容器都是由上下两个相同的圆锥和中间一个与圆锥同底等高的圆柱组合而成, 若往此容器中注水, 设注入水的体积为 y , 高度为 x , 则 y 关于 x 的函数图象大致是 ()





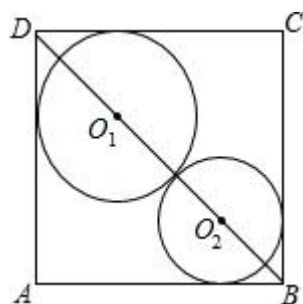
二、填空题（本题有 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) 分解因式: $3x^2 - 27 =$ _____.

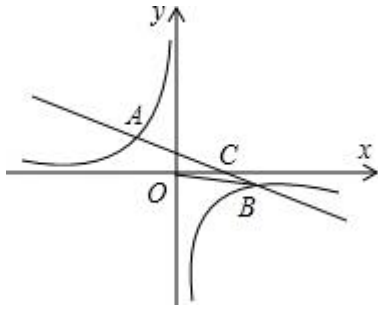
12. (3 分) 若关于 x 的函数 $y = kx^2 + 2x - 1$ 与 x 轴仅有一个公共点, 则实数 k 的值为_____.

13. (3 分) 甲、乙玩猜数字游戏, 游戏规则如下: 有四个数字 0、1、2、3, 先由甲心中任选一个数字, 记为 m , 再由乙猜甲刚才所选的数字, 记为 n . 若 m 、 n 满足 $|m - n| \leq 1$, 则称甲、乙两人“心有灵犀”, 则甲、乙两人“心有灵犀”的概率是_____.

14. (3 分) 如图所示, 在边长为 3 的正方形 $ABCD$ 中, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切, 且 $\odot O_1$ 分别于 DA 、 DC 边外切, $\odot O_2$ 分别与 BA 、 BC 边外切, 则圆心距, O_1O_2 为_____.



15. (3 分) 如图所示, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于二、四象限的 A 、 B 两点, 与 x 轴交于 C 点. 已知 $A(-2, m)$, $B(n, -2)$, $\tan \angle BOC = \frac{2}{5}$, 则此一次函数的解析式为_____.



16. (3分) 在计数制中, 通常我们使用的是“十进位制”, 即“逢十进一”, 而计数制方法很多, 如 60 进位制: 60 秒化为 1 分, 60 分化为 1 小时; 24 进位制: 24 小时化为一天; 7 进位制: 7 天化为 1 周等…而二进位制是计算机处理数据的依据. 已知二进位制与十进位制比较如下表:

十进位制	0	1	2	3	4	5	6	...
二进位制	0	1	10	11	100	101	110	...

请将二进位制数 $10101010_{(2)}$ 写成十进位制数为_____.

三、解答题 (本题有 9 个小题, 共 72 分)

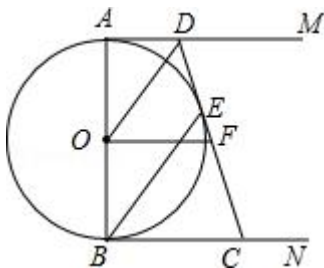
17. (7分) 计算: $|-3| + \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ - \sqrt[3]{8} - (2013 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

18. (7分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b} + \frac{b}{a(a+b)}$, 其中 $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

19. (7分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AM 和 BN 是 $\odot O$ 的两条切线, E 是 $\odot O$ 上一点, D 是 AM 上一点, 连接 DE 并延长交 BN 于点 C , 且 $OD \parallel BE$, $OF \parallel BN$.

(1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;

(2) 求证: $OF = \frac{1}{2}CD$.



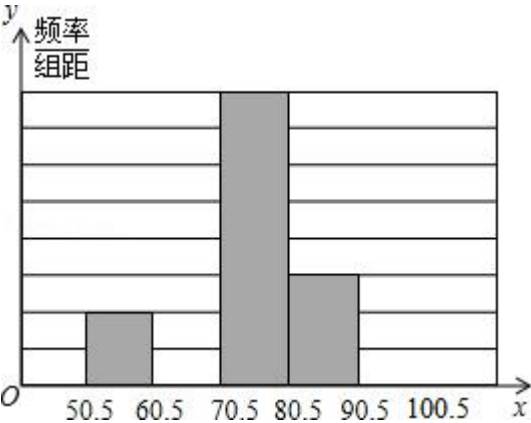
20. (8分) 解方程组:
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = -\frac{1}{2} \\ 2x - 2\sqrt{5}y = 3 \end{cases}$$

21. (8分) 青少年“心理健康”问题越来越引起社会的关注, 某中学为了了解学校 600 名学生的心理健康状况, 举行了一次“心理健康”知识测试, 并随即抽取了部分学生的成

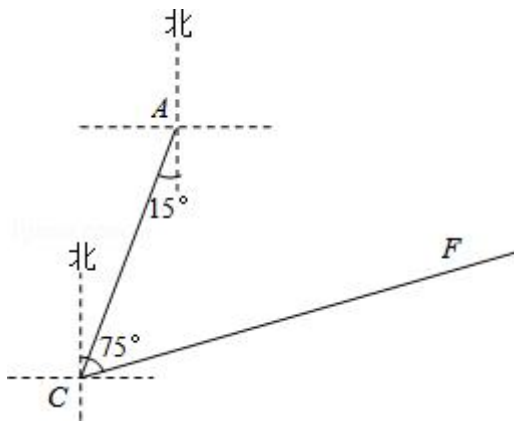
绩（得分取正整数，满分为 100 分）作为样本，绘制了下面未完成的频率分布表和频率分布直方图．请回答下列问题：

分组	频数	频率
50.5 ~ 60.5	4	0.08
60.5 ~ 70.5	14	0.28
70.5 ~ 80.5	16	_____
80.5 ~ 90.5	_____	_____
90.5 ~ 100.5	10	0.20
合计	_____	1.00

- (1) 填写频率分布表中的空格，并补全频率分布直方图；
- (2) 若成绩在 70 分以上（不含 70 分）为心理健康状况良好，同时，若心理健康状况良好的人数占总人数的 70%以上，就表示该校学生的心理健康状况正常，否则就需要加强心里辅导．请根据上述数据分析该校学生是否需要加强心里辅导，并说明理由．

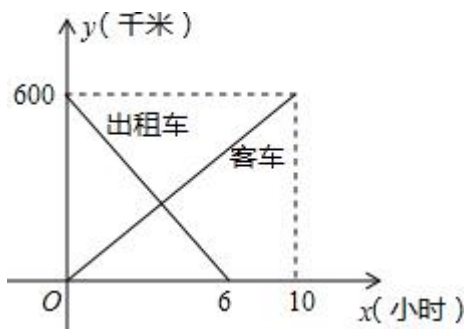


- 22.（8 分）高考英语听力测试期间，需要杜绝考点周围的噪音．如图，点 A 是某市一高考考点，在位于 A 考点南偏西 15° 方向距离 125 米的 C 处有一消防队．在听力考试期间，消防队突然接到报警电话，告知在位于 C 点北偏东 75° 方向的 F 点处突发火灾，消防队必须立即赶往救火．已知消防车的警报声传播半径为 100 米，若消防车的警报声对听力测试造成影响，则消防车必须改进行驶，试问：消防车是否需要改道行驶？请说明理由．（ $\sqrt{3}$ 取 1.732）



23. (8分) 一辆客车从甲地开往乙地，一辆出租车从乙地开往甲地，两车同时出发，设客车离甲地的距离为 y_1 千米，出租车离甲地的距离为 y_2 千米，两车行驶的时间为 x 小时， y_1 、 y_2 关于 x 的函数图象如图所示：

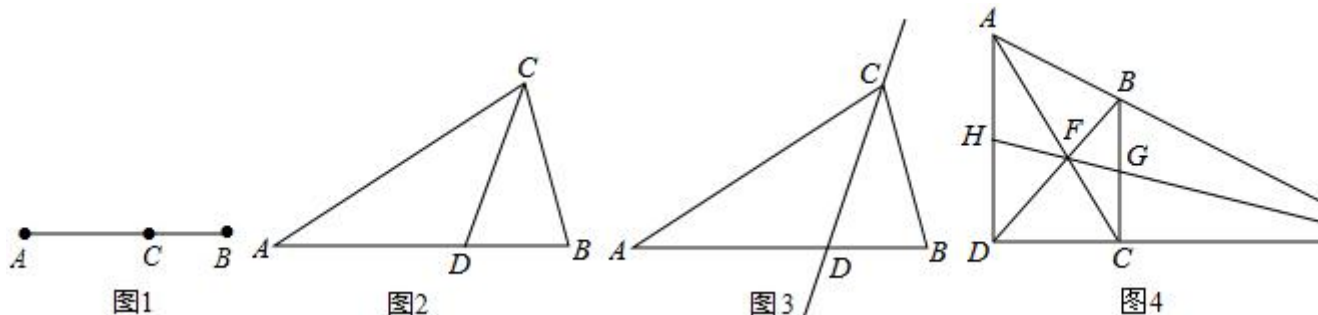
- (1) 根据图象，直接写出 y_1 、 y_2 关于 x 的函数图象关系式；
- (2) 若两车之间的距离为 S 千米，请写出 S 关于 x 的函数关系式；
- (3) 甲、乙两地间有 A 、 B 两个加油站，相距 200 千米，若客车进入 A 加油站时，出租车恰好进入 B 加油站，求 A 加油站离甲地的距离。



24. (9分) 如图 1，点 C 将线段 AB 分成两部分，如果 $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$ ，那么称点 C 为线段 AB 的黄金分割点。某数学兴趣小组在进行课题研究时，由黄金分割点联想到“黄金分割线”，类似地给出“黄金分割线”的定义：直线 l 将一个面积为 S 的图形分成两部分，这两部分的面积分别为 S_1 、 S_2 ，如果 $\frac{S_1}{S} = \frac{S_2}{S_1}$ ，那么称直线 l 为该图形的黄金分割线。

- (1) 如图 2，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ， $\angle C$ 的平分线交 AB 于点 D ，请问点 D 是否是 AB 边上的黄金分割点，并证明你的结论；
- (2) 若 $\triangle ABC$ 在 (1) 的条件下，如图 3，请问直线 CD 是不是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线，并证明你的结论；
- (3) 如图 4，在直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle D = \angle C = 90^\circ$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 F ，延长

AB 、 DC 交于点 E ，连接 EF 交梯形上、下底于 G 、 H 两点，请问直线 GH 是不是直角梯形 $ABCD$ 的黄金分割线，并证明你的结论。



25. (10 分) 如图 1 所示，已知直线 $y = kx + m$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 C 两点，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 A 、 C 两点，点 B 是抛物线与 x 轴的另一个交点，当 $x = -\frac{1}{2}$ 时， y 取最大值 $\frac{25}{4}$ 。

(1) 求抛物线和直线的解析式；

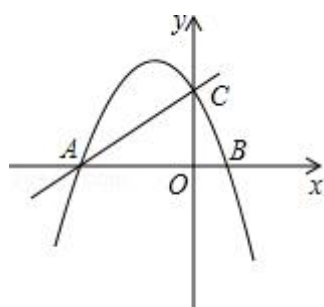
(2) 设点 P 是直线 AC 上一点，且 $S_{\triangle ABP} : S_{\triangle BPC} = 1 : 3$ ，求点 P 的坐标；

(3) 直线 $y = \frac{1}{2}x + a$ 与 (1) 中所求的抛物线交于点 M 、 N 两点，问：

① 是否存在 a 的值，使得 $\angle MON = 90^\circ$ ？若存在，求出 a 的值；若不存在，请说明理由。

② 猜想当 $\angle MON > 90^\circ$ 时， a 的取值范围。（不写过程，直接写结论）

（参考公式：在平面直角坐标系中，若 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ，则 M 、 N 两点之间的距离为 $|MN| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ）



2013 年湖北省黄石市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）下面的每个小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项所对应的字母填上，注意可用多种不同的方法来选取正确的答案。

1. 【分析】根据倒数的定义解答．

【解答】解：设 -7 的倒数是 x ，则

$$-7x = 1,$$

$$\text{解得 } x = -\frac{1}{7}.$$

故选：A.

【点评】主要考查倒数的概念及性质．倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 1.4960 亿千米用科学记数法表示为： 1.4960×10^8 千米．

故选：C.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3. 【分析】观察可得最简公分母是 $2x(x-1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解．

【解答】解：方程的两边同乘 $2x(x-1)$ ，

$$\text{得：} 3(x-1) = 2x,$$

$$\text{解得：} x = 3.$$

$$\text{检验：把 } x = 3 \text{ 代入 } 2x(x-1) = 12 \neq 0,$$

故原方程的解为： $x = 3$ ．

故选：D.

【点评】考查了解分式方程，（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

4. 【分析】根据主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形, 分别得到每个几何体的三视图, 进而得到答案.

【解答】解: 正方体主视图、左视图、俯视图都是正方形;

圆柱主视图和左视图是长方形, 俯视图是圆;

圆锥主视图和左视图是三角形、俯视图是带圆心的圆;

球主视图、左视图、俯视图都是圆,

故选: B.

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图, 关键是掌握三视图所看的位置.

5. 【分析】根据圆锥的表面积 = 侧面积 + 底面积计算.

【解答】解: 圆锥的表面积 = $\frac{1}{2} \times 10\pi \times 13 + \pi \times 5^2 = 90\pi \text{cm}^2$.

故选: A.

【点评】点评: 本题考查了圆锥的表面面积的计算. 首先确定圆锥的底面半径、母线长是解决本题的关键.

6. 【分析】根据极差、众数、中位数及平均数的定义, 结合表格即可得出答案.

【解答】解: A、众数是 20, 故本选项错误;

B、平均数为 26.67, 故本选项错误;

C、极差是 95, 故本选项错误;

D、中位数是 20, 故本选项正确;

故选: D.

【点评】本题考查了中位数、极差、平均数及众数的知识, 掌握各部分的定义是关键.

7. 【分析】可设 6 人的帐篷有 x 顶, 4 人的帐篷有 y 顶. 根据两种帐篷容纳的总人数为 60 人, 可列出关于 x 、 y 的二元一次方程, 根据 x 、 y 均为非负整数, 求出 x 、 y 的取值. 根据未知数的取值即可判断出有几种搭建方案.

【解答】解: 设 6 人的帐篷有 x 顶, 4 人的帐篷有 y 顶,

依题意, 有: $6x + 4y = 60$, 整理得 $y = 15 - 1.5x$,

因为 x 、 y 均为非负整数, 所以 $15 - 1.5x \geq 0$,

解得: $0 \leq x \leq 10$,

从 0 到 10 的偶数共有 6 个,

所以 x 的取值共有 6 种可能,

即共有 6 种搭建方案.

故选: C.

【点评】 此题主要考查了二元一次方程的应用, 解决本题的关键是找到人数的等量关系, 及帐篷数的不等关系.

8. **【分析】** 先根据勾股定理求出 AB 的长, 过 C 作 $CM \perp AB$, 交 AB 于点 M , 由垂径定理可知 M 为 AD 的中点, 由三角形的面积可求出 CM 的长, 在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中, 根据勾股定理可求出 AM 的长, 进而可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

过 C 作 $CM \perp AB$, 交 AB 于点 M , 如图所示,

$\because CM \perp AB$,

$\therefore M$ 为 AD 的中点,

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CM, \text{ 且 } AC = 3, BC = 4, AB = 5,$$

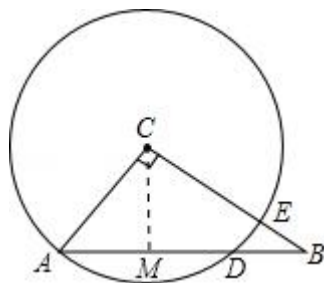
$$\therefore CM = \frac{12}{5},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中, 根据勾股定理得: $AC^2 = AM^2 + CM^2$, 即 $9 = AM^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2$,

$$\text{解得: } AM = \frac{9}{5},$$

$$\therefore AD = 2AM = \frac{18}{5}.$$

故选: C.



【点评】 本题考查的是垂径定理, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

9. **【分析】** 先求出 $\angle ACD = 30^\circ$, 再根据旋转角求出 $\angle ACD_1 = 45^\circ$, 然后判断出 $\triangle ACO$ 是等腰直角三角形, 再根据等腰直角三角形的性质求出 AO 、 CO , $AB \perp CO$, 再求出 OD_1

然后利用勾股定理列式计算即可得解.

【解答】解: $\because \angle ACB = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle D = 30^\circ$,

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$\therefore$ 旋转角为 15° ,

$$\therefore \angle ACD_1 = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ,$$

又 $\because \angle A = 45^\circ$,

$\therefore \triangle ACO$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AO = CO = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3, AB \perp CO,$$

$$\because DC = 7,$$

$$\therefore D_1C = DC = 7,$$

$$\therefore D_1O = 7 - 3 = 4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOD_1 \text{ 中, } AD_1 = \sqrt{AO^2 + D_1O^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

故选: B.

【点评】本题考查了旋转的性质, 等腰直角三角形的判定与性质, 勾股定理的应用, 根据等腰直角三角形的性质判断出 $AB \perp CO$ 是解题的关键, 也是本题的难点.

10. 【分析】分三个阶段, 根据圆锥和圆柱的特点分析出上升的高度与水量的增长的关系, 从而得解.

【解答】解: 如图, ①水在下边的圆锥体内时, 水面的半径为 $x \tan \alpha$,

$$\text{水的体积 } y = \frac{1}{3} \pi (x \tan \alpha)^2 \cdot x = \frac{1}{3} \pi \tan^2 \alpha \cdot x^3,$$

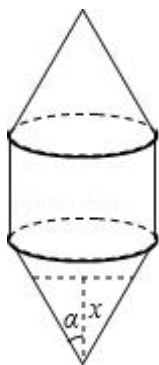
所以, y 与 x 成立方关系变化, 即小于直线增长;

②水面在圆柱体内时, y 是 x 的一次函数;

③水在上边的圆锥体时, 水的高度增长的速度与①中相反, 即直线变缓了,

纵观各选项, 只有 A 选项符合.

故选: A.



【点评】 本题考查了函数图象，主要利用了圆锥、圆柱的体积，分析出水在三个阶段的高度与水的体积的关系是解题的关键，需要有一定的空间想象能力..

二、填空题（本题有 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 【分析】 观察原式 $3x^2 - 27$ ，找到公因式 3，提出公因式后发现 $x^2 - 9$ 符合平方差公式，利用平方差公式继续分解.

【解答】 解： $3x^2 - 27$ ，
 $= 3(x^2 - 9)$ ，
 $= 3(x+3)(x-3)$.

故答案为： $3(x+3)(x-3)$.

【点评】 本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，熟记公式是解题的关键，难点在于要进行二次分解因式.

12. 【分析】 令 $y = 0$ ，则关于 x 的方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 只有一个根，所以 $k = 0$ 或根的判别式 $\Delta = 0$ ，借助于方程可以求得实数 k 的值.

【解答】 解： 令 $y = 0$ ，则 $kx^2 + 2x - 1 = 0$.
 $\therefore$ 关于 x 的函数 $y = kx^2 + 2x - 1$ 与 x 轴仅有一个公共点，
 $\therefore$ 关于 x 的方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 只有一个根.

①当 $k = 0$ 时， $2x - 1 = 0$ ，即 $x = \frac{1}{2}$ ， $\therefore$ 原方程只有一个根， $\therefore k = 0$ 符合题意；

②当 $k \neq 0$ 时， $\Delta = 4 + 4k = 0$ ，

解得， $k = -1$.

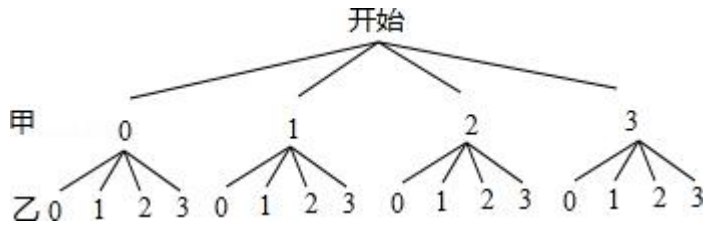
综上所述， $k = 0$ 或 -1 .

故答案为： 0 或 -1 .

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点. 解题时，需要对函数 $y = kx^2 + 2x - 1$ 进行分类讨论：一次函数和二次函数时，满足条件的 k 的值.

13. 【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与 m 、 n 满足 $|m - n| \leq 1$ 的情况，再利用概率公式即可求得答案．

【解答】解：画树状图得：



$\therefore$ 共有 16 种等可能的结果， m 、 n 满足 $|m - n| \leq 1$ 的有 10 种情况，

$\therefore$ 甲、乙两人“心有灵犀”的概率是： $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ ．

故答案为： $\frac{5}{8}$ ．

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．注意概率 = 所求情况数与总情况数之比．

14. 【分析】通过作辅助线构造直角三角形用勾股定理作为相等关系列方程求解．

【解答】解：如图所示，过点 O_1 作 $O_1F \perp CD$ 交 CD 于点 F ，过点 O_2 作 $O_2E \perp AB$ 于点 E ．

设 $\odot O_1$ 半径 x ， $\odot O_2$ 半径 y ，

$\therefore O_1$ 在 $\angle ADC$ 的平分线上； O_2 在 $\angle ABC$ 平分线上，而 BD 为正方形对角线，平分对角，

$\therefore O_1O_2$ 在 BD 上，

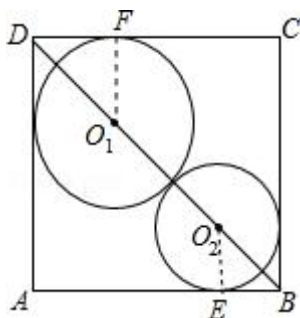
$\therefore \angle ADB = \angle DBA = 45^\circ$ ，

$\therefore DO_1 = \sqrt{2}x$ ， $BO_2 = \sqrt{2}y$

则 $DB = DO_1 + O_1O_2 + O_2B = x + y + \sqrt{2}(x + y) = 3\sqrt{2}$

解得 $x + y = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = 6 - 3\sqrt{2}$ ．

故答案为： $6 - 3\sqrt{2}$ ．



【点评】主要考查了相切两圆中的有关计算问题．解题方法主要是利用正方形的性质构造直角三角形，用勾股定理作为相等关系列方程求解．

15. 【分析】过点 B 作 $BD \perp x$ 轴，在直角三角形 BOD 中，根据已知的三角函数值求出 OD 的长，得到点 B 的坐标，把点 B 的坐标代入反比例函数的解析式中，求出反比例函数的解析式，然后把点 A 的横坐标代入反比例函数的解析式中求出点 A 的坐标，最后分别把点 A 和点 B 的坐标代入一次函数解析式，求出 a 和 b 的值即可得到一次函数解析式．

【解答】解：过点 B 作 $BD \perp x$ 轴，

$$\text{在 Rt}\triangle BOD \text{ 中, } \because \tan \angle BOC = \frac{BD}{OD} = \frac{2}{5} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore OD = 5,$$

则点 B 的坐标为 $(5, -2)$,

把点 B 的坐标为 $(5, -2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中，

$$\text{则 } -2 = \frac{k}{5}, \text{ 即 } k = -10,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = -\frac{10}{x},$$

把 $A(-2, m)$ 代入 $y = -\frac{10}{x}$ 中， $m = 5$,

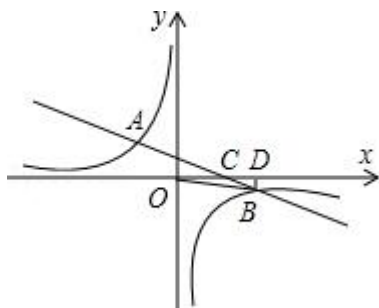
$\therefore A$ 的坐标为 $(-2, 5)$,

把 $A(-2, 5)$ 和 $B(5, -2)$ 代入一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 中，

$$\text{得: } \begin{cases} -2a + b = 5 \\ 5a + b = -2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

则一次函数的解析式为 $y = -x + 3$.

故答案为: $y = -x + 3$.



【点评】此题考查了反比例函数和一次函数的交点问题，以及三角函数值，用待定系数法确定函数的解析式，是常用的一种解题方法．同学们要熟练掌握这种方法．

16. 【分析】根据二进制的意义即可化成十进制，从而求解．

【解答】解： $10101010_{(二)} = 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 128 + 32 + 8 + 2 = 170$.

故答案是：170.

【点评】本题考查了有理数的运算，理解二进制的意义是关键.

三、解答题（本题有9个小题，共72分）

17. 【分析】本题涉及零指数幂、负指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值等考点. 针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $= 3 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 - 1 + \frac{1}{\frac{1}{3}}$
 $= 3 + 1 - 2 - 1 + 3$
 $= 4$.

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握零指数幂、负指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值等考点的运算.

18. 【分析】本题中直接代数求值是非常麻烦的. 本题的关键是正确进行分式的通分、约分，并准确代值计算.

【解答】解：原式 $= \frac{ab + a(a+b) + b^2}{ab(a+b)}$
 $= \frac{(a+b)^2}{ab(a+b)} = \frac{a+b}{ab}$
 $\therefore a+b = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \sqrt{5}, \quad ab = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 1;$
 $\therefore$ 原式 $= \sqrt{5}$.

【点评】解答本题的关键是对分式进行化简，代值计算要仔细.

19. 【分析】(1) 连接 OE ，由 AM 与圆 O 相切，利用切线的性质得到 OA 与 AM 垂直，即 $\angle OAD = 90^\circ$ ，根据 OD 与 BE 平行，利用两直线平行得到一对内错角相等，一对同位角相等，再由 $OB = OE$ ，利用等边对等角得到一对角相等，等量代换得到一对角相等，再由 $OA = OE$ ， OD 为公共边，利用 SAS 得出三角形 AOD 与三角形 EOD 全等，利用全等三角形的对应角相等得到 $\angle OED = 90^\circ$ ，即 OE 垂直于 ED ，即可得证；

(2) 连接 OC ，由 CD 与 CB 为圆的切线，利用切线的性质得到一对直角相等，由 $OB = OE$ ， OC 为公共边，利用 HL 得出两直角三角形全等，进而得到 $\angle BOC = \angle EOC$ ，利用等量代换及平角定义得到 $\angle COD = 90^\circ$ ，即三角形 COD 为直角三角形，由 OF 与 BN 平行，

AM 与 BN 平行，得到三线平行，由 O 为 AB 的中点，利用平行线等分线段定理得到 F 为 CD 的中点，利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半即可得证。

【解答】证明：（1）连接 OE ，

$\because AM$ 与圆 O 相切，

$\therefore AM \perp OA$ ，即 $\angle OAD = 90^\circ$ ，

$\because OD \parallel BE$ ，

$\therefore \angle AOD = \angle ABE$ ， $\angle EOD = \angle OEB$ ，

$\because OB = OE$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle OEB$ ，

$\therefore \angle AOD = \angle EOD$ ，

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle EOD$ 中，

$$\begin{cases} OA=OE \\ \angle AOD=\angle EOD, \\ OD=OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle EOD$ (SAS)，

$\therefore \angle OED = \angle OAD = 90^\circ$ ，

则 DE 为圆 O 的切线；

（2）如图，连接 OC 。

在 $\text{Rt}\triangle BCO$ 和 $\text{Rt}\triangle ECO$ 中，

$$\begin{cases} OB=OE \\ OC=OC \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle BCO \cong \text{Rt}\triangle ECO$ ，

$\therefore \angle BOC = \angle EOC$ ，

$\because \angle AOD = \angle EOD$ ，

$\therefore \angle DOC = \angle EOD + \angle EOC = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$ ，

$\because AM$ 、 BN 为圆 O 的切线，

$\therefore AM \perp AB$ ， $BN \perp AB$ ，

$\therefore AM \parallel BN$ ，

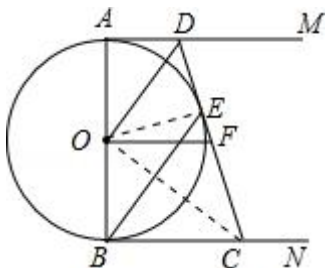
$\because OF \parallel BN$ ，

$\therefore AM \parallel OF \parallel BN$ ，

又 O 为 AB 的中点,

$\therefore F$ 为 CD 的中点,

则 $OF = \frac{1}{2}CD$.



【点评】 此题考查了切线的判定与性质, 全等三角形的判定与性质, 平行线的性质, 以及等腰三角形的性质, 熟练掌握切线的判定与性质是解本题的关键.

20. **【分析】** 先由第二个方程得: $x = \frac{3+2\sqrt{5}y}{2}$ ③, 再把③代入①得: $2 \times (\frac{3+2\sqrt{5}y}{2})^2 - y^2 = \frac{1}{2}$, 求出 y_1 、 y_2 , 再代入③即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = -\frac{1}{2} & \text{①} \\ 2x - 2\sqrt{5}y = 3 & \text{②} \end{cases}$$

由②得: $x = \frac{3+2\sqrt{5}y}{2}$ ③,

把③代入①得: $2 \times (\frac{3+2\sqrt{5}y}{2})^2 - y^2 = -\frac{1}{2}$,

化简得: $9y^2 + 6\sqrt{5}y + 5 = 0$,

即: $(3y + \sqrt{5})^2 = 0$

解得: $y_1 = y_2 = -\frac{\sqrt{5}}{3}$,

代入③得: $x_1 = x_2 = -\frac{1}{6}$,

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} x_1 = x_2 = -\frac{1}{6} \\ y_1 = y_2 = -\frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

【点评】 此题考查了高次方程, 关键是利用代入法把高次方程转化成低次方程, 注意结果有两种情况.

21. **【分析】** (1) 由 50.5 ~ 60.5 的频数除以对应的频率求出样本的总人数, 进而求出 70.5 ~ 80.5 的频率, 90.5 ~ 100.5 的频数, 以及 80.5 ~ 90.5 的频率与频数, 补全表格即可;

(2) 该校学生需要加强心理辅导, 理由为: 求出 70 分以上的人数, 求出占总人数的百

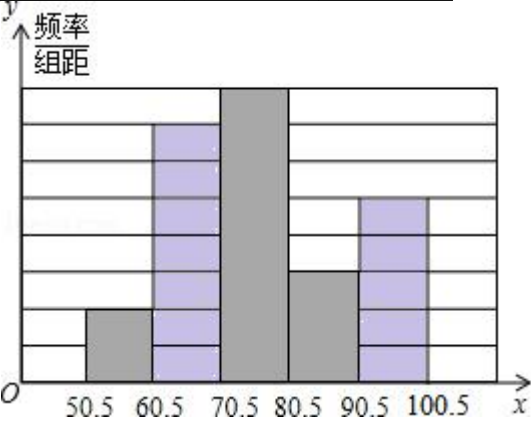
分比，与 70% 比较大小即可。

【解答】解：（1）根据题意得：样本的容量为 $4 \div 0.08 = 50$ （人），

则 70.5 ~ 80.5 的频率为 $\frac{16}{50} = 0.32$ ，80.5 ~ 90.5 的频率为 $1 - (0.08 + 0.28 + 0.32 + 0.20) = 0.12$ ，

频数为 $50 \times 0.12 = 6$ ；

分组	频数	频率
50.5 ~ 60.5	4	0.08
60.5 ~ 70.5	14	0.28
70.5 ~ 80.5	16	0.32
80.5 ~ 90.5	6	0.12
90.5 ~ 100.5	10	0.20
合计	50	1.00



（2）该校学生需要加强心理辅导，理由为：

根据题意得：70 分以上的人数为 $16 + 6 + 10 = 32$ （人），

$\therefore$ 心理健康状况良好的人数占总人数的百分比为 $\frac{32}{50} \times 100\% = 64\% < 70\%$ ，

$\therefore$ 该校学生需要加强心理辅导。

【点评】此题考查了频数（率）分布直方图，弄清题意是解本题的关键。

22. 【分析】首先过点 A 作 $AH \perp CF$ 于点 H ，易得 $\angle ACH = 60^\circ$ ，然后利用三角函数的知识，求得 AH 的长，继而可得消防车是否需要改进行驶。

【解答】解：如图：过点 A 作 $AH \perp CF$ 于点 H ，

由题意得： $\angle MCF = 75^\circ$ ， $\angle CAN = 15^\circ$ ， $AC = 125$ 米，

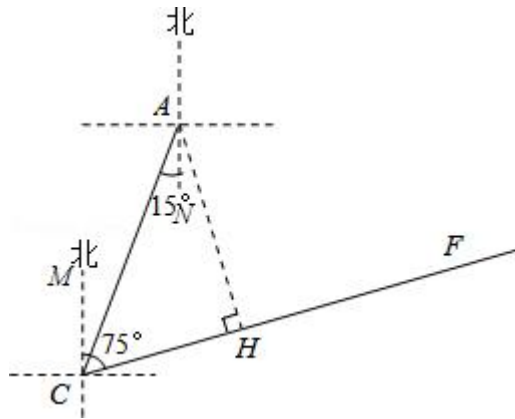
$\because CM \parallel AN$,

$\therefore \angle ACM = \angle CAN = 15^\circ$,

$\therefore \angle ACH = \angle MCF - \angle ACM = 75^\circ - 15^\circ = 60^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, $AH = AC \cdot \sin \angle ACH = 125 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 108.25$ (米) > 100 米.

答: 消防车不需要改道行驶.



【点评】 此题考查了方向角问题. 此题难度适中, 注意能借助于方向角构造直角三角形, 并利用解直角三角形的知识求解是解此题的关键.

23. **【分析】** (1) 直接运用待定系数法就可以求出 y_1 、 y_2 关于 x 的函数图关系式;

(2) 分别根据当 $0 \leq x < \frac{15}{4}$ 时, 当 $\frac{15}{4} \leq x < 6$ 时, 当 $6 \leq x \leq 10$ 时, 求出即可;

(3) 分 A 加油站在甲地与 B 加油站之间, B 加油站在甲地与 A 加油站之间两种情况列出方程求解即可.

【解答】 解: (1) 设 $y_1 = k_1x$, 由图可知, 函数图象经过点 (10, 600),

$\therefore 10k_1 = 600$,

解得: $k_1 = 60$,

$\therefore y_1 = 60x$ ($0 \leq x \leq 10$),

设 $y_2 = k_2x + b$, 由图可知, 函数图象经过点 (0, 600), (6, 0), 则

$$\begin{cases} b=600 \\ 6k_2+b=0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2=-100 \\ b=600 \end{cases}$$

$\therefore y_2 = -100x + 600$ ($0 \leq x \leq 6$);

(2) 由题意, 得

$$60x = -100x + 600$$

$$x = \frac{15}{4},$$

当 $0 \leq x < \frac{15}{4}$ 时, $S = y_2 - y_1 = -160x + 600$;

当 $\frac{15}{4} \leq x < 6$ 时, $S = y_1 - y_2 = 160x - 600$;

当 $6 \leq x \leq 10$ 时, $S = 60x$;

$$\text{即 } S = \begin{cases} -160x + 600 & (0 \leq x < \frac{15}{4}) \\ 160x - 600 & (\frac{15}{4} \leq x < 6) \\ 60x & (6 \leq x \leq 10) \end{cases};$$

(3) 由题意, 得

① 当 A 加油站在甲地与 B 加油站之间时, $(-100x + 600) - 60x = 200$,

$$\text{解得 } x = \frac{5}{2},$$

此时, A 加油站距离甲地: $60 \times \frac{5}{2} = 150\text{km}$,

② 当 B 加油站在甲地与 A 加油站之间时, $60x - (-100x + 600) = 200$,

解得 $x = 5$, 此时, A 加油站距离甲地: $60 \times 5 = 300\text{km}$,

综上所述, A 加油站到甲地距离为 150km 或 300km .

【点评】 本题考查了分段函数, 函数自变量的取值范围, 用待定系数法求一次函数、正比例函数的解析式等知识点的运用, 综合运用性质进行计算是解此题的关键, 通过做此题培养了学生的分析问题和解决问题的能力, 注意: 分段求函数关系式, 题目较好, 但是有一定的难度.

24. **【分析】** (1) 证明 $AD = CD = BC$, 证明 $\triangle BCD \sim \triangle BCA$, 得到 $\frac{BC}{AB} = \frac{BD}{BC}$, 则有 $\frac{AD}{AB} = \frac{BD}{AD}$,

所以点 D 是 AB 边上的黄金分割点;

(2) 证明 $S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD}$, 直线 CD 是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线;

(3) 根据相似三角形比例线段关系, 证明 $BG = GC$, $AH = HD$, 则梯形 $ABGH$ 与梯形 $GCDH$ 上下底分别相等, 高也相等, $S_{\text{梯形 } ABGH} = S_{\text{梯形 } GCDH} = \frac{1}{2} S_{\text{梯形 } ABCD}$, 所以 GH 不是直角梯形 $ABCD$ 的黄金分割线.

【解答】解：（1）点 D 是 AB 边上的黄金分割点．理由如下：

$$\because AB = AC, \angle A = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 72^\circ.$$

$\because CD$ 是角平分线，

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACD,$$

$$\therefore AD = CD.$$

$$\because \angle CDB = 180^\circ - \angle B - \angle BCD = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = \angle B,$$

$$\therefore BC = CD.$$

$$\therefore BC = AD.$$

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle BCA$ 中， $\angle B = \angle B$ ， $\angle BCD = \angle A = 36^\circ$ ，

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{BD}{BC},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{AD},$$

$\therefore$ 点 D 是 AB 边上的黄金分割点．

（2）直线 CD 是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线．理由如下：

设 $\triangle ABC$ 中， AB 边上的高为 h ，则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot h$ ， $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}AD \cdot h$ ， $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}BD \cdot h$ ．

$$\therefore S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ABC} = AD : AB, S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD} = BD : AD.$$

由（1）知，点 D 是 AB 边上的黄金分割点， $\frac{AD}{AB} = \frac{BD}{AD}$ ，

$$\therefore S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD},$$

$\therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线．

（3）直线不是直角梯形 $ABCD$ 的黄金分割线．理由如下：

$$\because BC \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle EBG \sim \triangle EAH, \triangle EGC \sim \triangle EHD,$$

$$\therefore \frac{BG}{AH} = \frac{EG}{EH}, \frac{GC}{HD} = \frac{EG}{EH},$$

$$\therefore \frac{BG}{AH} = \frac{GC}{HD}, \text{ 即 } \frac{BG}{GC} = \frac{AH}{HD} \text{ ①}$$

同理, 由 $\triangle BGF \sim \triangle DHF$, $\triangle CGF \sim \triangle AHF$ 得:

$$\frac{BG}{HD} = \frac{GC}{AH}, \text{ 即 } \frac{BG}{GC} = \frac{HD}{AH} \text{ ②}$$

$$\text{由①、②得: } \frac{AH}{HD} = \frac{HD}{AH},$$

$$\therefore AH = HD,$$

$$\therefore BG = GC.$$

$\therefore$ 梯形 $ABGH$ 与梯形 $GCDH$ 上下底分别相等, 高也相等,

$$\therefore S_{\text{梯形 } ABGH} = S_{\text{梯形 } GCDH} = \frac{1}{2} S_{\text{梯形 } ABCD}.$$

$\therefore GH$ 不是直角梯形 $ABCD$ 的黄金分割线.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、含 36° 角的等腰三角形、黄金分割、直角梯形等知识点. 试题难度不大, 理解题中给出的黄金分割点、黄金分割线的概念是正确解题的基础.

25. **【分析】** (1) 先根据抛物线 $y = -x^2 + bx + c$, 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, y 取最大值 $\frac{25}{4}$, 得到抛物线

的顶点坐标为 $(-\frac{1}{2}, \frac{25}{4})$, 可写出抛物线的顶点式, 再根据抛物线的解析式求出 A 、 C

的坐标, 然后将 A 、 C 的坐标代入

$y = kx + m$, 运用待定系数法即可求出直线的解析式;

(2) 根据等高三角形的面积比等于底边比, 因此两三角形的面积比实际是 $AP:PC = 1:$

3, 即 $3AP = PC$, 可先求出 AC 的长, 然后分情况讨论:

①当 P 在线段 AC 上时, 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴, 点 H 为垂足. 由 $PH \parallel OC$, 根据平行线分线段成比例定理求出 PH 的长, 进而求出 P 点的坐标;

②当 P 在 CA 的延长线上时, 由 $PG \parallel OC$, 根据平行线分线段成比例定理求出 PG 的长, 进而求出 P 点的坐标;

(3) 联立两函数的解析式, 设直线 $y = \frac{1}{2}x + a$ 与抛物线 $y = -x^2 - x + 6$ 的交点为 $M(x_M,$

$y_M)$, $N(x_N, y_N)$ (M 在 N 左侧), 则 x_M, x_N 是方程 $x^2 + \frac{3}{2}x + a - 6 = 0$ 的两个根, 由一元

二次方程根与系数关系得, $x_M + x_N = -\frac{3}{2}$, $x_M \cdot x_N = a - 6$, 进而求出 $y_M \cdot y_N = \frac{1}{4}(a - 6) -$

$$\frac{3}{4}a + a^2.$$

①由于 $\angle MON = 90^\circ$ ，根据勾股定理得出 $OM^2 + ON^2 = MN^2$ ，据此列出关于 a 的方程，解方程即可求出 a 的值；

②由于 $\angle MON > 90^\circ$ ，根据勾股定理得出 $OM^2 + ON^2 < MN^2$ ，据此列出关于 a 的不等式，解不等式即可求出 a 的范围．

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ ，当 $x = -\frac{1}{2}$ 时， y 取最大值 $\frac{25}{4}$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式是： $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ ，即 $y = -x^2 - x + 6$ ；

当 $x = 0$ 时， $y = 6$ ，即 C 点坐标是 $(0, 6)$ ，

当 $y = 0$ 时， $-x^2 - x + 6 = 0$ ，解得： $x = 2$ 或 -3 ，

即 A 点坐标是 $(-3, 0)$ ， B 点坐标是 $(2, 0)$ ．

将 $A(-3, 0)$ ， $C(0, 6)$ 代入直线 AC 的解析式 $y = kx + m$ ，

$$\text{得} \begin{cases} -3k + m = 0 \\ m = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} k = 2 \\ m = 6 \end{cases},$$

则直线的解析式是： $y = 2x + 6$ ；

（2）过点 B 作 $BD \perp AC$ ， D 为垂足，

$$\because S_{\triangle ABP} : S_{\triangle BPC} = 1 : 3,$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}AP \cdot BD}{\frac{1}{2}PC \cdot BD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AP : PC = 1 : 3,$$

由勾股定理，得 $AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = 3\sqrt{5}$ ．

①当点 P 为线段 AC 上一点时，过点 P 作 $PH \perp x$ 轴，点 H 为垂足．

$$\because PH \parallel OC,$$

$$\therefore \frac{PH}{OC} = \frac{AP}{AC} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore PH = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{3}{2} = 2x + 6,$$

$$\therefore x = -\frac{9}{4},$$

$$\therefore \text{点 } P \left(-\frac{9}{4}, \frac{3}{2} \right);$$

②当点 P 在 CA 延长线时, 作 $PG \perp x$ 轴, 点 G 为垂足.

$$\because AP: PC = 1: 3,$$

$$\therefore AP: AC = 1: 2.$$

$$\because PG \parallel OC,$$

$$\therefore \frac{PG}{OC} = \frac{AP}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PG = 3,$$

$$\therefore -3 = 2x+6, x = -\frac{9}{2},$$

$$\therefore \text{点 } P \left(-\frac{9}{2}, -3 \right).$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $\left(-\frac{9}{4}, \frac{3}{2} \right)$ 或 $\left(-\frac{9}{2}, -3 \right)$.

(3) 设直线 $y = \frac{1}{2}x+a$ 与抛物线 $y = -x^2 - x+6$ 的交点为 $M(x_M, y_M)$, $N(x_N, y_N)$ (M 在 N 左侧).

$$\text{则} \begin{cases} x_1 = x_M \\ y_1 = y_N \end{cases}, \begin{cases} x_2 = x_N \\ y_2 = y_N \end{cases} \text{为方程组} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x+a \\ y = -x^2 - x+6 \end{cases} \text{的解,}$$

$$\text{由方程组消去 } y \text{ 整理, 得: } x^2 + \frac{3}{2}x + a - 6 = 0,$$

$$\therefore x_M, x_N \text{ 是方程 } x^2 + \frac{3}{2}x + a - 6 = 0 \text{ 的两个根,}$$

$$\therefore x_M + x_N = -\frac{3}{2}, x_M \cdot x_N = a - 6,$$

$$\therefore y_M \cdot y_N = \left(\frac{1}{2}x_M + a \right) \left(\frac{1}{2}x_N + a \right) = \frac{1}{4}x_M \cdot x_N + \frac{a}{2}(x_M + x_N) + a^2 = \frac{1}{4}(a - 6) - \frac{3}{4}a + a^2.$$

①存在 a 的值, 使得 $\angle MON = 90^\circ$. 理由如下:

$$\because \angle MON = 90^\circ,$$

$$\therefore OM^2 + ON^2 = MN^2, \text{ 即 } x_M^2 + y_M^2 + x_N^2 + y_N^2 = (x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2,$$

$$\text{化简得 } x_M \cdot x_N + y_M \cdot y_N = 0,$$

$$\therefore (a - 6) + \frac{1}{4}(a - 6) - \frac{3}{4}a + a^2 = 0,$$

$$\text{整理, 得 } 2a^2 + a - 15 = 0,$$

解得 $a_1 = -3$, $a_2 = \frac{5}{2}$,

$\therefore$ 存在 a 值, 使得 $\angle MON = 90^\circ$, 其值为 $a = -3$ 或 $a = \frac{5}{2}$;

② $\because \angle MON > 90^\circ$,

$\therefore OM^2 + ON^2 < MN^2$, 即 $x_M^2 + y_M^2 + x_N^2 + y_N^2 < (x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2$,

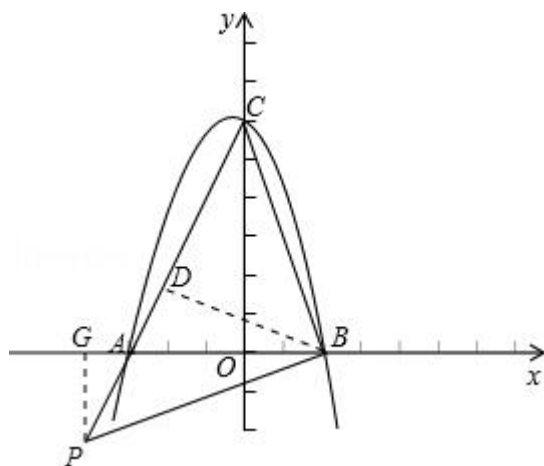
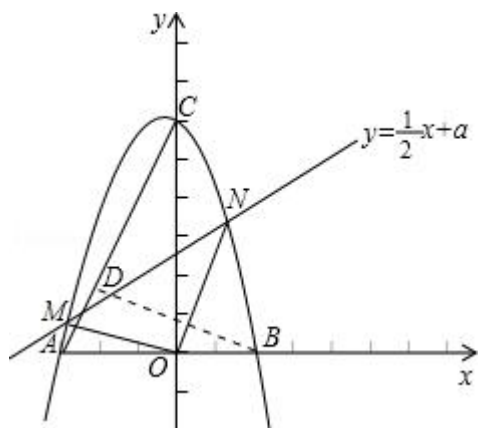
化简得 $x_M \cdot x_N + y_M \cdot y_N < 0$,

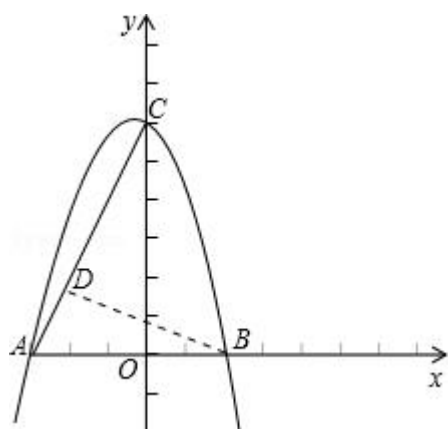
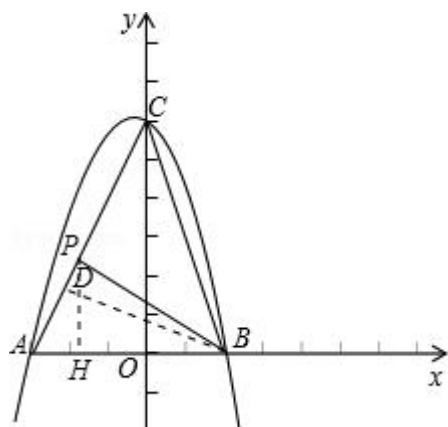
$\therefore (a - 6) + \frac{1}{4}(a - 6) - \frac{3}{4}a + a^2 < 0$,

整理, 得 $2a^2 + a - 15 < 0$,

解得 $-3 < a < \frac{5}{2}$,

$\therefore$ 当 $\angle MON > 90^\circ$ 时, a 的取值范围是 $-3 < a < \frac{5}{2}$.





【点评】 本题考查了二次函数的综合题型，其中涉及到运用待定系数法求函数的解析式，二次函数的性质，三角形的面积，平行线分线段成比例定理，函数与方程的关系，勾股定理，钝角三角形三边的关系等知识，综合性较强，难度较大．运用分类讨论、数形结合及方程思想是解题的关键．