

2013 年湖北省黄冈市中考数学试卷

一、选择题（下列各题 A、B、C、D 四个选项中，有且仅有一个是正确的，每小题 3 分，共 24 分）

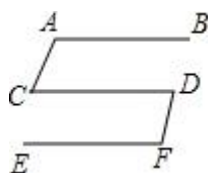
1. (3 分) $-(-3)^2 = (\quad)$

- A. -3 B. 3 C. -9 D. 9

2. (3 分) 随着人们生活水平的提高，我国拥有汽车的居民家庭也越来越多，下列汽车标志中，是中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 如图， $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $AC \parallel DF$ ，若 $\angle BAC = 120^\circ$ ，则 $\angle CDF = (\quad)$



- A. 60° B. 120° C. 150° D. 180°

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $x^4 \cdot x^4 = x^{16}$ B. $(a^3)^2 \cdot a^4 = a^9$
C. $(ab^2)^3 \div (-ab)^2 = -ab^4$ D. $(a^6)^2 \div (a^4)^3 = 1$

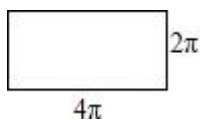
5. (3 分) 已知一个正棱柱的俯视图和左视图如图，则其主视图为 ()



6. (3 分) 已知一元二次方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 有一个根为 2，则另一根为 ()

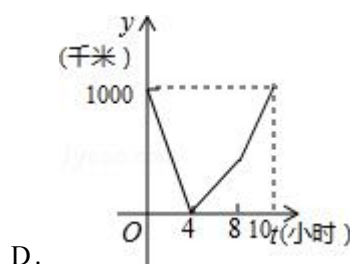
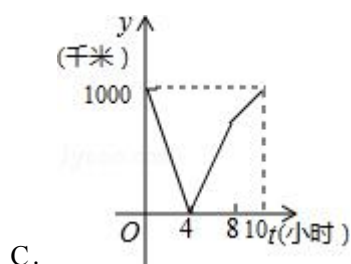
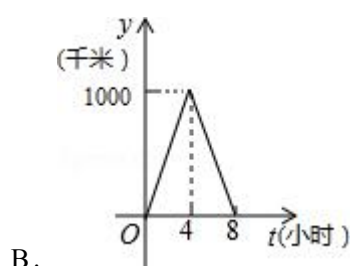
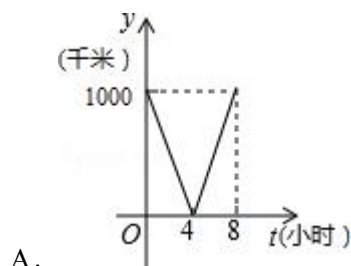
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

7. (3 分) 已知一个圆柱的侧面展开图为如图所示的矩形，则其底面圆的面积为 ()



- A. π B. 4π C. π 或 4π D. 2π 或 4π

8. (3分) 一列快车从甲地驶往乙地，一列特快车从乙地驶往甲地，快车的速度为 100 千米/小时，特快车的速度为 150 千米/小时，甲、乙两地之间的距离为 1000 千米，两车同时出发，则图中折线大致表示两车之间的距离 y (千米) 与快车行驶时间 (小时) 之间的函数图象是 ()

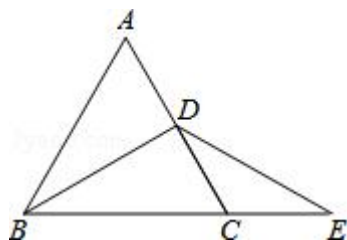


二、填空题 (每小题 3 分，满分 21 分)

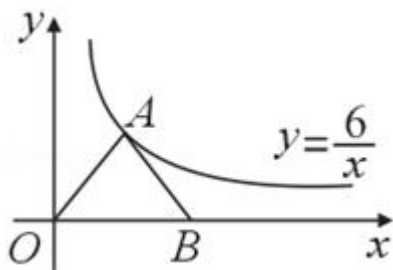
9. (3分) 计算: $\frac{3}{(x-1)^2} - \frac{3x}{(x-1)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3分) 分解因式: $ab^2 - 4a = \underline{\hspace{2cm}}$.

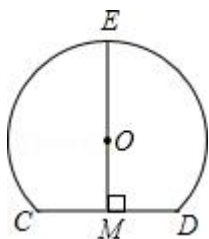
11. (3分) 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, BD 为中线, 延长 BC 至 E , 使 $CE = CD = 1$, 连接 DE , 则 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$.



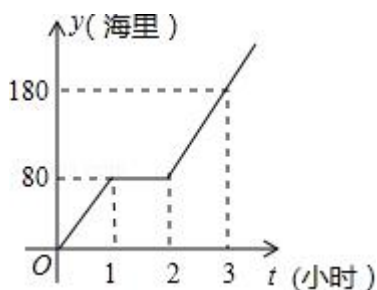
12. (3分) 已知反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限的图象如图所示, 点 A 在其图象上, 点 B 为 x 轴正半轴上一点, 连接 AO 、 AB , 且 $AO = AB$, 则 $S_{\triangle AOB} = \underline{\hspace{2cm}}$.



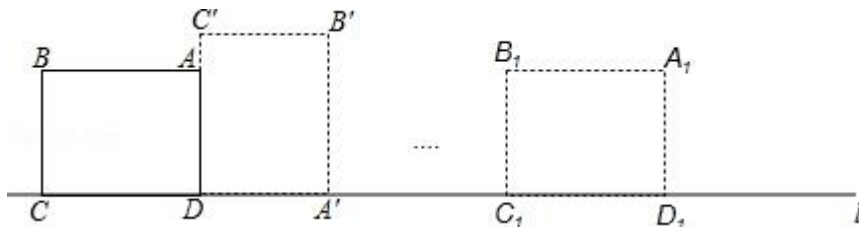
13. (3分) 如图, M 是 CD 的中点, $EM \perp CD$, 若 $CD = 4$, $EM = 8$, 则 $\widehat{CED}$ 所在圆的半径为_____.



14. (3分) *DiaoyuIsland* 自古就是中国领土, 中国政府已对 *DiaoyuIsland* 开展常态化巡逻. 某天, 为按计划准点到达指定海域, 某巡逻艇凌晨 1:00 出发, 匀速行驶一段时间后, 因中途出现故障耽搁了一段时间, 故障排除后, 该艇加快速度仍匀速前进, 结果恰好准点到达. 如图是该艇行驶的路程 y (海里) 与所用时间 t (小时) 的函数图象, 则该巡逻艇原计划准点到达的时刻是_____.



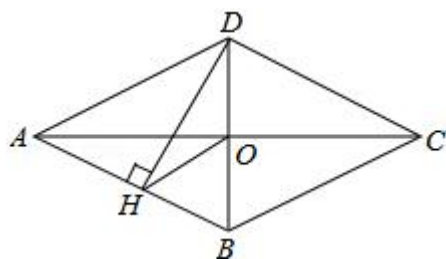
15. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 3$, 边 CD 在直线 l 上, 将矩形 $ABCD$ 沿直线 l 作无滑动翻滚, 当点 A 第一次翻滚到点 A_1 位置时, 则点 A 经过的路线长为_____.



三、解答题 (本大题共 10 个小题, 共 86 分. 每小题给出必要的演算过程或推理步骤.)

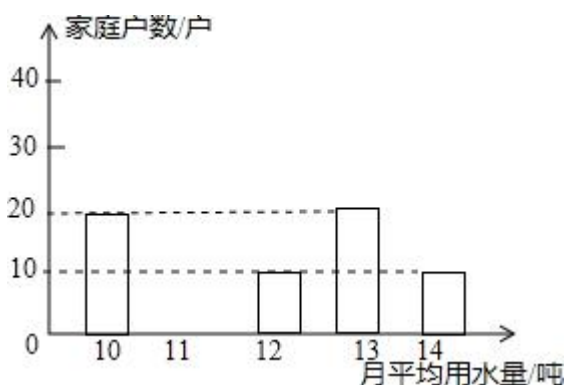
16. (6分) 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{2(x-y)}{3} - \frac{x+y}{4} = -\frac{1}{12} \\ 3(x+y) - 2(2x-y) = 3 \end{cases}$$

17. (6分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $DH \perp AB$ 于 H , 连接 OH , 求证: $\angle DHO = \angle DCO$.



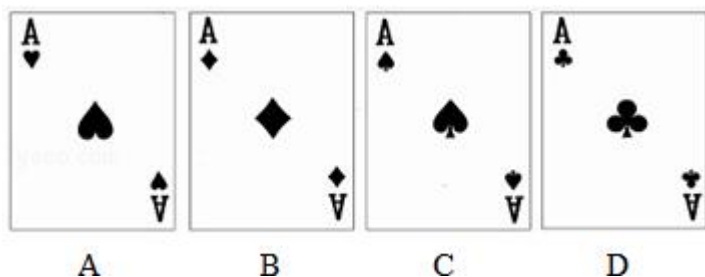
18. (7分) 为了倡导“节约用水, 从我做起”, 黄冈市政府决定对市直机关 500 户家庭的用水情况作一次调查, 市政府调查小组随机抽查了其中 100 户家庭一年的月平均用水量(单位: 吨), 并将调查结果制成了如图所示的条形统计图.

- (1) 请将条形统计图补充完整;
- (2) 求这 100 个样本数据的平均数, 众数和中位数;
- (3) 根据样本数据, 估计黄冈市直机关 500 户家庭中月平均用水量不超过 12 吨的约有多少户?



19. (6分) 如图, 有四张背面相同的纸牌 A , B , C , D , 其正面分别是红桃、方块、黑桃、梅花, 其中红桃、方块为红色, 黑桃、梅花为黑色. 小明将这 4 张纸牌背面朝上洗匀后, 摸出一张, 将剩余 3 张再摸出一张.

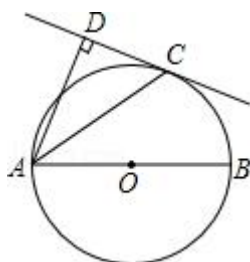
- (1) 用树状图(或列表法)表示两次摸牌所有可能出现的结果(纸牌用 A , B , C , D 表示);
- (2) 求摸出的两张牌同为红色的概率.



20. (7分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, AD 和过 C 点的直线互相垂直, 垂足为 D , 且 AC 平分 $\angle DAB$.

(1) 求证: DC 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $AD = 4$, 求 AC 的长.

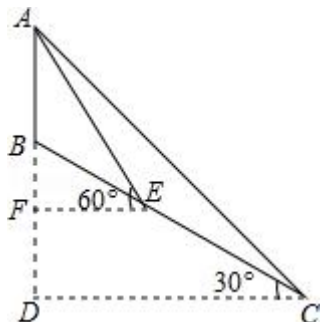


21. (8分) 为支援四川雅安地震灾区, 某市民政局组织募捐了 240 吨救灾物资. 现准备租用甲、乙两种货车, 将这批救灾物资一次性全部运往灾区, 它们的载货量和租金如下表:

	甲种货车	乙种货车
载货量 (吨/辆)	45	30
租金 (元/辆)	400	300

如果计划租用 6 辆货车, 且租车的总费用不超过 2300 元, 求最省钱的租车方案.

22. (8分) 如图, 小山顶上有一信号塔 AB , 山坡 BC 的倾角为 30° , 现为了测量塔高 AB , 测量人员选择山脚 C 处为一测量点, 测得塔顶仰角为 45° , 然后顺山坡向上行走 100 米到达 E 处, 再测得塔顶仰角为 60° , 求塔高 AB (结果保留整数, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)



23. (12分) 某公司生产的一种健身产品在市场上受到普遍欢迎, 每年可在国内、国外市场

上全部售完. 该公司的年产量为 6 千件, 若在国内市场销售, 平均每件产品的利润 y_1 (元) 与国内销售量 x (千件) 的关系为:

$$y_1 = \begin{cases} 15x+90 & (0 < x \leq 2) \\ -5x+130 & (2 \leq x < 6) \end{cases}$$

若在国外销售, 平均每件产品的利润 y_2 (元) 与国外的销售数量 t (千件) 的关系为

$$y_2 = \begin{cases} 100 & (0 < t \leq 2) \\ -5t+110 & (2 \leq t < 6) \end{cases}$$

(1) 用 x 的代数式表示 t 为: $t =$ _____; 当 $0 < x \leq 4$ 时, y_2 与 x 的函数关系为: $y_2 =$ _____;

当 _____ $\leq x <$ _____ 时, $y_2 = 100$;

(2) 求每年该公司销售这种健身产品的总利润 w (千元) 与国内销售数量 x (千件) 的函数关系式, 并指出 x 的取值范围;

(3) 该公司每年国内、国外的销售量各为多少时, 可使公司每年的总利润最大? 最大值为多少?

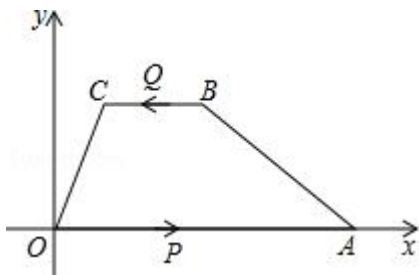
24. (15 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $ABCO$ 是梯形, 其中 $A(6, 0)$, $B(3, \sqrt{3})$, $C(1, \sqrt{3})$, 动点 P 从点 O 以每秒 2 个单位的速度向点 A 运动, 动点 Q 也同时从点 B 沿 $B \rightarrow C \rightarrow O$ 的线路以每秒 1 个单位的速度向点 O 运动, 当点 P 到达 A 点时, 点 Q 也随之停止, 设点 P, Q 运动的时间为 t (秒).

(1) 求经过 A, B, C 三点的抛物线的解析式;

(2) 当点 Q 在 CO 边上运动时, 求 $\triangle OPQ$ 的面积 S 与时间 t 的函数关系式;

(3) 以 O, P, Q 顶点的三角形能构成直角三角形吗? 若能, 请求出 t 的值; 若不能, 请说明理由;

(4) 经过 A, B, C 三点的抛物线的对称轴、直线 OB 和 PQ 能够交于一点吗? 若能, 请求出此时 t 的值 (或范围), 若不能, 请说明理由).



2013 年湖北省黄冈市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题 A、B、C、D 四个选项中，有且仅有一个是正确的，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据有理数的乘方的定义解答.

【解答】解： $-(-3)^2 = -9$.

故选：C.

【点评】本题考查了有理数的乘方的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. 【分析】根据中心对称图形的定义，结合选项所给图形进行判断即可.

【解答】解：A、是中心对称图形，故本选项正确；

B、不是中心对称图形，故本选项错误；

C、不是中心对称图形，故本选项错误；

D、不是中心对称图形，故本选项错误；

故选：A.

【点评】本题考查了中心对称图形的知识，判断中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转 180 度后与原图形重合.

3. 【分析】根据两直线平行，同旁内角互补由 $AB \parallel CD$ 得到 $\angle BAC + \angle ACD = 180^\circ$ ，可计算出 $\angle ACD = 60^\circ$ ，然后由 $AC \parallel DF$ ，根据平行线的性质得到 $\angle ACD = \angle CDF = 60^\circ$.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAC + \angle ACD = 180^\circ$,

$\because \angle BAC = 120^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$,

$\because AC \parallel DF$,

$\therefore \angle ACD = \angle CDF$,

$\therefore \angle CDF = 60^\circ$.

故选：A.

【点评】本题考查了平行线的性质：两直线平行，内错角相等；两直线平行，同旁内角互补.

4. 【分析】根据同底数幂的乘除法及幂的乘方法则，结合各选项进行判断即可.

【解答】解： A 、 $x^4 \times x^4 = x^8$ ，原式计算错误，故本选项错误；

B 、 $(a^3)^2 \cdot a^4 = a^{10}$ ，原式计算错误，故本选项错误；

C 、 $(ab^2)^3 \div (-ab)^2 = ab^4$ ，原式计算错误，故本选项错误；

D 、 $(a^6)^2 \div (a^4)^3 = 1$ ，计算正确，故本选项正确；

故选： D 。

【点评】本题考查了同底数幂的乘除、幂的乘方与积的乘方的知识，解答本题的关键是掌握各部分的运算法则。

5. 【分析】首先根据俯视图和左视图判断该几何体，然后确定其主视图即可；

【解答】解：根据此正棱柱的俯视图和左视图得到该几何体是正五棱柱，

其主视图应该是矩形，而且有看到两条棱，背面的棱用虚线表示，

故选： D 。

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键。主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形。

6. 【分析】利用根与系数的关系来求方程的另一根。

【解答】解：设方程的另一根为 α ，则 $\alpha + 2 = 6$ ，

解得 $\alpha = 4$ 。

故选： C 。

【点评】本题考查了根与系数的关系。若二次项系数为1，常用以下关系： x_1, x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根时， $x_1 + x_2 = -p$ ， $x_1 x_2 = q$ ，反过来可得 $p = -(x_1 + x_2)$ ， $q = x_1 x_2$ ，前者是已知系数确定根的相关问题，后者是已知两根确定方程中未知系数。

7. 【分析】分底面周长为 4π 和 2π 两种情况讨论，先求得底面半径，再根据圆的面积公式即可求解。

【解答】解：①底面周长为 4π 时，半径为 $4\pi \div \pi \div 2 = 2$ ，底面圆的面积为 $\pi \times 2^2 = 4\pi$ ；

②底面周长为 2π 时，半径为 $2\pi \div \pi \div 2 = 1$ ，底面圆的面积为 $\pi \times 1^2 = \pi$ 。

故选： C 。

【点评】考查了圆柱的侧面展开图，注意分长为底面周长和宽为底面周长两种情况讨论求解。

8. 【分析】分三段讨论，①两车从开始到相遇，这段时间两车距迅速减小，②相遇后向相反方向行驶到特快到达甲地，这段时间两车距迅速增加，③特快到达甲地至快车到达乙地，这段时间两车距缓慢增大，结合实际选符合的图象即可。

【解答】解：①两车从开始到相遇，这段时间两车距迅速减小；

②相遇后向相反方向行驶到特快到达甲地这段时间两车距迅速增加；

③特快到达甲地至快车到达乙地，这段时间两车距缓慢增大；

结合图象可得 C 选项符合题意．

故选：C．

【点评】本题考查了函数的图象，解答本题关键是分段讨论，要结合实际解答，明白每条直线所代表的实际含义及拐点的含义．

二、填空题（每小题 3 分，满分 21 分）

9. 【分析】分母相同，直接将分子相减再约分即可．

【解答】解：原式 $= \frac{3-3x}{(x-1)^2} = \frac{3(1-x)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{x-1}$, (或 $\frac{3}{1-x}$).

【点评】本题考查了分式的加减，分式的加减运算中，如果是同分母分式，那么分母不变，把分子直接相加减即可．

10. 【分析】先提取公因式 a ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解： $ab^2 - 4a$

$$= a(b^2 - 4)$$

$$= a(b - 2)(b + 2).$$

故答案为： $a(b - 2)(b + 2)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

11. 【分析】根据等腰三角形和三角形外角性质求出 $BD = DE$ ，求出 BC ，在 $Rt\triangle BDC$ 中，由勾股定理求出 BD 即可．

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ, AB = BC,$$

$\because BD$ 为中线，

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ,$$

$\because CD = CE$,

$$\therefore \angle E = \angle CDE,$$

$$\because \angle E + \angle CDE = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle E = 30^\circ = \angle DBC,$$

$$\therefore BD = DE,$$

$$\because BD \text{ 是 } AC \text{ 中线, } CD = 1,$$

$$\therefore AD = DC = 1,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore BC = AC = 1+1 = 2, BD \perp AC,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BDC \text{ 中, 由勾股定理得: } BD = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\text{即 } DE = BD = \sqrt{3},$$

$$\text{故答案为: } \sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查了等边三角形性质，勾股定理，等腰三角形性质，三角形的外角性质等知识点的应用，关键是求出 $DE = BD$ 和求出 BD 的长.

12. **【分析】** 根据等腰三角形的性质得出 $CO = BC$ ，再利用反比例函数系数 k 的几何意义得出 $S_{\triangle AOB}$ 即可.

【解答】 解：过点 A 作 $AC \perp OB$ 于点 C ,

$$\because AO = AB,$$

$$\therefore CO = BC,$$

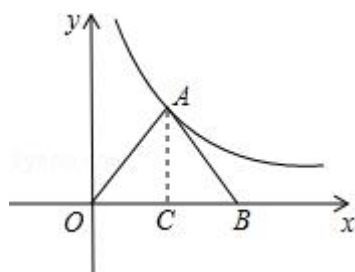
$$\because \text{点 } A \text{ 在其图象上,}$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \times CO = 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \times BC = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 6.$$

$$\text{故答案为: } 6.$$



【点评】 此题主要考查了等腰三角形的性质以及反比例函数系数 k 的几何意义，正确分割 $\triangle AOB$ 是解题关键.

13. **【分析】** 首先连接 OC ，由 M 是 CD 的中点， $EM \perp CD$ ，可得 EM 过 $\odot O$ 的圆心点 O ，然后设半径为 x ，由勾股定理即可求得： $(8-x)^2 + 2^2 = x^2$ ，解此方程即可求得答案.

【解答】解：连接 OC ，

$\because M$ 是 CD 的中点， $EM \perp CD$ ，

$\therefore EM$ 过 $\odot O$ 的圆心点 O ，

设半径为 x ，

$\because CD = 4$ ， $EM = 8$ ，

$\therefore CM = \frac{1}{2}CD = 2$ ， $OM = 8 - OE = 8 - x$ ，

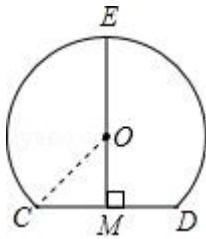
在 $\text{Rt}\triangle OCM$ 中， $OM^2 + CM^2 = OC^2$ ，

即 $(8 - x)^2 + 2^2 = x^2$ ，

解得： $x = \frac{17}{4}$ ．

$\therefore \widehat{CED}$ 所在圆的半径为： $\frac{17}{4}$ ．

故答案为： $\frac{17}{4}$ ．



【点评】此题考查了垂径定理以及勾股定理．此题难度不大，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想与方程思想的应用．

14. 【分析】根据函数图象和题意可以求出开始的速度为 80 海里/时，故障排除后的速度是 100 海里/时，设计划行驶的路程是 a 海里，就可以由时间之间的关系建立方程求出路程，再由路程除以速度就可以求出计划到达时间．

【解答】解：由图象及题意，得

故障前的速度为： $80 \div 1 = 80$ 海里/时，

故障后的速度为： $(180 - 80) \div 1 = 100$ 海里/时．

设航行的全程有 a 海里，由题意，得

$$\frac{a}{80} = 2 + \frac{a - 80}{100},$$

解得： $a = 480$ ，

则原计划行驶的时间为： $480 \div 80 = 6$ 小时，

解法二：设原计划行驶的时间为 t 小时，

$$80t = 80 + 100(t - 2)$$

解得： $t = 6$ ，

故计划准点到达的时刻为： 7: 00.

故答案为： 7: 00.

【点评】 本题考查了运用函数图象的意义解答行程问题的运用，行程问题的数量关系路程 = 速度 $\times$ 时间的运用，解答时先根据图象求出速度是关键，再建立方程求出距离是难点.

15. **【分析】** 如图根据旋转的性质知，点 A 经过的路线长是三段：①以 90° 为圆心角， AD 长为半径的扇形的弧长；②以 90° 为圆心角， AB 长为半径的扇形的弧长；③ 90° 为圆心角，矩形 $ABCD$ 对角线长为半径的扇形的弧长.

【解答】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB = 4$ ， $BC = 3$ ，

$\therefore BC = AD = 3$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ， 对角线 AC (BD) $= 5$.

$\because$ 根据旋转的性质知， $\angle ADA' = 90^\circ$ ， $AD = A'D = BC = 3$ ，

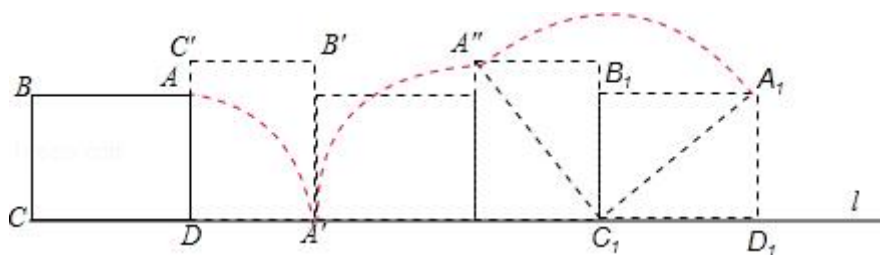
$\therefore$ 点 A 第一次翻滚到点 A' 位置时，则点 A' 经过的路线长为： $\frac{90\pi \times 3}{180} = \frac{3\pi}{2}$.

同理，点 A' 第一次翻滚到点 A'' 位置时，则点 A' 经过的路线长为： $\frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi$.

点 A'' 第一次翻滚到点 A_1 位置时，则点 A'' 经过的路线长为： $\frac{90\pi \times 5}{180} = \frac{5\pi}{2}$.

则当点 A 第一次翻滚到点 A_1 位置时，则点 A 经过的路线长为： $\frac{3\pi}{2} + 2\pi + \frac{5\pi}{2} = 6\pi$.

故答案是： 6π .



【点评】 本题考查了弧长的计算、矩形的性质以及旋转的性质. 根据题意画出点 A 运动轨迹，是突破解题难点的关键.

三、解答题（本大题共 10 个小题，共 86 分. 每小题给出必要的演算过程或推理步骤.）

16. **【分析】** 把方程组整理成一般形式，然后利用代入消元法其求即可.

【解答】 解：方程组可化为
$$\begin{cases} 5x - 11y = -1 & \text{①} \\ -x + 5y = 3 & \text{②} \end{cases}$$

由②得, $x = 5y - 3$ ③,

③代入①得, $5(5y - 3) - 11y = -1$,

解得 $y = 1$,

把 $y = 1$ 代入③得, $x = 5 - 3 = 2$,

所以, 原方程组的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

【点评】 本题考查的是二元一次方程组的解法, 方程组中未知数的系数较小时可用代入法, 当未知数的系数相等或互为相反数时用加减消元法较简单.

17. **【分析】** 根据菱形的对角线互相平分可得 $OD = OB$, 再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $OH = OB$, 然后根据等边对等角求出 $\angle OHB = \angle OBH$, 根据两直线平行, 内错角相等求出 $\angle OBH = \angle ODC$, 然后根据等角的余角相等证明即可.

【解答】 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore OD = OB, \angle COD = 90^\circ,$$

$$\because DH \perp AB,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}BD = OB,$$

$$\therefore \angle OHB = \angle OBH,$$

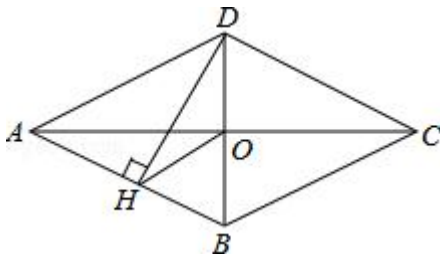
$$\text{又} \because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle OBH = \angle ODC,$$

$$\text{在 Rt}\triangle COD \text{ 中, } \angle ODC + \angle DCO = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DHB \text{ 中, } \angle DHO + \angle OHB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DHO = \angle DCO.$$



【点评】 本题考查了菱形的对角线互相垂直平分的性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质, 以及等角的余角相等, 熟记各性质并理清图中角度的关系是解题的关键.

18. **【分析】** (1) 根据条形图中数据得出平均用水 11 吨的户数, 进而画出条形图即可;

(2) 根据平均数、中位数、众的定义分别求解即可;

(3) 根据样本估计总体得出答案即可.

【解答】解:(1) 根据条形图可得出:

平均用水 11 吨的用户为: $100 - 20 - 10 - 20 - 10 = 40$ (户),

如图所示:

(2) 平均数为: $\frac{1}{100} (20 \times 10 + 40 \times 11 + 12 \times 10 + 13 \times 20 + 10 \times 14) = 11.6$ (吨),

根据 11 出现次数最多, 故众数为: 11,

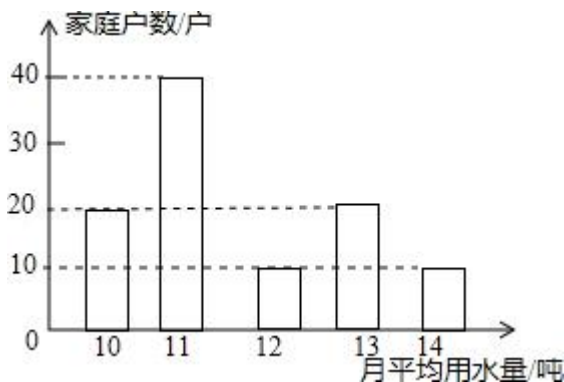
根据 100 个数据的最中间为第 50 和第 51 个数据,

按大小排列后第 50, 51 个数据是 11, 故中位数为: 11;

答: 这 100 个样本数据的平均数, 众数和中位数分别是 11.6, 11, 11;

(3) 样本中不超过 12 吨的有 $20 + 40 + 10 = 70$ (户),

答: 黄冈市直机关 500 户家庭中月平均用水量不超过 12 吨的约有: $500 \times \frac{70}{100} = 350$ (户).



【点评】此题主要考查了平均数、众数、中位数的统计意义. 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个; 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

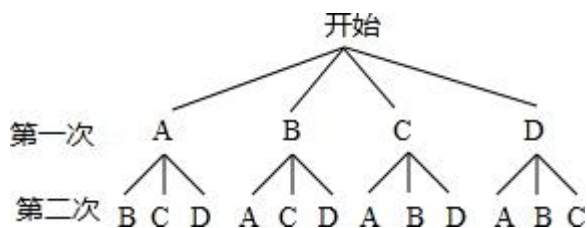
19. **【分析】**(1) 画出树状图即可;

(2) 根据树状图可以直观的得到共有 12 种情况, 都是红色情况有 2 种, 进而得到概率.

【解答】解:(1) 如图所示:

(2) 根据树状图可得共有 12 种情况, 都是红色情况有 2 种,

概率为 $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.



【点评】 本题考查概率公式，即如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

20. 【分析】 (1) 连接 OC ，由 $OA = OC$ 可以得到 $\angle OAC = \angle OCA$ ，然后利用角平分线的性质可以证明 $\angle DAC = \angle OCA$ ，接着利用平行线的判定即可得到 $OC \parallel AD$ ，然后就得到 $OC \perp CD$ ，由此即可证明直线 CD 与 $\odot O$ 相切于 C 点；

(2) 连接 BC ，根据圆周角定理的推理得到 $\angle ACB = 90^\circ$ ，又 $\angle DAC = \angle OAC$ ，由此可以得到 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ ，然后利用相似三角形的性质即可解决问题.

【解答】 (1) 证明：连接 OC

$$\because OA = OC$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA$$

$$\because AC \text{ 平分 } \angle DAB$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OAC$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OCA$$

$$\therefore OC \parallel AD$$

$$\because AD \perp CD \therefore OC \perp CD$$

$\therefore$ 直线 CD 与 $\odot O$ 相切于点 C ；

(2) 解：连接 BC ，则 $\angle ACB = 90^\circ$.

$$\because \angle DAC = \angle OAC, \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB,$$

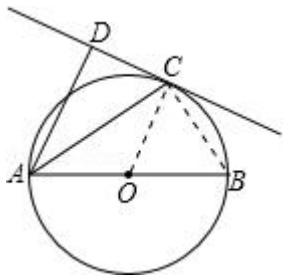
$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB,$$

$$\because \odot O \text{ 的半径为 } 3, AD = 4,$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{6}.$$



【点评】此题主要考查了切线的性质与判定，解题时 首先利用切线的判定证明切线，然后利用切线的性质已知条件证明三角形相似即可解决问题．

21. 【分析】先设租甲型货车 x 辆，则乙型货车 $(6-x)$ 辆，根据题意列出不等式组，求出 x 的取值范围，再根据 x 为正整数，求出租车方案，再分别求出每种方案的费用，即可得出答案．

【解答】解：设租甲型货车 x 辆，则乙型货车 $(6-x)$ 辆，根据题意得：

$$\begin{cases} 45x+30(6-x) \geq 240 \\ 400x+300(6-x) \leq 2300 \end{cases}$$

解得： $4 \leq x \leq 5$ ，

$\because x$ 为正整数，

$\therefore$ 共有两种方案，

方案 1：租甲型货车 4 辆，乙型货车 2 辆，

方案 2：租甲型货车 5 辆，乙型货车 1 辆，

方案 1 的费用为： $4 \times 400 + 2 \times 300 = 2200$ 元；

方案 2 的费用为： $5 \times 400 + 1 \times 300 = 2300$ 元；

$2200 < 2300$ ，

则选择方案 1 最省钱，

即最省钱的租车方案是租甲型货车 4 辆，乙型货车 2 辆．

【点评】此题考查了一元一次不等式组的应用，关键是读懂题意，根据题目中的数量关系列出不等式组，注意 x 为正整数．

22. 【分析】先判断 $\triangle ACE$ 为等腰三角形，在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中表示出 EF 、 AF ，在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中求出 BF ，根据 $AB = AF - BF$ 即可得出答案．

【解答】解：依题意可得： $\angle AEB = \angle EAB = 30^\circ$ ， $\angle ACE = 15^\circ$ ，

又 $\because \angle AEB = \angle ACE + \angle CAE$

$\therefore \angle CAE = 15^\circ$ ，

即 $\triangle ACE$ 为等腰三角形，

$$\therefore AE = CE = 100m,$$

在 $Rt\triangle AEF$ 中, $\angle AEF = 60^\circ$,

$$\therefore EF = AE \cos 60^\circ = 50m, AF = AE \sin 60^\circ = 50\sqrt{3}m,$$

在 $Rt\triangle BEF$ 中, $\angle BEF = 30^\circ$,

$$\therefore BF = EF \tan 30^\circ = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{50\sqrt{3}}{3}m,$$

$$\therefore AB = AF - BF = 50\sqrt{3} - \frac{50\sqrt{3}}{3} = \frac{100\sqrt{3}}{3} \approx 58 \text{ (米)}.$$

答: 塔高 AB 大约为 58 米.

【点评】 本题考查了解直角三角形的知识, 解答本题的关键是构造直角三角形, 利用三角函数表示出相关线段的长度, 难度一般.

23. **【分析】** (1) 由该公司的年产量为 6 千件, 每年可在国内、国外市场上全部售完, 可得国内销售量+国外销售量=6 千件, 即 $x+t=6$, 变形即为 $t=6-x$;

根据平均每件产品的利润 y_2 (元) 与国外的销售数量 t (千件) 的关系

$$y_2 = \begin{cases} 100 (0 < t \leq 2) \\ -5t + 110 (2 < t < 6) \end{cases} \text{ 及 } t = 6 - x \text{ 即可求出 } y_2 \text{ 与 } x \text{ 的函数关系: 当 } 0 < x \leq 4 \text{ 时, } y_2$$

$$= 5x + 80; \text{ 当 } 4 < x < 6 \text{ 时, } y_2 = 100;$$

(2) 根据总利润 = 国内销售的利润+国外销售的利润, 结合函数解析式, 分三种情况讨论: ① $0 < x \leq 2$; ② $2 < x \leq 4$; ③ $4 < x \leq 6$;

(3) 先利用配方法将各解析式写成顶点式, 再根据二次函数的性质, 求出三种情况下的最大值, 再比较即可.

【解答】 解: (1) 由题意, 得 $x+t=6$,

$$\therefore t = 6 - x;$$

$$\therefore y_2 = \begin{cases} 100 (0 < t \leq 2) \\ -5t + 110 (2 < t < 6) \end{cases},$$

$$\therefore \text{当 } 0 < x \leq 4 \text{ 时, } 2 \leq 6 - x < 6, \text{ 即 } 2 \leq t < 6,$$

$$\text{此时 } y_2 \text{ 与 } x \text{ 的函数关系为: } y_2 = -5(6-x) + 110 = 5x + 80;$$

$$\text{当 } 4 < x < 6 \text{ 时, } 0 < 6 - x \leq 2, \text{ 即 } 0 < t \leq 2,$$

$$\text{此时 } y_2 = 100.$$

故答案为: $6-x$; $5x+80$; 4, 6;

(2) 分三种情况:

①当 $0 < x \leq 2$ 时, $w = (15x+90)x + (5x+80)(6-x) = 10x^2+40x+480$;

②当 $2 < x \leq 4$ 时, $w = (-5x+130)x + (5x+80)(6-x) = -10x^2+80x+480$;

③当 $4 < x \leq 6$ 时, $w = (-5x+130)x + 100(6-x) = -5x^2+30x+600$;

综上所述, $w = \begin{cases} 10x^2+40x+480 (0 < x \leq 2) \\ -10x^2+80x+480 (2 < x \leq 4) \\ -5x^2+30x+600 (4 < x \leq 6) \end{cases}$

(3) 当 $0 < x \leq 2$ 时, $w = 10x^2+40x+480 = 10(x+2)^2+440$, 此时 $x=2$ 时, $w_{\text{最大}} = 600$;

当 $2 < x \leq 4$ 时, $w = -10x^2+80x+480 = -10(x-4)^2+640$, 此时 $x=4$ 时, $w_{\text{最大}} = 640$;

当 $4 < x \leq 6$ 时, $w = -5x^2+30x+600 = -5(x-3)^2+645$, $4 < x < 6$ 时, $w < 640$;

$\therefore a = -5$,

$\therefore$ 当 $x > 3$ 时, w 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 没有 $w_{\text{最大}}$.

故该公司每年国内、国外的销售量各为 4 千件、2 千件, 可使公司每年的总利润最大, 最大值为 640 千元.

【点评】 本题考查的是二次函数在实际生活中的应用, 有一定难度. 涉及到一次函数、二次函数的性质, 分段函数等知识, 进行分类讨论是解题的关键.

24. **【分析】** (1) 利用待定系数法求出二次函数解析式即可;

(2) 根据已知得出 $\triangle OPQ$ 的高, 进而利用三角形面积公式求出即可;

(3) 根据题意得出: $0 \leq t \leq 3$, 当 $0 \leq t \leq 2$ 时, Q 在 BC 边上运动, 得出若 $\triangle OPQ$ 为直角三角形, 只能是 $\angle OPQ = 90^\circ$ 或 $\angle OQP = 90^\circ$, 当 $2 < t \leq 3$ 时, Q 在 OC 边上运动, 得出 $\triangle OPQ$ 不可能为直角三角形;

(4) 首先求出抛物线对称轴以及 OB 直线解析式和 PM 的解析式, 得出 $\sqrt{3}(1-t) \times \sqrt{3} = 3-t-2t$, 恒成立, 即 $0 \leq t \leq 2$ 时, P, M, Q 总在同一条直线上, 再利用 $2 < t \leq 3$ 时, 求出 t 的值, 根据 t 的取值范围得出答案.

【解答】 解: (1) 设所求抛物线的解析式为 $y = ax^2+bx+c$, 把 $A(6, 0)$, $B(3, \sqrt{3})$, $C(1, \sqrt{3})$ 三点坐标代入得:

$$\begin{cases} 36a+6b+c=0 \\ 9a+3b+c=\sqrt{3}, \\ a+b+c=\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{\sqrt{3}}{15} \\ b=\frac{4\sqrt{3}}{15}, \\ c=\frac{4\sqrt{3}}{5} \end{cases}$$

$$\text{即所求抛物线解析式为: } y = -\frac{\sqrt{3}}{15}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{15}x + \frac{4\sqrt{3}}{5};$$

(2) 如图 1, 依据题意得出: $OC = CB = 2$,

$$\therefore C(1, \sqrt{3}),$$

$$\therefore \tan \angle COA = \frac{\sqrt{3}}{1},$$

$$\therefore \angle COA = 60^\circ,$$

$\therefore$ 当动点 Q 运动到 OC 边时, $OQ = 4 - t$,

$$\therefore \triangle OPQ \text{ 的高为: } OQ \times \sin 60^\circ = (4 - t) \times \frac{\sqrt{3}}{2},$$

又 $\because OP = 2t$,

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 2t \times (4 - t) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}(t^2 - 4t) \quad (2 \leq t \leq 3);$$

(3) 根据题意得出: $0 \leq t \leq 3$,

当 $0 \leq t \leq 2$ 时, Q 在 BC 边上运动, 此时 $OP = 2t$, $OQ = \sqrt{3+(3-t)^2}$,

$$PQ = \sqrt{3+[2t-(3-t)]^2} = \sqrt{3+(3t-3)^2},$$

$$\therefore \angle POQ < \angle POC = 60^\circ,$$

$\therefore$ 若 $\triangle OPQ$ 为直角三角形, 只能是 $\angle OPQ = 90^\circ$ 或 $\angle OQP = 90^\circ$,

若 $\angle OPQ = 90^\circ$, 如图 2, 则 $OP^2 + PQ^2 = OQ^2$, 即 $4t^2 + 3 + (3t - 3)^2 = 3 + (3 - t)^2$,

解得: $t_1 = 1$, $t_2 = 0$ (舍去),

若 $\triangle OPQ$ 为直角三角形, 只能是 $\angle OPQ = 90^\circ$ 或 $\angle OQP = 90^\circ$,

若 $\angle OQP = 90^\circ$, 如图 3, 则 $OQ^2 + PQ^2 = PO^2$, 即 $(3 - t)^2 + 6 + (3t - 3)^2 = 4t^2$,

解得: $t = 2$,

当 $2 < t \leq 3$ 时, Q 在 OC 边上运动, 此时 $OP = 2t > 4$,

$$\angle POQ = \angle COP = 60^\circ,$$

$$OQ < OC = 2,$$

故 $\triangle OPQ$ 不可能为直角三角形,

综上所述, 当 $t = 1$ 或 $t = 2$ 时, $\triangle OPQ$ 为直角三角形;

$$(4) \text{ 由 (1) 可知, 抛物线 } y = -\frac{\sqrt{3}}{15}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{15}x + \frac{4\sqrt{3}}{5} = -\frac{\sqrt{3}}{15}(x-2)^2 + \frac{16\sqrt{3}}{15},$$

其对称轴为 $x = 2$,

$$\text{又 } \because OB \text{ 的直线方程为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\therefore \text{ 抛物线对称轴与 } OB \text{ 交点为 } M(2, \frac{2\sqrt{3}}{3}),$$

$$\text{又 } \because P(2t, 0)$$

设过 P, M 的直线解析式为: $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} \frac{2\sqrt{3}}{3} = 2k + b, \\ k \times 2t + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{\sqrt{3}}{3(1-t)} \\ b = \frac{-2\sqrt{3}t}{3(1-t)} \end{cases}$$

$$\text{即直线 } PM \text{ 的解析式为: } y = \frac{\sqrt{3}}{3(1-t)}x - \frac{2\sqrt{3}t}{3(1-t)},$$

$$\text{即 } \sqrt{3}(1-t)y = x - 2t,$$

又 $0 \leq t \leq 2$ 时, $Q(3-t, \sqrt{3})$, 代入上式, 得:

$$\sqrt{3}(1-t) \times \sqrt{3} = 3 - t - 2t, \text{ 恒成立,}$$

即 $0 \leq t \leq 2$ 时, P, M, Q 总在同一条直线上,

即 M 在直线 PQ 上;

当 $2 < t \leq 3$ 时, $OQ = 4 - t$, $\angle QOP = 60^\circ$,

$$\therefore Q(\frac{4-t}{2}, \frac{\sqrt{3}(4-t)}{2}),$$

$$\text{代入上式得: } \frac{\sqrt{3}(4-t)}{2} \times \sqrt{3}(1-t) = \frac{4-t}{2} - 2t,$$

$$\text{解得: } t = 2 \text{ 或 } t = \frac{4}{3} \text{ (均不合题意, 舍去).}$$

$\therefore$ 综上所述, 可知过点 A, B, C 三点的抛物线的对称轴 OB 和 PQ 能够交于一点, 此时

$$0 \leq t \leq 2.$$

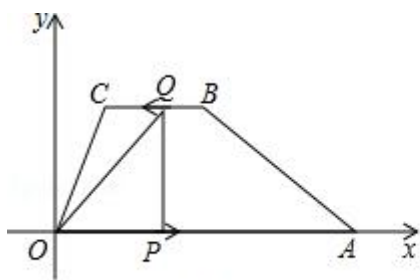


图2

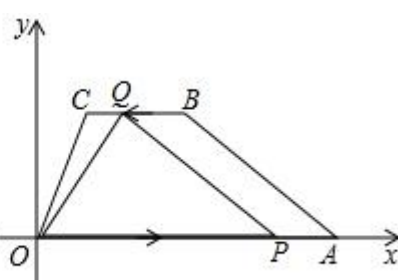


图3

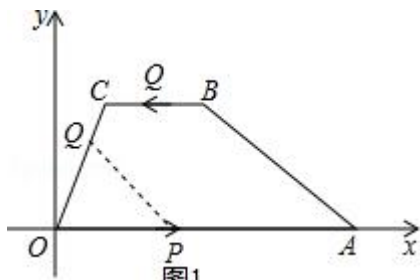


图1

【点评】 此题主要考查了二次函数的综合应用以及待定系数法求二次函数解析式和待定系数法求一次函数解析式等知识，利用分类讨论思想得出 t 的值是解题关键．