

2012 年湖北省黄石市中考数学试卷

一、仔细选一选（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每个小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项所对应的字母在答题卡中相应的格子涂黑，注意可用多种不同的方法来选取正确答案.

1. (3 分) $-\frac{1}{3}$ 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) 某星球的体积约为 $6635421km^3$ ，用科学记数法（保留三个有效数字）表示为 $6.64 \times 10^n km^3$ ，则 $n =$ ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

3. (3 分) 已知反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ (b 为常数)，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，则一次函数 $y = x + b$ 的图象不经过第几象限. ()

- A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

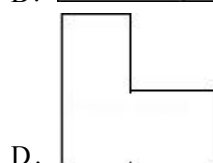
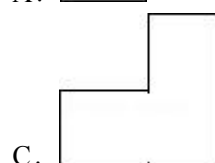
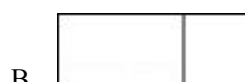
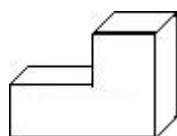
4. (3 分) 2012 年 5 月某日我国部分城市的最高气温统计如下表所示：

城市	武汉	成都	北京	上海	海南	南京	拉萨	深圳
气温 ($^{\circ}C$)	27	27	24	25	28	28	23	26

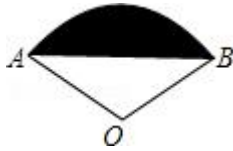
请问这组数据的平均数是 ()

- A. 24 B. 25 C. 26 D. 27

5. (3 分) 如图所示，该几何体的主视图应为 ()



6. (3 分) 如图所示，扇形 AOB 的圆心角为 120° ，半径为 2，则图中阴影部分的面积为 ()

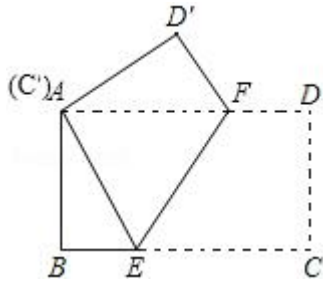


- A. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ B. $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ C. $\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

7. (3分) 有一根长 40mm 的金属棒, 欲将其截成 x 根 7mm 长的小段和 y 根 9mm 长的小段, 剩余部分作废料处理, 若使废料最少, 则正整数 x, y 应分别为 ()

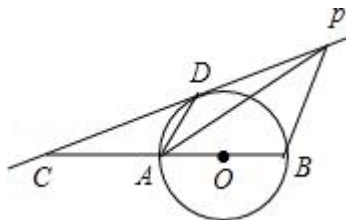
- A. $x=1, y=3$ B. $x=3, y=2$ C. $x=4, y=1$ D. $x=2, y=3$

8. (3分) 如图所示, 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 现将其沿 EF 对折, 使得点 C 与点 A 重合, 则 AF 长为 ()



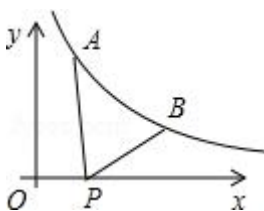
- A. $\frac{25}{8}\text{cm}$ B. $\frac{25}{4}\text{cm}$ C. $\frac{25}{2}\text{cm}$ D. 8cm

9. (3分) 如图所示, 直线 CD 与以线段 AB 为直径的圆相切于点 D 并交 BA 的延长线于点 C , 且 $AB=2$, $AD=1$, P 点在切线 CD 上移动. 当 $\angle APB$ 的度数最大时, 则 $\angle ABP$ 的度数为 ()



- A. 15° B. 30° C. 60° D. 90°

10. (3分) 如图所示, 已知 $A(\frac{1}{2}, y_1)$, $B(2, y_2)$ 为反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的两点, 动点 $P(x, 0)$ 在 x 轴正半轴上运动, 当线段 AP 与线段 BP 之差达到最大时, 点 P 的坐标是 ()



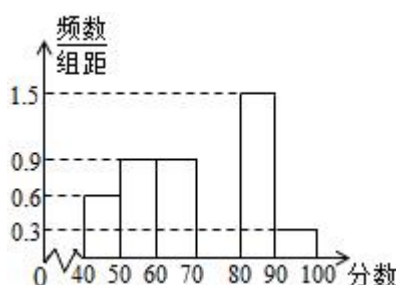
- A. $(\frac{1}{2}, 0)$ B. $(1, 0)$ C. $(\frac{3}{2}, 0)$ D. $(\frac{5}{2}, 0)$

二、认真填一填（本题有 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) 分解因式: $x^2+x-2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (3 分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x > 3x-3 \\ 3x-a > 5 \end{cases}$ 有实数解, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3 分) 某校从参加计算机测试的学生中抽取了 60 名学生的成绩 (40 ~ 100 分) 进行分析, 并将其分成了六段后绘制成如图所示的频数分布直方图 (其中 70 ~ 80 段因故看不清), 若 60 分以上 (含 60 分) 为及格, 试根据图中信息来估计这次测试的及格率约为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14. (3 分) 将下列正确的命题的序号填在横线上 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- ①若 n 为大于 2 的正整数, 则 n 边形的所有外角之和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$.
- ②三角形三条中线的交点就是三角形的重心.
- ③证明两三角形全等的方法有: SSS , SAS , ASA , SSA 及 HL 等.

15. (3 分) “数学王子”高斯从小就善于观察和思考. 在他读小学时就能在课堂上快速地计算出 $1+2+3+\cdots+98+99+100 = 5050$, 今天我们可以将高斯的做法归纳如下:

$$\text{令 } S = 1+2+3+\cdots+98+99+100 \quad \text{①}$$

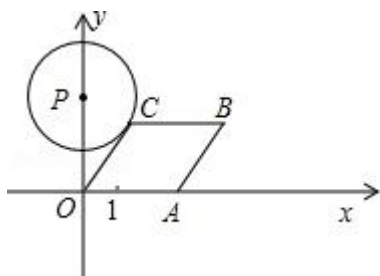
$$S = 100+99+98+\cdots+3+2+1 \quad \text{②}$$

$$\text{①}+\text{②}: \text{有 } 2S = (1+100) \times 100 \text{ 解得: } S = 5050$$

请类比以上做法, 回答下列问题:

$$\text{若 } n \text{ 为正整数, } 3+5+7+\cdots+(2n+1) = 168, \text{ 则 } n = \underline{\hspace{2cm}}.$$

16. (3 分) 如图所示, 已知 A 点从 $(1, 0)$ 点出发, 以每秒 1 个单位长的速度沿着 x 轴的正方向运动, 经过 t 秒后, 以 O 、 A 为顶点作菱形 $OABC$, 使 B 、 C 点都在第一象限内, 且 $\angle AOC = 60^\circ$, 又以 $P(0, 4)$ 为圆心, PC 为半径的圆恰好与 OA 所在的直线相切, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

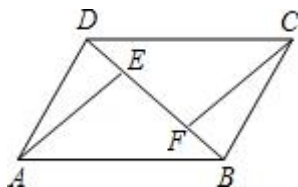


三、全面答一答（本题有 9 个小题，共 72 分）解答应写出文字说明，证明过程或推演步骤，如果觉得有的题目有点困难，那么把自己能写出的解答尽量写出来.

17. (7 分) 计算: $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^0 + 4\sin 60^\circ - |2-2\sqrt{3}|$.

18. (7 分) 先化简, 后计算: $\frac{81-a^2}{a^2+6a+9} \div \frac{9-a}{2a+6} \cdot \frac{1}{a+9}$, 其中 $a = \sqrt{3} - 3$.

19. (7 分) 如图所示, 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, $BE = DF$. 求证: $\angle DAE = \angle BCF$.



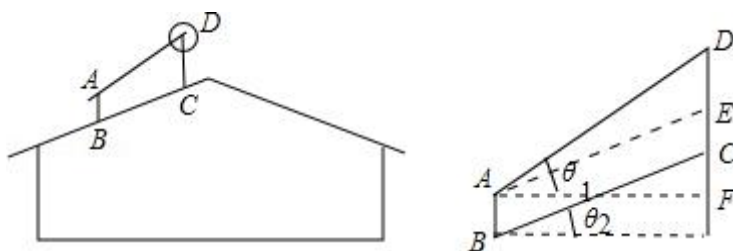
20. (8 分) 解方程组:
$$\begin{cases} \sqrt{2}x - y = \sqrt{2} \\ x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases}$$

21. (8 分) 已知甲同学手中藏有三张分别标有数字 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 1 的卡片, 乙同学手中藏有三张分别标有 1, 3, 2 的卡片, 卡片外形相同. 现从甲乙两人手中各任取一张卡片, 并将它们的数字分别记为 a, b .

(1) 请你用树形图或列表法列出所有可能的结果.

(2) 现制定这样一个游戏规则: 若所选出的 a, b 能使得 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则称甲获胜; 否则称乙获胜. 请问这样的游戏规则公平吗? 请你用概率知识解释.

22. (8 分) 如图所示 (左图为实景侧视图, 右图为安装示意图), 在屋顶的斜坡面上安装太阳能热水器: 先安装支架 AB 和 CD (均与水平面垂直), 再将集热板安装在 AD 上. 为使集热板吸热率更高, 公司规定: AD 与水平线夹角为 θ_1 , 且在水平线上的射影 AF 为 $1.4m$. 现已测量出屋顶斜面与水平面夹角为 θ_2 , 并已知 $\tan \theta_1 = 1.082$, $\tan \theta_2 = 0.412$. 如果安装工人已确定支架 AB 高为 $25cm$, 求支架 CD 的高 (结果精确到 $1cm$)?



23. (8分) 某楼盘一楼是车库 (暂不出售), 二楼至二十三楼均为商品房 (对外销售). 商品房售价方案如下: 第八层售价为 3000 元/米², 从第八层起每上升一层, 每平方米的售价增加 40 元; 反之, 楼层每下降一层, 每平方米的售价减少 20 元. 已知商品房每套面积均为 120 平方米. 开发商为购买者制定了两种购房方案:

方案一: 购买者先交纳首付金额 (商品房总价的 30%), 再办理分期付款 (即贷款).

方案二: 购买者若一次付清所有房款, 则享受 8% 的优惠, 并免收五年物业管理费 (已知每月物业管理费为 a 元)

(1) 请写出每平方米售价 y (元/米²) 与楼层 x ($2 \leq x \leq 23$, x 是正整数) 之间的函数解析式.

(2) 小张已筹到 120000 元, 若用方案一购房, 他可以购买哪些楼层的商品房呢?

(3) 有人建议老王使用方案二购买第十六层, 但他认为此方案还不如不免收物业管理费而直接享受 9% 的优惠划算. 你认为老王的说法一定正确吗? 请用具体数据阐明你的看法.

24. (9分) 如图 1 所示: 等边 $\triangle ABC$ 中, 线段 AD 为其内角角平分线, 过 D 点的直线 $B_1C_1 \perp AC$ 于 C_1 交 AB 的延长线于 B_1 .

(1) 请你探究: $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$, $\frac{AC_1}{AB_1} = \frac{C_1D}{DB_1}$ 是否都成立?

(2) 请你继续探究: 若 $\triangle ABC$ 为任意三角形, 线段 AD 为其内角角平分线, 请问 $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$ 一定成立吗? 并证明你的判断.

(3) 如图 2 所示 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $AB = \frac{40}{3}$, E 为 AB 上一点且 $AE = 5$, CE 交其内角角平分线 AD 于 F . 试求 $\frac{DF}{FA}$ 的值.

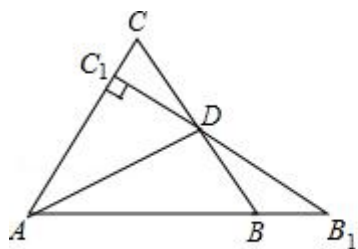


图1

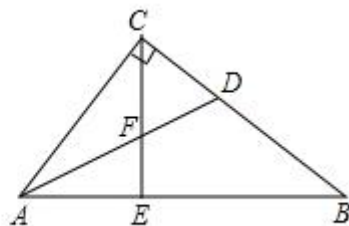


图2

25. (10分) 已知抛物线 C_1 的函数解析式为 $y = ax^2 + bx - 3a$ ($b < 0$), 若抛物线 C_1 经过点 $(0, -3)$, 方程 $ax^2 + bx - 3a = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 且 $|x_1 - x_2| = 4$.

(1) 求抛物线 C_1 的顶点坐标.

(2) 已知实数 $x > 0$, 请证明 $x + \frac{1}{x} \geq 2$, 并说明 x 为何值时才会有 $x + \frac{1}{x} = 2$.

(3) 若将抛物线先向上平移 4 个单位, 再向左平移 1 个单位后得到抛物线 C_2 , 设 $A(m, y_1)$, $B(n, y_2)$ 是 C_2 上的两个不同点, 且满足: $\angle AOB = 90^\circ$, $m > 0$, $n < 0$. 请你用含 m 的表达式表示出 $\triangle AOB$ 的面积 S , 并求出 S 的最小值及 S 取最小值时一次函数 OA 的函数解析式.

(参考公式: 在平面直角坐标系中, 若 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 则 P, Q 两点间的距离为 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$)

2012 年湖北省黄石市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、仔细选一选（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每个小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项所对应的字母在答题卡中相应的格子涂黑，注意可用多种不同的方法来选取正确答案.

1. 【分析】一个数的倒数就是把这个数的分子、分母颠倒位置即可得到.

【解答】解： $-\frac{1}{3}$ 的倒数是 $-\frac{3}{1} = -3$.

故选：C.

【点评】此题考查倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. 【分析】科学记数法的形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 是整数. 此时的有效数字是指 a 中的有效数字.

【解答】解： $6635421 = 6.635421 \times 10^6 \approx 6.64 \times 10^6$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，以及用科学记数法表示的数的有效数字的确定方法. 有效数字的计算方法是：从左边第一个不是 0 的数字起，后面所有的数字都是有效数字. 用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关，与 10 的多少次方无关.

3. 【分析】先根据反比例函数的增减性判断出 b 的符号，再根据一次函数的图象与系数的关系判断出一次函数 $y = x + b$ 的图象经过的象限即可.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ (b 为常数)，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，

故函数位于二、四象限，

$$\therefore b < 0,$$

$\because$ 一次函数 $y = x + b$ 中 $k = 1 > 0$ ， $b < 0$ ，

$\therefore$ 此函数的图象经过一、三、四限，

$\therefore$ 此函数的图象不经过第二象限.

故选：B.

【点评】本题考查的是一次函数的图象与系数的关系及反比例函数的性质，熟知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中，当 $k > 0$ ， $b < 0$ 时函数的图象在一、三、四象限是解答此题的关键.

4. 【分析】求这组数据的算术平均数，用 8 个城市的温度和 $\div 8$ 即为所求.

【解答】解：(27+27+24+25+28+28+23+26) ÷ 8

$$= 208 \div 8$$

$$= 26 (^{\circ}\text{C}).$$

故选：C.

【点评】考查了算术平均数，只要运用求平均数公式： $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$ 即可求出，

为简单题.

5. 【分析】几何体的主视图就是从正面看所得到的图形，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【解答】解：从正面看可得到一个大矩形左上边去掉一个小矩形的图形.

故选：C.

【点评】本题主要考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图，关键是掌握主视图所看的位置.

6. 【分析】过点 O 作 $OD \perp AB$ ，先根据等腰三角形的性质得出 $\angle OAD$ 的度数，由直角三角形的性质得出 OD 的长，再根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAB} - S_{\triangle AOB}$ 进行计算即可.

【解答】解：过点 O 作 $OD \perp AB$,

$$\because \angle AOB = 120^{\circ}, OA = 2,$$

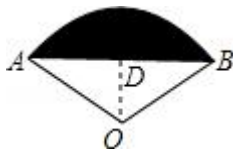
$$\therefore \angle OAD = \frac{180^{\circ} - \angle AOB}{2} = \frac{180^{\circ} - 120^{\circ}}{2} = 30^{\circ},$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 2 = 1, AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB = 2AD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAB} - S_{\triangle AOB} = \frac{120\pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}.$$

故选：A.



【点评】本题考查的是扇形面积的计算及三角形的面积，根据题意得出 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAB} - S_{\triangle AOB}$ 是解答此题的关键.

7. 【分析】根据金属棒的长度是 40mm ，则可以得到 $7x+9y \leq 40$ ，再根据 x, y 都是正整数，即可求得所有可能的结果，分别计算出省料的长度即可确定.

【解答】解：根据题意得： $7x+9y \leq 40$,

$$\text{则 } x \leq \frac{40-9y}{7},$$

$\because 40 - 9y \geq 0$ 且 y 是正整数,

$\therefore y$ 的值可以是: 1 或 2 或 3 或 4.

当 $y = 1$ 时, $x \leq \frac{31}{7}$, 则 $x = 4$, 此时, 所剩的废料是: $40 - 1 \times 9 - 4 \times 7 = 3mm$;

当 $y = 2$ 时, $x \leq \frac{22}{7}$, 则 $x = 3$, 此时, 所剩的废料是: $40 - 2 \times 9 - 3 \times 7 = 1mm$;

当 $y = 3$ 时, $x \leq \frac{13}{7}$, 则 $x = 1$, 此时, 所剩的废料是: $40 - 3 \times 9 - 7 = 6mm$;

当 $y = 4$ 时, $x \leq \frac{4}{7}$, 则 $x = 0$ (舍去).

则最小的是: $x = 3, y = 2$.

故选: B.

【点评】 本题考查了不等式的应用, 正确确定 x, y 的所有取值情况是关键.

8. **【分析】** 设 $AF = xcm$, 则 $DF = (8 - x)cm$, 利用矩形纸片 $ABCD$ 中, 现将其沿 EF 对折, 使得点 C 与点 A 重合, 由勾股定理求 AF 即可.

【解答】 解: 设 $AF = xcm$, 则 $DF = (8 - x)cm$,

$\because$ 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 6cm, BC = 8cm$, 现将其沿 EF 对折, 使得点 C 与点 A 重合,

$$\therefore DF = D'F,$$

在 $Rt\triangle AD'F$ 中, $\because AF^2 = AD'^2 + D'F^2$,

$$\therefore x^2 = 6^2 + (8 - x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{25}{4} (cm).$$

故选: B.

【点评】 本题考查了图形的翻折变换, 解题过程中应注意折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 根据轴对称的性质, 折叠前后图形的形状和大小不变是解题关键.

9. **【分析】** 连接 BD , 由题意可知当 P 和 D 重合时, $\angle APB$ 的度数最大, 利用圆周角定理和直角三角形的性质即可求出 $\angle ABP$ 的度数.

【解答】 解: 连接 BD ,

$\because$ 直线 CD 与以线段 AB 为直径的圆相切于点 D ,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

当 $\angle APB$ 的度数最大时,

则 P 和 D 重合,

$$\therefore \angle APB = 90^\circ,$$

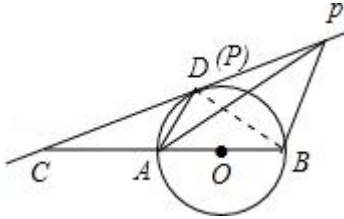
$$\because AB = 2, AD = 1,$$

$$\therefore \sin \angle DBA = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle ABP = 30^\circ,$$

$\therefore$ 当 $\angle APB$ 的度数最大时, $\angle ABP$ 的度数为 30° .

故选: B.



【点评】 本题考查了切线的性质, 圆周角定理以及解直角三角形的有关知识, 解题的关键是由题意可知当 P 和 D 重合时, $\angle APB$ 的度数最大为 90° .

10. **【分析】** 求出 AB 的坐标, 设直线 AB 的解析式是 $y = kx + b$, 把 A 、 B 的坐标代入求出直线 AB 的解析式, 根据三角形的三边关系定理得出在 $\triangle ABP$ 中, $|AP - BP| < AB$, 延长 AB 交 x 轴于 P' , 当 P 在 P' 点时, $PA - PB = AB$, 此时线段 AP 与线段 BP 之差达到最大, 求出直线 AB 于 x 轴的交点坐标即可.

【解答】 解: $\because$ 把 $A(\frac{1}{2}, y_1)$, $B(2, y_2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 得: $y_1 = 2$, $y_2 = \frac{1}{2}$,

$$\therefore A(\frac{1}{2}, 2), B(2, \frac{1}{2}),$$

$\because$ 在 $\triangle ABP$ 中, 由三角形的三边关系定理得: $|AP - BP| < AB$,

$\therefore$ 延长 AB 交 x 轴于 P' , 当 P 在 P' 点时, $PA - PB = AB$,

即此时线段 AP 与线段 BP 之差达到最大,

设直线 AB 的解析式是 $y = kx + b$,

$$\text{把 } A、B \text{ 的坐标代入得: } \begin{cases} 2 = \frac{1}{2}k + b \\ \frac{1}{2} = 2k + b \end{cases},$$

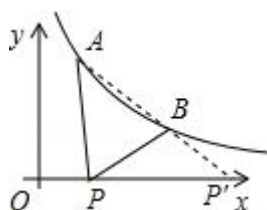
$$\text{解得: } k = -1, b = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式是 } y = -x + \frac{5}{2},$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } x = \frac{5}{2},$$

即 $P(\frac{5}{2}, 0)$,

故选: D.



【点评】本题考查了三角形的三边关系定理和用待定系数法求一次函数的解析式的应用,

解此题的关键是确定 P 点的位置, 题目比较好, 但有一定的难度.

二、认真填一填(本题有 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 【分析】因为 $(-1) \times 2 = -2$, $2 - 1 = 1$, 所以利用十字相乘法分解因式即可.

【解答】解: $\because (-1) \times 2 = -2$, $2 - 1 = 1$,

$$\therefore x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2).$$

故答案为: $(x - 1)(x + 2)$.

【点评】本题考查的是十字相乘法分解因式, 运用十字相乘法分解因式时, 要注意观察, 尝试, 并体会它实质是二项式乘法的逆过程.

12. 【分析】分别求出各不等式的解集, 再根据不等式组有实数解即可得到关于 a 的不等式, 求出 a 的取值范围即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x > 3x - 3 \text{ ①} \\ 3x - a > 5 \text{ ②} \end{cases}$, 由①得, $x < 3$, 由②得, $x > \frac{5+a}{3}$,

$\therefore$ 此不等式组有实数解,

$$\therefore \frac{5+a}{3} < 3,$$

解得 $a < 4$.

故答案为: $a < 4$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 根据不等式组有实数解得出关于 a 的不等式是解答此题的关键.

13. 【分析】先根据频率分布直方图, 利用频数 = $\frac{\text{频数}}{\text{组距}} \times \text{组距}$, 求出每一阶段内的频数,

然后让 60 减去已求的每一阶段内的人数, 易求 $70 \leq x < 80$ 阶段内的频数, 再把所有大于等于 60 分的频数相加, 然后除以 60 易求及格率.

【解答】解: $\because \text{频数} = \frac{\text{频数}}{\text{组距}} \times \text{组距}$,

$\therefore$ 当 $40 \leq x < 50$ 时, 频数 $= 0.6 \times 10 = 6$,

同理可得: $50 \leq x < 60$, 频数 $= 9$,

$60 \leq x < 70$, 频数 $= 9$,

$80 \leq x < 90$, 频数 $= 15$,

$90 \leq x < 100$, 频数 $= 3$,

$\therefore 70 \leq x < 80$, 频数 $= 60 - 6 - 9 - 9 - 15 - 3 = 18$,

$\therefore$ 这次测试的及格率 $= \frac{9+18+15+3}{60} \times 100\% = 75\%$,

故答案是: 75%.

【点评】 本题考查了频率分布直方图, 解题的关键是利用公式 $\text{频数} = \frac{\text{频数}}{\text{组距}} \times \text{组距}$, 求出每一阶段内的频数.

14. **【分析】** 分别根据多边形内角和定理、三角形的重心及全等三角形的判定定理得出结论.

【解答】 解: ①若 n 为大于 2 的正整数, 则 n 边形的所有内角之和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 任意多边形的外角和皆为 360° , 故本小题错误;

②三角形三条中线的交点就是三角形的重心, 符合重心的定义, 故本小题正确;

③SSA 不能证明两三角形全等, 故本小题错误.

故答案为: ②.

【点评】 本题考查的是多边形内角和定理、三角形的重心及全等三角形的判定定理, 熟知以上知识是解答此题的关键.

15. **【分析】** 根据题目提供的信息, 列出方程, 然后求解即可.

【解答】 解: 设 $S = 3+5+7+\cdots+(2n+1) = 168$ ①,

则 $S = (2n+1) + \cdots + 7+5+3 = 168$ ②,

①+②得, $2S = n(2n+1+3) = 2 \times 168$,

整理得, $n^2+2n-168=0$,

即 $(n-12)(n+14)=0$,

解得 $n_1=12$, $n_2=-14$ (舍去).

故答案为: 12.

【点评】 本题考查了有理数的混合运算, 读懂题目提供的信息, 表示出这列数据的和并列方程是解题的关键.

16. **【分析】** 先根据已知条件, 求出经过 t 秒后, OC 的长, 当 $\odot P$ 与 OA , 即与 x 轴相切时,

如图所示，则切点为 O ，此时 $PC = OP$ ，过 P 作 $PE \perp OC$ ，利用垂径定理和解直角三角形的有关知识即可求出 t 的值。

【解答】解： $\because$ 已知 A 点从 $(1, 0)$ 点出发，以每秒 1 个单位长的速度沿着 x 轴的正方向运动，

$\therefore$ 经过 t 秒后，

$$\therefore OA = 1+t,$$

$\because$ 四边形 $OABC$ 是菱形，

$$\therefore OC = 1+t,$$

当 $\odot P$ 与 OA ，即与 x 轴相切时，如图所示，则切点为 O ，此时 $PC = OP$ ，过 P 作 $PE \perp OC$ ，

$$\therefore OE = CE = \frac{1}{2}OC,$$

$$\therefore OE = \frac{1+t}{2},$$

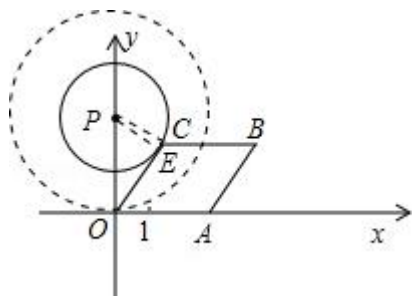
在 $\text{Rt}\triangle OPE$ 中，

$$OE = OP \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{1+t}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore t = 4\sqrt{3} - 1,$$

故答案为： $4\sqrt{3} - 1$ 。



【点评】 本题综合性的考查了菱形的性质、坐标与图形性质、切线的性质、垂径定理的运用以及解直角三角形的有关知识，属于中档题目。

三、全面答一答（本题有 9 个小题，共 72 分）解答应写出文字说明，证明过程或推演步骤，如果觉得有的题目有点困难，那么把自己能写出的解答尽量写出来。

17. **【分析】** 任何不为 0 的数的 0 次幂都是 1；熟记特殊角的三角函数值；去绝对值符号之前先搞清楚内面的数的性质，然后再去掉符号。

【解答】解：原式 $= 1 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (2\sqrt{3} - 2)$

$$= 1 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2$$

$$= 3.$$

【点评】此题考查实数的有关运算，解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值等考点的运算.

18. 【分析】先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 a 的值代入进行计算即可.

【解答】解：原式 $= \frac{(9-a)(9+a)}{(a+3)^2} \cdot \frac{2(a+3)}{9-a} \cdot \frac{1}{a+9}$

$$= \frac{2}{a+3},$$

当 $a = \sqrt{3} - 3$ 时，原式 $= \frac{2\sqrt{3}}{3}.$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

19. 【分析】根据平行四边形性质求出 $AD \parallel BC$ ，且 $AD = BC$ ，推出 $\angle ADE = \angle CBF$ ，求出 $DE = BF$ ，证 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ ，推出 $\angle DAE = \angle BCF$ 即可.

【解答】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ，且 $AD = BC$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle CBF$

又 $\because BE = DF$ ，

$\therefore BF = DE$ ，

$\because$ 在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中

$$\begin{cases} AD=CB \\ \angle ADE=\angle CBF, \\ DE=BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (SAS),

$\therefore \angle DAE = \angle BCF.$

【点评】本题考查了平行四边形性质，平行线性质的应用，全等三角形的性质和判定的应用，关键是求出证出 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 全等的三个条件，主要考查学生的推理能力.

20. 【分析】把方程①变形成 $y = \sqrt{2}x - \sqrt{2}$ ，代入方程②，即可消去 y ，得到关于 x 的方程，解得 x 的值，进而求得 y 的值.

【解答】解：依题意：
$$\begin{cases} \sqrt{2}x - y = \sqrt{2} \cdots \text{①} \\ x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \cdots \text{②} \end{cases}$$

由①得: $y = \sqrt{2}x - \sqrt{2}$

代入②中化简得: $x^2 + 2x - 3 = 0$

解得: $x = -3$ 或 $x = 1$

所以, 原方程的解为: $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4\sqrt{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$.

【点评】 本题考查了方程组的解法. 解方程组的基本思想是消元, 转化成一个一元方程求解.

21. **【分析】** (1) 首先根据题意画出树状图, 然后根据树状图即可求得所有等可能的结果;

(2) 利用一元二次方程根的判别式, 即可判定各种情况下根的情况, 然后利用概率公式求解即可求得甲、乙获胜的概率, 比较概率大小, 即可确定这样的游戏规是否公平.

【解答】 解: (1) 画树状图得:

$\therefore (a, b)$ 的可能结果有 $(\frac{1}{2}, 1)$ 、 $(\frac{1}{2}, 3)$ 、 $(\frac{1}{2}, 2)$ 、 $(\frac{1}{4}, 1)$ 、 $(\frac{1}{4}, 3)$ 、 $(\frac{1}{4}, 2)$ 、

$(1, 1)$ 、 $(1, 3)$ 及 $(1, 2)$,

$\therefore (a, b)$ 取值结果共有 9 种;

(2) $\because$ 当 $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = -1 < 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 无实数根,

当 $a = \frac{1}{2}$, $b = 3$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = 7 > 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

当 $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = 2 > 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

当 $a = \frac{1}{4}$, $b = 1$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根,

当 $a = \frac{1}{4}$, $b = 3$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = 8 > 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

当 $a = \frac{1}{4}$, $b = 2$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = 3 > 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

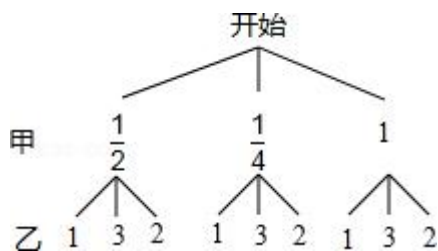
当 $a = 1$, $b = 1$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = -3 < 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 无实数根,

当 $a = 1$, $b = 3$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = 5 > 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

当 $a = 1$, $b = 2$ 时, $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 此时 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore P(\text{甲获胜}) = P(\Delta > 0) = \frac{5}{9} > P(\text{乙获胜}) = \frac{4}{9}$,

$\therefore$ 这样的游戏规则对甲有利, 不公平.



【点评】 本题考查的是游戏公平性的判断．判断游戏公平性就要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平．

22. 【分析】 过 A 作 $AE \parallel BC$ ，则 $\angle EAF = \angle CBG = \theta_2$ ， $EC = AB = 25cm$ ，再根据锐角三角函数的定义用 θ_1 、 θ_2 表示出 DF 、 EF 的值，再根据 $DC = DE + EC$ 进行解答即可．

【解答】 解：如图所示，过 A 作 $AE \parallel BC$ ，则 $\angle EAF = \angle CBG = \theta_2$ ， $EC = AB = 25cm$

$\because$ $\text{Rt}\triangle DAF$ 中： $\angle DAF = \theta_1$ ， $DF = AF \tan \theta_1$ ，

$\text{Rt}\triangle EAF$ 中： $\angle EAF = \theta_2$ ， $EF = AF \tan \theta_2$ ，

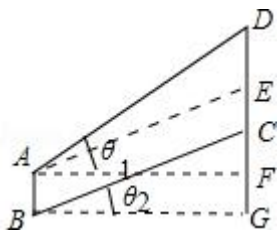
$\therefore DE = DF - EF = AF (\tan \theta_1 - \tan \theta_2)$

又 $\because AF = 140cm$ ， $\tan \theta_1 = 1.082$ ， $\tan \theta_2 = 0.412$ ，

$\therefore DE = 140 \times (1.082 - 0.412) = 93.8$ ，

$\therefore DC = DE + EC = 93.8 + 25 = 118.8 \text{ cm} \approx 119 \text{ cm}$ ．

答：支架 DC 的高应为 119 cm ．



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形，利用锐角三角函数的定义进行解答是解答此题的关键．

23. 【分析】 (1) 根据题意分别求出当 $2 \leq x \leq 8$ 时，每平方米的售价应为 $3000 - (8 - x) \times 20$ 元，当 $9 \leq x \leq 23$ 时，每平方米的售价应为 $3000 + (x - 8) \times 40$ 元

(2) 由 (1) 知：当 $2 \leq x \leq 8$ 时，小张首付款为 108000 元 < 120000 元，即可得出 $2 \sim 8$ 层可任选，当 $9 \leq x \leq 23$ 时，小张首付款为 $36(40x + 2680) \leq 120000$ ， $9 \leq x \leq 16$ ，即可得出小张用方案一可以购买二至十六层的任何一层．

(3) 分别求出若按方案二购买第十六层，则老王要实交房款为 y_1 按老王的想法则要交房款为 y_2 ，然后根据即 $y_1 - y_2 > 0$ 时，解得 $0 < a < 66.4$ ， $y_1 - y_2 \leq 0$ 时，解得 $a \geq 66.4$ ，即可得出答案．

【解答】解：（1）当 $2 \leq x \leq 8$ 时，每平方米的售价应为：

$$y = 3000 - (8 - x) \times 20 = 20x + 2840 \quad (\text{元/平方米})$$

当 $9 \leq x \leq 23$ 时，每平方米的售价应为：

$$y = 3000 + (x - 8) \times 40 = 40x + 2680 \quad (\text{元/平方米}),$$

$$\therefore y = \begin{cases} 20x + 2840 & (2 \leq x \leq 8) \\ 40x + 2680 & (9 \leq x \leq 23) \end{cases} \quad (x \text{ 为正整数}),$$

（2）由（1）知：

当 $2 \leq x \leq 8$ 时，小张首付款为

$$(20x + 2840) \times 120 \times 30\%$$

$$= 36(20x + 2840) \leq 36(20 \times 8 + 2840) = 108000 \text{ 元} < 120000 \text{ 元},$$

$\therefore 2 \sim 8$ 层可任选，

当 $9 \leq x \leq 23$ 时，小张首付款为，

$$(40x + 2680) \times 120 \times 30\% = 36(40x + 2680) \text{ 元}$$

$$36(40x + 2680) \leq 120000,$$

$$\text{解得：} x \leq \frac{49}{3},$$

$\because x$ 为正整数， $\therefore 9 \leq x \leq 16$

综上得：小张用方案一可以购买二至十六层的任何一层．

（3）若按方案二购买第十六层，则老王要实交房款为：

$$y_1 = (40 \times 16 + 2680) \times 120 \times (1 - 8\%) \quad (\text{元})$$

若按老王的想法则要交房款为：

$$y_2 = (40 \times 16 + 2680) \times 120 \times (1 - 9\%) + 12 \times 5a \quad (\text{元})$$

$$\therefore y_1 - y_2 = 3984 - 60a$$

当 $y_1 > y_2$ 即 $y_1 - y_2 > 0$ 时，解得 $0 < a < 66.4$ ，此时老王想法正确；

当 $y_1 \leq y_2$ 即 $y_1 - y_2 \leq 0$ 时，解得 $a \geq 66.4$ ，此时老王想法不正确．

$\therefore$ 老王想法不一定正确．

【点评】本题考查的是一次函数的应用，此类题是近年中考中的热点问题，关键是求出一次函数的解析式，应用一次函数的性质，解决实际问题．

24. 【分析】（1）根据等边三角形的性质得到 AD 垂直平分 BC ， $\angle CAD = \angle BAD = 30^\circ$ ， AB

$= AC$ ，则 $DB = CD$ ，易得 $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$ ；由于 $\angle C_1AB_1 = 60^\circ$ ，得 $\angle B_1 = 30^\circ$ ，则 $AB_1 = 2AC_1$ ，

同理可得到 $DB_1 = 2DC_1$ ，易得 $\frac{AC_1}{AB_1} = \frac{C_1D}{DB_1}$ ；

(2) 过 B 点作 $BE \parallel AC$ 交 AD 的延长线于 E 点，根据平行线的性质和角平分线的定义得到 $\angle E = \angle CAD = \angle BAD$ ，则 $BE = AB$ ，并且根据相似三角形的判定得 $\triangle EBD \sim \triangle ACD$ ，得到 $\frac{AC}{BE} = \frac{CD}{DB}$ ，而 $BE = AB$ ，于是有 $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$ ，这实际是三角形的角平分线定理；

(3) AD 为 $\triangle ABC$ 的内角角平分线，由 (2) 的结论得到 $\frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{\frac{40}{3}} = \frac{3}{5}$ ， $\frac{EF}{FC} = \frac{AE}{AC} = \frac{5}{8}$ ，又 $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{\frac{40}{3} - 5} = \frac{3}{5}$ ，则有 $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$ ，得到 $DE \parallel AC$ ，根据相似三角形的判定得 $\triangle$

$DEF \sim \triangle ACF$ ，即有

$$\therefore \frac{DF}{AF} = \frac{EF}{CF} = \frac{5}{8}.$$

【解答】 解：(1) 两个等式都成立．理由如下：

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形， AD 为角平分线，

$\therefore AD$ 垂直平分 BC ， $\angle CAD = \angle BAD = 30^\circ$ ， $AB = AC$ ，

$\therefore DB = CD$ ，

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}；$$

$\because \angle C_1AB_1 = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle B_1 = 30^\circ$ ，

$\therefore AB_1 = 2AC_1$ ，

又 $\because \angle DAB_1 = 30^\circ$ ，

$\therefore DA = DB_1$ ，

而 $DA = 2DC_1$ ，

$\therefore DB_1 = 2DC_1$ ，

$$\therefore \frac{AC_1}{AB_1} = \frac{C_1D}{DB_1}；$$

(2) 结论仍然成立，理由如下：

如右图所示， $\triangle ABC$ 为任意三角形，过 B 点作 $BE \parallel AC$ 交 AD 的延长线于 E 点，

$\therefore \angle E = \angle CAD = \angle BAD$ ，

$$\therefore BE = AB,$$

$$\because BE \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{AC}{EB} = \frac{CD}{BD}$$

$$\text{而 } BE = AB,$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB};$$

(3) 如图, 连 DE ,

$\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的内角角平分线

$$\therefore \frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{\frac{40}{3}} = \frac{3}{5}, \quad \frac{EF}{FC} = \frac{AE}{AC} = \frac{5}{8},$$

$$\text{又 } \because \frac{AE}{EB} = \frac{5}{\frac{40}{3} - 5} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB},$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle ACF,$$

$$\therefore \frac{DF}{AF} = \frac{EF}{CF} = \frac{5}{8}.$$

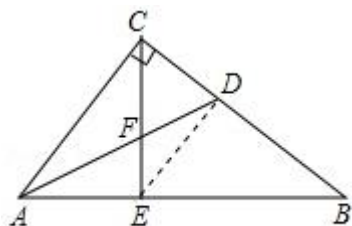
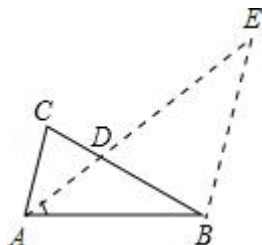


图2



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质：平行于三角形一边的直线被其它两边所截，所截得的三角形与原三角形相似；相似三角形对应边的比相等．也考查了等边三角形的性质、含 30° 的直角三角形三边的关系以及角平分线的性质．

25. 【分析】(1) 求抛物线的顶点坐标, 需要先求出抛物线的解析式, 即确定待定系数 a 、 b 的值. 已知抛物线图象与 y 轴交点, 可确定解析式中的常数项 (由此得到 a 的值); 然后从方程入手求 b 的值, 题干给出了两根差的绝对值, 将其进行适当变形 (转化为两根和、两根积的形式), 结合根与系数的关系即可求出 b 的值.

(2) $x \cdot \frac{1}{x} = 1$, 因此将 $x + \frac{1}{x}$ 配成完全平方式, 然后根据平方的非负性即可得证.

(3) 结合 (1) 的抛物线的解析式以及函数的平移规律, 可得出抛物线 C_2 的解析式; 在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中, 由勾股定理可确定 m 、 n 的关系式, 然后用 m 列出 $\triangle AOB$ 的面积表达式, 结合不等式的相关知识可确定 $\triangle OAB$ 的最小面积值以及此时 m 的值, 进而由待定系数法确定一次函数 OA 的解析式.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线过 $(0, -3)$ 点, $\therefore -3a = -3$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore y = x^2 + bx - 3$$

$$\because x^2 + bx - 3 = 0 \text{ 的两根为 } x_1, x_2 \text{ 且 } |x_1 - x_2| = 4$$

$$\therefore |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = 4, \text{ 且 } b < 0$$

$$\therefore b = -2$$

$$\therefore y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

$\therefore$ 抛物线 C_1 的顶点坐标为 $(1, -4)$.

$$(2) \because x > 0, \therefore x + \frac{1}{x} - 2 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} \geq 2, \text{ 显然当 } x = 1 \text{ 时, 才有 } x + \frac{1}{x} = 2.$$

(3) 由平移知识易得 C_2 的解析式为: $y = x^2$

$$\therefore A(m, m^2), B(n, n^2)$$

$\because \triangle AOB$ 为直角三角形,

$$\therefore OA^2 + OB^2 = AB^2$$

$$\therefore m^2 + m^4 + n^2 + n^4 = (m - n)^2 + (m^2 - n^2)^2$$

$$\text{化简得: } mn = -1$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \sqrt{(m^2 + m^4)(n^2 + n^4)} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + m^2 + n^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + m^2 + \frac{1}{m^2}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2} = \frac{1}{2} \left(m + \frac{1}{m}\right) \geq \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$\therefore S_{\triangle AOB}$ 的最小值为 1，此时 $m = 1$ ， $A(1, 1)$

$\therefore$ 直线 OA 的一次函数解析式为 $y = x$ 。

【点评】 该题考查了二次函数解析式的确定、函数图象的平移、不等式的应用等知识，解题过程中完全平方方式的变形被多次提及，应熟练掌握并能灵活应用。