

2012 年湖北省黄冈市中考数学试卷

一、选择题（本题个 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 下列实数中是无理数的是 ()

A. $\sqrt{4}$

B. $\sqrt[3]{8}$

C. π^0

D. $\sqrt{2}$

2. (3 分) 2012 年 5 月 25 日有 700 多位来自全国各地的知名企业家聚首湖北共签约项目投资总额为 909260000000 元，将 909260000000 用科学记数法表示为表示 (保留 3 个有效数字)，正确的是 ()

A. 909×10^{10}

B. 9.09×10^{11}

C. 9.09×10^{10}

D. 9.0926×10^{11}

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

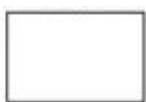
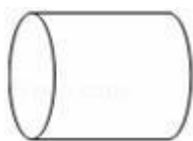
A. $x^4 \cdot x^3 = x^{12}$

B. $(x^3)^4 = x^{81}$

C. $x^4 \div x^3 = x (x \neq 0)$

D. $x^4 + x^3 = x^7$

4. (3 分) 如图，水平放置的圆柱体的三视图是 ()



A. 主视图 左视图 俯视图



B. 主视图 左视图 俯视图



C. 主视图 左视图 俯视图



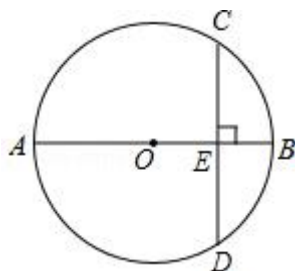
D. 主视图 左视图 俯视图

5. (3 分) 若顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点所得四边形是矩形，则四边形 $ABCD$ 一定是 ()

A. 矩形

- B. 菱形
C. 对角线互相垂直的四边形
D. 对角线相等的四边形

6. (3分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于 E , 已知 $CD = 12$, $BE = 2$, 则 $\odot O$ 的直径为 ()



- A. 8 B. 10 C. 16 D. 20

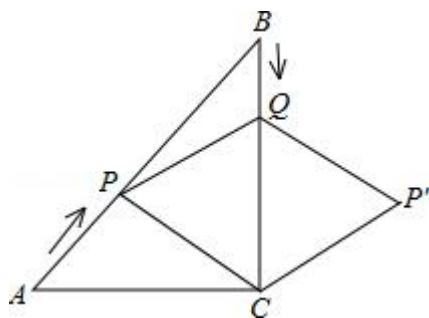
7. (3分) 下列说法中

- ①若式子 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 $x > 1$.
②已知 $\angle \alpha = 27^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的补角是 153° .
③已知 $x = 2$ 是方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 的一个实数根, 则 c 的值为 8.
④在反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 中, 若 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 k 的取值范围是 $k > 2$.

其中正确命题有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

8. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 6\text{cm}$, 点 P 从点 A 出发, 沿 AB 方向以每秒 $\sqrt{2}\text{cm}$ 的速度向终点 B 运动; 同时, 动点 Q 从点 B 出发沿 BC 方向以每秒 1cm 的速度向终点 C 运动, 将 $\triangle PQC$ 沿 BC 翻折, 点 P 的对应点为点 P' . 设点 Q 运动的时间为 t 秒, 若四边形 $QPCP'$ 为菱形, 则 t 的值为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 3

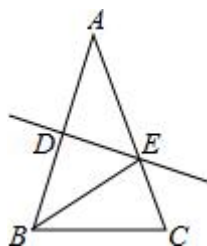
二、填空题 (本题个 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) $-\frac{1}{3}$ 的倒数是_____.

10. (3分) 因式分解: $x^3 - 9x =$ _____.

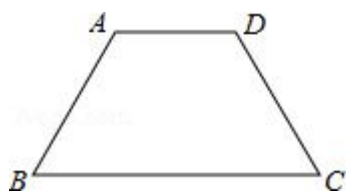
11. (3分) 化简 $(\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} + \frac{1-x}{x+1}) \div \frac{x}{x-1}$ 的结果是_____.

12. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, AB 的垂直平分线交 AC 于点 E , 垂足为点 D , 连接 BE , 则 $\angle EBC$ 的度数为_____.



13. (3分) 已知实数 x 满足 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值为_____.

14. (3分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 4$, $AB = CD = 5$, $\angle B = 60^\circ$, 则下底 BC 的长为_____.



15. (3分) 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标是 $A(-2, 3)$, $B(-4, -1)$, $C(2, 0)$, 将 $\triangle ABC$ 平移至 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置, 点 ABC 的对应点分别是 $A_1B_1C_1$, 若点 A_1 的坐标为 $(3, 1)$. 则点 C_1 的坐标为_____.

16. (3分) 某物流公司的快递车和货车同时从甲地出发, 以各自的速度匀速向乙地行驶, 快递车到达乙地后卸完物品再另装货物共用45分钟, 立即按原路以另一速度匀速返回, 直至与货车相遇. 已知货车的速度为60千米/时, 两车之间的距离 y (千米)与货车行驶时间 x (小时)之间的函数图象如图所示, 现有以下4个结论:

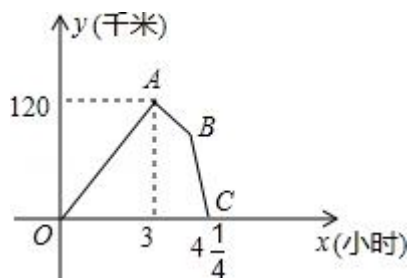
①快递车从甲地到乙地的速度为100千米/时;

②甲、乙两地之间的距离为120千米;

③图中点 B 的坐标为 $(3\frac{3}{4}, 75)$;

④快递车从乙地返回时的速度为90千米/时,

以上4个结论正确的是_____.

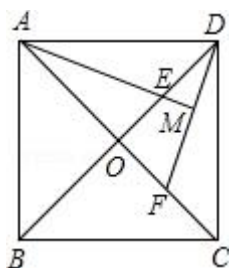


三、解答题（本题个 9 个小题，72 分）

17.（5 分）解不等式组
$$\begin{cases} 6x+15 > 2(4x+3) \\ \frac{2x-1}{3} \geq \frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

18.（7 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， E 、 F 分别在 OD 、 OC 上，且 $DE = CF$ ，连接 DF 、 AE ， AE 的延长线交 DF 于点 M 。

求证： $AM \perp DF$ 。



19.（6 分）在一个口袋中有 4 个完全相同的小球，把它们分别标上 1、2、3、4. 小明先随机地摸出一个小球，小强再随机的摸出一个小球. 记小明摸出球的标号为 x ，小强摸出的球标号为 y . 小明和小强在此基础上共同协商一个游戏规则：当 $x > y$ 时小明获胜，否则小强获胜.

①若小明摸出的球不放回，求小明获胜的概率.

②若小明摸出的球放回后小强再随机摸球，问他们制定的游戏规则公平吗？请说明理由.

20.（6 分）为了全面了解学生的学习、生活及家庭的基本情况，加强学校、家庭的联系，梅灿中学积极组织全体教师开展“课外访万家活动”，王老师对所在班级的全体学生进行实地家访，了解到每名学生家庭的相关信息，先从中随机抽取 15 名学生家庭的年收入情况，数据如表：

年收入（单位：万元）	2	2.5	3	4	5	9	13
家庭个数	1	3	5	2	2	1	1

（1）求这 15 名学生家庭年收入的平均数、中位数、众数；

（2）你认为用（1）中的哪个数据来代表这 15 名学生家庭年收入的一般水平较为合适？

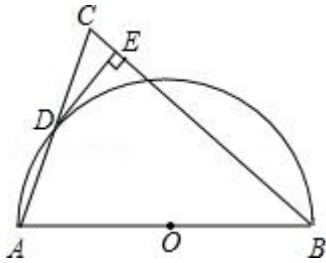
请简要说明理由.

21. (6分) 某服装厂设计了一款新式夏装, 想尽快制作 8800 件投入市场, 服装厂有 AB 两个制衣间, A 车间每天加工的数量是 B 车间的 1.2 倍, A 、 B 两车间共完成一半后, A 车间出现故障停产, 剩下全部由 B 车间单独完成, 结果前后共用了 20 天完成, 求 A 、 B 两车间每天分别能加工多少件.

22. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BA = BC$, 以 AB 为直径作半圆 $\odot O$, 交 AC 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为点 E .

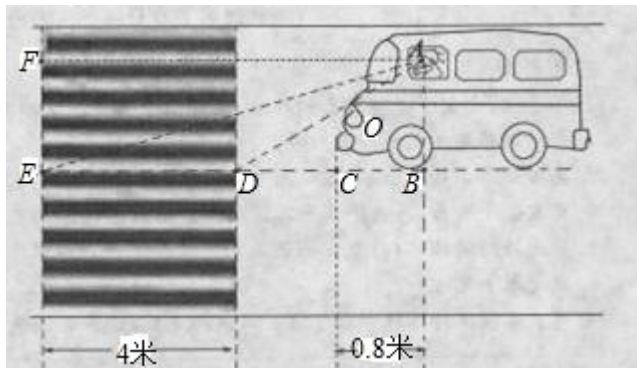
(1) 求证: DE 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $BD^2 = AB \cdot BE$.



23. (8分) 新星小学门口有一直线马路, 为方便学生过马路, 交警在路口设有一定宽度的斑马线, 斑马线的宽度为 4 米, 为安全起见, 规定车头距斑马线后端的水平距离不得低于 2 米, 现有一旅游车在路口遇红灯刹车停下, 汽车里司机与斑马线前后两端的视角分别为 $\angle FAE = 15^\circ$ 和 $\angle FAD = 30^\circ$, 司机距车头的水平距离为 0.8 米, 试问该旅游车停车是否符合上述安全标准? (E 、 D 、 C 、 B 四点在平行于斑马线的同一直线上)

参考数据: $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$, $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} \approx 1.414$.



24. (12分) 某科技开发公司研制出一种新型的产品, 每件产品的成本为 2400 元, 销售单价定为 3000 元, 在该产品的试销期间, 为了促销, 鼓励商家购买该新型产品, 公司决定商家一次购买这种新型产品不超过 10 件时, 每件按 3000 元销售; 若一次购买该种产品

超过 10 件时，每多购买一件，所购买的全部产品的销售单价均降低 10 元，但销售单价均不低于 2600 元.

(1) 商家一次购买这种产品多少件时，销售单价恰好为 2600 元?

(2) 设商家一次购买这种产品 x 件，开发公司所获得的利润为 y 元，求 y (元) 与 x (件) 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.

(3) 该公司的销售人员发现：当商家一次购买产品的件数超过某一数量时，会出现随着一次购买的数量的增多，公司所获得的利润反而减少这一情况. 为使商家一次购买的数量越多，公司所获得的利润越大，公司应将最低销售单价调整为多少元? (其它销售条件不变)

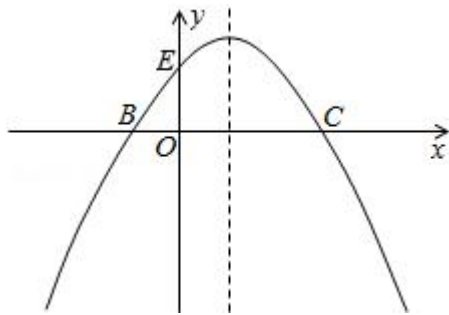
25. (14 分) 如图，已知抛物线的方程 $C_1: y = -\frac{1}{m}(x+2)(x-m)$ ($m > 0$) 与 x 轴相交于点 B 、 C ，与 y 轴相交于点 E ，且点 B 在点 C 的左侧.

(1) 若抛物线 C_1 过点 $M(2, 2)$ ，求实数 m 的值;

(2) 在 (1) 的条件下，求 $\triangle BCE$ 的面积;

(3) 在 (1) 条件下，在抛物线的对称轴上找一点 H ，使 $BH+EH$ 最小，并求出点 H 的坐标;

(4) 在第四象限内，抛物线 C_1 上是否存在点 F ，使得以点 B 、 C 、 F 为顶点的三角形与 $\triangle BCE$ 相似? 若存在，求 m 的值; 若不存在，请说明理由.



2012 年湖北省黄冈市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题个 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，结合选项即可得出答案．

【解答】解： A 、 $\sqrt{4}=2$ ，是有理数，故本选项错误；

B 、 $\sqrt[3]{8}=2$ ，是有理数，故本选项错误；

C 、 $\pi^0=1$ ，是有理数，故本选项错误；

D 、 $\sqrt{2}$ 是无理数，故本选项正确．

故选： D ．

【点评】此题考查了无理数的定义，属于基础题，熟练掌握无理数的三种形式是解答本题的关键．

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 $a \times 10^n$ （ $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数）中 n 的值是易错点；有效数字的计算方法是：从左边第一个不是 0 的数字起，后面所有的数字都是有效数字．用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关，与 10 的多少次方无关．

【解答】解： $909260000000 = 9.0926 \times 10^{11} \approx 9.09 \times 10^{11}$ ．

故选： B ．

【点评】本题考查学生对科学记数法的掌握和有效数字的运用．用科学记数法表示数，一定要注意 a 的形式，以及指数 n 的确定方法．

3. 【分析】根据同底数幂的除法法则：底数不变，指数相减，及幂的乘方与积的乘方的法则，结合选项即可作出判断．

【解答】解： A 、 $x^4 \cdot x^3 = x^7$ ，故本选项错误；

B 、 $(x^3)^4 = x^{12}$ ，故本选项错误；

C 、 $x^4 \div x^3 = x$ （ $x \neq 0$ ），故本选项正确；

D 、 $x^4 + x^3 \neq x^7$ ，故本选项错误；

故选： C ．

【点评】此题考查了同底数幂的除法、幂的乘方与积的乘方及合并同类项的知识，关键是掌握各部分的运算法则，要求我们熟练基本知识．

4. 【分析】根据主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形，即可得出答案.

【解答】解：依据圆柱体放置的方位来说，从正面和上面可看到的长方形是一样的；
从左面可看到一个圆.

故选：A.

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键，本题是基础题，常规题型.

5. 【分析】此题要根据矩形的性质和三角形中位线定理求解；首先根据三角形中位线定理知：所得四边形的对边都平行且相等，那么其必为平行四边形，若所得四边形是矩形，那么邻边互相垂直，故原四边形的对角线必互相垂直，由此得解.

【解答】解：已知：如右图，四边形 $EFGH$ 是矩形，且 E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 AD 的中点，求证：四边形 $ABCD$ 是对角线垂直的四边形.

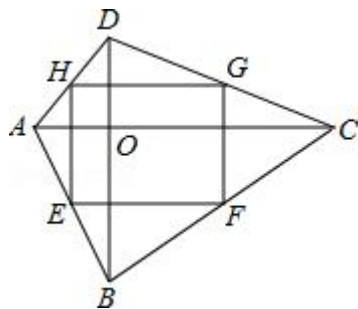
证明：由于 E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 AD 的中点，

根据三角形中位线定理得： $EH \parallel FG \parallel BD$ ， $EF \parallel AC \parallel HG$ ；

$\because$ 四边形 $EFGH$ 是矩形，即 $EF \perp FG$ ，

$\therefore AC \perp BD$ ，

故选：C.



【点评】本题主要考查了矩形的性质和三角形中位线定理，解题的关键是构造三角形利用三角形的中位线定理解答.

6. 【分析】连接 OC ，可知，点 E 为 CD 的中点，在 $\text{Rt}\triangle OEC$ 中， $OE = OB - BE = OC - BE$ ，根据勾股定理，即可得出 OC ，即可得出直径.

【解答】解：连接 OC ，根据题意，

$$CE = \frac{1}{2}CD = 6, BE = 2.$$

在 $\text{Rt}\triangle OEC$ 中，

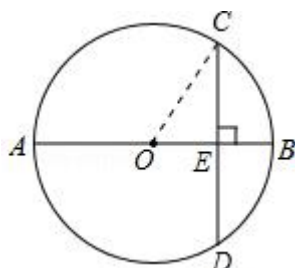
设 $OC = x$ ，则 $OE = x - 2$ ，

故: $(x-2)^2 + 6^2 = x^2$

解得: $x = 10$

即直径 $AB = 20$.

故选: D .



【点评】 本题是对垂径定理和解直角三角形的综合应用, 解题的关键是利用勾股定理构造直角三角形.

7. **【分析】** 分别根据二次根式有意义的条件、补角的定义、一元二次方程的解及反比例函数的性质对各小题进行逐一解答即可.

【解答】 解: ①若式子 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 $x \geq 1$, 故本小题错误;

②若 $\angle \alpha = 27^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的补角 $= 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ$, 故本小题正确;

③已知 $x = 2$ 是方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 的一个实数根, 则 $2^2 - 12 + c = 0$, 解得 $c = 8$, 故本小题正确;

④在反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 中, 若 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大增大, 则 $k - 2 < 0$, 解得 $k < 2$, 故本小题错误.

故选: B .

【点评】 本题考查的是二次根式有意义的条件、补角的定义、一元二次方程的解及反比例函数的性质, 熟知以上知识是解答此题的关键.

8. **【分析】** 首先连接 PP' 交 BC 于 O , 根据菱形的性质可得 $PP' \perp CQ$, 可证出 $PO \parallel AC$, 根据平行线分线段成比例可得 $\frac{AP}{AB} = \frac{CO}{CB}$, 再表示出 AP 、 AB 、 CO 的长, 代入比例式可以算出 t 的值.

【解答】 解: 连接 PP' 交 BC 于 O ,

$\because$ 若四边形 $QPCP'$ 为菱形,

$\therefore PP' \perp QC$,

$\therefore \angle POQ = 90^\circ$,

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore PO \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{CO}{CB},$$

$\because$ 设点 Q 运动的时间为 t 秒,

$$\therefore AP = \sqrt{2}t, QB = t,$$

$$\therefore QC = 6 - t,$$

$$\therefore CO = 3 - \frac{t}{2},$$

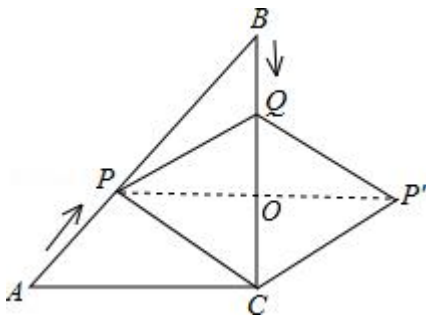
$$\because AC = CB = 6, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}t}{6\sqrt{2}} = \frac{3 - \frac{t}{2}}{6},$$

解得: $t = 2$,

故选: B .



【点评】 此题主要考查了菱形的性质, 勾股定理, 平行线分线段成比例, 关键是熟记平行线分线段成比例定理的推论: 平行于三角形一边的直线截其他两边(或两边的延长线), 所得的对应线段成比例. 推出比例式 $\frac{AP}{AB} = \frac{CO}{CB}$, 再表示出所需要的线段长代入即可.

二、填空题(本题个 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. **【分析】** 根据乘积是 1 的两数互为倒数, 进行计算即可.

【解答】 解: $-\frac{1}{3}$ 的倒数为: -3 .

故答案为: -3 .

【点评】 此题考查了倒数的定义, 属于基础题, 注意掌握倒数的定义: 乘积是 1 的两数互为倒数.

10. **【分析】** 先提取公因式 x , 再利用平方差公式进行分解.

【解答】解： $x^3 - 9x$,

$$= x(x^2 - 9),$$

$$= x(x+3)(x-3).$$

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，本题要进行二次分解，分解因式要彻底.

11. 【分析】原式被除式括号中的第一项分子利用平方差公式分解因式，分母利用完全平方公式分解因式，然后利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算，再利用乘法分配律将括号外边的项乘到括号中的每一项，约分后，找出两分母的最简公分母，通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分后得到最简结果.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \left(\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} + \frac{1-x}{x+1} \right) \div \frac{x}{x-1} \\ &= \left[\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} + \frac{1-x}{x+1} \right] \cdot \frac{x-1}{x} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{x} + \frac{1-x}{x+1} \cdot \frac{x-1}{x} \\ &= \frac{x+1}{x} - \frac{(x-1)^2}{x(x+1)} \\ &= \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x(x+1)} \\ &= \frac{4x}{x(x+1)} \\ &= \frac{4}{x+1}. \end{aligned}$$

故答案为： $\frac{4}{x+1}$

【点评】此题考查了分式的化简求值，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找出最简公分母；分式的乘除运算关键是约分，约分的关键是找公因式，约分时分式的分子分母出现多项式，应先将多项式分解因式后再约分.

12. 【分析】由 DE 是 AB 的垂直平分线，根据线段垂直平分线的性质，即可得 $AE = BE$ ，则可求得 $\angle ABE$ 的度数，又由 $AB = AC$ ，根据等边对等角与三角形内角和定理，即可求得 $\angle ABC$ 的度数，继而求得答案.

【解答】解： $\because DE$ 是 AB 的垂直平分线，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle A = 36^\circ,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle ABC - \angle ABE = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ.$$

故答案为: 36° .

【点评】 此题考查了线段垂直平分线的性质与等腰三角形的性质. 此题比较简单, 注意数形结合思想的应用.

13. **【分析】** 将 $x + \frac{1}{x} = 3$ 两边平方, 然后移项即可得出答案.

【解答】 解: 由题意得, $x + \frac{1}{x} = 3$,

$$\text{两边平方得: } x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9,$$

$$\text{故 } x^2 + \frac{1}{x^2} = 7.$$

故答案为: 7.

【点评】 此题考查了完全平方公式的知识, 掌握完全平方公式的展开式的形式是解答此题的关键, 属于基础题.

14. **【分析】** 分别过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F , 分别利用解直角三角形的知识得出 BE 、 CF 的长, 继而可得出答案.

【解答】 解: 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F ,

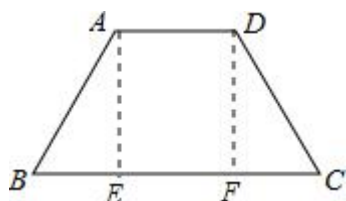
$$\because AB = 5, \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{5}{2};$$

$$\text{同理可得 } CF = \frac{5}{2},$$

$$\text{故 } BC \text{ 的长} = BE + EF + FC = 5 + AD = 9.$$

故答案为: 9.



【点评】 此题考查了等腰梯形的性质, 解答本题的关键是求出 BE 及 CF 的长度, 要求我们熟练记忆等腰梯形的几个性质.

15. **【分析】** 首先根据 A 点平移后的坐标变化, 确定三角形的平移方法, 点 A 横坐标加 5,

纵坐标减 2，那么让点 C 的横坐标加 5，纵坐标 - 2 即为点 C_1 的坐标.

【解答】解：由 $A(-2, 3)$ 平移后点 A_1 的坐标为 $(3, 1)$ ，可得 A 点横坐标加 5，纵坐标减 2，

则点 C 的坐标变化与 A 点的变化相同，故 $C_1(2+5, 0-2)$ ，即 $(7, -2)$.

故答案为： $(7, -2)$.

【点评】本题主要考查图形的平移变换，解决本题的关键是根据已知对应点找到所求对应点之间的变化规律.

16. **【分析】**根据一次函数的性质和图象结合实际问题对每一项进行分析即可得出答案.

【解答】解：①设快递车从甲地到乙地的速度为 x 千米/时，则

$$3(x - 60) = 120,$$

$$x = 100. \text{ (故①正确);}$$

②因为 120 千米是快递车到达乙地后两车之间的距离，不是甲、乙两地之间的距离，(故②错误);

③因为快递车到达乙地后卸完物品再另装货物共用 45 分钟，

$$\text{所以图中点 } B \text{ 的横坐标为 } 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4},$$

$$\text{纵坐标为 } 120 - 60 \times \frac{3}{4} = 75, \text{ (故③正确);}$$

④设快递车从乙地返回时的速度为 y 千米/时，则

$$(y+60)\left(4\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4}\right) = 75,$$

$$y = 90, \text{ (故④正确).}$$

故答案为：①③④.

【点评】本题考查的是用一次函数解决实际问题，此类题是近年中考中的热点问题，关键是根据一次函数的性质和图象结合实际问题判断出每一结论是否正确.

三、解答题（本题个 9 个小题，72 分）

17. **【分析】**首先分别解出两个不等式的解集，再根据解集的规律：同大取大；同小取小；

大小小大中间找；大大小小找不到确定不等式组的解集.

$$\text{【解答】解：} \begin{cases} 6x+15 > 2(4x+3) & \text{①} \\ \frac{2x-1}{3} \geq \frac{1}{2}x - \frac{2}{3} & \text{②} \end{cases},$$

$$\text{由①得：} x < \frac{9}{2},$$

由②得： $x \geq -2$ ，

故不等式组的解集为： $-2 \leq x < \frac{9}{2}$ 。

【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组，一般是求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分。

18. 【分析】根据 $DE = CF$ ，可得出 $OE = OF$ ，继而证明 $\triangle AOE \cong \triangle DOF$ ，得出 $\angle OAE = \angle ODF$ ，然后利用等角代换可得出 $\angle DME = 90^\circ$ ，即得出了结论。

【解答】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AO = DO,$$

$$\text{又} \because DE = CF,$$

$$\therefore OD - DE = OC - CF, \text{ 即 } OF = OE,$$

$$\text{在} \triangle AOE \text{ 和 } \triangle DOF \text{ 中, } \begin{cases} AO = DO \\ \angle AOE = \angle DOF \\ OE = OF \end{cases}$$

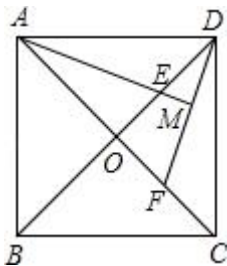
$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle OAE = \angle ODF,$$

$$\because \angle OAE + \angle AEO = 90^\circ, \angle AEO = \angle DEM,$$

$$\therefore \angle ODF + \angle DEM = 90^\circ,$$

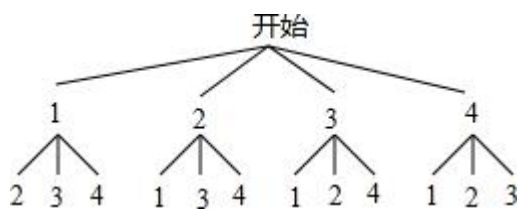
即可得 $AM \perp DF$ 。



【点评】此题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质，解答本题的关键是通过全等的证明得出 $\angle OAE = \angle ODF$ ，利用等角代换解题。

19. 【分析】（1）首先根据题意画出树状图，由树状图求得所有等可能的结果与小明获胜的情况，继而利用概率公式即可求得答案，注意此题属于不放回实验；
- （2）首先根据题意画出树状图，由树状图求得所有等可能的结果与小明、小强获胜的情况，继而利用概率公式求得其概率，比较概率，则可得到他们制定的游戏规则是否公平，注意此题属于放回实验。

【解答】解：①画树状图得：



∴共有 12 种等可能的结果，小明获胜的有 (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3) 共 6 种情况，

∴小明获胜的概率为： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ；

(2) 画树状图得：



∴共有 16 种等可能的结果，小明获胜的有 (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3) 共 6 种情况，

∴ $P(\text{小明获胜}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$, $P(\text{小强获胜}) = \frac{5}{8}$,

∴ $P(\text{小明获胜}) \neq P(\text{小强获胜})$,

∴他们制定的游戏规则不公平。

【点评】 本题考查的是游戏公平性的判断。判断游戏公平性就要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平。

20. **【分析】** (1) 根据平均数、中位数和众数的定义求解即可；

(2) 在平均数，众数和中位数中，平均数受到极端值的影响较大，所以众数和中位数都能反映家庭年收入的一般水平。

【解答】 解：(1) 这 15 名学生家庭年收入的平均数是：

$(2+2.5 \times 3+3 \times 5+4 \times 2+5 \times 2+9+13) \div 15 = 4.3$ 万元；

将这 15 个数据从小到大排列，最中间的数是 3，

所以中位数是 3 万元；

在这一组数据中 3 出现次数最多的，

故众数 3 万元；

(2)(2) 众数和中位数代表这 15 名学生家庭年收入的一般水平较为合适,

因为 3 即是众数也是中位数, 所以能代表家庭年收入的一般水平.

【点评】 本题考查的是平均数、众数和中位数的概念和其意义. 要注意: 当所给数据有单位时, 所求得平均数、众数和中位数与原数据的单位相同, 不要漏单位.

21. 【分析】 首先设 B 车间每天能加工 x 件, 则 A 车间每天能加工 $1.2x$ 件, 由题意可得等量关系: A 、 B 两车间生产 4400 件所用的时间 + B 两车间生产 4400 件所用的时间 = 20 天, 有等量关系可列出方程 $\frac{4400}{x+1.2x} + \frac{4400}{x} = 20$, 解方程可得答案, 注意不要忘记检验.

【解答】 解: 设 B 车间每天能加工 x 件, 则 A 车间每天能加工 $1.2x$ 件, 由题意得:

$$\frac{4400}{x+1.2x} + \frac{4400}{x} = 20,$$

解得: $x = 320$,

经检验: $x = 320$ 是原分式方程的解, 且符合题意.

$$1.2 \times 320 = 384 \text{ (件)}.$$

答: A 车间每天能加工 384 件, B 车间每天能加工 320 件.

【点评】 此题主要考查了分式方程的应用, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系, 再列出方程. 列分式方程解应用题的一般步骤: 设、列、解、验、答, 必须严格按照这 5 步进行做题, 规范解题步骤, 另外还要注意完整性.

22. 【分析】 (1) 连接 OD 、 BD , 根据圆周角定理可得 $\angle ADB = 90^\circ$, 继而得出点 D 是 AC 中点, 判断出 OD 是三角形 ABC 的中位线, 利用中位线的性质得出 $\angle ODE = 90^\circ$, 这样可判断出结论.

(2) 根据题意可判断 $\triangle BED \sim \triangle BDC$, 从而可得 $BD^2 = BC \cdot BE$, 将 BC 替换成 AB 即可得出结论.

【解答】 证明: (1) 连接 OD 、 BD , 则 $\angle ADB = 90^\circ$ (圆周角定理),

$$\because BA = BC,$$

$$\therefore CD = AD \text{ (三线合一)},$$

$$\text{又} \because AO = OB,$$

$$\therefore OD \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线},$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\because \angle DEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ, \text{ 即 } OD \perp DE,$$

故可得 DE 为 $\odot O$ 的切线；

$$(2) \because \angle EBD = \angle DBC, \angle DEB = \angle CDB,$$

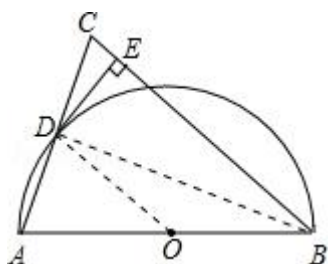
$$\therefore \triangle BED \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{BE}{BD},$$

$$\text{又} \because AB = BC,$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BD},$$

$$\text{故 } BD^2 = AB \cdot BE.$$



【点评】此题考查了切线的判定及性质、三角形的中位线的判定与性质等腰三角形的性质，解答本题的关键是得出点 D 是 AC 中点，求出 $\angle ODE$ 是直角，有一定难度．

23. 【分析】由 $\angle FAE = 15^\circ$ ， $\angle FAD = 30^\circ$ 可知 $\angle EAD = 15^\circ$ ，根据 $AF \parallel BE$ 可知 $\angle AED = \angle FAE = 15^\circ$ ， $\angle ADB = \angle FAD = 30^\circ$ ，设 $AB = x$ ，则在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中， $EB = \frac{AB}{\tan 15^\circ}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中， $BD = \frac{AB}{\tan 30^\circ}$ ，再把两式联立即可求出 CD 的值．

【解答】解： $\because \angle FAE = 15^\circ$ ， $\angle FAD = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle EAD = 15^\circ，$$

$$\because AF \parallel BE，$$

$$\therefore \angle AED = \angle FAE = 15^\circ，\angle ADB = \angle FAD = 30^\circ，$$

$$\text{设 } AB = x，$$

$$\text{则在 } \text{Rt}\triangle AEB \text{ 中， } EB = \frac{AB}{\tan 15^\circ} = \frac{x}{\tan 15^\circ}，$$

$$\because ED = 4，ED + BD = EB，$$

$$\therefore BD = \frac{x}{\tan 15^\circ} - 4，$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ADB \text{ 中， } BD = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = \frac{x}{\tan 30^\circ}，$$

$$\therefore \frac{x}{\tan 15^\circ} - 4 = \frac{x}{\tan 30^\circ}, \text{ 即 } \left(\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) x = 4, \text{ 解得 } x = 2,$$

$$\therefore BD = \frac{2}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BD = CD + BC = CD + 0.8,$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{3} - 0.8 \approx 2 \times 1.732 - 0.8 \approx 2.7 > 2, \text{ 故符合标准.}$$

答：该旅游车停车符合规定的安全标准.

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用，根据题意找出符合条件的直角三角形，利用直角三角形的性质进行解答是解答此题的关键.

24. **【分析】** (1) 设件数为 x ，则销售单价为 $3000 - 10(x - 10)$ 元，根据销售单价恰好为 2600 元，列方程求解；

(2) 由利润 $y = (\text{销售单价} - \text{成本单价}) \times \text{件数}$ ，及销售单价均不低于 2600 元，按 $0 \leq x \leq 10$ ， $10 < x \leq 50$ ， $x > 50$ 三种情形列出函数关系式；

(3) 由 (2) 的函数关系式，利用二次函数的性质求利润的最大值，并求出最大值时 x 的值，确定销售单价.

【解答】 解：(1) 设件数为 x ，依题意，得 $3000 - 10(x - 10) = 2600$ ，解得 $x = 50$ ，

答：商家一次购买这种产品 50 件时，销售单价恰好为 2600 元；

(2) 当 $0 \leq x \leq 10$ 时， $y = (3000 - 2400)x = 600x$ ，

当 $10 < x \leq 50$ 时， $y = [3000 - 10(x - 10) - 2400]x$ ，即 $y = -10x^2 + 700x$

当 $x > 50$ 时， $y = 200x$.

(3) 由 $y = -10x^2 + 700x$ 可知抛物线开口向下，当 $x = -\frac{700}{2 \times (-10)} = 35$ 时，利润 y 有最大值，

此时，销售单价为 $3000 - 10(x - 10) = 2750$ 元，

答：公司应将最低销售单价调整为 2750 元.

【点评】 本题考查了二次函数的运用. 关键是明确销售单价与销售件数之间的函数关系式，会表达单件的利润及总利润.

25. **【分析】** (1) 将点 (2, 2) 的坐标代入抛物线解析式，即可求得 m 的值；

(2) 求出 B 、 C 、 E 点的坐标，进而求得 $\triangle BCE$ 的面积；

(3) 根据轴对称以及两点之间线段最短的性质, 可知点 B 、 C 关于对称轴 $x=1$ 对称, 连接 EC 与对称轴的交点即为所求的 H 点, 如答图 1 所示;

(4) 本问需分两种情况进行讨论:

①当 $\triangle BEC \sim \triangle BCF$ 时, 如答图 2 所示. 此时可求得 $m = 2\sqrt{2}+2$;

②当 $\triangle BEC \sim \triangle FCB$ 时, 如答图 3 所示. 此时可以得到矛盾的等式, 故此种情形不存在.

【解答】 解: (1) 依题意, 将 $M(2, 2)$ 代入抛物线解析式得:

$$2 = -\frac{1}{m}(2+2)(2-m), \text{ 解得 } m=4.$$

(2) 由 (1) 知, $m=4$,

$$\therefore \text{抛物线的方程 } C_1: y = -\frac{1}{4}(x+2)(x-4),$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 即 } -\frac{1}{4}(x+2)(x-4)=0, \text{ 解得 } x_1=-2, x_2=4,$$

$$\therefore B(-2, 0), C(4, 0)$$

在 C_1 中, 令 $x=0$, 得 $y=2$,

$$\therefore E(0, 2).$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BC \cdot OE = 6.$$

(3) 由 (1) 知, $m=4$,

$$\therefore \text{抛物线的方程 } C_1: y = -\frac{1}{4}(x+2)(x-4),$$

抛物线的对称轴为 $x=1$,

又点 B 、 C 关于 $x=1$ 对称.

如解答图 1, 连接 EC , 交 $x=1$ 于 H 点, 此时 $BH+EH$ 最小 (最小值为线段 CE 的长度).

设直线 $EC: y=kx+b$,

$$\text{将 } E(0, 2)、C(4, 0) \text{ 代入得: } y = -\frac{1}{2}x+2,$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y = \frac{3}{2},$$

$$\therefore H(1, \frac{3}{2}).$$

(4) 分两种情形讨论:

①当 $\triangle BEC \sim \triangle BCF$ 时，如解答图 2 所示.

$$\text{则 } \frac{BE}{BC} = \frac{BC}{BF},$$

$$\therefore \angle EBC = \angle CBF, \quad BC^2 = BE \cdot BF.$$

由函数解析式可得: $B(-2, 0)$, $E(0, 2)$, 即 $OB = OE$,

$$\therefore \angle EBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = 45^\circ,$$

作 $FT \perp x$ 轴于点 T , 则 $\angle BFT = \angle TBF = 45^\circ$,

$$\therefore BT = TF.$$

$\therefore$ 设 $F(a, -a-2)$ ($a > 0$), 又点 F 在抛物线上,

$$\therefore -a-2 = -\frac{1}{m}(a+2)(a-m),$$

$$\therefore a+2 > 0,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore a = 2m, \quad F(2m, -2m-2).$$

$$\text{此时 } BF = \sqrt{(2m+2)^2 + (-2m-2)^2} = 2\sqrt{2}(m+1), \quad BE = 2\sqrt{2}, \quad BC = m+2,$$

$$\text{又 } \because BC^2 = BE \cdot BF,$$

$$\therefore (m+2)^2 = 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}(m+1),$$

$$\therefore m = 2 \pm 2\sqrt{2},$$

$$\therefore m > 0,$$

$$\therefore m = 2\sqrt{2}+2.$$

②当 $\triangle BEC \sim \triangle FCB$ 时，如解答图 3 所示.

$$\text{则 } \frac{BC}{BF} = \frac{EC}{BC},$$

$$\therefore BC^2 = EC \cdot BF.$$

$$\therefore \triangle BEC \sim \triangle FCB$$

$$\therefore \angle CBF = \angle ECO,$$

$$\therefore \angle EOC = \angle FTB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BTF \sim \triangle COE,$$

$$\therefore \frac{TF}{BT} = \frac{OE}{OC} = \frac{2}{m},$$

$$\therefore \text{设 } F(b, -\frac{2}{m}(b+2)) (b > 0)$$

又 $\because$ 点 F 在抛物线上,

$$\therefore -\frac{2}{m}(b+2) = -\frac{1}{m}(b+2)(b-m),$$

$$\because b > 0,$$

$$\therefore b+2 > 0,$$

$$\therefore b = m+2,$$

$$\therefore F(m+2, -\frac{2}{m}(m+4)), EC = \sqrt{m^2+4}, BC = m+2,$$

$$\text{又} \because BC^2 = EC \cdot BF,$$

$$\therefore (m+2)^2 = \sqrt{m^2+4} \cdot \sqrt{(m+2+2)^2 + \frac{4(m+4)^2}{m^2}}$$

$$(m+2)^2 = \frac{m^2+4}{m} \cdot (m+4),$$

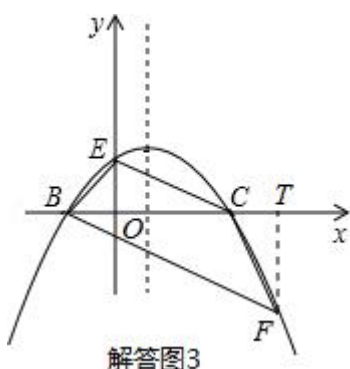
$$\therefore m(m+2)^2 = (m^2+4)(m+4),$$

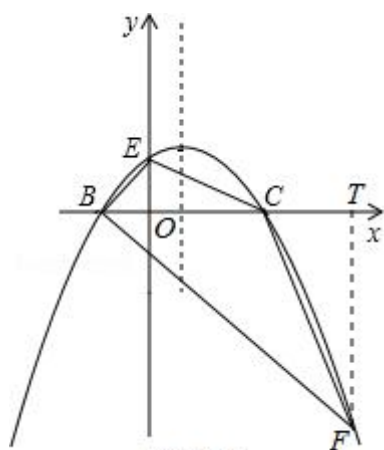
$$\therefore m^3+4m^2+4m = m^3+4m+4m^2+16,$$

整理得: $0 = 16$, 显然不成立.

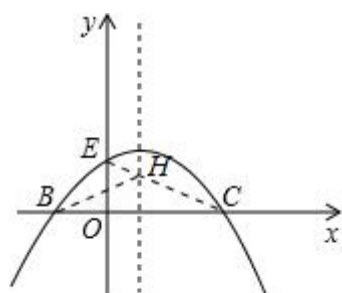
综合①②得, 在第四象限内, 抛物线上存在点 F , 使得以点 B 、 C 、 F 为顶点的三角形与

$\triangle BCE$ 相似, $m = 2\sqrt{2}+2$.





解答图2



解答图1

【点评】 本题涉及二次函数的图象与性质、相似三角形的判定与性质、轴对称 - 最短路径问题等重要知识点，难度较大．本题难点在于第（4）问，需要注意分两种情况进行讨论，避免漏解；而且在计算时注意利用题中条件化简计算，避免运算出错．