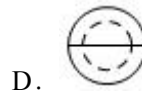
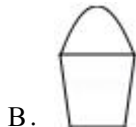


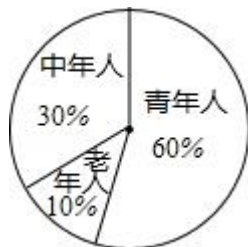
2011 年湖北省黄石市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) $\sqrt{4}$ 的值为 ()
 A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 不存在
2. (3 分) 黄石市 2011 年 6 月份某日一天的温差为 11°C ，最高气温为 $t^{\circ}\text{C}$ ，则最低气温可表示为 ()
 A. $(11+t)^{\circ}\text{C}$ B. $(11-t)^{\circ}\text{C}$ C. $(t-11)^{\circ}\text{C}$ D. $(-t-11)^{\circ}\text{C}$
3. (3 分) 若双曲线 $y=\frac{2k-1}{x}$ 的图象经过第二、四象限，则 k 的取值范围是 ()
 A. $k>\frac{1}{2}$ B. $k<\frac{1}{2}$ C. $k=\frac{1}{2}$ D. 不存在
4. (3 分) 有如下图形：①函数 $y=x-1$ 的图象；②函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象；③一段圆弧；④平行四边形．其中一定是轴对称图形的有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
5. (3 分) 如图所示的几何体的俯视图是 ()

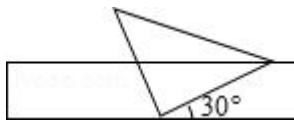


6. (3 分) 2010 年 12 月份，某市总工会组织该市各单位参加“迎新春长跑活动”，将报名的男运动员分成 3 组：青年组，中年组，老年组，各组人数所占比例如图所示，已知青年组有 120 人，则中年组与老年组人数分别是 ()



7. (3 分) 将一个有 45° 角的三角板的直角顶点放在一张宽为 3cm 的纸带边沿上．另一个顶点在纸带的另一边沿上，测得三角板的一边与纸带的一边所在的直线成 30° 角，如图，

则三角板的最大边的长为 ()



- A. 3cm B. 6cm C. $3\sqrt{2}\text{cm}$ D. $6\sqrt{2}\text{cm}$

8. (3分) 平面上不重合的两点确定一条直线, 不同三点最多可确定 3 条直线, 若平面上不同的 n 个点最多可确定 21 条直线. 则 n 的值为 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

9. (3分) 设一元二次方程 $(x-1)(x-2) = m$ ($m > 0$) 的两实根分别为 α , β , 且 $\alpha < \beta$, 则 α , β 满足 ()

- A. $1 < \alpha < \beta < 2$ B. $1 < \alpha < 2 < \beta$ C. $\alpha < 1 < \beta < 2$ D. $\alpha < 1$ 且 $\beta > 2$

10. (3分) 已知梯形 $ABCD$ 的四个顶点的坐标分别为 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$, $C(2, 2)$, $D(0, 2)$, 直线 $y = kx + 2$ 将梯形分成面积相等的两部分, 则 k 的值为 ()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $-\frac{4}{7}$ D. $-\frac{2}{7}$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. (3分) 因式分解: $2x^2 - 8 =$ _____.

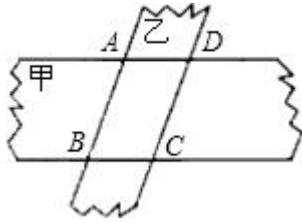
12. (3分) 为响应“红歌唱响中国”活动, 某乡镇举行了一场“红歌”歌咏比赛. 组委会规定: 任问一名参赛选手的成绩 x 满足: $60 \leq x < 100$, 赛后整理所有参赛选手的成绩如表 (一)

分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	30	0.15
$70 \leq x < 80$	m	0.45
$80 \leq x < 90$	60	n
$90 \leq x < 100$	20	0.1

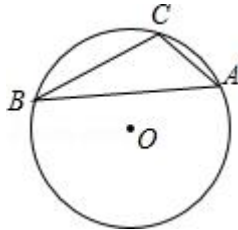
表 (一)

根据表 (一) 提供的信息 $n =$ _____.

13. (3分) 有甲、乙两张纸条, 甲纸条的宽度是乙纸条宽的 2 倍, 如图, 将这两张纸条交叉重叠地放在一起, 重合部分为四边形 $ABCD$. 则 AB 与 BC 的数量关系为 _____.



14. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于圆 O , 若 $\angle B = 30^\circ$, $AC = \sqrt{3}$, 则 $\odot O$ 的直径为_____.



15. (3分) 若一次函数 $y = kx + 1$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象没有公共点, 则实数 k 的取值范围是_____.

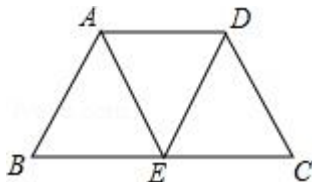
16. (3分) 初三年级某班有 54 名学生, 所在教室有 6 行 9 列座位, 用 (m, n) 表示第 m 行第 n 列的座位, 新学期准备调整座位, 设某个学生原来的座位为 (m, n) , 如果调整后的座位为 (i, j) , 则称该生作了平移 $[a, b] = [m - i, n - j]$, 并称 $a + b$ 为该生的位置数. 若某生的位置数为 10, 则当 $m + n$ 取最小值时, $m \cdot n$ 的最大值为_____.

三、解答题 (共 9 小题, 满分 72 分)

17. (7分) 计算: $(-2011)^0 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^{-1} + |\sqrt{2} - 2| - 2\cos 60^\circ$.

18. (7分) 先化简, 后求值: $(\frac{x^2y - 4y^3}{x^2 + 4xy + 4y^2}) \cdot (\frac{4xy}{x - 2y} + x)$, 其中 $\begin{cases} x = \sqrt{2} - 1 \\ y = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$.

19. (7分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, E 是 BC 的中点, 连接 AE 、 DE , 求证: $AE = DE$.



20. (8分) 解方程: $|x^2 - y^2 - 4| + (3\sqrt{5}x - 5y - 10)^2 = 0$.

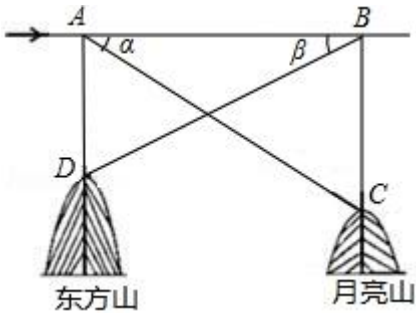
21. (8分) 2011 年 6 月 4 日, 李娜获得法网公开赛的冠军, 圆了中国人的网球梦. 也在国内掀起一股网球热. 某市准备为青少年举行一次网球知识讲座, 小明和妹妹都是网球迷, 要求爸爸去买门票, 但爸爸只买回一张门票, 那么谁去就成了问题, 小明想到一个

办法：他拿出一个装有质地、大小相同的 $2x$ 个红球与 $3x$ 个白球的袋子，让爸爸从中摸出一个球，如果摸出的是红球，妹妹去听讲座，如果摸出的是白球，小明去听讲座。

(1) 爸爸说这个办法不公平，请你用概率的知识解释原因。

(2) 若爸爸从袋中取出 3 个白球，再用小明提出的办法来确定谁去听讲座，问摸球的结果是对小明有利还是对妹妹有利，说明理由。

22. (8 分) 东方山是鄂东南地区的佛教胜地，月亮山是黄荆山脉第二高峰，山顶上有黄石电视塔。据黄石地理资料记载：东方山海拔 453.20 米，月亮山海拔 442.00 米，一飞机从东方山到月亮山方向水平飞行，在东方山山顶 D 的正上方 A 处测得月亮山山顶 C 的俯角为 α ，在月亮山山顶 C 的正上方 B 处测得东方山山顶 D 处的俯角为 β ，如图。已知 $\tan\alpha = 0.15987$ ， $\tan\beta = 0.15847$ ，若飞机的飞行速度为 180 米/秒，则该飞机从 A 到 B 处需多少时间？（精确到 0.1 秒）



23. (8 分) 今年，号称“千湖之省”的湖北正遭受大旱，为提高学生环保意识，节约用水，某校数学教师编制了一道应用题：

为了保护水资源，某市制定一套节水的管理措施，其中对居民生活用水收费作如下规定：

月用水量（吨）	单价（元/吨）
不大于 10 吨部分	1.5
大于 10 吨不大于 m 吨部分（ $20 \leq m \leq 50$ ）	2
大于 m 吨部分	3

- (1) 若某用户六月份用水量为 18 吨，求其应缴纳的水费；
- (2) 记该用户六月份用水量为 x 吨，缴纳水费为 y 元，试列出 y 关于 x 的函数式；
- (3) 若该用户六月份用水量为 40 吨，缴纳水费 y 元的取值范围为 $70 \leq y \leq 90$ ，试求 m 的取值范围。

24. (9 分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，点 O_1 在 $\odot O_2$ 上， C 为 $\odot O_2$ 上一点（不与 A ， B ， O_1 重合），直线 CB 与 $\odot O_1$ 交于另一点 D 。

(1) 如图 (1), 若 AD 是 $\odot O_1$ 的直径, AC 是 $\odot O_2$ 的直径, 求证: $AC = CD$;

(2) 如图 (2), 若 C 是 $\odot O_1$ 外一点, 求证: $O_1C \perp AD$;

(3) 如图 (3), 若 C 是 $\odot O_1$ 内的一点, 判断 (2) 中的结论是否成立?

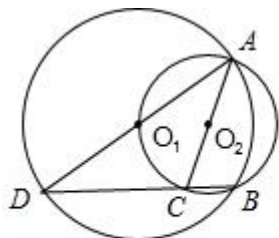


图 (1)

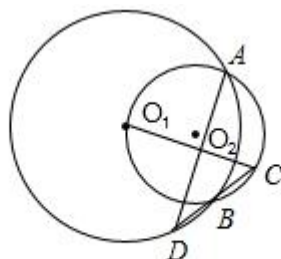


图 (2)

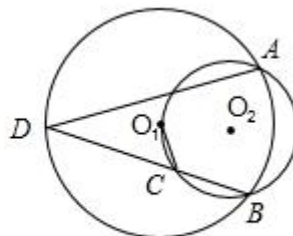


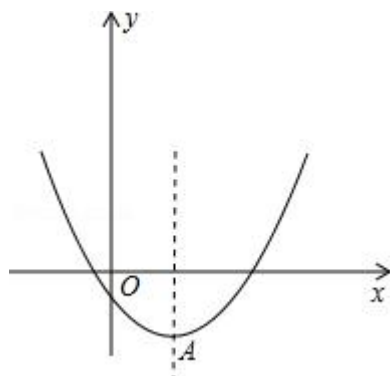
图 (3)

25. (10 分) 已知二次函数 $y = x^2 - 2mx + 4m - 8$

(1) 当 $x \leq 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小, 求 m 的取值范围.

(2) 以抛物线 $y = x^2 - 2mx + 4m - 8$ 的顶点 A 为一个顶点作该抛物线的内接正三角形 AMN (M, N 两点在抛物线上), 请问: $\triangle AMN$ 的面积是与 m 无关的定值吗? 若是, 请求出这个定值; 若不是, 请说明理由.

(3) 若抛物线 $y = x^2 - 2mx + 4m - 8$ 与 x 轴交点的横坐标均为整数, 求整数 m 的最小值.



2011 年湖北省黄石市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【分析】直接根据算术平方根的定义求解.

【解答】解：因为 4 的算术平方根是 2，所以 $\sqrt{4}=2$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了算术平方根的定义，属于基础题型.

2. 【分析】由已知可知，最高气温 - 最低气温 = 温差，从而求出最低气温.

【解答】解：设最低气温为 $x^{\circ}\text{C}$ ，则：

$$t - x = 11,$$

$$x = t - 11.$$

故选：C.

【点评】此题考查的知识点是列代数式，此题要明确温差就是最高气温减去最低气温.

3. 【分析】先根据反比例函数的图象经过第二、四象限得到关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围即可.

【解答】解： $\because$ 双曲线 $y = \frac{2k-1}{x}$ 的图象经过第二、四象限，

$$\therefore 2k - 1 < 0,$$

$$\therefore k < \frac{1}{2}.$$

故选：B.

【点评】本题考查的是反比例函数的性质，即反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中， $k < 0$ 时，

其图象在二、四象限.

4. 【分析】根据轴对称图形的概念，分析各图形的特征求解.

【解答】解：①函数 $y = x - 1$ 的图象是一条直线，是轴对称图形，

②函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象是双曲线，是轴对称图形，

③圆弧是轴对称图形，

④平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形.

故选：C.

【点评】此题主要考查了轴对称图形的概念，关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可

重合.

5. 【分析】根据从上面看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：从上面看是一个有直径的圆环，

故选：D.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从上面看得到的图形是俯视图，从正面看得到的图形是主视图，从左边看得到的图形是左视图.

6. 【分析】因为已知青年组有 120 人，从图上可知青年人占 60%，从而可求出总人数，再根据中年人和老年人的百分比可求出中年组与老年组人数分别是多少.

【解答】解：总人数为： $120 \div 60\% = 200$ （人）.

中年人数为： $200 \times 30\% = 60$ （人）

老年人数为： $200 \times 10\% = 20$ （人）.

故选：B.

【点评】本题考查扇形统计图，关键知道扇形统计图表现部分占整体的百分比，根据青年人数和百分比求出总数，然后再根据中年人和老年人的百分比可求出中年组与老年组人数分别是多少.

7. 【分析】过另一个顶点 C 作垂线 CD 如图，可得直角三角形，根据直角三角形中 30° 角所对的边等于斜边的一半，可求出有 45° 角的三角板的直角边，再由等腰直角三角形求出最大边.

【解答】解：过点 C 作 $CD \perp AD$ ， $\therefore CD = 3$ ，

在直角三角形 ADC 中，

$$\because \angle CAD = 30^\circ,$$

$$\therefore AC = 2CD = 2 \times 3 = 6,$$

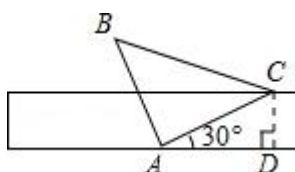
又 $\because$ 三角板是有 45° 角的三角板，

$$\therefore AB = AC = 6,$$

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 6^2 = 72,$$

$$\therefore BC = 6\sqrt{2},$$

故选：D.



【点评】此题考查的知识点是含 30° 角的直角三角形及等腰直角三角形问题，关键是先求得直角边，再由勾股定理求出最大边.

8. 【分析】这是个规律性题目，关键是找到不在同一直线上的 n 个点，可以确定多少条直线
这个规律，当有 n 个点时，就有 $\frac{n(n-1)}{2}$ ，从而可得出 n 的值.

【解答】解：设有 n 个点时，

$$\frac{n(n-1)}{2} = 21$$

$$n = 7 \text{ 或 } n = -6 \text{ (舍去).}$$

故选：C.

【点评】本题是个规律性题目，关键知道当不在同一平面上的 n 个点时，可确定多少条直线，代入 21 可求出解.

9. 【分析】先令 $m = 0$ 求出函数 $y = (x - 1)(x - 2)$ 的图象与 x 轴的交点，画出函数图象，利用数形结合即可求出 α, β 的取值范围.

【解答】解：令 $m = 0$,

则函数 $y = (x - 1)(x - 2)$ 的图象与 x 轴的交点分别为 $(1, 0), (2, 0)$,

故此函数的图象为：

$$\because m > 0,$$

$\therefore$ 原顶点沿抛物线对称轴向下移动，两个根沿对称轴向两边逐步增大，

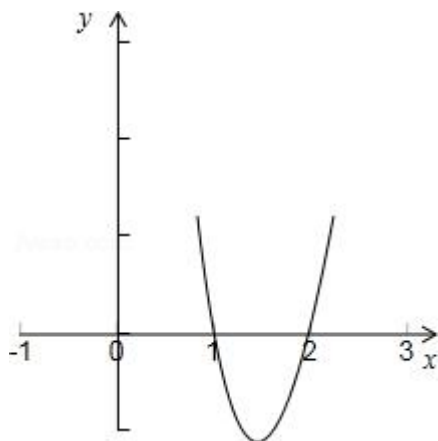
$$\therefore \alpha < 1, \beta > 2.$$

故选 D.

代数法： $(x - 1)(x - 2) = m, m > 0$ ，两者乘积 > 0 ，只能同正或同负，即 $x - 1 > 0$ 且 $x - 2 > 0$ 或 $x - 1 < 0, x - 2 < 0$ ，同大取大，同小取小.

解得 $x < 1$ 或 $x > 2$ ，即 $\alpha < 1, \beta > 2$.

故选：D.



【点评】本题考查的是抛物线与 x 轴的交点，能根据 x 轴上点的坐标特点求出函数 $y = (x - 1)(x - 2)$ 与 x 轴的交点，画出函数图象，利用数形结合解答是解答此题的关键．

10. 【分析】首先根据题目提供的点的坐标求得梯形的面积，利用直线将梯形分成相等的两部分，求得直线与梯形的边围成的三角形的面积，进而求得其解析式即可．

【解答】解：∵ 梯形 $ABCD$ 的四个顶点的坐标分别为 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$, $C(2, 2)$, $D(0, 2)$,

$$\therefore \text{梯形的面积为: } \frac{(6+2) \times 2}{2} = 8,$$

∵ 直线 $y = kx + 2$ 将梯形分成面积相等的两部分，

∴ 直线 $y = kx + 2$ 与 AD 、 AB 围成的三角形的面积为 4，

设直线与 x 轴交于点 $(x, 0)$,

$$\therefore \frac{1}{2} (x+1) \times 2 = 4,$$

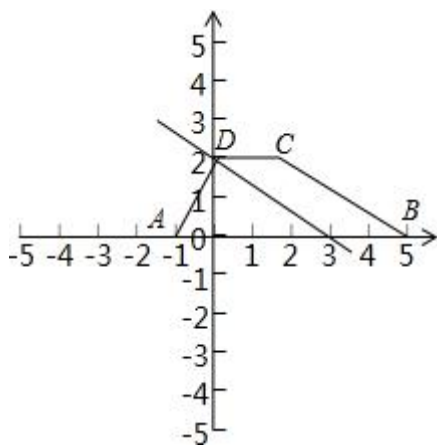
$$\therefore x = 3,$$

∴ 直线 $y = kx + 2$ 与 x 轴的交点为 $(3, 0)$

$$\therefore 0 = 3k + 2$$

$$\text{解得 } k = -\frac{2}{3}$$

故选：A．



【点评】 本题考查了一次函数的应用，求出当直线平方梯形的面积时与 x 轴的交点坐标是解决本题的突破口．

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

11. 【分析】 观察原式，找到公因式 2，提出即可得出答案．

【解答】 解： $2x^2 - 8 = 2(x+2)(x-2)$ ．

【点评】 本题考查提公因式法和公式法分解因式，是基础题．

12. 【分析】 根据 $60 \leq x < 70$ ，可知其分数段内的频数为 30，频率为 0.15，可求出总人数，

然后 $n = \frac{60}{\text{总人数}}$ ，从而得结果．

【解答】 解： $\because 60 \leq x < 70$ ，可知其分数段内的频数为 30，频率为 0.15，

$$\therefore 30 \div 0.15 = 200 \text{ (人)}$$

$$\therefore n = \frac{60}{200} = 0.3.$$

故答案为： 0.3．

【点评】 本题考查频数，频率，总数之间的关系，频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$ ，从而知道任何两个可求出另外一个，从而求出解．

13. 【分析】 分别过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E 、作 $AF \perp CD$ 于 F ，再根据甲纸条的宽度是乙纸条宽的 2 倍可得出 $AE = 2AF$ ，再由平行四边形的性质得出 $\angle ABC = \angle ADC$ ，进而可判断出 $\triangle ABE \sim \triangle ADF$ ，其相似比为 2： 1．

【解答】 解： 过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E 、作 $AF \perp CD$ 于 F ，

$\because$ 甲纸条的宽度是乙纸条宽的 2 倍，

$$\therefore AE = 2AF,$$

$\because$ 纸条的两边互相平行，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

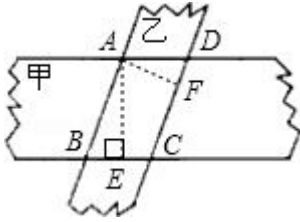
$\therefore \angle ABC = \angle ADC, AD = BC,$

$\because \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ,$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF,$

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AF} = \frac{2}{1},$ 即 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{1}.$

故答案为: $AB = 2BC.$



【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质, 根据题意作出辅助线, 构造出相似三角形是解答此题的关键.

14. **【分析】** 连接 CO 并延长交圆 O 于点 D , 连接 AD , 构造直角三角形, 利用解直角三角形的知识求直径即可.

【解答】 解: 连接 CO 并延长交圆 O 于点 D , 连接 AD ,

$\because CD$ 是直径,

$\therefore \angle CAD = 90^\circ,$

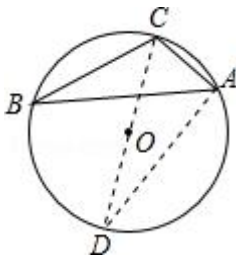
$\because \angle B = 30^\circ,$

$\therefore \angle CDA = 30^\circ,$

$\because AC = \sqrt{3},$

$\therefore \odot O$ 的直径为 $2\sqrt{3}.$

故答案为: $2\sqrt{3}.$



【点评】 本题考查了圆周角定理及含 30° 角的直角三角形的性质, 解题的关键是正确地构造直角三角形.

15. **【分析】** 因为反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象在第一、三象限, 故一次函数 $y = kx + b$ 中, $k < 0,$

解方程组 $\begin{cases} y=kx+b \\ y=\frac{1}{x} \end{cases}$ 求出当直线与双曲线只有一个交点时, k 的值, 再确定无公共点时 k 的取值范围.

【解答】解: 由反比例函数的性质可知, $y=\frac{1}{x}$ 的图象在第一、三象限,

$\therefore$ 当一次函数 $y=kx+1$ 与反比例函数图象无交点时, $k < 0$,

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y=kx+1 \\ y=\frac{1}{x} \end{cases},$$

$$\text{得 } kx^2+x-1=0,$$

当两函数图象没有公共点时, $\Delta < 0$, 即 $1+4k < 0$,

$$\text{解得 } k < -\frac{1}{4},$$

$\therefore$ 两函数图象无公共点时, $k < -\frac{1}{4}$.

故答案为: $k < -\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题. 关键是根据形数结合, 判断无交点时, 图象的位置与系数的关系, 找出只有一个交点时 k 的值, 再确定 k 的取值范围.

16. 【分析】依题意, $a+b=m-i+n-j=10$, 即 $m+n=10+i+j$, 当 $m+n$ 取最小值时, $i+j$ 最小为 2, 可得 $m+n$ 的最小值为 12, 继而即可求得 $m \cdot n$ 的最大值.

【解答】解: 由已知, 得 $a+b=m-i+n-j$, 即 $m-i+n-j=10$,

$$\therefore m+n=10+i+j,$$

当 $m+n$ 取最小值时, $i+j$ 最小值为 2,

$$\therefore m+n \text{ 的最小值为 } 12,$$

$$\therefore m+n=12=1+11=2+10=3+9=4+8=\cdots=6+6=\cdots,$$

$$m \cdot n \text{ 的最大值为 } 6 \times 6 = 36.$$

故答案为: 36.

【点评】本题考查了坐标与图形变化 - 平移. 本题关键是正确理解题意, 列出等式, 明确最小的座位是 (1, 1).

三、解答题 (共 9 小题, 满分 72 分)

17. 【分析】本题涉及零指数幂、乘方、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解： $(-2011)^0 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1} + |\sqrt{2}-2| - 2\cos 60^\circ$,

$$= 1 + \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} + (2 - \sqrt{2}) - 2 \times \frac{1}{2},$$

$$= 1 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} - 1,$$

$$= 2.$$

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算．

18. 【分析】首先利用平方差公式、通分对原式进行化简，再代入数据求出即可．

【解答】解：原式 $= \frac{y(x+2y)(x-2y)}{(x+2y)^2} \cdot \frac{x(x+2y)}{x-2y} = xy$,

$$\therefore \begin{cases} x = \sqrt{2} - 1 \\ y = \sqrt{2} + 1 \end{cases},$$

$$\therefore xy = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1,$$

$$\therefore \text{原式} = 1.$$

【点评】本题主要考查了分式的化简求值问题及平方差公式，分子、分母能因式分解的先因式分解，注意化简后，代入的数不能使分母的值为 0，难度适中．

19. 【分析】利用等腰梯形的性质证明 $\triangle ABE \cong \triangle DCE$ 后，利用全等三角形的性质即可证得两对应线段相等．

【解答】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，

$$\therefore AB = DC, \angle B = \angle C.$$

$\because E$ 是 BC 的中点，

$$\therefore BE = CE.$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCE$ 中，

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle B = \angle C, \\ BE = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore AE = DE.$$

【点评】本题主要考查等腰梯形的性质的应用，解题的关键是根据等腰梯形的性质得到

证明全等所需的条件.

20. 【分析】根据绝对值的性质以及数的偶次方的性质得出 $x^2 - y^2 - 4 = 0$, $(3\sqrt{5}x - 5y - 10) = 0$, 进而得出关于 x 的一元二次方程, 求出 x , 即可得出 y 的值.

【解答】解: $\because |x^2 - y^2 - 4| + (3\sqrt{5}x - 5y - 10)^2 = 0$,

$$\therefore x^2 - y^2 - 4 = 0, (3\sqrt{5}x - 5y - 10) = 0,$$

$$\therefore y = \frac{3\sqrt{5}}{5}x - 2, \text{ 代入 } x^2 - y^2 - 4 = 0 \text{ 得:}$$

$$x^2 - \left(\frac{3\sqrt{5}}{5}x - 2\right)^2 - 4 = 0,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 3\sqrt{5}x + 10 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = \sqrt{5}, x_2 = 2\sqrt{5},$$

$$\text{当 } x_1 = \sqrt{5} \text{ 时 } y_1 = 1, \text{ 当 } x_2 = 2\sqrt{5} \text{ 时 } y_2 = 4.$$

【点评】此题主要考查了高次方程的解法以及绝对值的性质以及数的偶次方性质, 根据题意得出关于 x 的一元二次方程是解决问题的关键.

21. 【分析】(1) 根据概率公式分别求得妹妹与小明去听讲座的概率, 概率相等就公平, 否则就不公平;

(2) 根据概率公式分别求得妹妹与小明去听讲座的概率, 讨论 x 的取值, 根据概率大的就有利, 即可求得答案.

【解答】解: (1) 根据题意得: 妹妹去听讲座的概率为: $\frac{2x}{2x+3x} = \frac{2}{5}$;

$$\text{小明去听讲座的概率为: } \frac{3x}{2x+3x} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{3}{5} > \frac{2}{5},$$

$\therefore$ 这个办法不公平;

$$(2) \text{ 此时: 妹妹去听讲座的概率为: } \frac{2x}{2x+3x-3};$$

$$\text{小明去听讲座的概率为: } \frac{3x-3}{2x+3x-3},$$

$\therefore$ 当 $2x = 3x - 3$, 即 $x = 3$ 时, 他们的机会均等;

当 $2x > 3x - 3$, $3x - 3 > 0$. 即 $1 < x < 3$ 时, 对妹妹有利;

当 $2x < 3x - 3$, 即 $x > 3$ 时, 对小明有利.

【点评】此题考查了概率公式的应用, 考查了游戏公平性问题. 注意判断游戏公平性就

要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平.

22. 【分析】根据 $\tan\alpha = \frac{11.2+BM}{AB}$, $\tan\beta = \frac{AD}{AB}$, 求出 $AB = 8000$ 米, 进而求出该飞机从 A 到 B 处需要时间.

【解答】解: 过 D 点作 $DM \perp BC$, 垂足为 M , 则 $BM = AD$,

$\therefore$ 东方山海拔 453.20 米, 月亮山海拔 442.00 米,

$\therefore CM = BC - AD = 453.20 - 442.00 = 11.2$ (米),

$$\tan\alpha = \frac{11.2+BM}{AB}, \text{ 则 } AB = \frac{11.2+BM}{\tan\alpha},$$

$$\tan\beta = \frac{AD}{AB}, \text{ 则 } AB = \frac{AD}{\tan\beta},$$

$$\therefore \frac{11.2+BM}{\tan\alpha} = \frac{AD}{\tan\beta},$$

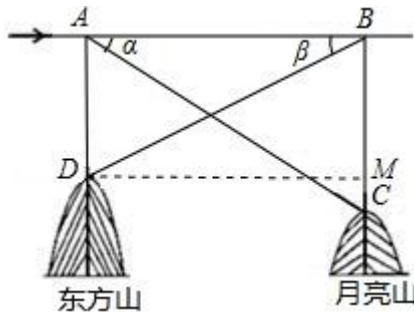
$\therefore \tan\alpha = 0.15987$, $\tan\beta = 0.15847$, $AD = BM$,

$$AD = 11.2 \times 1584.7 \div 14 = 1267.76 \text{ (米)},$$

$$AB = \frac{1267.76}{0.15847} = 8000 \text{ 米},$$

$\therefore$ 该飞机从 A 到 B 处需 $8000 \div 180 \approx 44.4s$,

答: 该飞机从 A 到 B 处需 44.4s.



【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用, 根据已知得出 $\tan\alpha = \frac{11.2+BM}{AB}$, $\tan\beta = \frac{AD}{AB}$

是解决问题的关键.

23. 【分析】(1) 用水 18 吨交费时包括两部分: 10 吨以内和超过 10 吨部分;

(2) 利用水费的不同阶段的收费标准列出函数关系式即可;

(3) 用 40 代替上题求得的函数的解析式, 利用缴纳水费 y 元的取值范围为 $70 \leq y \leq 90$ 得到有关 m 的不等式组, 解得即可.

【解答】解 (1) $\because 18 < m$,

$\therefore$ 此时前面 10 吨每吨收 1.5 元, 后面 8 吨每吨收 2 元,

$$10 \times 1.5 + (18 - 10) \times 2 = 31,$$

(2) ①当 $x \leq 10$ 时, $y = 1.5x$,

②当 $10 < x \leq m$ 时, $y = 10 \times 1.5 + (x - 10) \times 2 = 2x - 5$,

③当 $x > m$ 时, $y = 10 \times 1.5 + (m - 10) \times 2 + (x - m) \times 3 = 3x - m - 5$,

$$y = \begin{cases} 1.5x, & (x \leq 10) \\ 2x - 5, & (10 < x \leq m) \\ 3x - m - 5, & (x > m) \end{cases}$$

(3) $\because 10 \leq m \leq 50$,

$\therefore$ 当用水量为 40 吨时就有可能按照第二和第三两种方式收费,

①当 $40 \leq m \leq 50$ 时, 此时选择第二种方案, 费用 $= 2 \times 40 - 5 = 75$, 符合题意,

②当 $20 \leq m < 40$ 时, 此时选择第三种方案, 费用 $= 3 \times 40 - m - 5 = 115 - m$,

则: $70 \leq 115 - m \leq 90$,

$\therefore 25 \leq m \leq 45$,

$\therefore$ 此状况下 $25 \leq m < 40$,

综合①、②可得 m 的取值范围为: $25 \leq m \leq 50$.

【点评】 本题考查的是用一次函数解决实际问题, 此类题是近年中考中的热点问题. 注意利用一次函数求最值时, 关键是应用一次函数的性质; 即由函数 y 随 x 的变化, 结合自变量的取值范围确定最值.

24. **【分析】** (1) 连接 CO_1 , 利用直径所对圆周角等于 90° 度, 以及垂直平分线的性质得出即可;

(2) 根据已知得出四边形 $AEDB$ 内接于 $\odot O_1$, 得出 $\angle ABC = \angle E$, 再利用 $\widehat{AC} = \widehat{AC}$, 得出 $\angle E = \angle AO_1C$, 进而得出 $CO_1 \parallel ED$ 即可求出;

(3) 根据已知得出 $\angle B = \angle EO_1C$, 又 $\angle E = \angle B$, 即可得出 $\angle EO_1C = \angle E$, 得出 $CO_1 \parallel ED$, 即可求出.

【解答】 (1) 证明: 连接 CO_1

$\because AC$ 为 $\odot O_2$ 直径

$\therefore \angle AO_1C = 90^\circ$

即 $CO_1 \perp AD$,

$\because AO_1 = DO_1$

$\therefore DC = AC$ (垂直平分线的性质);

(2) 证明: 连接 AO_1 , 连接 AB , 延长 AO_1 交 $\odot O_1$ 于点 E , 连接 ED ,

$\because$ 四边形 $AEDB$ 内接于 $\odot O_1$,

$$\therefore \angle E + \angle ABD = 180^\circ,$$

$$\because \angle ABC + \angle ABD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle E,$$

$$\text{又} \because \widehat{AC} = \widehat{AC}, \therefore \angle ABC = \angle AO_1C,$$

$$\therefore \angle E = \angle AO_1C,$$

$$\therefore CO_1 \parallel ED,$$

又 AE 为 $\odot O_1$ 的直径, $\therefore ED \perp AD$,

$$\therefore O_1C \perp AD,$$

(3) (2) 中的结论仍然成立.

证明:

连接 AO_1 , 连接 AB , 延长 AO_1 交 $\odot O_1$ 于点 E , 连接 ED ,

$$\because \angle B + \angle AO_1C = 180^\circ, \quad \angle EO_1C + \angle AO_1C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle EO_1C,$$

$$\text{又} \because \angle E = \angle B,$$

$$\therefore \angle EO_1C = \angle E,$$

$$\therefore CO_1 \parallel ED, \text{ 又 } ED \perp AD,$$

$$\therefore CO_1 \perp AD.$$

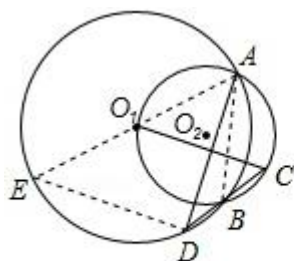


图 (2)

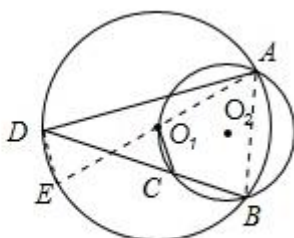
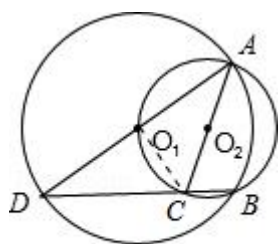


图 (3)



图(1)

【点评】此题主要考查了圆周角定理以及相交两圆的性质和圆内接四边形的性质，根据圆内接四边形的性质得出对应角之间的关系是解决问题的关键．

25. 【分析】(1) 求出二次函数的对称轴 $x = m$ ，由于抛物线的开口向上，在对称轴的左边 y 随 x 的增大而减小，可以求出 m 的取值范围．

(2) 在抛物线内作出正三角形，求出正三角形的边长，然后计算三角形的面积，得到 $\triangle AMN$ 的面积是 m 无关的定值．

(3) 当 $y = 0$ 时，求出抛物线与 x 轴的两个交点的坐标，然后确定整数 m 的值．

【解答】解：(1) 二次函数 $y = x^2 - 2mx + 4m - 8$ 的对称轴是： $x = m$ ．

$\because$ 当 $x \leq 2$ 时，函数值 y 随 x 的增大而减小，

而 $x \leq 2$ 应在对称轴的左边，

$\therefore m \geq 2$ ．

(2) 如图：顶点 A 的坐标为 $(m, -m^2 + 4m - 8)$

$\triangle AMN$ 是抛物线的内接正三角形，

$$MN \text{ 交对称轴于点 } B, \tan \angle AMB = \tan 60^\circ = \frac{AB}{BM} = \sqrt{3},$$

$$\text{则 } AB = \sqrt{3}BM = \sqrt{3}BN,$$

$$\text{设 } BM = BN = a, \text{ 则 } AB = \sqrt{3}a,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (m+a, \sqrt{3}a - m^2 + 4m - 8),$$

$\because$ 点 M 在抛物线上，

$$\therefore \sqrt{3}a - m^2 + 4m - 8 = (m+a)^2 - 2m(m+a) + 4m - 8,$$

$$\text{整理得： } a^2 - \sqrt{3}a = 0$$

$$\text{得： } a = \sqrt{3} \text{ (} a = 0 \text{ 舍去)}$$

所以 $\triangle AMN$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形，

$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}, \text{ 与 } m \text{ 无关};$$

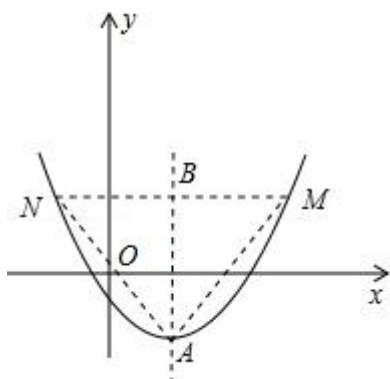
(3) 当 $y = 0$ 时, $x^2 - 2mx + 4m - 8 = 0$,

$$\text{解得: } x = m \pm \sqrt{m^2 - 4m + 8} = m \pm \sqrt{(m-2)^2 + 4},$$

$\because$ 抛物线 $y = x^2 - 2mx + 4m - 8$ 与 x 轴交点的横坐标均为整数,

$\therefore (m-2)^2 + 4$ 应是完全平方数,

$\therefore m$ 的最小值为: $m = 2$.



【点评】 本题考查的是二次函数的综合题, (1) 利用二次函数的对称轴确定 m 的取值范围. (2) 由点 M 在抛物线上, 求出正三角形的边长, 计算正三角形的面积. (3) 根据抛物线与 x 轴的交点的横坐标都是整数, 确定整数 m 的值.