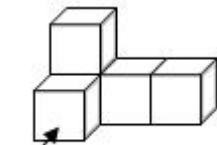


2019 年海南省中考数学试卷

一、选择题（本大题满分 36 分，每小题 3 分）在下列各题的四个备选答案中，有且只有一个正确的，请在答题卡上把你认为正确的答案的字母代号按要求用 2B 铅笔涂黑

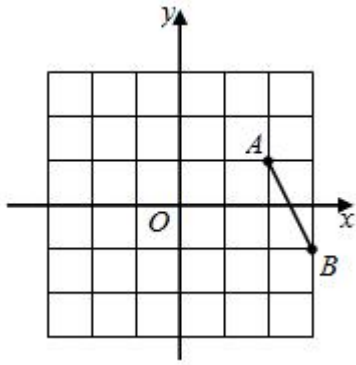
1. (3 分) 如果收入 100 元记作+100 元，那么支出 100 元记作 ()
- A. -100 元 B. +100 元 C. -200 元 D. +200 元
2. (3 分) 当 $m = -1$ 时，代数式 $2m+3$ 的值是 ()
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
3. (3 分) 下列运算正确的是 ()
- A. $a \cdot a^2 = a^3$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $2a^2 - a^2 = 2$ D. $(3a^2)^2 = 6a^4$
4. (3 分) 分式方程 $\frac{1}{x} = 1$ 的解是 ()
- A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$
5. (3 分) 海口市首条越江隧道——文明东越江通道项目将于 2020 年 4 月份完工，该项目总投资 3710000000 元. 数据 3710000000 用科学记数法表示为 ()
- A. 371×10^7 B. 37.1×10^8 C. 3.71×10^8 D. 3.71×10^9
6. (3 分) 如图是由 5 个大小相同的小正方体摆成的几何体，它的俯视图是 ()



正面

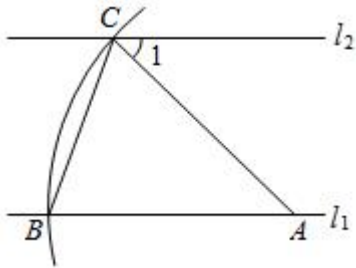
- A.
- B.
- C.
- D.

7. (3 分) 如果反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ (a 是常数) 的图象在第一、三象限，那么 a 的取值范围是 ()
- A. $a < 0$ B. $a > 0$ C. $a < 2$ D. $a > 2$
8. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(2, 1)$ ，点 $B(3, -1)$ ，平移线段 AB ，使点 A 落在点 $A_1(-2, 2)$ 处，则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()



- A. $(-1, -1)$ B. $(1, 0)$ C. $(-1, 0)$ D. $(3, 0)$

9. (3分) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 点 A 在直线 l_1 上, 以点 A 为圆心, 适当长度为半径画弧, 分别交直线 l_1 、 l_2 于 B 、 C 两点, 连结 AC 、 BC . 若 $\angle ABC = 70^\circ$, 则 $\angle 1$ 的大小为 ()

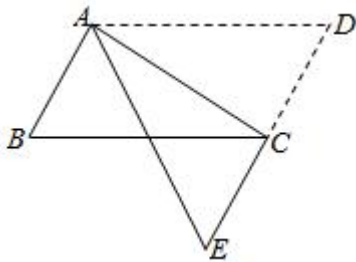


- A. 20° B. 35° C. 40° D. 70°

10. (3分) 某路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒, 绿灯亮 25 秒, 黄灯亮 5 秒, 当小明到达该路口时, 遇到绿灯的概率是 ()

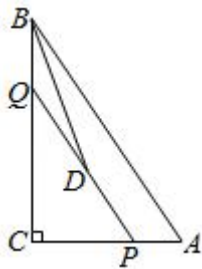
- A. B. C. D.

11. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 将 $\triangle ADC$ 沿 AC 折叠后, 点 D 恰好落在 DC 的延长线上的点 E 处. 若 $\angle B = 60^\circ$, $AB = 3$, 则 $\triangle ADE$ 的周长为 ()



- A. 12 B. 15 C. 18 D. 21

12. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 4$. 点 P 是边 AC 上一动点, 过点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交 BC 于点 Q , D 为线段 PQ 的中点, 当 BD 平分 $\angle ABC$ 时, AP 的长度为 ()

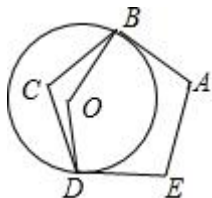


- A. B. C. D.

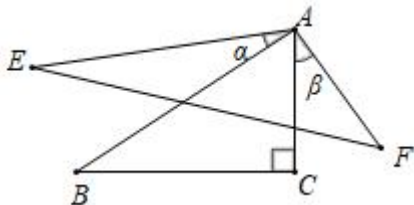
二、填空题 (本大题满分 16 分, 每小题 4 分)

13. (4 分) 因式分解: $ab - a =$ _____.

14. (4 分) 如图, $\odot O$ 与正五边形 $ABCDE$ 的边 AB 、 DE 分别相切于点 B 、 D , 则劣弧 $\widehat{BD}$ 所对的圆心角 $\angle BOD$ 的大小为 _____ 度.



15. (4 分) 如图, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 AE , 直角边 AC 绕点 A 逆时针旋转 β ($0^\circ < \beta < 90^\circ$) 得到 AF , 连结 EF . 若 $AB = 3$, $AC = 2$, 且 $\alpha + \beta = \angle B$, 则 $EF =$ _____.



16. (4 分) 有 2019 个数排成一行, 对于任意相邻的三个数, 都有中间的数等于前后两数的和. 如果第一个数是 0, 第二个数是 1, 那么前 6 个数的和是 _____, 这 2019 个数的和是 _____.

三、解答题 (本大题满分 68 分)

17. (12 分) (1) 计算: $9 \times 3^{-2} + (-1)^3 - \sqrt{4}$;

(2) 解不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+4 > 3x \end{cases}$, 并求出它的整数解.

18. (10 分) 时下正是海南百香果丰收的季节, 张阿姨到“海南爱心扶贫网”上选购百香果, 若购买 2 千克“红土”百香果和 1 千克“黄金”百香果需付 80 元, 若购买 1 千克“红土”

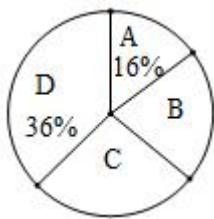
百香果和 3 千克“黄金”百香果需付 115 元. 请问这两种百香果每千克各是多少元?

19. (8 分) 为宣传 6 月 6 日世界海洋日, 某校九年级举行了主题为“珍惜海洋资源, 保护海洋生物多样性”的知识竞赛活动. 为了解全年级 500 名学生此次竞赛成绩 (百分制) 的情况, 随机抽取了部分参赛学生的成绩, 整理并绘制出如下不完整的统计表 (表 1) 和统计图 (如图). 请根据图表信息解答以下问题:

- (1) 本次调查一共随机抽取了_____个参赛学生的成绩;
- (2) 表 1 中 $a =$ _____;
- (3) 所抽取的参赛学生的成绩的中位数落在的“组别”是_____;
- (4) 请你估计, 该校九年级竞赛成绩达到 80 分以上 (含 80 分) 的学生约有_____人.

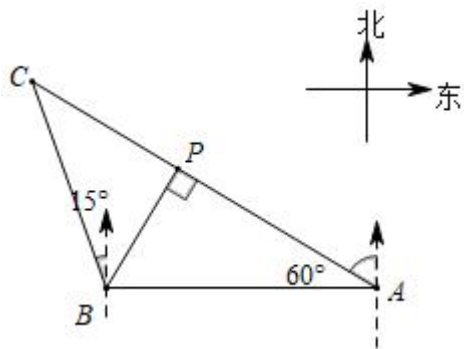
表 1 知识竞赛成绩分组统计表

组别	分数/分	频数
A	$60 \leq x < 70$	a
B	$70 \leq x < 80$	10
C	$80 \leq x < 90$	14
D	$90 \leq x < 100$	18



20. (10 分) 如图是某区域的平面示意图, 码头 A 在观测站 B 的正东方向, 码头 A 的北偏西 60° 方向上有一小岛 C , 小岛 C 在观测站 B 的北偏西 15° 方向上, 码头 A 到小岛 C 的距离 AC 为 10 海里.

- (1) 填空: $\angle BAC =$ _____度, $\angle C =$ _____度;
- (2) 求观测站 B 到 AC 的距离 BP (结果保留根号).



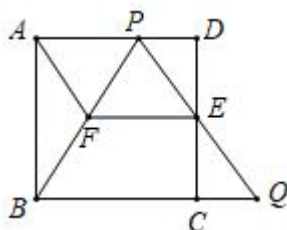
21. (13 分) 如图, 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, E 是边 CD 的中点, 点 P 是边 AD 上一点 (与点 A 、 D 不重合), 射线 PE 与 BC 的延长线交于点 Q .

(1) 求证: $\triangle PDE \cong \triangle QCE$;

(2) 过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 PB 于点 F , 连结 AF , 当 $PB = PQ$ 时,

①求证: 四边形 $AFEP$ 是平行四边形;

②请判断四边形 $AFEP$ 是否为菱形, 并说明理由.



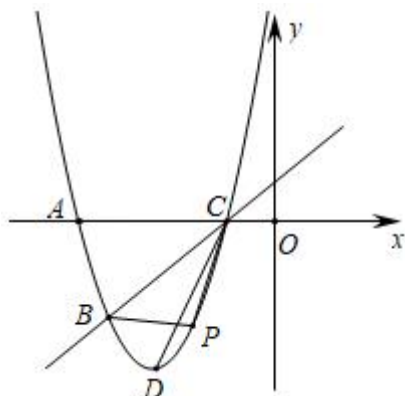
22. (15 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 5$ 经过 $A(-5, 0)$, $B(-4, -3)$ 两点, 与 x 轴的另一个交点为 C , 顶点为 D , 连结 CD .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 P 为该抛物线上一动点 (与点 B 、 C 不重合), 设点 P 的横坐标为 t .

①当点 P 在直线 BC 的下方运动时, 求 $\triangle PBC$ 的面积的最大值;

②该抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle PBC = \angle BCD$? 若存在, 求出所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年海南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题满分 36 分，每小题 3 分）在下列各题的四个备选答案中，有且只有一个正确的，请在答题卡上把你认为正确的答案的字母代号按要求用 2B 铅笔涂黑

1. (3 分) 如果收入 100 元记作+100 元，那么支出 100 元记作 ()

- A. -100 元 B. +100 元 C. -200 元 D. +200 元

【分析】根据正数与负数的意义，支出即为负数；

【解答】解：收入 100 元+100 元，支出 100 元为 -100 元，

故选：A.

【点评】本题考查正数与负数的意义；能够理解正数与负数的实际意义是解题的关键.

2. (3 分) 当 $m = -1$ 时，代数式 $2m+3$ 的值是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【分析】将 $m = -1$ 代入代数式即可求值；

【解答】解：将 $m = -1$ 代入 $2m+3 = 2 \times (-1) + 3 = 1$ ；

故选：C.

【点评】本题考查代数式求值；熟练掌握代入法求代数式的值是解题的关键.

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a \cdot a^2 = a^3$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $2a^2 - a^2 = 2$ D. $(3a^2)^2 = 6a^4$

【分析】根据同底数幂乘除法的运算法则，合并同类项法则，幂的乘方与积的乘方法则即可求解；

【解答】解： $a \cdot a^2 = a^{1+2} = a^3$ ，A 准确；

$a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$ ，B 错误；

$2a^2 - a^2 = a^2$ ，C 错误；

$(3a^2)^2 = 9a^4$ ，D 错误；

故选：A.

【点评】本题考查实数和整式的运算；熟练掌握同底数幂乘除法的运算法则，合并同类项法则，幂的乘方与积的乘方法则是解题的关键.

4. (3 分) 分式方程 $= 1$ 的解是 ()

- A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

【分析】根据分式方程的求解方法解题，注意检验根的情况；

【解答】解： $\frac{x}{x+2} = 1$,

两侧同时乘以 $(x+2)$ ，可得

$$x+2 = 1,$$

解得 $x = -1$ ；

经检验 $x = -1$ 是原方程的根；

故选：B.

【点评】本题考查分式方程的解法；熟练掌握分式方程的方法是解题的关键.

5. (3分) 海口市首条越江隧道——文明东越江通道项目将于2020年4月份完工，该项目总投资3710000000元. 数据3710000000用科学记数法表示为 ()

A. 371×10^7 B. 37.1×10^8 C. 3.71×10^8 D. 3.71×10^9

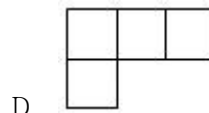
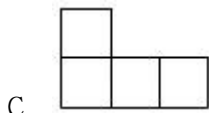
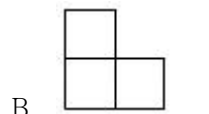
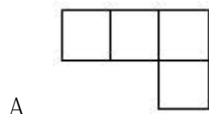
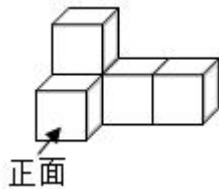
【分析】根据科学记数法的表示方法 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 9$) 即可求解；

【解答】解：由科学记数法可得 $3710000000 = 3.71 \times 10^9$ ，

故选：D.

【点评】本题考查科学记数法；熟练掌握科学记数法的表示方法是解题的关键.

6. (3分) 如图是由5个大小相同的小正方体摆成的几何体，它的俯视图是 ()



【分析】根据俯视图是从上面看到的图象判定则可.

【解答】解：从上面看下来，上面一行是横放3个正方体，左下角一个正方体.

故选：D.

【点评】本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图.

7. (3分) 如果反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ (a 是常数) 的图象在第一、三象限，那么 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 0$ B. $a > 0$ C. $a < 2$ D. $a > 2$

【分析】反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象在一、三象限，可得 $k > 0$.

【解答】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{a-2}{x}$ (a 是常数) 的图象在第一、三象限，

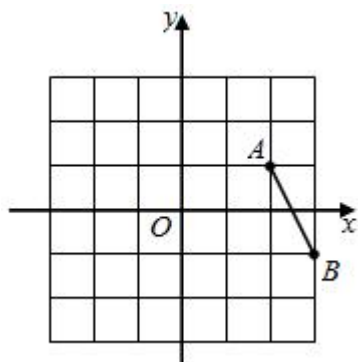
$$\therefore a - 2 > 0,$$

$$\therefore a > 2.$$

故选：D.

【点评】本题运用了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象的性质，关键要知道 k 的决定性作用.

8. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(2, 1)$ ，点 $B(3, -1)$ ，平移线段 AB ，使点 A 落在点 $A_1(-2, 2)$ 处，则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()



- A. $(-1, -1)$ B. $(1, 0)$ C. $(-1, 0)$ D. $(3, 0)$

【分析】由点 $A(2, 1)$ 平移后 $A_1(-2, 2)$ 可得坐标的变化规律，由此可得点 B 的对应点 B_1 的坐标.

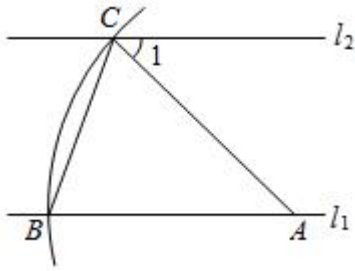
【解答】解：由点 $A(2, 1)$ 平移后 $A_1(-2, 2)$ 可得坐标的变化规律是：左移 4 个单位，上移 1 个单位，

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的对应点 } B_1 \text{ 的坐标 } (-1, 0).$$

故选：C.

【点评】本题运用了点的平移的坐标变化规律，关键是由点 $A(2, 1)$ 平移后 $A_1(-2, 2)$ 可得坐标的变化规律，由此可得点 B 的对应点 B_1 的坐标.

9. (3分) 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，点 A 在直线 l_1 上，以点 A 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交直线 l_1 、 l_2 于 B 、 C 两点，连结 AC 、 BC . 若 $\angle ABC = 70^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的大小为 ()



- A. 20° B. 35° C. 40° D. 70°

【分析】根据平行线的性质解答即可.

【解答】解: $\because$ 点 A 为圆心, 适当长度为半径画弧, 分别交直线 l_1 、 l_2 于 B 、 C ,

$$\therefore AC = AB,$$

$$\therefore \angle CBA = \angle BCA = 70^\circ,$$

$$\because l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle CBA + \angle BCA + \angle 1 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ,$$

故选: C.

【点评】此题考查平行线的性质, 关键是根据平行线的性质解答.

10. (3分) 某路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒, 绿灯亮 25 秒, 黄灯亮 5 秒, 当小明到达该路口时, 遇到绿灯的概率是 ()

- A. B. C. D.

【分析】随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$.

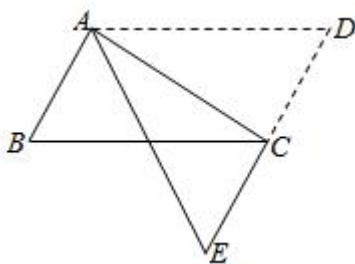
【解答】解: $\because$ 每分钟红灯亮 30 秒, 绿灯亮 25 秒, 黄灯亮 5 秒,

$$\therefore \text{当小明到达该路口时, 遇到绿灯的概率 } P = \frac{25}{60},$$

故选: D.

【点评】本题考查了概率, 熟练掌握概率公式是解题的关键.

11. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 将 $\triangle ADC$ 沿 AC 折叠后, 点 D 恰好落在 DC 的延长线上的点 E 处. 若 $\angle B = 60^\circ$, $AB = 3$, 则 $\triangle ADE$ 的周长为 ()



A. 12

B. 15

C. 18

D. 21

【分析】依据平行四边形的性质以及折叠的性质，即可得到 $BC=2AB=6$ ， $AD=6$ ，再根据 $\triangle ADE$ 是等边三角形，即可得到 $\triangle ADE$ 的周长为 $6 \times 3 = 18$ 。

【解答】解：由折叠可得， $\angle ACD = \angle ACE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = 2AB = 6,$$

$$\therefore AD = 6,$$

由折叠可得， $\angle E = \angle D = \angle B = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAE = 60^\circ,$$

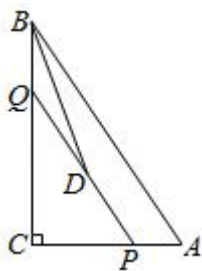
$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形，

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长为 } 6 \times 3 = 18,$$

故选：C.

【点评】本题考查了平行四边形的性质、轴对称图形性质以及等边三角形的判定。解题时注意折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等。

12. (3分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 4$ 。点 P 是边 AC 上一动点，过点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交 BC 于点 Q ， D 为线段 PQ 的中点，当 BD 平分 $\angle ABC$ 时， AP 的长度为 ()



A.

B.

C.

D.

【分析】根据勾股定理求出 AC ，根据角平分线的定义、平行线的性质得到 $\angle QBD = \angle BDQ$ ，得到 $QB = QD$ ，根据相似三角形的性质列出比例式，计算即可。

【解答】解： $\because \angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 4$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 3,$$

$\because PQ \parallel AB$,
 $\therefore \angle ABD = \angle BDQ$, 又 $\angle ABD = \angle QBD$,
 $\therefore \angle QBD = \angle BDQ$,
 $\therefore QB = QD$,
 $\therefore QP = 2QB$,
 $\because PQ \parallel AB$,
 $\therefore \triangle CPQ \sim \triangle CAB$,
 $\therefore \frac{CP}{CA} = \frac{QP}{AB}$, 即 $\frac{CP}{CA} = \frac{2QB}{AB}$,
 解得, $CP = \frac{2}{3}CA$,
 $\therefore AP = CA - CP = \frac{1}{3}CA$,
 故选: B .

【点评】本题考查的是相似三角形的判定和性质, 掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

二、填空题 (本大题满分 16 分, 每小题 4 分)

13. (4 分) 因式分解: $ab - a = \underline{a(b-1)}$.

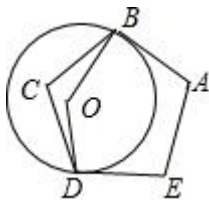
【分析】提公因式 a 即可.

【解答】解: $ab - a = a(b-1)$.

故答案为: $a(b-1)$.

【点评】本题考查了提取公因式法因式分解. 关键是求出多项式里各项的公因式, 提公因式.

14. (4 分) 如图, $\odot O$ 与正五边形 $ABCDE$ 的边 AB 、 DE 分别相切于点 B 、 D , 则劣弧 $\widehat{BD}$ 所对的圆心角 $\angle BOD$ 的大小为 144 度.



【分析】根据正多边形内角和公式可求出 $\angle E$ 、 $\angle D$, 根据切线的性质可求出 $\angle OAE$ 、 $\angle OCD$, 从而可求出 $\angle AOC$, 然后根据圆弧长公式即可解决问题.

【解答】解: $\because$ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形,

$\therefore \angle E = \angle A = 108^\circ$.

$\therefore AB, DE$ 与 $\odot O$ 相切,

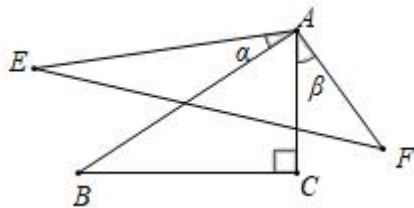
$$\therefore \angle OBA = \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = (5-2) \times 180^\circ - 90^\circ - 108^\circ - 108^\circ - 90^\circ = 144^\circ,$$

故答案为: 144.

【点评】 本题主要考查了切线的性质、正五边形的性质、多边形的内角和公式、熟练掌握切线的性质是解决本题的关键.

15. (4 分) 如图, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 AE , 直角边 AC 绕点 A 逆时针旋转 β ($0^\circ < \beta < 90^\circ$) 得到 AF , 连结 EF . 若 $AB=3$, $AC=2$, 且 $\alpha + \beta = \angle B$, 则 $EF = \underline{\sqrt{13}}$.



【分析】 由旋转的性质可得 $AE = AB = 3$, $AC = AF = 2$, 由勾股定理可求 EF 的长.

【解答】 解: 由旋转的性质可得 $AE = AB = 3$, $AC = AF = 2$,

$$\therefore \angle B + \angle BAC = 90^\circ, \text{ 且 } \alpha + \beta = \angle B,$$

$$\therefore \angle BAC + \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ$$

$$\therefore EF = \sqrt{AE^2 + AF^2} = \sqrt{13}$$

故答案为: $\sqrt{13}$

【点评】 本题考查了旋转的性质, 勾股定理, 灵活运用旋转的性质是本题的关键.

16. (4 分) 有 2019 个数排成一行, 对于任意相邻的三个数, 都有中间的数等于前后两数的和. 如果第一个数是 0, 第二个数是 1, 那么前 6 个数的和是 0, 这 2019 个数的和是 2.

【分析】 根据题意可以写出这组数据的前几个数, 从而可以数字的变化规律, 本题得以解决.

【解答】 解: 由题意可得,

这列数为: 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0, 1, 1, $\dots$,

$$\therefore \text{前 6 个数的和是: } 0 + 1 + 1 + 0 + (-1) + (-1) = 0,$$

$$\therefore 2019 \div 6 = 336 \cdots 3,$$

$$\therefore \text{这 2019 个数的和是: } 0 \times 336 + (0+1+1) = 2,$$

故答案为: 0, 2.

【点评】 本题考查数字的变化类, 解答本题的关键是明确题意, 发现题目中数字的变化规律, 每六个数重复出现.

三、解答题 (本大题满分 68 分)

17. (12 分) (1) 计算: $9 \times 3^{-2} + (-1)^3 - \sqrt{4}$;

(2) 解不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+4 > 3x \end{cases}$, 并求出它的整数解.

【分析】 (1) 先计算负整数指数幂、乘方及算术平方根, 再计算乘法, 最后计算加减可得;

(2) 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】 解: (1) 原式 $= 9 \times -1 - 2$

$$= 3 - 1 - 2$$

$$= 0;$$

(2) 解不等式 $x+1 > 0$, 得: $x > -1$,

解不等式 $x+4 > 3x$, 得: $x < 2$,

则不等式组的解集为 $-1 < x < 2$,

所以不等式组的整数解为 0、1.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

18. (10 分) 时下正是海南百香果丰收的季节, 张阿姨到“海南爱心扶贫网”上选购百香果, 若购买 2 千克“红土”百香果和 1 千克“黄金”百香果需付 80 元, 若购买 1 千克“红土”百香果和 3 千克“黄金”百香果需付 115 元. 请问这两种百香果每千克各是多少元?

【分析】 设“红土”百香果每千克 x 元, “黄金”百香果每千克 y 元, 由题意列出方程组, 解方程组即可.

【解答】 解: 设“红土”百香果每千克 x 元, “黄金”百香果每千克 y 元,

由题意得：
$$\begin{cases} 2x+y=80 \\ x+3y=115 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=25 \\ y=30 \end{cases}$$

答：“红土”百香果每千克 25 元，“黄金”百香果每千克 30 元.

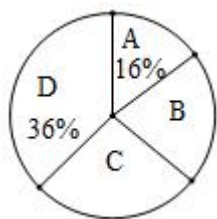
【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用以及二元一次方程组的解法；根据题意列出方程组是解题的关键.

19. (8 分) 为宣传 6 月 6 日世界海洋日，某校九年级举行了主题为“珍惜海洋资源，保护海洋生物多样性”的知识竞赛活动. 为了解全年级 500 名学生此次竞赛成绩（百分制）的情况，随机抽取了部分参赛学生的成绩，整理并绘制出如下不完整的统计表（表 1）和统计图（如图）. 请根据图表信息解答以下问题：

- (1) 本次调查一共随机抽取了 50 个参赛学生的成绩；
- (2) 表 1 中 $a =$ 8 ；
- (3) 所抽取的参赛学生的成绩的中位数落在的“组别”是 C ；
- (4) 请你估计，该校九年级竞赛成绩达到 80 分以上（含 80 分）的学生约有 320 人.

表 1 知识竞赛成绩分组统计表

组别	分数/分	频数
A	$60 \leq x < 70$	a
B	$70 \leq x < 80$	10
C	$80 \leq x < 90$	14
D	$90 \leq x < 100$	18



- 【分析】** (1) 本次调查一共随机抽取学生： $18 \div 36\% = 50$ (人)；
- (2) $a = 50 - 18 - 14 - 10 = 8$ ；
- (3) 本次调查一共随机抽取 50 名学生，中位数落在 C 组；
- (4) 该校九年级竞赛成绩达到 80 分以上（含 80 分）的学生有 $500 \times \frac{24}{50} = 320$ (人).

【解答】 解： (1) 本次调查一共随机抽取学生： $18 \div 36\% = 50$ (人)，

故答案为 50;

$$(2) a = 50 - 18 - 14 - 10 = 8,$$

故答案为 8;

(3) 本次调查一共随机抽取 50 名学生, 中位数落在 C 组,

故答案为 C;

(4) 该校九年级竞赛成绩达到 80 分以上 (含 80 分) 的学生有 $500 \times = 320$ (人),

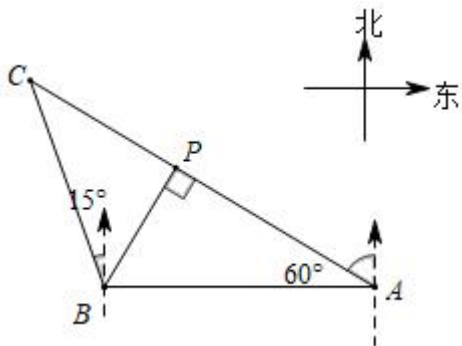
故答案为 320.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. (10 分) 如图是某区域的平面示意图, 码头 A 在观测站 B 的正东方向, 码头 A 的北偏西 60° 方向上有一小岛 C, 小岛 C 在观测站 B 的北偏西 15° 方向上, 码头 A 到小岛 C 的距离 AC 为 10 海里.

(1) 填空: $\angle BAC = \underline{30}$ 度, $\angle C = \underline{45}$ 度;

(2) 求观测站 B 到 AC 的距离 BP (结果保留根号).



【分析】 (1) 由题意得: $\angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$, 由三角形内角和定理即可得出 $\angle C$ 的度数;

(2) 证出 $\triangle BCP$ 是等腰直角三角形, 得出 $BP = PC$, 求出 $PA = \sqrt{3}BP$, 由题意得出 $BP + \sqrt{3}BP = 10$, 解得 $BP = 5\sqrt{3} - 5$ 即可.

【解答】 解: (1) 由题意得: $\angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$,
 $\therefore \angle C = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 45^\circ$;

故答案为: 30, 45;

(2) $\because BP \perp AC$,

$\therefore \angle BPA = \angle BPC = 90^\circ$,

$$\because \angle C = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle BCP$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore BP = PC,$$

$$\because \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore PA = \sqrt{3}BP,$$

$$\because PA + PC = AC,$$

$$\therefore BP + \sqrt{3}BP = 10,$$

$$\text{解得: } BP = 5\sqrt{3} - 5,$$

答: 观测站 B 到 AC 的距离 BP 为 $(5\sqrt{3} - 5)$ 海里.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 通过解直角三角形得出方程是解题的关键.

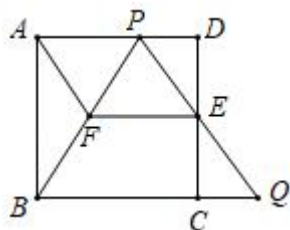
21. (13 分) 如图, 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, E 是边 CD 的中点, 点 P 是边 AD 上一点 (与点 A 、 D 不重合), 射线 PE 与 BC 的延长线交于点 Q .

(1) 求证: $\triangle PDE \cong \triangle QCE$;

(2) 过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 PB 于点 F , 连结 AF , 当 $PB = PQ$ 时,

①求证: 四边形 $AFEP$ 是平行四边形;

②请判断四边形 $AFEP$ 是否为菱形, 并说明理由.



【分析】 (1) 由四边形 $ABCD$ 是正方形知 $\angle D = \angle ECQ = 90^\circ$, 由 E 是 CD 的中点知 $DE = CE$, 结合 $\angle DEP = \angle CEQ$ 即可得证;

(2) ①由 $PB = PQ$ 知 $\angle PBQ = \angle Q$, 结合 $AD \parallel BC$ 得 $\angle APB = \angle PBQ = \angle Q = \angle EPD$, 由 $\triangle PDE \cong \triangle QCE$ 知 $PE = QE$, 再由 $EF \parallel BQ$ 知 $PF = BF$, 根据 $\text{Rt}\triangle PAB$ 中 $AF = PF = BF$ 知 $\angle APF = \angle PAF$, 从而得 $\angle PAF = \angle EPD$, 据此即可证得 $PE \parallel AF$, 从而得证;

②设 $AP = x$, 则 $PD = 1 - x$, 若四边形 $AFEP$ 是菱形, 则 $PE = PA = x$, 由 $PD^2 + DE^2 = PE^2$ 得关于 x 的方程, 解之求得 x 的值, 从而得出四边形 $AFEP$ 为菱形的情况.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle D = \angle ECQ = 90^\circ,$$

$\because E$ 是 CD 的中点,

$$\therefore DE = CE,$$

又 $\because \angle DEP = \angle CEQ$,

$$\therefore \triangle PDE \cong \triangle QCE \text{ (ASA)};$$

$$(2) \text{ ① } \because PB = PQ,$$

$$\therefore \angle PBQ = \angle Q,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle APB = \angle PBQ = \angle Q = \angle EPD,$$

$$\therefore \triangle PDE \cong \triangle QCE,$$

$$\therefore PE = QE,$$

$$\because EF \parallel BQ,$$

$$\therefore PF = BF,$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle PAB \text{ 中, } AF = PF = BF,$$

$$\therefore \angle APF = \angle PAF,$$

$$\therefore \angle PAF = \angle EPD,$$

$$\therefore PE \parallel AF,$$

$$\because EF \parallel BQ \parallel AD,$$

$\therefore$ 四边形 $AFEP$ 是平行四边形;

② 当 $AP =$ 时, 四边形 $AFEP$ 是菱形.

设 $AP = x$, 则 $PD = 1 - x$,

若四边形 $AFEP$ 是菱形, 则 $PE = PA = x$,

$\because CD = 1$, E 是 CD 中点,

$$\therefore DE = ,$$

在 $\text{Rt} \triangle PDE$ 中, 由 $PD^2 + DE^2 = PE^2$ 得 $(1 - x)^2 + ()^2 = x^2$,

解得 $x =$,

即当 $AP =$ 时, 四边形 $AFEP$ 是菱形.

【点评】 本题是四边形的综合问题, 解题的关键是掌握正方形的性质、全等三角形的判定与性质、直角三角形的性质、平行四边形与菱形的判定、性质等知识点.

22. (15 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 5$ 经过 $A(-5, 0)$, $B(-4, -3)$ 两点, 与 x

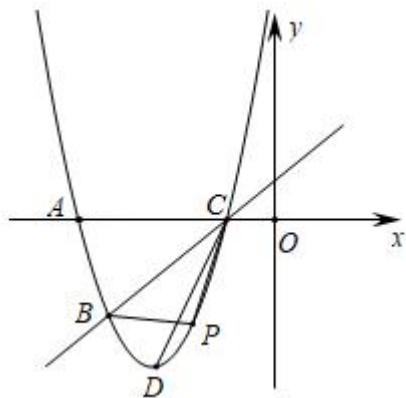
轴的另一个交点为 C ，顶点为 D ，连结 CD 。

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 点 P 为该抛物线上一动点（与点 B 、 C 不重合），设点 P 的横坐标为 t 。

①当点 P 在直线 BC 的下方运动时，求 $\triangle PBC$ 的面积的最大值；

②该抛物线上是否存在点 P ，使得 $\angle PBC = \angle BCD$ ？若存在，求出所有点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



【分析】(1) 将点 A 、 B 坐标代入二次函数表达式，即可求解；

(2) ① $S_{\triangle PBC} = PG (x_C - x_B)$ ，即可求解；②分点 P 在直线 BC 下方、上方两种情况，分别求解即可。

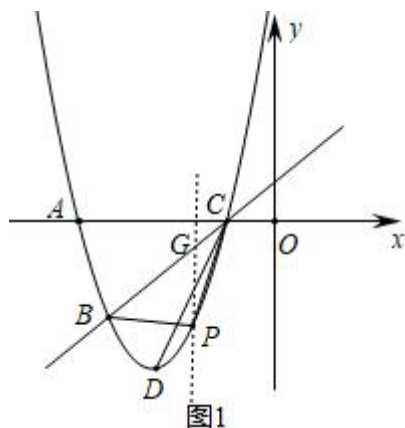
【解答】解：(1) 将点 A 、 B 坐标代入二次函数表达式得：，解得：，

故抛物线的表达式为： $y = x^2 + 6x + 5 \cdots \textcircled{1}$ ，

令 $y = 0$ ，则 $x = -1$ 或 -5 ，

即点 $C (-1, 0)$ ；

(2) ①如图 1，过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 G ，



将点 B 、 C 的坐标代入一次函数表达式并解得：

直线 BC 的表达式为： $y = x + 1 \cdots \textcircled{2}$ ，

设点 $G(t, t+1)$, 则点 $P(t, t^2+6t+5)$,

$$S_{\triangle PBC} = PG(x_C - x_B) = (t+1 - t^2 - 6t - 5) = -t^2 - t - 6,$$

$\therefore < 0$, $\therefore S_{\triangle PBC}$ 有最大值, 当 $t = -$ 时, 其最大值为;

② 设直线 BP 与 CD 交于点 H ,

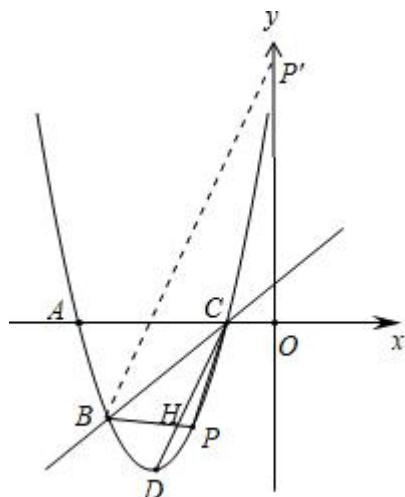


图2

当点 P 在直线 BC 下方时,

$\therefore \angle PBC = \angle BCD$, $\therefore$ 点 H 在 BC 的中垂线上,

线段 BC 的中点坐标为 $(-, -)$,

过该点与 BC 垂直的直线的 k 值为 -1 ,

设 BC 中垂线的表达式为: $y = -x + m$, 将点 $(-, -)$ 代入上式并解得:

直线 BC 中垂线的表达式为: $y = -x - 4 \cdots \textcircled{3}$,

同理直线 CD 的表达式为: $y = 2x + 2 \cdots \textcircled{4}$,

联立③④并解得: $x = -2$, 即点 $H(-2, -2)$,

同理可得直线 BH 的表达式为: $y = x - 1 \cdots \textcircled{5}$,

联立①⑤并解得: $x = -$ 或 -4 (舍去 -4),

故点 $P(-, -)$;

当点 $P(P')$ 在直线 BC 上方时,

$\therefore \angle PBC = \angle BCD$, $\therefore BP' \parallel CD$,

则直线 BP' 的表达式为: $y = 2x + s$, 将点 B 坐标代入上式并解得: $s = 5$,

即直线 BP' 的表达式为: $y = 2x + 5 \cdots \textcircled{6}$,

联立①⑥并解得: $x = 0$ 或 -4 (舍去 -4),

故点 $P(0, 5)$;

故点 P 的坐标为 $P(-, -)$ 或 $(0, 5)$.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用，涉及到一次函数、等腰三角形性质、图形的面积计算等，其中 (2)，要主要分类求解，避免遗漏.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....