

海南省2015年初中毕业生学业水平考试 数 学 科 试 题

(考试时间100分钟, 满分120分)

一、选择题 (本大题满分42分, 每小题3分)

在下列各题的四个备选答案中, 有且只有一个是正确的, 请在答题卡上把你认为正确的答案的字母代号按要求用2B 铅笔涂黑.

1. -2015 的倒数是

- A. $-\frac{1}{2015}$ B. $\frac{1}{2015}$ C. -2015 D. 2015

2. 下列运算中, 正确的是

- A. $a^2 + a^4 = a^6$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $(-a^4)^2 = a^6$ D. $a^2 \cdot a^4 = a^6$

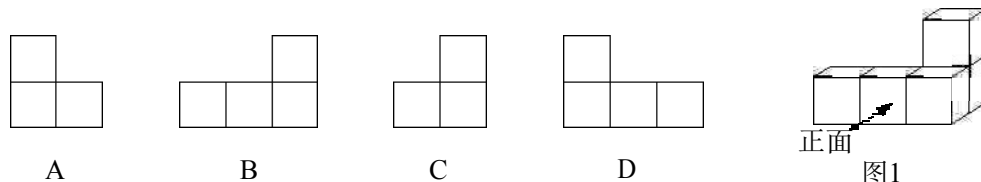
3. 已知 $x=1$, $y=2$, 则代数式 $x-y$ 的值为

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -3

4. 有一组数据: 1、4、-3、 3、4, 这组数据的中位数为

- A. -3 B. 1 C. 3 D. 4

5. 图1 是由5 个完全相同的小正方体组成的几何体, 则这个几何体的主视图是

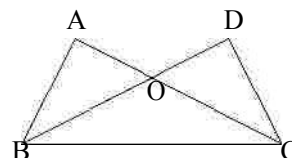


6. 据报道, 2015 年全国普通高考报考人数约9 420 000 人, 数据9 420 000 用科学记数法表示为 9.42×10^n , 则 n 的值是

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. 如图2, 下列条件中, 不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的是

- A. $AB=DC$, $AC=DB$ B. $AB=DC$, $\angle ABC=\angle DCB$
C. $\frac{BO}{3}=\frac{CO}{2}$, $\angle A=\angle D$ D. $AB=DC$, $\angle A=\angle D$



8. 方程 $\frac{1}{x} = \frac{1}{x-2}$ 的解为

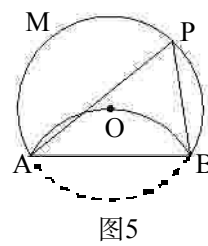
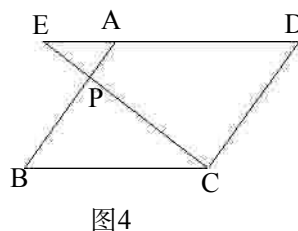
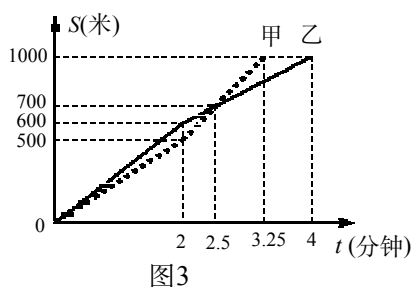
- A. $x=2$ B. $x=6$ C. $x=-6$ D. 无解

9. 某企业今年1 月份产值为 x 万元, 2 月份比1 月份减少了10%, 3 月份比2 月份增加了15%

则3 月份的产值是

- A. $(1-10\%)(1+15\%)x$ 万元 B. $(1-10\%+15\%)x$ 万元
C. $(x-10\%)(x+15\%)$ 万元 D. $(1+10\%-15\%)x$ 万元

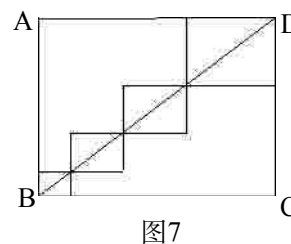
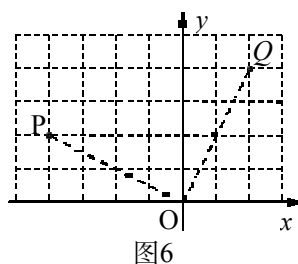
10. 点 $A(-1, 1)$ 是反比例函数 $y = \frac{m+1}{x}$ 的图象上一点, 则 m 的值为
 A. -1 B. -2 C. 0 D. 1
11. 某校开展“文明小卫士”活动, 从学生会“督查部”的3名学生(2男1女)中随机选两名进行督导, 则恰好选中两名男学生的概率是
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{9}$
12. 甲、乙两人在操场上赛跑, 他们赛跑的路程 S (米)与时间 t (分钟)之间的函数关系如图3所示, 则下列说法错误的是
 A. 甲、乙两人进行1000米赛跑 B. 甲先慢后快, 乙先快后慢
 C. 比赛到2分钟时, 甲、乙两人跑过的路程相等 D. 甲先到达终点
13. 如图4, 点 P 是 $\square ABCD$ 边 AB 上的一点, 射线 CP 交 DA 的延长线于点 E , 则图中相似的三角形有
 A. 0对 B. 1对 C. 2对 D. 3对



14. 如图5, 将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠, 圆弧恰好经过圆心 O , 点 P 是优弧 $\widehat{AMB}$ 上一点, 则 $\angle APB$ 的度数为
 A. 45° B. 30° C. 75° D. 60°

二、填空题 (本大题满分16分, 每小题4分)

15. 分解因式: $x^2 - 9 =$ _____.
16. 点 $(-1, y_1)$ 、 $(2, y_2)$ 是直线 $y = 2x + 1$ 上的两点, 则 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”或“ $=$ ”或“ $<$ ”)
17. 如图6, 在平面直角坐标系中, 将点 $P(-4, 2)$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° , 则其对应点 Q 的坐标为_____.



18. 如图7, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 则图中四个小矩形的周长之和为_____.

三、解答题 (本大题满分62分)

19 (满分10分) (1) 计算: $(-1)^3 + \sqrt[3]{-12} \times 2^{-2}$; (2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x-1 \leq 3 \\ x+\frac{3}{2} > 1 \end{cases}$$

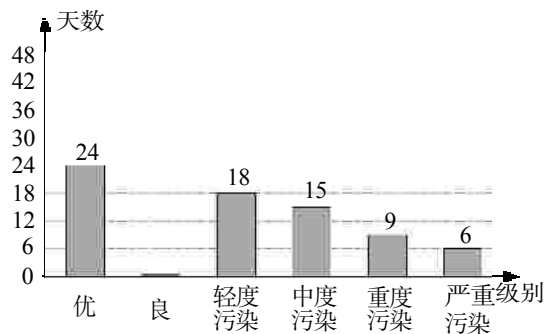
20 (满分8分) 小明想从“天猫”某网店购买计算器, 经查询, 某品牌A 型号计算器的单价比B 型号计算器的单价多10 元, 5 台A 型号的计算器与7 台B 型号的计算器的价钱相同, 问A、B 两种型号计算器的单价分别是多少?

21 (满分8分) 为了治理大气污染, 我国中部某市抽取了该市2014 年中120 天的空气质量指数, 绘制了如下不完整的统计图表:

空气质量指数统计表

级 别	指 数	天数	百分比
优	0 – 50	24	m
良	51 – 100	a	40%
轻度污染	101 – 150	18	15%
中度污染	151 – 200	15	12.5%
重度污染	201 – 300	9	7.5%
严重污染	大于300	6	5%
合计	———	120	100%

空气质量指数条形统计图



请根据图表中提供的信息, 解答下面的问题:

- (1) 空气质量指数统计表中的 $a =$ _____, $m =$ _____;
- (2) 请把空气质量指数条形统计图补充完整;
- (3) 若绘制“空气质量指数扇形统计图”, 级别为“优”所对应扇形的圆心角是 _____ 度
- (4) 估计该市2014 年 (365 天) 中空气质量指数大于100 的天数约有 _____ 天.

22 (满分9分) 如图8, 某渔船在小岛O 南偏东 75° 方向的B 处遇险, 在小岛O 南偏西 45° 方向A 处巡航的中国渔政船接到求救信号后立刻前往救援, 此时, 中国渔政船与小岛O 相距8 海里, 渔船在中国渔政船的正东方向上.

- (1) 求 $\angle BAO$ 与 $\angle ABO$ 的度数 (直接写出答案);
- (2) 若中国渔政船以每小时28 海里的速度沿AB 方向赶往B 处救援, 能否在1 小时内赶到? 请说明理由 (参考数据: $\tan 75^\circ \sim 3.73$, $\tan 15^\circ \sim 0.27$, $2\sqrt{2} \sim 1.41$, $\sqrt{6} \sim 2.45$)

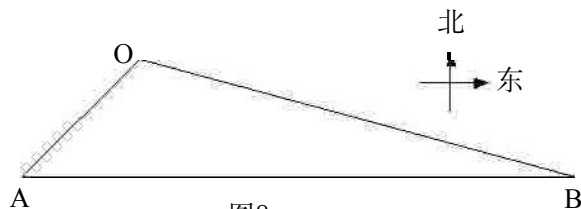


图8

- 23 (满分13分) 如图9-1, 菱形 $ABCD$ 中, 点 P 是 CD 的中点, $\angle BCD = 60^\circ$, 射线 AP 交 BC 的延长线于点 E , 射线 BP 交 DE 于点 K , 点 O 是线段 BK 的中点.
- (1) 求证: $\triangle ADP \cong \triangle ECP$;
 - (2) 若 $BP = n \cdot PK$, 试求出 n 的值;
 - (3) 作 $BM \perp AE$ 于点 M , 作 $KN \perp AE$ 于点 N , 连结 MO 、 NO , 如图9-2所示. 请证明 $\triangle MON$ 是等腰三角形, 并直接写出 $\angle MON$ 的度数.

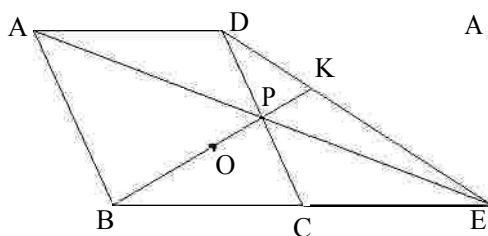


图9-1

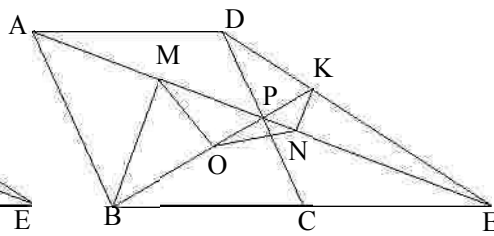


图9-2

- 24 (满分14分) 如图10-1, 二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-3, 0)$ 、 $B(1, 0)$ 与 y 轴相交于点 C , 点 G 是二次函数图象的顶点, 直线 GC 交 x 轴于点 $H(3, 0)$, AD 平行 GC 交 y 轴于点 D .
- (1) 求该二次函数的表达式;
 - (2) 求证: 四边形 $ACHD$ 是正方形;
 - (3) 如图10-2, 点 $M(t, p)$ 是该二次函数图象上的动点, 并且点 M 在第二象限内, 过点 M 的直线 $y = kx$ 交二次函数的图象于另一点 N .
 - ①若四边形 $ADCM$ 的面积为 S , 请求出 S 关于 t 的函数表达式, 并写出 t 的取值范围
 - ②若 $\triangle CMN$ 的面积等于 $\frac{21}{4}$, 请求出此时①中 S 的值.

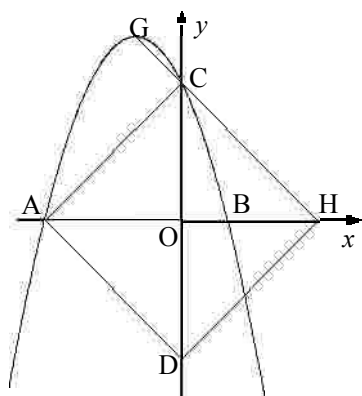


图10-1

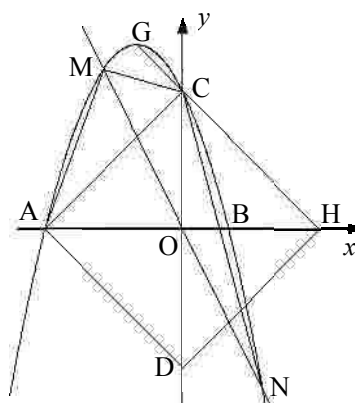


图10-2

2015 年海南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (每小题 3 分, 共 42 分)

1. (2015•海南) -2015 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2015}$ B. $\frac{1}{2015}$ C. -2015 D. 2015

考点: 倒数.

分析: 根据倒数的意义, 乘积是 1 的两个数叫做互为倒数, 据此解答.

解答: 解: $\because -2015 \times (-\frac{1}{2015}) = 1$,

$\therefore -2015$ 的倒数是 $-\frac{1}{2015}$,

故选: A.

点评: 本题主要考查倒数的意义, 解决本题的关键是熟记乘积是 1 的两个数叫做互为倒数.

2. (2015•海南) 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $a^2 + a^4 = a^6$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $(-a^4)^2 = a^6$ D. $a^2 \cdot a^4 = a^6$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据同底数幂的除法, 底数不变指数相减; 合并同类项, 系数相加字母和字母的指数不变; 同底数幂的乘法, 底数不变指数相加; 幂的乘方, 底数不变指数相乘, 对各选项计算后利用排除法求解.

解答: 解: A、 $a^2 \cdot a^4 = a^6$, 故错误;

B、 $a^6 \div a^3 = a^3$, 故错误;

C、 $(-a^4)^2 = a^8$, 故错误;

D、正确;

故选: D.

点评: 本题考查同底数幂的除法, 合并同类项, 同底数幂的乘法, 幂的乘方很容易混淆, 一定要记准法则才能做题.

3. (2015•海南) 已知 $x=1$, $y=2$, 则代数式 $x-y$ 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -3

考点: 代数式求值.

分析: 根据代数式的求值方法, 把 $x=1$, $y=2$ 代入 $x-y$, 求出代数式 $x-y$ 的值为多少即可.

解答: 解: 当 $x=1$, $y=2$ 时,

$x-y=1-2=-1$,

即代数式 $x-y$ 的值为 -1 .

故选: B.

点评: 此题主要考查了代数式的求法, 采用代入法即可, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 求代数式的值可以直接代入、计算. 如果给出的代数式可以化简, 要先化简再求值. 题型简单总结以下三种: ①已知条件不化简, 所给代数式化简; ②已知条件化简, 所给代数式不化简; ③已知条件和所给代数式都要化简.

4. (2015•海南) 有一组数据: 1, 4, -3, 3, 4, 这组数据的中位数为 ()

- A. -3 B. 1 C. 3 D. 4

考点: 中位数.

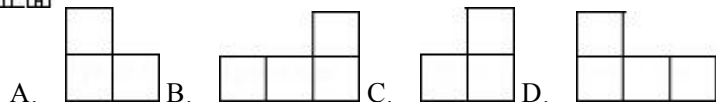
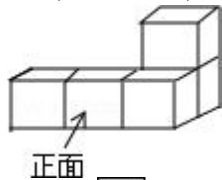
分析: 根据中位数的定义, 将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数求解即可.

解答: 解: 将这组数据从小到大排列为: -3, 1, 3, 4, 4, 中间一个数为 3, 则中位数为 3.

故选 C.

点评: 本题为统计题, 考查中位数的意义, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数, 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错.

5. (2015•海南) 如图是由 5 个完全相同的小正方体组成的几何体. 则这个几何体的主视图是 ()



考点: 简单组合体的三视图.

分析: 根据从正面看得到的视图是主视图, 可得答案.

解答: 解: 从正面看第一层是三个小正方形, 第二层右边一个小正方形,

故选: B.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 从正面看得到的视图是主视图.

6. (2015•海南) 据报道, 2015 年全国普通高考报考人数约为 9 420 000 人, 数据 9 420 000 用科学记数法表示为 9.42×10^n , 则 n 的值是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数. 确定 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 为整数) 中 n 的值, 由于 9420000 有 7 位, 所以可以确定 $n=7-1=6$.

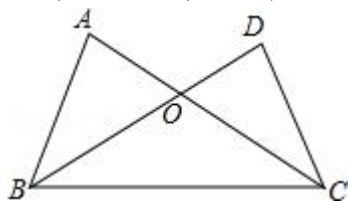
解答: 解: $\because 9420000=9.42 \times 10^6$,

$\therefore n=6$.

故选 C.

点评: 此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

7. (2015•海南) 如图, 下列条件中, 不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的是 ()



- A. $AB=DC$, $AC=DB$ B. $AB=DC$, $\angle ABC=\angle DCB$
C. $BO=CO$, $\angle A=\angle D$ D. $AB=DC$, $\angle A=\angle D$

考点: 全等三角形的判定.

分析: 本题要判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 已知 BC 是公共边, 具备了一组边对应相等. 所以由全等三角形的判定定理作出正确的判断即可.

解答: 解: 根据题意知, BC 边为公共边.

A、由“SSS”可以判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故本选项错误；

B、由“SAS”可以判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故本选项错误；

C、由 $BO=CO$ 可以推知 $\angle ACB=\angle DBC$ ，则由“AAS”可以判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故本选项错误；

D、由“SSA”不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故本选项正确.

故选：D.

点评： 本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意：AAA、SSA不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

8. (2015•海南) 方程 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-2}$ 的解为 ()

A. $x=2$ B. $x=6$ C. $x=-6$ D. 无解

考点： 解分式方程.

专题： 计算题.

分析： 本题考查解分式方程的能力，观察可得最简公分母是 $x(x-2)$ ，方程两边乘以最简公分母，可以把分式方程化为整式方程，再求解.

解答： 解：方程两边同乘以 $x(x-2)$ ，得 $3(x-2)=2x$ ，解得 $x=6$ ，

将 $x=6$ 代入 $x(x-2)=24 \neq 0$ ，所以原方程的解为： $x=6$ ，故选 B.

点评： (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

9. (2015•海南) 某企业今年 1 月份产值为 x 万元，2 月份比 1 月份减少了 10%，3 月份比 2 月份增加了 15%，则 3 月份的产值是 ()

A. $(1-10\%)(1+15\%)x$ 万元 B. $(1-10\%+15\%)x$ 万元

C. $(x-10\%)(x+15\%)$ 万元 D. $(1+10\%-15\%)x$ 万元

考点： 列代数式.

分析： 根据 3 月份、1 月份与 2 月份的产值的百分比的关系列式计算即可得解.

解答： 解：3 月份的产值为： $(1-10\%)(1+15\%)x$ 万元.

故选 A

点评： 本题考查了列代数式，理解各月之间的百分比的关系是解题的关键.

10. (2015•海南) 点 A $(-1, 1)$ 是反比例函数 $y = \frac{m+1}{x}$ 的图象上一点，则 m 的值为 ()

A. -1 B. -2 C. 0 D. 1

考点： 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析： 把点 A $(-1, 1)$ 代入函数解析式，即可求得 m 的值.

解答： 解：把点 A $(-1, 1)$ 代入函数解析式得： $1 = \frac{m+1}{-1}$,

解得： $m+1 = -1$,

解得 $m = -2$.

故选 B.

点评： 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，经过函数的某点一定在函数的图象上.

11. (2015•海南) 某校开展“文明小卫士”活动，从学生会“督查部”的 3 名学生 (2 男 1 女) 中随机选两名进行督导，恰好选中两名男学生的概率是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

考点：列表法与树状图法.

分析：首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与恰好选中两名男学生的情况，再利用概率公式即可求得答案.

解答：解：画树状图得：



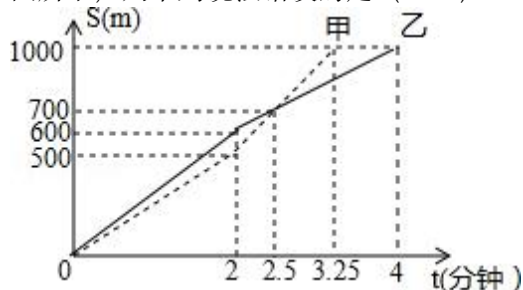
∴共有 6 种等可能的结果，恰好选中两名男学生的有 2 种情况，

∴恰好选中两名男学生的概率是： $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故选 A.

点评：此题考查了树状图法与列表法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

12. (2015•海南) 甲、乙两人在操场上赛跑，他们赛跑的路程 S (米) 与时间 t (分钟) 之间的函数关系如图所示，则下列说法错误的是 ()



- A. 甲、乙两人进行 1000 米赛跑
 B. 甲先慢后快，乙先快后慢
 C. 比赛到 2 分钟时，甲、乙两人跑过的路程相等
 D. 甲先到达终点

考点：函数的图象.

分析：根据给出的函数图象对每个选项进行分析即可.

解答：解：从图象可以看出，

甲、乙两人进行 1000 米赛跑，A 说法正确；

甲先慢后快，乙先快后慢，B 说法正确；

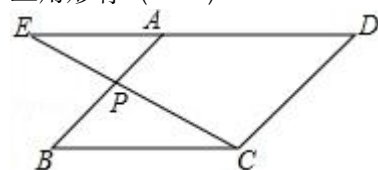
比赛到 2 分钟时，甲跑了 500 米，乙跑了 600 米，甲、乙两人跑过的路程不相等，C 说法不正确；

甲先到达终点，D 说法正确，

故选：C.

点评：本题考查的是函数的图象，从函数图象获取正确的信息是解题的关键.

13. (2015•海南) 如图，点 P 是 $\square ABCD$ 边 AB 上的一点，射线 CP 交 DA 的延长线于点 E ，则图中相似的三角形有 ()



- A. 0 对 B. 1 对 C. 2 对 D. 3 对

考点：相似三角形的判定；平行四边形的性质.

分析：利用相似三角形的判定方法以及平行四边形的性质得出即可.

解答：解：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB//DC，AD//BC，

∴ $\triangle EAP \sim \triangle EDC$ ， $\triangle EAP \sim \triangle CPB$ ，

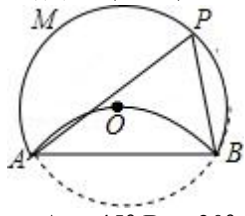
∴ $\triangle EDC \sim \triangle CBP$ ，

故有 3 对相似三角形.

故选：D.

点评：此题主要考查了相似三角形的判定以及平行四边形的性质，熟练掌握相似三角形的判定方法是解题关键.

14. (2015•海南) 如图，将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠，圆弧恰好经过圆心 O，点 P 是优弧 $\widehat{AMB}$ 上一点，则 $\angle APB$ 的度数为 ()



A. 45° B. 30° C. 75° D. 60°

考点：圆周角定理；含 30 度角的直角三角形；翻折变换（折叠问题）.

专题：计算题.

分析：作半径 $OC \perp AB$ 于 D，连结 OA、OB，如图，根据折叠的性质得 $OD=CD$ ，则 $OD=\frac{1}{2}OA$ ，根据含

30 度的直角三角形三边的关系得到 $\angle OAD=30^\circ$ ，接着根据三角形内角和定理可计算出 $\angle AOB=120^\circ$ ，

然后根据圆周角定理计算 $\angle APB$ 的度数.

解答：解：作半径 $OC \perp AB$ 于 D，连结 OA、OB，如图，

∵将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠，圆弧恰好经过圆心 O，

∴ $OD=CD$ ，

∴ $OD=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}OA$ ，

∴ $\angle OAD=30^\circ$ ，

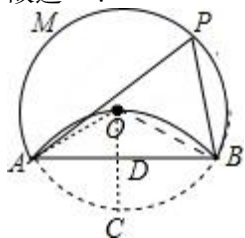
而 $OA=OB$ ，

∴ $\angle CBA=30^\circ$ ，

∴ $\angle AOB=120^\circ$ ，

∴ $\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=60^\circ$.

故选 D.



点评：本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半. 也考查了含 30 度的直角三角形三边的关系和折叠的性质.

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

15. (4 分) (2015•海南) 分解因式: $x^2 - 9 = \underline{(x+3)(x-3)}$.

考点: 因式分解-运用公式法.

分析: 本题中两个平方项的符号相反, 直接运用平方差公式分解因式.

解答: 解: $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$.

故答案为: $(x+3)(x-3)$.

点评: 主要考查平方差公式分解因式, 熟记能用平方差公式分解因式的多项式的特征, 即“两项、异号、平方形式”是避免错用平方差公式的有效方法.

16. (4 分) (2015•海南) 点 $(-1, y_1)$ 、 $(2, y_2)$ 是直线 $y=2x+1$ 上的两点, 则 $y_1 \underline{<} y_2$ (填“>”或“=”或“<”)

考点: 一次函数图象上点的坐标特征.

分析: 根据 $k=2>0$, y 将随 x 的增大而增大, 得出 y_1 与 y_2 的大小关系.

解答: 解: $\because k=2>0$, y 将随 x 的增大而增大, $2>-1$,

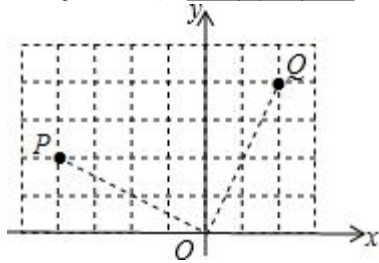
$\therefore y_1 < y_2$.

故 y_1 与 y_2 的大小关系是: $y_1 < y_2$.

故答案为: $<$

点评: 本题考查一次函数的图象性质, 关键是根据当 $k>0$, y 随 x 增大而增大; 当 $k<0$ 时, y 将随 x 的增大而减小.

17. (4 分) (2015•海南) 如图, 在平面直角坐标系中, 将点 $P(-4, 2)$ 绕原点顺时针旋转 90° , 则其对应点 Q 的坐标为 $\underline{(2, 4)}$.



考点: 坐标与图形变化-旋转.

分析: 首先求出 $\angle MPO = \angle QON$, 利用 AAS 证明 $\triangle PMO \cong \triangle ONQ$, 即可得到 $PM=ON$, $OM=QN$, 进而求出 Q 点坐标.

解答: 解: 作图如右,

$\because \angle MPO + \angle POM = 90^\circ$, $\angle QON + \angle POM = 90^\circ$,

$\therefore \angle MPO = \angle QON$,

在 $\triangle PMO$ 和 $\triangle ONQ$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle PMO = \angle ONQ \\ \angle MPO = \angle NOQ \\ PO = OQ \end{cases}$$

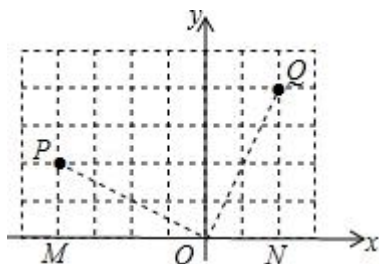
$\therefore \triangle PMO \cong \triangle ONQ$,

$\therefore PM=ON$, $OM=QN$,

$\because P$ 点坐标为 $(-4, 2)$,

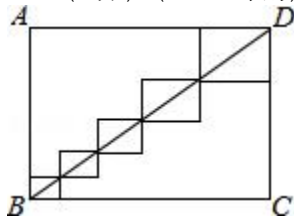
$\therefore Q$ 点坐标为 $(2, 4)$,

故答案为 $(2, 4)$.



点评：此题主要考查了旋转的性质，以及全等三角形的判定和性质，关键是掌握旋转后对应线段相等．

18. (4分) (2015•海南) 如图，矩形 ABCD 中，AB=3，BC=4，则图中五个小矩形的周长之和为 14．



考点：矩形的性质．

分析：运用平移的观点，五个小矩形的上边之和等于 AD，下边之和等于 BC，同理，它们的左边之和等于 AB，右边之和等于 DC，可知五个小矩形的周长之和为矩形 ABCD 的周长．

解答：解：将五个小矩形的所有上边平移至 AD，所有下边平移至 BC，所有左边平移至 AB，所有右边平移至 CD，

则五个小矩形的周长之和=2 (AB+BC) =2× (3+4) =14．

故答案为：14．

点评：本题考查了平移的性质，矩形性质，勾股定理的运用．关键是运用平移的观点，将小矩形的四边平移，与大矩形的周长进行比较．

三、解答题 (本题共 6 小题，共 62 分)

19. (10分) (2015•海南) (1) 计算： $(-1)^3 - \sqrt{9} - 12 \times 2^{-2}$;

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq 3 \\ \frac{x+3}{2} > 1 \end{cases}$$

考点：实数的运算；负整数指数幂；解一元一次不等式组．

专题：计算题．

分析：(1) 原式第一项利用乘方的意义计算，第二项利用算术平方根定义计算，第三项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果；

(2) 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分即可．

解答：解：(1) 原式= $-1 - 3 - 12 \times \frac{1}{4} = -1 - 3 - 3 = -7$;

(2)
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq 3 \text{ ①} \\ \frac{x+3}{2} > 1 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得： $x \leq 2$,

由②得： $x > -1$,

则不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$ ．

点评：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键．

20. (8分) (2015•海南) 小明想从“天猫”某网店购买计算器，经查询，某品牌 A 号计算器的单价比 B 型号计算器的单价多 10 元，5 台 A 型号的计算器与 7 台 B 型号的计算器的价钱相同，问 A、B 两种型号计算器的单价分别是多少？

考点：一元一次方程的应用.

分析：设 A 号计算器的单价为 x 元，则 B 型号计算器的单价是 $(x - 10)$ 元，依据“5 台 A 型号的计算器与 7 台 B 型号的计算器的价钱相同”列出方程并解答.

解答：解：设 A 号计算器的单价为 x 元，则 B 型号计算器的单价是 $(x - 10)$ 元，

依题意得： $5x = 7(x - 10)$ ，

解得 $x = 35$.

所以 $35 - 10 = 25$ (元).

答：A 号计算器的单价为 35 元，则 B 型号计算器的单价是 25 元.

点评：本题考查了一元一次方程的应用. 解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程，再求解.

21. (8 分) (2015•海南) 为了治理大气污染，我国中部某市抽取了该市 2014 年中 120 天的空气质量指数，绘制了如下不完整的统计图表：空气质量指数统计表

级别 指数 天数 百分比

优 $0 - 50$ 24 m

良 $51 - 100$ a 40%

轻度污染 $101 - 150$ 18 15%

中度污染 $151 - 200$ 15 12.5%

重度污染 $201 - 300$ 9 7.5%

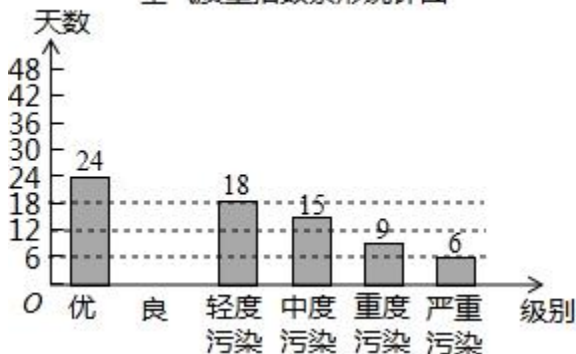
严重污染 大于 300 6 5%

合计 120 100%

请根据图表中提供的信息，解答下面的问题：

- (1) 空气质量指数统计表中的 $a = 48$ ， $m = 20\%$ ；
- (2) 请把空气质量指数条形统计图补充完整；
- (3) 若绘制“空气质量指数扇形统计图”，级别为“优”所对应扇形的圆心角是 72 度；
- (4) 估计该市 2014 年 (365 天) 中空气质量指数大于 100 的天数约有 146 天.

空气质量指数条形统计图



考点：条形统计图；用样本估计总体；统计表；扇形统计图.

分析：(1) 用 $24 \div 120$ ，即可得到 m ； $120 \times 40\%$ 即可得到 a ；

(2) 根据 a 的值，即可补全条形统计图；

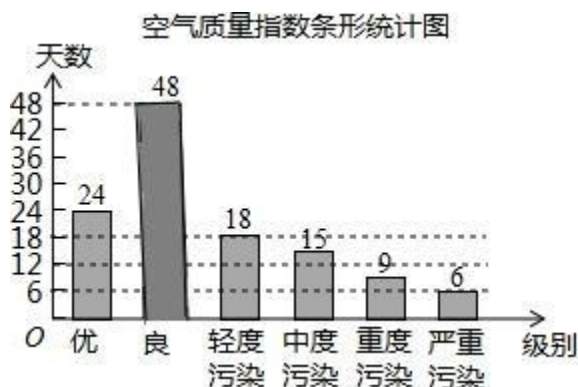
(3) 用级别为“优”的百分比 $\times 360^\circ$ ，即可得到所对应的圆心角的度数；

(4) 根据样本估计总体，即可解答.

解答：解：(1) $a = 120 \times 40\% = 48$ ， $m = 24 \div 120 = 20\%$.

故答案为：48，20%；

(2) 如图所示：



(3) $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$.

故答案为：72；

(4) $365 \times \frac{18+15+9+6}{120} = 146$ (天).

故答案为：146.

点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

22. (9分) (2015·海南) 如图，某渔船在小岛 O 南偏东 75° 方向的 B 处遇险，在小岛 O 南偏西 45° 方向 A 处巡航的中国渔政船接到求救信号后立刻前往救援，此时，中国渔政船与小岛 O 相距 8 海里，渔船在中国渔政船的正东方向上．

(1) 求 $\angle BAO$ 与 $\angle ABO$ 的度数 (直接写出答案)；

(2) 若中国渔政船以每小时 28 海里的速度沿 AB 方向赶往 B 处救援，能否在 1 小时内赶到？请说明理由． (参考数据： $\tan 75^\circ \approx 3.73$, $\tan 15^\circ \approx 0.27$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)



考点： 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析： (1) 作 $OC \perp AB$ 于 C，根据方向角的定义得到 $\angle AOC = 45^\circ$, $\angle BOC = 75^\circ$ ，由直角三角形两锐角互余得出 $\angle BAO = 90^\circ - \angle AOC = 45^\circ$, $\angle ABO = 90^\circ - \angle BOC = 15^\circ$ ；

(2) 先解 $Rt\triangle OAC$ ，得出 $AC = OC = \frac{\sqrt{2}}{2}OA \approx 5.64$ 海里，解 $Rt\triangle OBC$ ，求出 $BC = OC \cdot \tan \angle BOC \approx 21.0372$ 海里，那么 $AB = AC + BC \approx 26.6772$ 海里，再根据时间 = 路程 ÷ 速度求出中国渔政船赶往 B 处救援所需的时间，与 1 小时比较即可求解．

解答： 解：(1) 如图，作 $OC \perp AB$ 于 C，由题意得， $\angle AOC = 45^\circ$, $\angle BOC = 75^\circ$,

$$\therefore \angle ACO = \angle BCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\angle ABO = 90^\circ - \angle BOC = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ;$$

(2) 若中国渔政船以每小时 28 海里的速度沿 AB 方向赶往 B 处救援，能在 1 小时内赶到．理由如下：

$\therefore$ 在 $Rt\triangle OAC$ 中， $\angle ACO = 90^\circ$, $\angle AOC = 45^\circ$, $OA = 8$ 海里，

$$\therefore AC = OC = \frac{\sqrt{2}}{2}OA \approx 4 \times 1.41 = 5.64 \text{ 海里}.$$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle OBC$ 中， $\angle BCO = 90^\circ$, $\angle BOC = 75^\circ$, $OC = 4\sqrt{2}$ 海里，

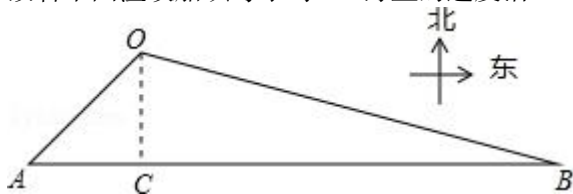
$$\therefore BC = OC \cdot \tan \angle BOC \approx 5.64 \times 3.73 = 21.0372 \text{ 海里},$$

$$\therefore AB = AC + BC \approx 5.64 + 21.0372 = 26.6772 \text{ 海里},$$

$\therefore$ 中国渔政船以每小时 28 海里的速度沿 AB 方向赶往 B 处救援,

$$\therefore \text{中国渔政船所需时间: } 26.6772 \div 28 \approx 0.953 \text{ 小时} < 1 \text{ 小时},$$

故若中国渔政船以每小时 28 海里的速度沿 AB 方向赶往 B 处救援, 能在 1 小时内赶到.



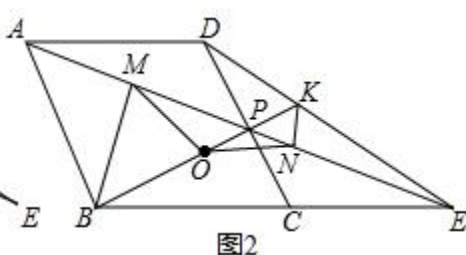
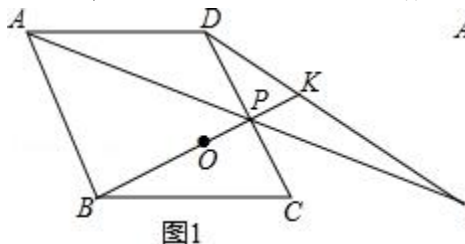
点评: 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 直角三角形的性质, 锐角三角函数定义, 准确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

23. (13 分) (2015•海南) 如图, 菱形 ABCD 中, 点 P 是 CD 的中点, $\angle BCD = 60^\circ$, 射线 AP 交 BC 的延长线于点 E, 射线 BP 交 DE 于点 K, 点 O 是线段 BK 的中点.

(1) 求证: $\triangle ADP \cong \triangle ECP$;

(2) 若 $BP = n \cdot PK$, 试求出 n 的值;

(3) 作 $BM \perp AE$ 于点 M, 作 $KN \perp AE$ 于点 N, 连结 MO、NO, 如图 2 所示, 请证明 $\triangle MON$ 是等腰三角形, 并直接写出 $\angle MON$ 的度数.



考点: 四边形综合题.

分析: (1) 根据菱形的性质得到 $AD \parallel BC$, 根据平行线的性质得到对应角相等, 根据全等三角形的判定定理证明结论;

(2) 作 $PI \parallel CE$ 交 DE 于 I, 根据点 P 是 CD 的中点证明 $CE = 2PI$, $BE = 4PI$, 根据相似三角形的性质证明结论;

(3) 作 $OG \perp AE$ 于 G, 根据平行线等分线段定理得到 $MG = NG$, 又 $OG \perp MN$, 证明 $\triangle MON$ 是等腰三角形, 根据直角三角形的性质和锐角三角函数求出 $\angle MON$ 的度数.

解答: (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 为菱形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle CEP, \angle ADP = \angle ECP,$$

在 $\triangle ADP$ 和 $\triangle ECP$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAP = \angle CEP \\ \angle ADP = \angle ECP, \\ DP = CP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle ECP;$$

(2) 如图 1, 作 $PI \parallel CE$ 交 DE 于 I,

则 $\frac{PI}{CE} = \frac{DP}{DC}$, 又点 P 是 CD 的中点,

$$\therefore \frac{PI}{CE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle ECP,$$

$$\therefore AD = CE,$$

$$\therefore \frac{KP}{KB} = \frac{PI}{BE} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore BP = 3PK,$$

$$\therefore n = 3;$$

(3) 如图 2, 作 $OG \perp AE$ 于 G ,

$$\therefore BM \perp AE \text{ 于 } M, KN \perp AE,$$

$$\therefore BM \parallel OG \parallel KN,$$

$$\therefore \text{点 } O \text{ 是线段 } BK \text{ 的中点},$$

$$\therefore MG = NG, \text{ 又 } OG \perp MN,$$

$$\therefore OM = ON,$$

即 $\triangle MON$ 是等腰三角形,

由题意得, $\triangle BPC$, $\triangle AMB$, $\triangle ABP$ 为直角三角形,

设 $BC = 2$, 则 $CP = 1$, 由勾股定理得, $BP = \sqrt{3}$,

则 $AP = \sqrt{7}$,

$$\text{根据三角形面积公式, } BM = \frac{2\sqrt{21}}{7},$$

由 (2) 得, $PB = 3PO$,

$$\therefore OG = \frac{1}{3}BM = \frac{2\sqrt{21}}{21},$$

$$MG = \frac{2}{3}MP = \frac{2}{7}\sqrt{7},$$

$$\tan \angle MOG = \frac{MG}{OG} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle MOG = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MON \text{ 的度数为 } 120^\circ.$$

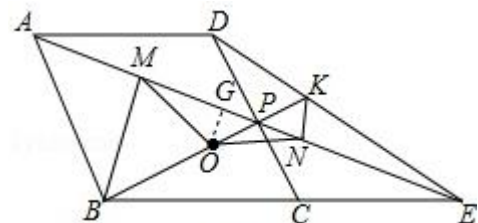


图2

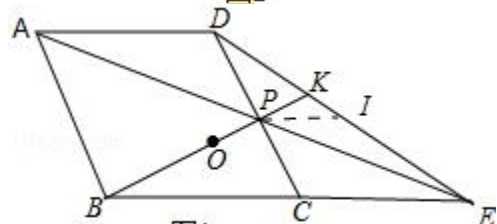


图1

点评: 本题考查的是菱形的性质和相似三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质, 灵活运用判定定理和性质定理是解题的关键, 注意锐角三角函数在解题中的运用.

24. (14分) (2015•海南) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-3, 0)$ 、 $B(1, 0)$, 与 y 轴相交于点 C , 点 G 是二次函数图象的顶点, 直线 GC 交 x 轴于点 $H(3, 0)$, AD 平行 GC 交 y 轴于点 D .

(1) 求该二次函数的表达式;

(2) 求证: 四边形 $ACHD$ 是正方形;

(3) 如图 2, 点 $M(t, p)$ 是该二次函数图象上的动点, 并且点 M 在第二象限内, 过点 M 的直线 $y=kx$ 交二次函数的图象于另一点 N .

①若四边形 $ADCM$ 的面积为 S , 请求出 S 关于 t 的函数表达式, 并写出 t 的取值范围;

②若 $\triangle CMN$ 的面积等于 $\frac{21}{4}$, 请求出此时①中 S 的值.

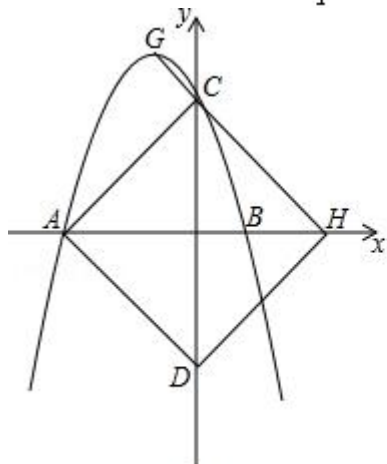


图1

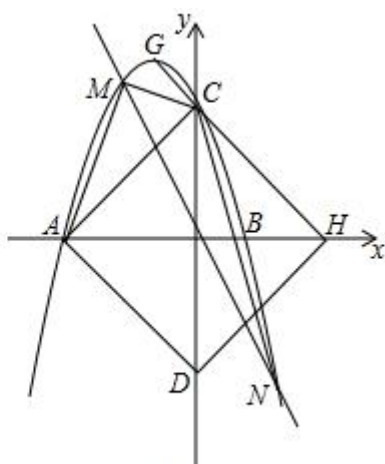


图2

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 根据二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-3, 0)$ 、 $B(1, 0)$, 应用待定系数法, 求出 a 、 b 的值, 即可求出二次函数的表达式.

(2) 首先分别求出点 C 、 G 、 H 、 D 的坐标; 然后判断出 $AO=CO=DO=HO=3$, $AH \perp CD$, 判断出四边形 $ACHD$ 是正方形即可.

(3) ①作 $ME \perp x$ 轴于点 E , 作 $MF \perp y$ 轴于点 F , 根据四边形 $ADCM$ 的面积为 S , 可得 $S=S_{\text{四边形} AOCM}+S_{\triangle AOD}$, 再分别求出 $S_{\text{四边形} AOCM}$ 、 $S_{\triangle AOD}$ 即可.

②首先设点 N 的坐标是 (t_1, p_1) , 则 $NI=|t_1|$, 所以 $S_{\triangle CMN}=S_{\triangle COM}+S_{\triangle CON}=\frac{3}{2}(|t|+|t_1|)$, 再根据 $t < 0$, $t_1 > 0$, 可得 $S_{\triangle CMN}=\frac{3}{2}(|t|+|t_1|)=\frac{3}{2}(t_1 - t)=\frac{21}{4}$, 据此求出 $t_1 - t=\frac{7}{2}$; 然后求出 k_1 、 k_2 的值是多少, 进而求出 t_1 、 t_2 的值是多少, 再把它们代入 S 关于 t 的函数表达式, 求出 S 的值是多少即可.

解答: 解: (1) $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-3, 0)$ 、 $B(1, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 9a - 3b + 3 = 0 \\ a + b + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y = -x^2 - 2x + 3$.

(2) 如图 1,

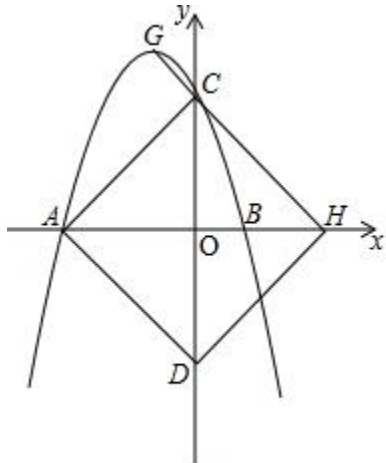


图1

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y = -x^2 - 2x + 3$,
 $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 3)$,
 $\therefore y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$,
 $\therefore$ 点 G 的坐标是 $(-1, 4)$,
 $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 3)$,
 $\therefore$ 设 CG 所在的直线的解析式是 $y = mx + 3$,
 则 $-m + 3 = 4$,
 $\therefore m = -1$,
 $\therefore$ CG 所在的直线的解析式是 $y = -x + 3$,
 $\therefore$ 点 H 的坐标是 $(3, 0)$,
 设点 D 的坐标是 $(0, p)$,
 则 $\frac{p - 0}{0 - (-3)} = \frac{3 - 0}{0 - 3} = -1$,
 $\therefore p = -3$,
 $\therefore AO = CO = DO = HO = 3$, $AH \perp CD$,
 $\therefore$ 四边形 ACHD 是正方形.

(3) ①如图 2, 作 $ME \perp x$ 轴于点 E, 作 $MF \perp y$ 轴于点 F,

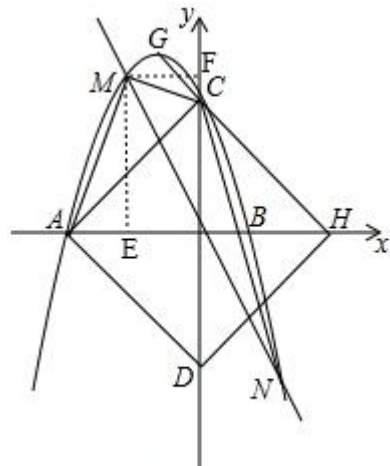


图2

$\therefore$ 四边形 ADCM 的面积为 S,

$$\therefore S = S_{\text{四边形 AOCM}} + S_{\triangle AOD},$$

$$\because AO = OD = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = 3 \times 3 \div 2 = 4.5,$$

$\because$ 点 $M(t, p)$ 是 $y=kx$ 与 $y=-x^2-2x+3$ 在第二象限内的交点,

$\therefore$ 点 M 的坐标是 $(t, -t^2-2t+3)$,

$$\therefore ME = -t^2 - 2t + 3, \quad MF = -t,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 AOCM}} = \frac{1}{2} \times 3 \times (-t^2 - 2t + 3) + \frac{1}{2} \times 3 \times (-t) = -\frac{3}{2}t^2 - \frac{9}{2}t + \frac{9}{2},$$

$$\therefore S = -\frac{3}{2}t^2 - \frac{9}{2}t + \frac{9}{2} + 4.5 = -\frac{3}{2}t^2 - \frac{9}{2}t + 9, \quad -3 < t < 0.$$

②如图 3, 作 $NI \perp x$ 轴于点 I ,

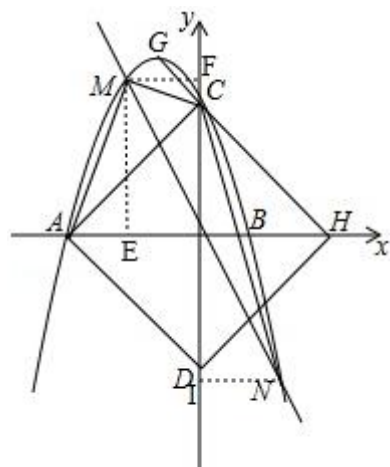


图3

设点 N 的坐标是 (t_1, p_1) ,

则 $NI = |t_1|$,

$$\therefore S_{\triangle CMN} = S_{\triangle COM} + S_{\triangle CON} = \frac{3}{2} (|t| + |t_1|),$$

$$\because t < 0, \quad t_1 > 0,$$

$$\therefore S_{\triangle CMN} = \frac{3}{2} (|t| + |t_1|) = \frac{3}{2} (t_1 - t) = \frac{21}{4},$$

$$\therefore t_1 - t = \frac{7}{2},$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = kx \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases}$$

可得 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$,

$\therefore t_1, t$ 是方程的两个根,

$$\therefore \begin{cases} t_1 + t = k + 2 \\ t_1 t = -3 \end{cases}$$

$$\therefore (t_1 - t)^2 = (t_1 + t)^2 - 4t_1 t = (k+2)^2 - 4 \times (-3) = \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4},$$

$$\text{解得 } k_1 = -\frac{3}{2}, \quad k_2 = -\frac{5}{2},$$

a、 $k = -\frac{3}{2}$ 时,

$$\text{由 } x^2 + \left(2 - \frac{3}{2}\right)x - 3 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -2, \text{ 或 } x_2 = \frac{3}{2} \text{ (舍去).}$$

$$\text{b、} k = -\frac{5}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{由 } x^2 + \left(2 - \frac{5}{2}\right)x - 3 = 0,$$

$$\text{解得 } x_3 = -\frac{3}{2}, \text{ 或 } x_4 = 2 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore t = -2, \text{ 或 } t = -\frac{3}{2},$$

$$t = -2 \text{ 时,}$$

$$S = -\frac{3}{2}t^2 - \frac{9}{2}t + 9$$

$$= -\frac{3}{2} \times 4 - \frac{9}{2} \times (-2) + 9$$

$$= 12$$

$$t = -\frac{3}{2} \text{ 时,}$$

$$S = -\frac{3}{2} \times \frac{9}{4} - \frac{9}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 9$$

$$= \frac{99}{8},$$

$$\therefore S \text{ 的值是 } 12 \text{ 或 } \frac{99}{8}.$$

点评: (1) 此题主要考查了二次函数综合题, 考查了分析推理能力, 考查了分类讨论思想的应用, 考查了数形结合方法的应用, 考查了从已知函数图象中获取信息, 并能利用获取的信息解答相应的问题的能力.

(2) 此题还考查了待定系数法求函数解析式的方法, 以及方程的根与系数的关系, 要熟练掌握.

(3) 此题还考查了三角形的面积的求法, 以及正方形的判定和性质的应用, 要熟练掌握.