

海南省 2011 年初中毕业生学业考试

数 学 科 试 题

(考试时间 100 分钟, 满分 110 分)

一、选择题 (本大题满 42 分, 每小题 3 分)

1. -3 的绝对值是

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

2. 计算 $(a^2)^3$, 正确结果是

- A. a^5 B. a^6 C. a^8 D. a^9

3. 不等式 $x - 2 < 0$ 的解集是

- A. $x > -2$ B. $x < -2$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

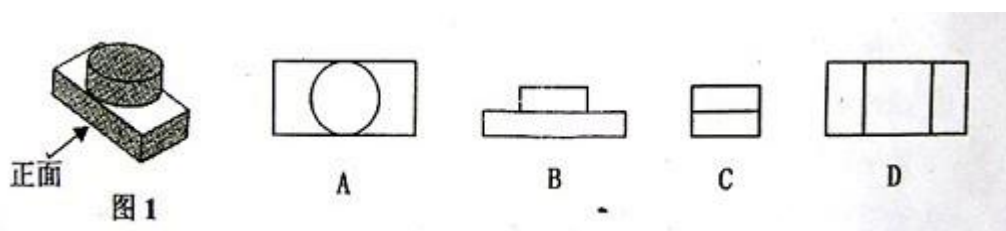
4. 数据 $2, -1, 0, 1, 2$ 的中位数是

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

5. “比 a 的 2 倍大 1 的数” 用代数式表示是

- A. $2(a+1)$ B. $2(a-1)$ C. $2a+1$ D. $2a-1$

6. 图 1 所示几何体的俯视图是



7. 正方形是轴对称图形, 它的对称轴共有

- A 1 条 B 2 条 C 3 条 D 4 条

8. 把 1 枚质地均匀的普通硬币重复掷两次, 落地后两次都是正面朝上的概率是

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

9. 海南省 2010 年第六次人口普查数据显示, 2010 年 11 月 1 日零时, 全省总人口为 8671518 人, 数据 8671518 用科学记数法 (保留三个有效数字) 表示应是

A. 8.7×10^6 B. 8.7×10^7 C. 8.67×10^6

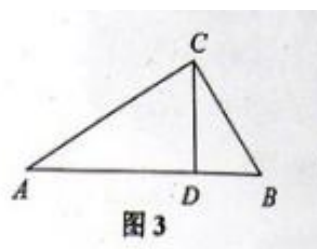
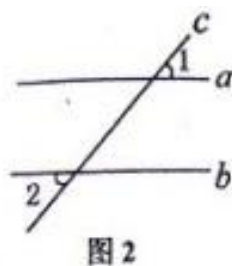
D. 8.67×10^7

10. 已知点 A(2,3) 在反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象上, 则 k 的值是

A. -7 B. 7 C. -5 D. 5

11. 如图 2, 已知直线 a , b 被直线 c 所截, 且 $a \parallel b$, $\angle 1 = 48^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数为

A. 42° B. 48° C. 52° D. 132°

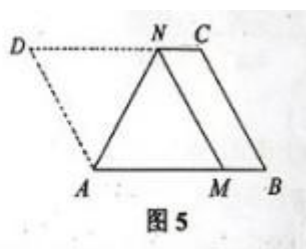
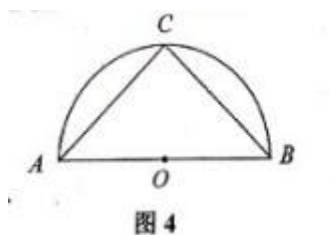


12. 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D, 则图中相似三角形共有

A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对

13. 如图 4, 在以 AB 为直径的半圆 O 中, C 是它的中点, 若 $AC = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是

A. 1.5 B. 2 C. 3 D. 4



14. 如图 5, 将 $\square ABCD$ 折叠, 使顶点恰落在 AB 边上的点 M 处, 折痕为 AN, 那么对于结论① $MN \parallel BC$, ② $MN = AM$, 下列说法正确的是

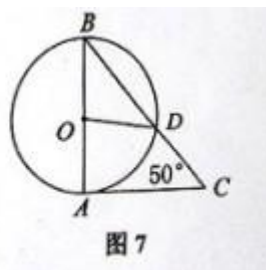
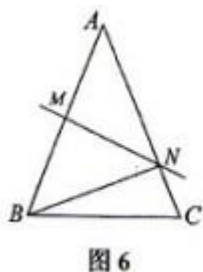
- A. ①②都对 B. ①②都错 C. ①对②错 D. ①错②对

二、填空题 (本大题满分 12 分, 每小题 3 分)

15. 分解因式 $x^2 - 4 =$ _____.

16. 方程 $\frac{x}{x+2} = 3$ 的解是 _____

17. 如图 6, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 3$ CM, AB 的垂直平分线交 AC 于点 N , $\triangle BCN$ 的周长是 5 CM, 则 BC 的长度等于 _____ CM



18. 如图 7, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, A 为切点, 连结 BC 交 $\odot O$ 于点 D , 若 $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle AOD =$ _____ $^\circ$

三、解答题 (本大题满分 56 分)

19. 计算: (满分 8 分, 每小题 4 分)

$$(1) (\sqrt{3})^2 - 4 \times \frac{1}{2} + (-2)^3 \qquad (2) (a+1)^2 - a(a-1)$$

20. (满分 8 分) 第十六届亚运会共颁发金牌 477 枚, 图 8 是不完整的金牌数条形统计图和扇形统计图

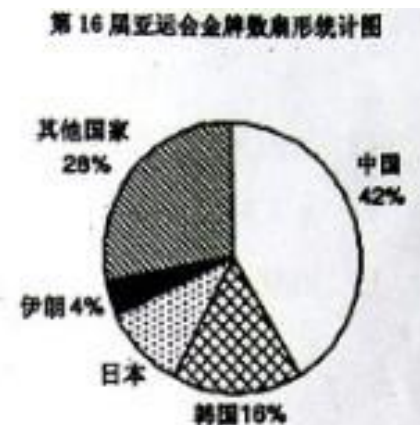
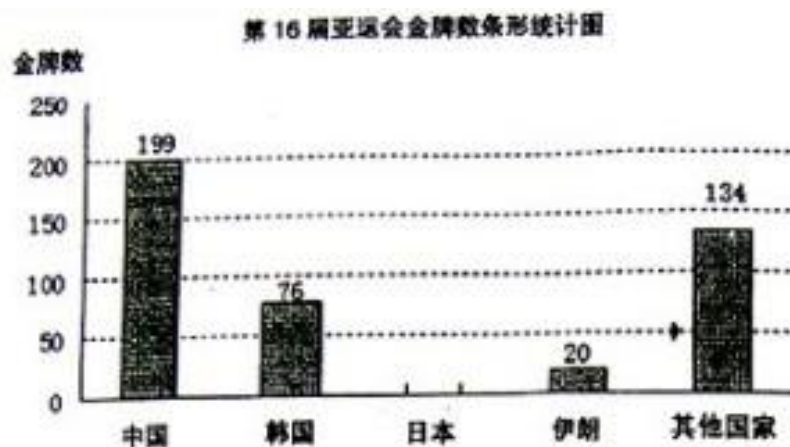


图 8

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 请将条形统计图补充完整；
- (2) 中国体育健儿在第十六届亚运会上共夺得金牌_____枚；
- (3) 在扇形统计图中，日本代表团所对应的扇形的圆心角约为_____°（精确到1°）

21. (满分 8 分)，在正方形网格中建立如图 9 所示的平面直角坐标系 xOy ， $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上，点 A 的坐标是(4,4)，请解答下列问题：

- (1) 将 $\triangle ABC$ 向下平移 5 个单位长度，画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ 并写出点 A 的对应点 A_1 的坐标；
- (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
- (3) 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° ，画出旋转后的 $\triangle A_3B_3C_3$ ；

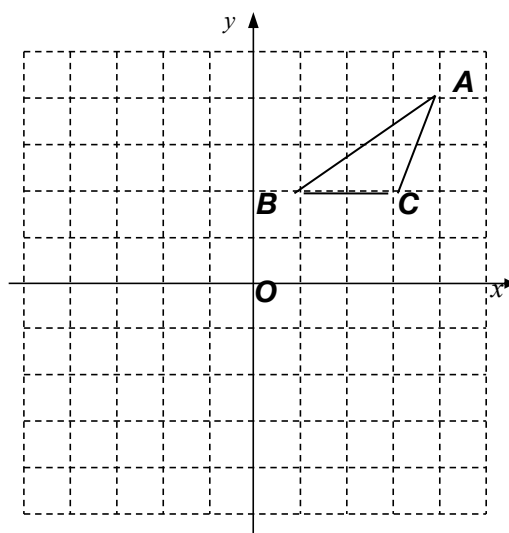


图 9

22. (满分 8 分) 在海南东环高铁上运行的一列“和谐号”动车组有一等车厢和二等车厢共 6 节，一共设有座位 496 个，其中每节一等车厢座位 64 个，每节二等车厢设座位 92 个。试求该列车一等车厢和二等车厢各有多少节？

23. (满分 10 分) 如图 10，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，点 P 、 Q 分别在边 AB 上，且 $AP = BQ$

(1) 求证： $\triangle BDQ \cong \triangle ADP$ ；

(2) . 已知 $AD = 3$ ， $AP = 2$ ，求 $\cos \angle BPQ$ 的值 (结果保留根号)

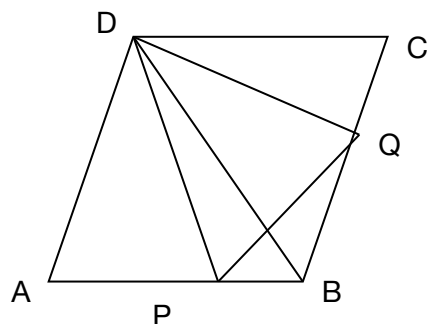


图 10

24. (满分 14 分) 如图 11，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 9 - b^2$ (b 为常数) 经过坐标原点 O ，且与 x 轴交于另一点 E ，其顶点 M 在第一象限。

(1) 求该抛物线所对应的函数关系式；

(2) 设点 A 是该抛物线上位于 x 轴上方，且在其对称轴左侧的一个动点；过点 A 作与 x 轴的平行线交该抛物线于另一点 D ，再做 $AB \perp x$ 轴于点 B ， $DC \perp x$ 于点 C

- ①当线段 AB 、 BC 的长都是整数个单位长度时，求矩形 $ABCD$ 的周长；
- ②求矩形 $ABCD$ 的周长的最大值，并写出此时点 A 的坐标；
- ③当矩形 $ABCD$ 的周长取得最大值时，它的面积是否也同时取得最大值？请判断并说明理由。

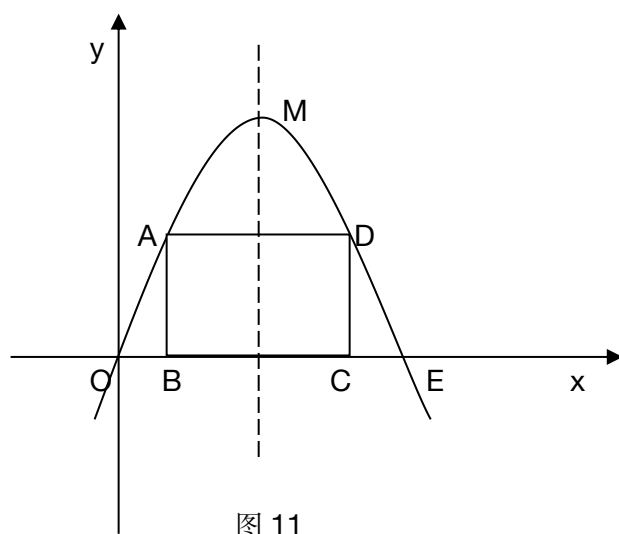


图 11

一、选择题（本大题满分 42 分，每小题 3 分）

1、（2011•海南） -3 的绝对值是（ ）

A、 -3 B、 3 C、 $-\frac{1}{3}$ D、 $\frac{1}{3}$

考点：绝对值。

专题：计算题。

分析：计算绝对值要根据绝对值的定义求解。第一步列出绝对值的表达式；第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号。

解答：解： $|-3|=3$ 。

故 -3 的绝对值是 3 。

故选B。

点评：考查了绝对值的定义，绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数； 0 的绝对值是 0 。

2、（2011•海南）计算 $(a^2)^3$ ，正确结果是（ ）

A、 a^5 B、 a^6 C、 a^8 D、 a^9

考点：幂的乘方与积的乘方。

专题：探究型。

分析：根据幂的乘方法则进行计算即可。

解答：解：由幂的乘方与积的乘方法则可知， $(a^2)^3=a^{2 \times 3}=a^6$ 。

故选B。

点评：本题考查的是幂的乘方法则，即底数不变，指数相乘。

3、（2011•海南）不等式 $x-2<0$ 的解集是（ ）

A、 $x>-2$ B、 $x<-2$ C、 $x>2$ D、 $x<2$

考点：解一元一次不等式。

分析：首先移项，注意要 -2 移项后变号，再合并同类项即可。

解答：解： $x-2<0$ ，

移项得： $x<0+2$ ，

合并同类项得： $x<2$ ，

$\therefore$ 不等式的解集为： $x<2$ 。

故选 D.

点评: 此题主要考查了一元一次不等式的解法, 解题过程中一定要注意符号问题.

4、(2011•海南) 数据 2, -1, 0, 1, 2 的中位数是 ()

A、1 B、0 C、-1 D、2

考点: 中位数.

专题: 应用题.

分析: 将数据按从小到大依次排列, 由于数据有奇数个, 故中间位置的数即为中位数.

解答: 解: 将数据 2, -1, 0, 1, 2 按从小到大依次排列为 -1, 0, 1, 2, 2,

中位数为 1.

故选 A.

点评: 此题考查了中位数的定义, 将原数据按从小到大依次排列是解题的关键.

5、(2011•海南) “比 a 的 2 倍大 1 的数”用代数式表示是 ()

A、2 (a+1) B、2 (a - 1) C、2a+1 D、2a - 1

考点: 列代数式.

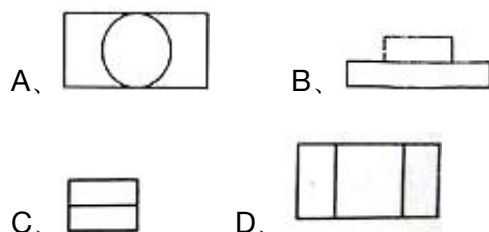
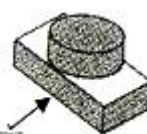
分析: 由题意按照描述列式子为 $2a+1$, 从选项中对比求解.

解答: 解: 由题意按照描述列下式子: $2a+1$

故选 C.

点评: 解决问题的关键是读懂题意, 找到所求的量的等量关系.

6、(2011•海南) 如图所示几何体的俯视图是 () 正面



考点: 简单组合体的三视图.

专题: 几何图形问题.

分析：找到从上面看所得到的图形即可，注意中间一个圆内切.

解答：解：从上面看可得到一个长方形，中间一个内切的圆的组合图形.

故选 A.

点评：本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图，注意看得到的棱画实线.

7、（2011•海南）正方形是轴对称图形，它的对称轴共有（ ）

A、1 条 B、2 条 C、3 条 D、4 条

考点：正方形的性质；轴对称图形.

专题：计算题.

分析：正方形既是矩形，又是菱形，具有矩形和菱形的轴对称性，由此可知其对称轴.

解答：解：正方形的对称轴是两对角线所在的直线，两对边中点所在的直线，
对称轴共 4 条.

故选 D.

点评：本题考查了正方形的轴对称性. 关键是明确正方形既具有矩形的轴对称性，又具有菱形的轴对称性.

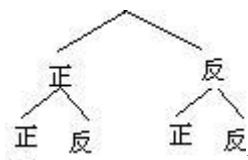
8、（2011•海南）一把 1 枚质地均匀的普通硬币重复掷两次，落地后两次都是正面朝上的概率是（ ）

A、1 B、 $\frac{1}{2}$ C、 $\frac{1}{3}$ D、 $\frac{1}{4}$

考点：列表法与树状图法.

专题：数形结合.

分析：列举出所有情况，看落地后两次都是正面朝上的情况数占总情况数的多少即可.



解答：解：共有 4 种情况，落地后两次都是正面朝上的情况数有 1 种，所以概率为 $\frac{1}{4}$. 故选 D.

点评：考查概率的求法；得到落地后两次都是正面朝上的情况数是解决本题的关键；用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

9、(2011•海南) 海南省 2010 年第六次人口普查数据显示, 2010 年 11 月 1 日零时, 全省总人口为 8671518 人. 数据 8671518 用科学记数法 (保留三个有效数字) 表示应是 ()

- A、 8.7×10^6 B、 8.7×10^7
C、 8.67×10^6 D、 8.67×10^7

考点: 科学记数法与有效数字.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 8671518 有 7 位, 所以可以确定 $n=7-1=6$.

有效数字的计算方法是: 从左边第一个不是 0 的数字起, 后面所有的数字都是有效数字.

用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关, 与 10 的多少次方无关.

解答: 解: $8671518=8.671518 \times 10^6 \approx 8.67 \times 10^6$.

故选 C.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法, 以及用科学记数法表示的数的有效数字的确定方法.

10、(2011•海南) 已知点 A (2, 3) 在反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象上, 则 k 的值是 ()

- A、-7 B、7 C、-5 D、5

考点: 待定系数法求反比例函数解析式.

分析: 将 A 点坐标代入反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$, 即可得出答案.

解答: 解: $\because$ 点 A (2, 3) 在反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象上,

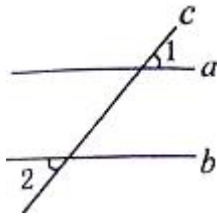
$\therefore k+1=6$.

解得 $k=5$.

故选 D.

点评: 本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式, 反比例函数图象上点的坐标特征, 横纵坐标乘积为定值.

11、(2011•海南) 如图. 已知直线 a , b 被直线 c 所截, 且 $a \parallel b$, $\angle 1=48^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数为 ()



A、 42° B、 48° C、 52° D、 132°

考点：平行线的性质。

分析：由 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 48^\circ$ ，根据两直线平行，同位角相等得到 $\angle 3 = \angle 1 = 48^\circ$ ，再根据对顶角相等即可得到 $\angle 2$ 。

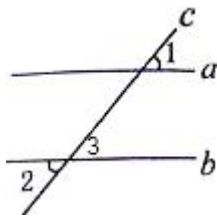
解答：解：如图，

$$\because a \parallel b, \quad \angle 1 = 48^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 48^\circ,$$

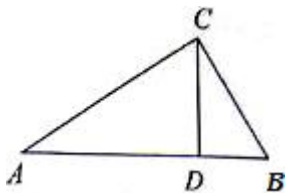
$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 48^\circ.$$

故选 B.



点评：本题考查了两直线平行的性质：两直线平行，同位角相等；也考查了对顶角的性质。

12、(2011•海南) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D，则图中相似三角形共有 ()



A、1 对 B、2 对 C、3 对 D、4 对

考点：相似三角形的判定。

专题：常规题型。

分析：根据相似三角形的判定定理及已知即可得到存在的相似三角形。

解答：解： $\because \angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD,$$

$$\triangle ACD \sim \triangle CBD,$$

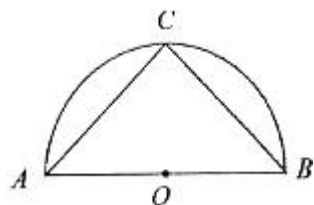
$$\triangle ABC \sim \triangle CBD,$$

所以有三对相似三角形.

故选 C.

点评： 本题主要考查相似三角形的判定定理：（1）两角对应相等的两个三角形相似. （2）两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似. （3）三边对应成比例的两个三角形相似.

13、（2011•海南）如图，在以 AB 为直径的半圆 O 中，C 是它的中点，若 $AC=2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是（ ）



A、1.5 B、2

C、3 D、4

考点： 圆周角定理；等腰直角三角形；圆心角、弧、弦的关系。

分析： 利用圆周角定理推论可得 $\angle C=90^\circ$ ，根据 C 是半圆 O 中点，可得 $AC=CB$ ，再求三角形的面积 $=\frac{1}{2}AC \cdot BC$.

解答： 解： $\because$ C 是半圆 O 中点，

$$\therefore AC=CB=2,$$

$\because$ AB 为直径，

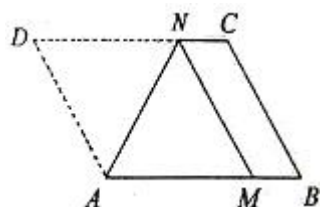
$$\therefore \angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积是: } 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2.$$

故选 B.

点评：此题主要考查了圆周角定理与三角形的面积公式，做题的关键是证出 $\triangle ACB$ 是等腰直角三角形.

14、(2011•海南) 如图，将平行四边形 $ABCD$ 折叠，使顶点 D 恰落在 AB 边上的点 M 处，折痕为 AN ，那么对于结论 ① $MN \parallel BC$ ，② $MN=AM$ ，下列说法正确的是 ()



- A、①②都对 B、①②都错 C、①对②错 D、①错②对

考点：翻折变换（折叠问题）；平行四边形的性质。

分析：根据题意，推出 $\angle B = \angle D = \angle AMN$ ，即可推出结论①，由 $AM=DA$ 推出四边形 $AMND$ 为菱形，因此推出②.

解答：解： $\because$ 平行四边形 $ABCD$,

$$\therefore \angle B = \angle D = \angle AMN,$$

$$\therefore MN \parallel BC,$$

$$\therefore AM=DA,$$

$$\therefore \text{四边形 } AMND \text{ 为菱形},$$

$$\therefore MN=AM.$$

故选 A.

点评：本题主要考查翻折变换的性质、平行四边形的性质、菱形的判定和性质，平行线的判定，解题的关键在于熟练掌握有关的性质定理，推出四边形 $AMND$ 为菱形.

二、填空题（本答题满分 12 分，每小题 3 分）

15、(2011•海南) 分解因式： $x^2 - 4 = \underline{(x+2)(x-2)}$.

考点：因式分解-运用公式法。

分析：直接利用平方差公式进行因式分解即可.

解答：解： $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$.

点评：本题考查了平方差公式因式分解. 能用平方差公式进行因式分解的式子的特点是：两项平方项，符号相反.

16、(2011•海南) 方程 $\frac{x}{x+2} = 3$ 的解是 $x = -3$.

考点：解分式方程。

分析：观察可得最简公分母是 $(2+x)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解。

解答：解：方程的两边同乘 $(2+x)$ ，得

$$x = 3x + 6,$$

解得 $x = -3$.

检验：把 $x = -3$ 代入 $(x+2) = -1 \neq 0$.

$\therefore$ 原方程的解为： $x = -3$.

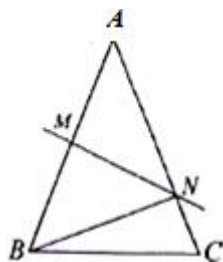
故答案为： $x = -3$.

点评：本题考查了分式方程的解的解法，注：

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解。

(2) 解分式方程一定要注意要验根。

17、(2011•海南) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 3\text{cm}$ ， AB 的垂直平分线交 AC 于点 N ， $\triangle BCN$ 的周长是 5cm ， 则 BC 的长等于 2 cm .



考点：线段垂直平分线的性质。

专题：计算题。

分析：由 AB 的垂直平分线交 AC 于点 N ，根据线段的垂直平分线的性质得到 $NA = NB$ ，而 $BC + BN + NC = 5\text{cm}$ ，则 $BC + AN + NC = 5\text{cm}$ ，由 $AC = AN + NC = 3\text{cm}$ ，即可得到 BC 的长。

解答：解： $\because AB$ 的垂直平分线交 AC 于点 N ，

$$\therefore NA = NB,$$

又 $\because \triangle BCN$ 的周长是 5cm ，

$$\therefore BC+BN+NC=5\text{cm},$$

$$\therefore BC+AN+NC=5\text{cm},$$

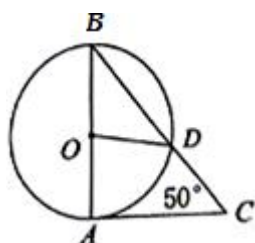
$$\text{而 } AC=AN+NC=3\text{cm},$$

$$\therefore BC=2\text{cm}.$$

故答案为：2.

点评： 本题考查了线段的垂直平分线的性质：线段的垂直平分线的点到线段两端点的距离相等；也考查了三角形周长的定义.

18、（2011•海南）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的切线，A 为切点，连接 BC 交 $\odot O$ 于点 D，若 $\angle C=50^\circ$ ，则 $\angle AOD=$ 80° .



考点： 切线的性质；圆周角定理。

分析： 连接 AD，推出 $AD \perp BD$ ， $\angle DAC = \angle B = 90^\circ - \angle C = 40^\circ$ ，推出 $\angle AOD = 80^\circ$.

解答： 解：连接 AD，

$\because$ AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的切线，

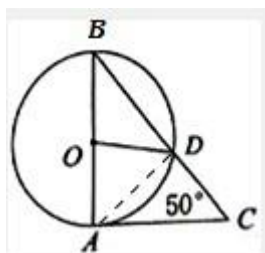
$\therefore AD \perp BD$ ， $AB \perp AC$ ，

$\because \angle C = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle B = 90^\circ - \angle C = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD = 80^\circ$.

故答案为： 80° .



点评： 本题主要考查圆周角定理、切线的性质，解题的关键在于连接 AD，构建直角三角形，求 $\angle B$ 的度数.

三、解答题（本答题满分 56 分）

19、（2011•海南）计算

$$(1) \quad (\sqrt{3})^2 - 4 \times \frac{1}{2} + (-2)^3$$

$$(2) \quad (a+1)^2 - a(a-1)$$

考点： 整式的混合运算；实数的运算。

分析： （1）本题需先根据实数的运算法则分别进行计算，再把所得结果合并即可.

（2）本题需先根据整式的混合运算的顺序和乘法公式分别进行计算再合并同类项即可求出结果.

解答： 解 (1) $(\sqrt{3})^2 - 4 \times \frac{1}{2} + (-2)^3$,

$$= 3 - 2 - 8,$$

$$= -7;$$

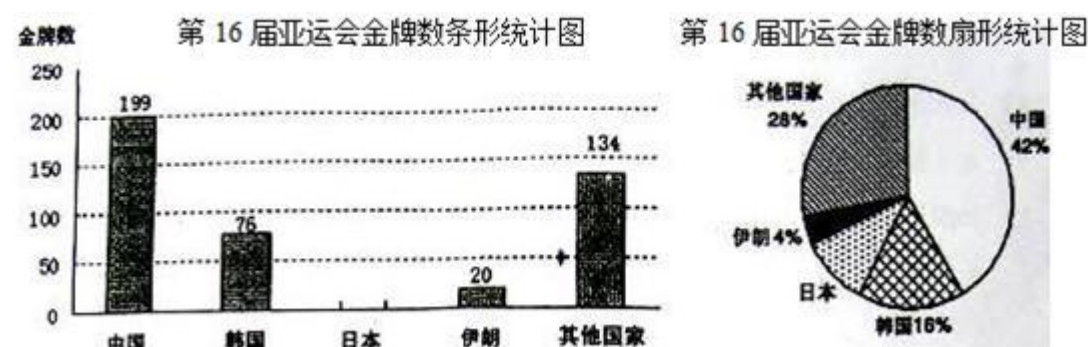
$$(2) \quad (a+1)^2 - a(a-1),$$

$$= a^2 + 2a + 1 - a^2 + a,$$

$$= 3a + 1.$$

点评： 本题主要考查了整式的混合运算，在解题时要注意运算顺序和法则以及乘法公式的综合应用是本题的关键.

20、（2011•海南）第十六届亚运会共颁发金牌 477 枚，如图是不完整的金牌数条形统计图和扇形统计图，



根据以上信息，解答下列问题：

(1) 请将条形统计图补充完整；

(2) 中国体育健儿在第十六届亚运会上共夺得金牌 199 枚；

(3) 在扇形统计图中，日本代表团所对应的扇形的圆心角约为 36° (精确到 1°) .

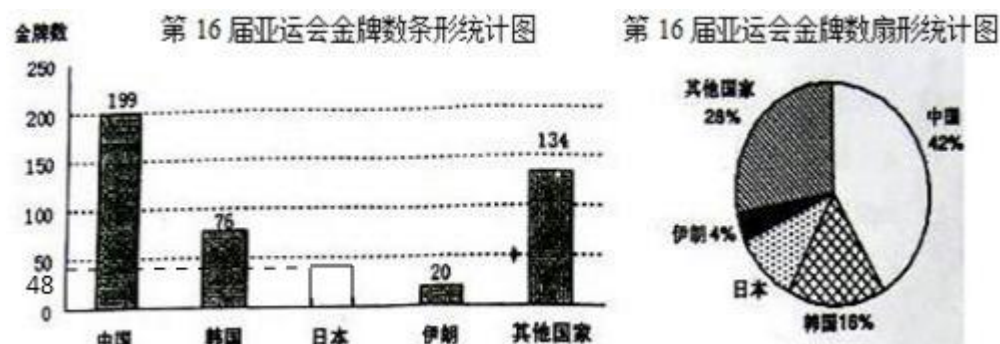
考点： 条形统计图；扇形统计图。

分析： (1) 利用总人数减去中国，韩国，伊朗，其它国家的人数，即可求得日本的奖牌数，从而作出统计图；

(2) 根据条形统计图即可直接写出；

(3) 利用 360 度乘以日本所占的比例即可求解.

解答： 解： (1) 日本的奖牌数是： $477 - 199 - 76 - 20 - 134 = 48$.



(2) 根据条形图可以得到：中国体育健儿在第十六届亚运会上共夺得金牌 199 枚；

故答案是：199.

(3) 圆心角是： $360 \times \frac{48}{477} \approx 36^\circ$

故答案是：36°.

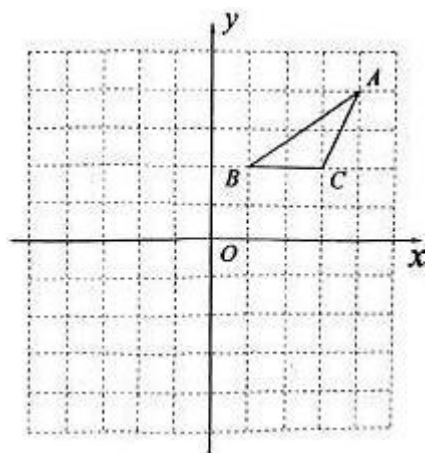
点评： 本题主要考查了条形统计图与扇形统计图，条形统计图容易表示出各段人数的多少，而扇形统计图可以反映出各部分所占的比例.

21、(2011•海南) 在正方形网格中建立如图所示的平面直角坐标系 xoy. $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上，点 A 的坐标是 (4, 4)，请解答下列问题：

(1) 将 $\triangle ABC$ 向下平移 5 个单位长度，画出平移后的 $A_1B_1C_1$ ，并写出点 A 的对应点 A_1 的坐标；

(2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

(3) 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 90°，画出旋转后的 $\triangle A_3B_3C$.



考点：作图-旋转变换；作图-轴对称变换；作图-平移变换。

分析：（1）由将 $\triangle ABC$ 向下平移5个单位长度，画出平移后的 $A_1B_1C_1$ ，即可知横坐标不变，纵坐标减5，则可在平面直角坐标系中画出；

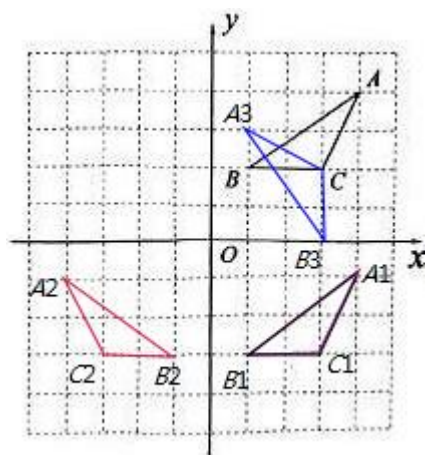
（2）由 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于y轴对称的是 $\triangle A_2B_2C_2$ ，即可知纵坐标不变，横坐标互为相反数，在平面直角坐标系中画出即可；

（3）由将 $\triangle ABC$ 绕点C逆时针旋转 90° ，则可知旋转角为 90° ，注意是逆时针旋转即可画出图形。

解答：解：（1）如图：点A的对应点 A_1 的坐标为（4，-1）；

（2）如图： $\triangle A_2B_2C_2$ 即是 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于y轴对称得到的；

（3）如图： $\triangle A_3B_3C$ 即是 $\triangle ABC$ 绕点C逆时针旋转 90° 得到的。



点评：此题考查了平移、对称以及旋转的知识，考查了学生的动手能力．掌握各种变换的性质是解题的关键．

22、（2011•海南）在海南东环高铁上运行的一列“和谐号”动车组有一等车厢和二等车厢共6节，一共设有座位496个．其中每节一等车厢设座位64个，每节二等车厢设座位92个．试求该列车一等车厢和二等车厢各有多少节？

考点：二元一次方程组的应用。

专题：方程思想。

分析：设该列车一等车厢和二等车厢各有 x 、 y 节，则第一个相等关系为： $x+y=6$ ，再根据一共设有座位 496 个，其中每节一等车厢设座位 64 个，每节二等车厢设座位 92 个得第二个相等关系为：

$64x+92y=496$ ，由此列方程组求解。

解答：解：设该列车一等车厢和二等车厢各有 x 、 y 节，根据题意得：

$$\begin{cases} x+y=6 \\ 64x+92y=496 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}.$$

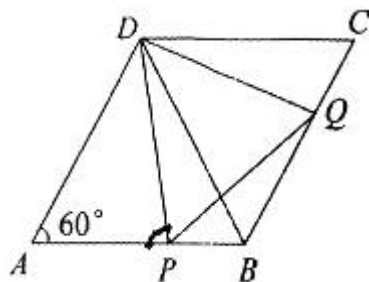
答：该列车一等车厢和二等车厢各有 2，4 节。

点评：此题考查的知识点是二元一次方程组的应用，解题的关键是由已知找出两个相等关系，列方程组求解。

23、(2011•海南) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A=60^\circ$ ，点 P 、 Q 分别在边 AB 、 BC 上，且 $AP=BQ$ 。

(1) 求证： $\triangle BDQ \cong \triangle ADP$ ；

(2) 已知 $AD=3$ ， $AP=2$ ，求 $\cos \angle BPQ$ 的值（结果保留根号）。



考点：菱形的性质；全等三角形的判定与性质；解直角三角形。

分析：(1) 由四边形 $ABCD$ 是菱形，可证得 $AD=AB$ ， $\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC$ ， $AD \parallel BC$ ，又由 $\angle A=60^\circ$ ，易得 $\triangle ABD$ 是等边三角形，然后由 SAS 即可证得 $\triangle BDQ \cong \triangle ADP$ ；

(2) 首先过点 Q 作 $QE \perp AB$ ，交 AB 的延长线于 E ，然后由三角函数的性质，即可求得 PE 与 QE 的长，又由勾股定理，即可求得 PQ 的长，则可求得 $\cos \angle BPQ$ 的值。

解答：解：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD=AB$ ， $\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC$ ， $AD \parallel BC$ ，

$$\because \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 是等边三角形, } \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\therefore AD = BD, \angle CBD = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore AP = BQ,$$

$$\therefore \triangle BDQ \cong \triangle ADP \text{ (SAS) ;}$$

(2) 过点 Q 作 $QE \perp AB$, 交 AB 的延长线于 E,

$$\because \triangle BDQ \cong \triangle ADP,$$

$$\therefore BQ = AP = 2,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle QBE = 60^\circ,$$

$$\therefore QE = QB \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, \quad BE = QB \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1,$$

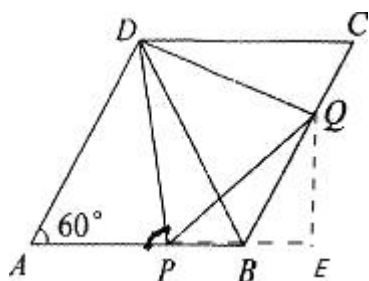
$$\therefore AB = AD = 3,$$

$$\therefore PB = AB - AP = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore PE = PB + BE = 2,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PQE \text{ 中, } PQ = \sqrt{PE^2 + QE^2} = \sqrt{7},$$

$$\therefore \cos \angle BPQ = \frac{PE}{PQ} = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}.$$



点评: 此题考查了菱形的性质与勾股定理、三角函数的性质. 此题难度适中, 解题的关键是数形结合思想的应用.

24、(2011•海南) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 9 - b^2$ (b 为常数) 经过坐标原点 O , 且与 x 轴交于另一点 E . 其顶点 M 在第一象限.

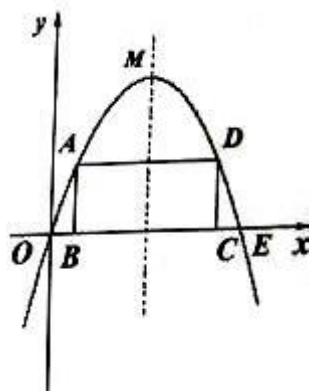
(1) 求该抛物线所对应的函数关系式;

(2) 设点 A 是该抛物线上位于 x 轴上方, 且在其对称轴左侧的一个动点; 过点 A 作 x 轴的平行线交该抛物线于另一点 D , 再作 $AB \perp x$ 轴于点 B , $DE \perp x$ 轴于点 C .

①当线段 AB 、 BC 的长都是整数个单位长度时, 求矩形 $ABCD$ 的周长;

②求矩形 $ABCD$ 的周长的最大值, 并写出此时点 A 的坐标;

③当矩形 $ABCD$ 的周长取得最大值时, 它的面积是否也同时取得最大值? 请判断并说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 已知抛物线过原点, 代入求得 b 值而求出二次函数解析式;

(2) ①关键在于正确作出旋转后的图形, 结合几何知识, 利用数形结合的思想求解;

②应当明确矩形 $ABCD$ 进行求解, 逐一讨论求解, 要求思维的完备性.

③代入得到二次函数, 而进行讨论解得.

解答: 解: (1) 由题意代入原点到二次函数式

则 $9 - b^2 = 0$,

解得 $b = \pm 3$,

由题意抛物线的对称轴大于 0,

$$\frac{b}{2} > 0,$$

所以 $b = 3$,

所以解析式为 $y = -x^2 + 3x$;

(2) 根据两个三角形相似的条件, 由于在 $\triangle ECD$ 中, $\angle ECD = 60^\circ$,

若 $\triangle BCP$ 与 $\triangle ECD$ 相似, 则 $\triangle BCP$ 中必有一个角为 60° ,

下面进行分类讨论:

①当 P 点直线 CB 的上方时, 由于 $\triangle PCB$ 中, $\angle CBP > 90^\circ$ 或 $\angle BCP > 90^\circ$,

$\therefore \triangle PCB$ 为钝角三角形,

又 $\because \triangle ECD$ 为锐角三角形,

$\therefore \triangle ECD$ 与 $\triangle CPB$ 不相似.

从而知在直线 CB 上方的抛物线上不存在点 P 使 $\triangle CPB$ 与 $\triangle ECD$ 相似;

②当 P 点在直线 CB 上时, 点 P 与 C 点或 B 点重合, 不能构成三角形,

$\therefore$ 在直线 CB 上不存在满足条件的 P 点;

③当 P 点在直线 CB 的下方时, 若 $\angle BCP = 60^\circ$, 则 P 点与 E_1 点重合,

此时, $\angle ECD = \angle BCE_1$, 而 $\frac{CE}{CB} = \frac{4}{6}$, $\frac{CD}{CE_1} = \frac{3}{4}$,

$$\therefore \frac{CE}{CB} = \frac{4}{6}, \quad \frac{CD}{CE_1} = \frac{3}{4},$$

$\therefore \triangle BCE$ 与 $\triangle ECD$ 不相似,

若 $\angle CBP = 60^\circ$, 则 P 点与 A 点重合,

根据抛物线的对称性, 同理可证 $\triangle BCA$ 与 $\triangle CED$ 不相似,

若 $\angle CPB = 60^\circ$, 假设抛物线上存在点 P 使 $\triangle CPB$ 与 $\triangle ECD$ 相似,

$$\therefore EF = \sin 60^\circ \times 4 = 2\sqrt{3}, \quad FD = 1,$$

$$\therefore ED = \sqrt{EF^2 + FD^2} = \sqrt{13},$$

$\therefore$ 当矩形 ABCD 的周长取得最大值时, 它的面积能同时取得最大值.

点评: 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及的到大知识点有抛物线的顶点公式和三角形的面积求法. 在求有关动点问题时要注意分析题意分情况讨论结果.

