

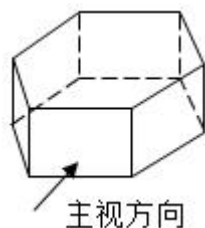
2021 年浙江省温州市中考数学试卷

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 每小题只有一个选项是正确的，不选、多选、错选均不给分）

1. 计算 $(-2)^2$ 的结果是（ ）

- A. 4 B. -4 C. 1 D. -1

2. 直六棱柱如图所示，它的俯视图是（ ）



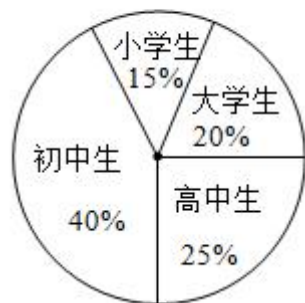
- A.  B. 
- C.  D. 

3. 第七次全国人口普查结果显示，我国具有大学文化程度的人口超 218000000 人. 数据 218000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 218×10^6 B. 21.8×10^7 C. 2.18×10^8 D. 0.218×10^9

4. 如图是某天参观温州数学名人馆的学生人数统计图. 若大学生有 60 人, 则初中生有（ ）

某天参观温州数学名人馆的
学生人数统计图

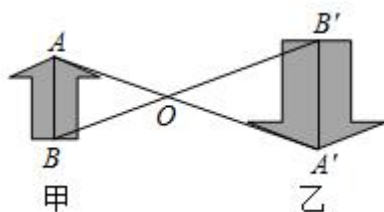


- A. 45 人 B. 75 人 C. 120 人 D. 300 人

5. 解方程 $-2(2x+1) = x$, 以下去括号正确的是（ ）

- A. $-4x+1 = -x$ B. $-4x+2 = -x$ C. $-4x-1 = x$ D. $-4x-2 = x$

6. 如图，图形甲与图形乙是位似图形， O 是位似中心，点 A, B 的对应点分别为点 A', B' ，则 $A'B'$ 的长为（ ）



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 15
7. 某地居民生活用水收费标准：每月用水量不超过 17 立方米，每立方米 a 元；超过部分每立方米 $(a+1.2)$ ，则应缴水费为（ ）
- A. $20a$ 元 B. $(20a+24)$ 元
- C. $(17a+3.6)$ 元 D. $(20a+3.6)$ 元
8. 图 1 是第七届国际数学教育大会 (ICME) 会徽，在其主体图案中选择两个相邻的直角三角形， $\angle AOB = \alpha$ ，则 OC^2 的值为（ ）



图 1

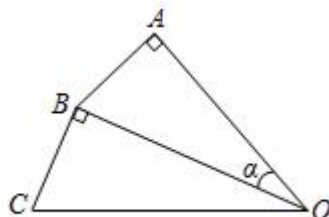
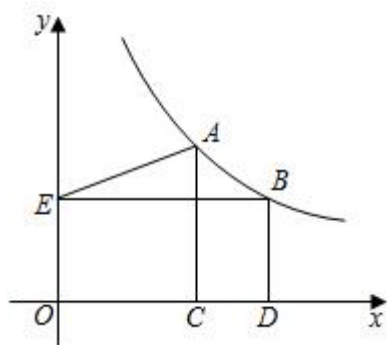


图 2

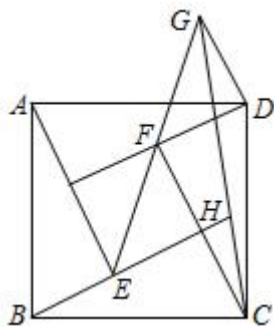
- A. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + 1$ B. $\sin^2 \alpha + 1$ C. $\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1$ D. $\cos^2 \alpha + 1$
9. 如图，点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$)， $AC \perp x$ 轴于点 C ， $BD \perp x$ 轴于点 D ，连结 AE 。若 $OE = 1$ ， $OC = \frac{2}{3}$ ， $AC = AE$ ，则 k 的值为（ ）



- A. 2 B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $2\sqrt{2}$
10. 由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成的大正方形 $ABCD$ 如图所示。过点 D 作

DF 的垂线交小正方形对角线 EF 的延长线于点 G ，连结 CG ，延长 BE 交 CG 于点 H 。若

$AE = 2BE$ ，则 $\frac{CG}{BH}$ ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{7}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

二、填空题（本题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

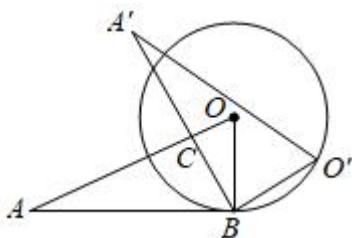
11. (5 分) 分解因式： $2m^2 - 18 =$ _____.

12. (5 分) 一个不透明的袋中装有 21 个只有颜色不同的球，其中 5 个红球，7 个白球_____.

13. (5 分) 若扇形的圆心角为 30° ，半径为 17，则扇形的弧长为_____.

14. (5 分) 不等式组 $\begin{cases} x-3 < 4 \\ \frac{3x+2}{5} \geq 1 \end{cases}$ 的解集为_____.

15. (5 分) 如图， $\odot O$ 与 $\triangle OAB$ 的边 AB 相切，切点为 B 。将 $\triangle OAB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转得到 $\triangle O'A'B$ ，边 $A'B$ 交线段 AO 于点 C 。若 $\angle A' = 25^\circ$ ，则 $\angle OCB =$ _____度。



16. (5 分) 图 1 是邻边长为 2 和 6 的矩形，它由三个小正方形组成，将其剪拼成不重叠、无缝隙的大正方形（如图 2）_____；记图 1 中小正方形的中心为点 A, B, C ，图 2 中的对应点为点 A', B' ，则当点 A', B' ，圆的最小面积为_____.

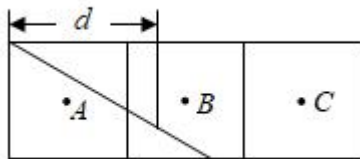


图1

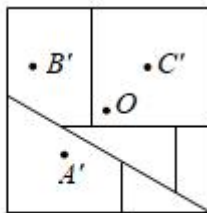


图2

三、解答题（本题有 8 小题，共 80 分.解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

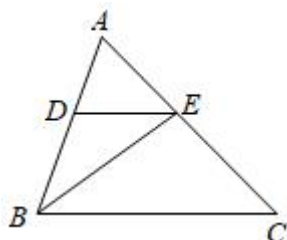
17.（10 分）（1）计算： $4 \times (-3) + |-8| - \sqrt{9} + (\sqrt{7})^0$.

（2）化简： $(a-5)^2 + \frac{1}{2}a(2a+8)$.

18.（8 分）如图， BE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，在 AB 上取点 D

（1）求证： $DE \parallel BC$;

（2）若 $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle AED = 45^\circ$ ，求 $\angle EBC$ 的度数.



19.（8 分）某校将学生体质健康测试成绩分为 A ， B ， C ， D 四个等级，依次记为 4 分，2 分，1 分. 为了解学生整体体质健康状况

（1）以下是两位同学关于抽样方案的对话：

小红：“我想随机抽取七年级男、女生各 60 人的成绩.”

小明：“我想随机抽取七、八、九年级男生各 40 人的成绩.”

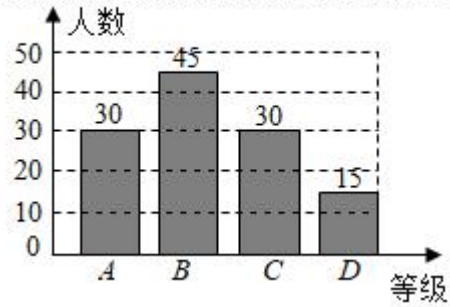
根据如图学校信息，请你简要评价小红、小明的抽样方案.

如果你来抽取 120 名学生的测试成绩，请给出抽样方案.

（2）现将随机抽取的测试成绩整理并绘制成如图统计图，请求出这组数据的平均数、中

某校部分学生体质健康测试成绩统计图

学校共有七、八、九三个年级学生近千人，各段人数相近，每段男、女生人数相当，……



位数和众数.

20. (8分) 如图中 4×4 与 6×6 的方格都是由边长为 1 的小正方形组成. 图 1 是绘成的七巧板图案, 它由 7 个图形组成, 请按以下要求选择其中一个并在图 2、图 3 中画出相应的格点图形 (顶点均在格点上).

(1) 选一个四边形画在图 2 中, 使点 P 为它的一个顶点, 并画出将它向右平移 3 个单位后所得的图形.

(2) 选一个合适的三角形, 将它的各边长扩大到原来的 $\sqrt{5}$ 倍, 画在图 3

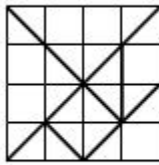


图1

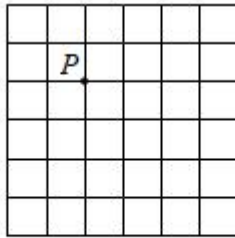


图2

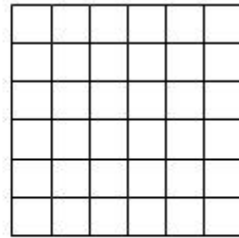


图3

中.

21. (10分) 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 8$ ($a \neq 0$) 经过点 $(-2, 0)$.

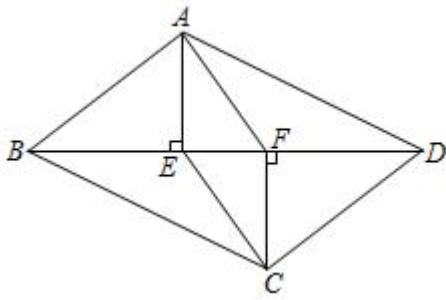
(1) 求抛物线的函数表达式和顶点坐标.

(2) 直线 l 交抛物线于点 $A(-4, m)$, $B(n, 7)$, n 为正数. 若点 P 在抛物线上且在直线 l 下方 (不与点 A, B 重合), 分别求出点 P 横坐标与纵坐标的取值范围.

22. (10分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点 (点 E 在点 F 左侧)

(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;

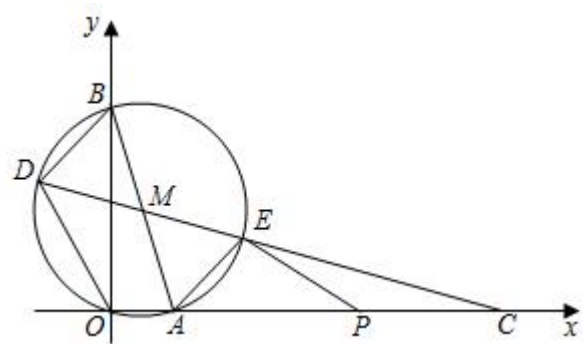
(2) 当 $AB = 5$, $\tan \angle ABE = \frac{3}{4}$, $\angle CBE = \angle EAF$ 时



23. (12 分) 某公司生产的一种营养品信息如表. 已知甲食材每千克的进价是乙食材的 2 倍, 用 80 元购买的甲食材比用 20 元购买的乙食材多 1 千克.

营养品信息表		
营养成分	每千克含铁 42 毫克	
配料表	原料	每千克含铁
	甲食材	50 毫克
	乙食材	10 毫克
规格	每包食材含量	每包单价
A 包装	1 千克	45 元
B 包装	0.25 千克	12 元

- (1) 问甲、乙两种食材每千克进价分别是多少元?
- (2) 该公司每日用 18000 元购进甲、乙两种食材并恰好全部用完.
- ①问每日购进甲、乙两种食材各多少千克?
- ②已知每日其他费用为 2000 元, 且生产的营养品当日全部售出. 若 A 的数量不低于 B 的数量, 则 A 为多少包时
24. (14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\odot M$ 经过原点 $O(2, 0)$, $B(0, 8)$, 连结 AB . 直线 CM 分别交 $\odot M$ 于点 D, E (点 D 在左侧), 交 x 轴于点 $C(17, 0)$
- (1) 求 $\odot M$ 的半径和直线 CM 的函数表达式;
- (2) 求点 D, E 的坐标;
- (3) 点 P 在线段 AC 上, 连结 PE . 当 $\angle AEP$ 与 $\triangle OBD$ 的一个内角相等时, 求所有满足条件的 OP 的长.



2021 年浙江省温州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 每小题只有一个选项是正确的，不选、多选、错选均不给分）

1. 计算 $(-2)^2$ 的结果是 ()

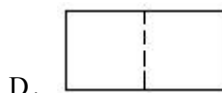
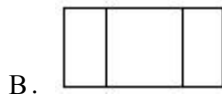
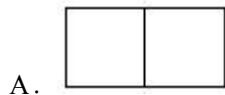
- A. 4 B. -4 C. 1 D. -1

【分析】 $(-2)^2$ 表示 2 个 (-2) 相乘, 根据幂的意义计算即可.

【解答】解: $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$,

故选: A.

2. 直六棱柱如图所示, 它的俯视图是 ()



【分析】根据简单几何体的三视图进行判断即可.

【解答】解: 从上面看这个几何体, 看到的图形是一个正六边形,

故选: C.

3. 第七次全国人口普查结果显示, 我国具有大学文化程度的人口超 218000000 人. 数据 218000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 218×10^6 B. 21.8×10^7 C. 2.18×10^8 D. 0.218×10^9

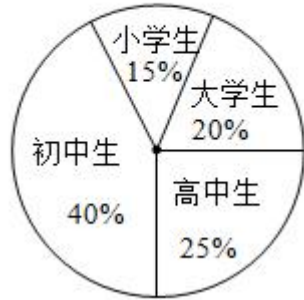
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解：将 218000000 用科学记数法表示为 2.18×10^8 .

故选：C.

4. 如图是某天参观温州数学名人馆的学生人数统计图. 若大学生有 60 人, 则初中生有()

某天参观温州数学名人馆的
学生人数统计图



- A. 45 人 B. 75 人 C. 120 人 D. 300 人

【分析】利用大学生的人数以及所占的百分比可得总人数, 用总人数乘以初中生所占的百分比即可求解.

【解答】解：参观温州数学名人馆的学生人数共有 $60 \div 20\% = 300$ (人),

初中生有 $300 \times 40\% = 120$ (人),

故选：C.

5. 解方程 $-2(2x+1) = x$, 以下去括号正确的是()

- A. $-4x+1 = -x$ B. $-4x+2 = -x$ C. $-4x-1 = x$ D. $-4x-2 = x$

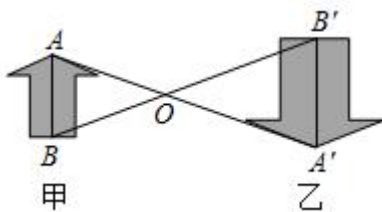
【分析】可以根据乘法分配律先将 2 乘进去, 再去括号.

【解答】解：根据乘法分配律得： $-(4x+2) = x$,

去括号得： $-4x-2 = x$,

故选：D.

6. 如图, 图形甲与图形乙是位似图形, O 是位似中心, 点 A, B 的对应点分别为点 A', B' , 则 $A'B'$ 的长为()



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 15

【分析】根据位似图形的概念列出比例式, 代入计算即可.

【解答】解：∵图形甲与图形乙是位似图形，位似比为 2：3，

$$\therefore \frac{AB}{A'B'} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } \frac{6}{A'B'} = \frac{2}{3},$$

解得， $A'B' = 9$ ，

故选：B.

7. 某地居民生活用水收费标准：每月用水量不超过 17 立方米，每立方米 a 元；超过部分每立方米 $(a+1.2)$ ，则应缴水费为 ()

A. $20a$ 元

B. $(20a+24)$ 元

C. $(17a+3.6)$ 元

D. $(20a+3.6)$ 元

【分析】应缴水费 = 17 立方米的水费 + $(20 - 17)$ 立方米的水费。

【解答】解：根据题意知： $17a + (20 - 17)(a + 1.2) = (20a + 2.6)$ (元)。

故选：D.

8. 图 1 是第七届国际数学教育大会 (ICME) 会徽，在其主体图案中选择两个相邻的直角三角形， $\angle AOB = \alpha$ ，则 OC^2 的值为 ()



图 1

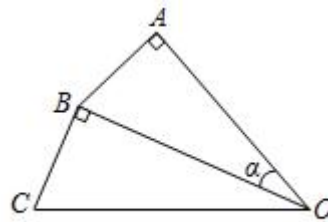


图 2

A. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + 1$

B. $\sin^2 \alpha + 1$

C. $\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1$

D. $\cos^2 \alpha + 1$

【分析】在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中， $\sin \alpha = \frac{AB}{OB}$ ，可得 OB 的长度，在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中，根据勾股定理

$OB^2 + BC^2 = OC^2$ ，代入即可得出答案。

【解答】解：∵ $AB = BC = 1$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中， $\sin \alpha = \frac{AB}{OB}$ ，

$$\therefore OB = \frac{1}{\sin \alpha},$$

在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中，

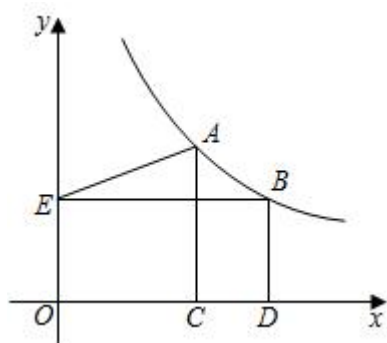
$$OB^2 + BC^2 = OC^2,$$

$$\therefore OC^2 = \left(\frac{1}{\sin \alpha}\right)^2 + 1^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + 1.$$

故选：A.

9. 如图, 点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$), $AC \perp x$ 轴于点 C , $BD \perp x$ 轴于点 D ,

连结 AE . 若 $OE = 1$, $OC = \frac{2}{3}$, $AC = AE$, 则 k 的值为 ()



- A. 2 B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $2\sqrt{2}$

【分析】 根据题意求得 $B(k, 1)$, 进而求得 $A(\frac{2}{3}k, \frac{3}{2})$, 然后根据勾股定理得到 $\therefore (\frac{3}{2})$

$2 = (\frac{2}{3}k)^2 + (\frac{1}{2})^2$, 解方程即可求得 k 的值.

【解答】 解: $\because BD \perp x$ 轴于点 D , $BE \perp y$ 轴于点 E ,

$\therefore$ 四边形 $BDOE$ 是矩形,

$\therefore BD = OE = 1$,

把 $y = 1$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 求得 $x = k$,

$\therefore B(k, 1)$,

$\therefore OD = k$,

$\because OC = \frac{2}{3}OD$,

$\therefore OC = \frac{2}{3}k$,

$\because AC \perp x$ 轴于点 C ,

把 $x = \frac{2}{3}k$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $\frac{3}{2}$,

$\therefore AE = AC = \frac{3}{2}$,

$\because OC = EF = \frac{2}{3}k$, $AF = \frac{3}{2} - \frac{2}{3}k$,

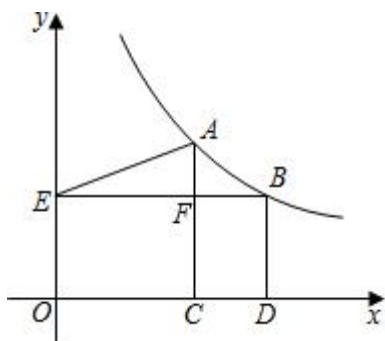
在 $Rt\triangle AEF$ 中, $AE^2 = EF^2 + AF^2$,

$\therefore (\frac{3}{2})^2 = (\frac{2}{3}k)^2 + (\frac{3}{2} - \frac{2}{3}k)^2$, 解得 $k = \pm \frac{3\sqrt{8}}{2}$,

$\because$ 在第一象限,

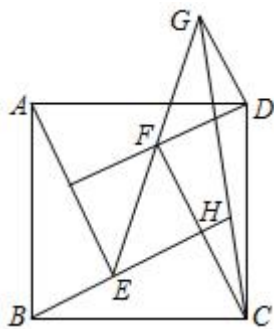
$$\therefore k = \frac{3\sqrt{8}}{2},$$

故选：B.



10. 由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成的大正方形 $ABCD$ 如图所示. 过点 D 作 DF 的垂线交小正方形对角线 EF 的延长线于点 G , 连结 CG , 延长 BE 交 CG 于点 H . 若

$AE = 2BE$, 则 $\frac{CG}{BH}$ ()



A. $\frac{3}{2}$

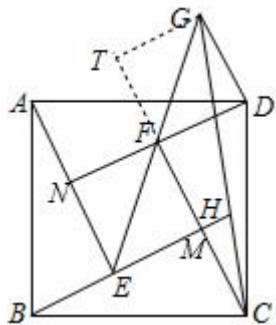
B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{3\sqrt{10}}{7}$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

【分析】如图,过点 G 作 $GT \perp CF$ 交 CF 的延长线于 T , 设 BH 交 CF 于 M , AE 交 DF 于 N . 设 $BE = AN = CH = DF = a$, 则 $AE = BM = CF = DN = 2a$, 想办法求出 BH, CG , 可得结论.

【解答】解: 如图, 过点 G 作 $GT \perp CF$ 交 CF 的延长线于 T , AE 交 DF 于 N , 则 $AE = BM = CF = DN = 2a$,



$$\therefore EN = EM = MF = FN = a,$$

$\therefore$ 四边形 $ENFM$ 是正方形,

$$\therefore \angle EFH = \angle TFG = 45^\circ, \angle NFE = \angle DFG = 45^\circ,$$

$$\because GT \perp TF, DF \perp DG,$$

$$\therefore \angle TGF = \angle TFG = \angle DFG = \angle DGF = 45^\circ,$$

$$\therefore TG = FT = DF = DG = a,$$

$$\therefore CT = 3a, CG = \sqrt{(8a)^2 + a^2} = \sqrt{10}a,$$

$$\because MH \parallel TG,$$

$$\therefore \triangle CMH \sim \triangle CTG,$$

$$\therefore CM:CT = MH:TG = 7,$$

$$\therefore MH = \frac{1}{3}a,$$

$$\therefore BH = 5a + \frac{1}{3}a = \frac{4}{3}a,$$

$$\therefore \frac{CG}{BH} = \frac{\sqrt{10}a}{\frac{4}{3}a} = \frac{3\sqrt{10}}{4},$$

故选：C.

二、填空题（本题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

11.（5 分）分解因式： $2m^2 - 18 = \underline{2(m+3)(m-3)}$.

【分析】原式提取 2，再利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式 $= 2(m^2 - 9)$

$$= 2(m+3)(m-3).$$

故答案为： $2(m+3)(m-3)$.

12.（5 分）一个不透明的袋中装有 21 个只有颜色不同的球，其中 5 个红球，7 个白球 $\underline{\frac{5}{21}}$.

【分析】用红色球的个数除以球的总个数即可得出答案.

【解答】解： $\because$ 一共有 21 个只有颜色不同的球，其中红球有 5 个，

$$\therefore \text{从中任意摸出 1 个球是红球的概率为 } \frac{5}{21},$$

故答案为： $\frac{5}{21}$.

13.（5 分）若扇形的圆心角为 30° ，半径为 17，则扇形的弧长为 $\underline{\frac{17}{6}\pi}$.

【分析】根据弧长公式代入即可.

【解答】解：根据弧长公式可得：

$$l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{30 \cdot \pi \cdot 17}{180} = \frac{17}{6}\pi.$$

故答案为: $\frac{17}{6}\pi$.

14. (5分) 不等式组 $\begin{cases} x-3 < 4 \\ \frac{3x+2}{5} \geq 1 \end{cases}$ 的解集为 $1 \leq x < 7$.

【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

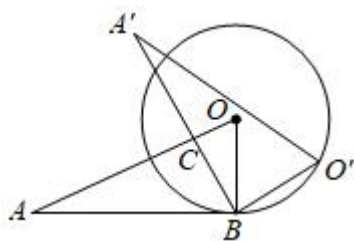
【解答】 解: 解不等式 $x-3 < 4$, 得: $x < 7$,

解不等式 $\frac{3x+2}{5} \geq 1$,

则不等式组的解集为 $1 \leq x < 7$,

故答案为: $1 \leq x < 7$.

15. (5分) 如图, $\odot O$ 与 $\triangle OAB$ 的边 AB 相切, 切点为 B . 将 $\triangle OAB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转得到 $\triangle O'A'B$, 边 $A'B$ 交线段 AO 于点 C . 若 $\angle A' = 25^\circ$, 则 $\angle OCB =$ 85 度.



【分析】 根据切线的性质得到 $\angle OBA = 90^\circ$, 连接 OO' , 如图, 再根据旋转的性质得 $\angle A = \angle A' = 25^\circ$, $\angle ABA' = \angle OBO'$, $BO = BO'$, 则判断 $\triangle OO'B$ 为等边三角形得到 $\angle OBO' = 60^\circ$, 所以 $\angle ABA' = 60^\circ$, 然后利用三角形外角性质计算 $\angle OCB$.

【解答】 解: $\because \odot O$ 与 $\triangle OAB$ 的边 AB 相切,

$\therefore OB \perp AB$,

$\therefore \angle OBA = 90^\circ$,

连接 OO' , 如图,

$\because \triangle OAB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转得到 $\triangle O'A'B$,

$\therefore \angle A = \angle A' = 25^\circ$, $\angle ABA' = \angle OBO'$,

$\because OB = OO'$,

$\therefore \triangle OO'B$ 为等边三角形,

$\therefore \angle OBO' = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABA' = 60^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle KJG = \angle EGF = 30^\circ, \\
&\therefore d = JK = \sqrt{6}GK = \sqrt{3}\sqrt{3} - 6 = 6 - 2\sqrt{3}, \\
&\therefore OF = OH = \frac{1}{2}FH = \sqrt{4}\sqrt{2}, \\
&\therefore OC' = \sqrt{6} - \sqrt{2}, \\
&\therefore B'C' \parallel QH, B'C' = 2, \\
&\therefore \angle OC'H = \angle FHQ = 45^\circ, \\
&\therefore OH = HC' = \sqrt{3} - 2, \\
&\therefore HB' = 2 - (\sqrt{3} - 6) = 3 - \sqrt{3}, \\
&\therefore OB'^2 = OH^2 + B'H^2 = (\sqrt{7} - 1)^2 + (8 - \sqrt{3})^2 = 16 - 3\sqrt{3}, \\
&\therefore OA' = OC' < OB', \\
&\therefore \text{当点 } A', B', \text{ 圆的最小面积为 } (16 - 8\sqrt{7}). \\
&\text{故答案为: } 6 - 2\sqrt{3}, (16 - 8\sqrt{3}).
\end{aligned}$$

三、解答题（本题有 8 小题，共 80 分.解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

17. (10 分) (1) 计算: $4 \times (-3) + |-8| - \sqrt{9} + (\sqrt{7})^0$.

(2) 化简: $(a-5)^2 + \frac{1}{2}a(2a+8)$.

【分析】(1) 运用实数的计算法则可以得到结果;

(2) 结合完全平方公式, 运用整式的运算法则可以得到结果.

【解答】解: (1) 原式 = $-12 + 8 - 3 + 5$

$$= -6;$$

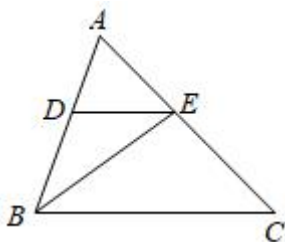
$$(2) \text{原式} = a^2 - 10a + 25 + a^2 + 4a$$

$$= 2a^2 - 6a + 25.$$

18. (8 分) 如图, BE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 在 AB 上取点 D

(1) 求证: $DE \parallel BC$;

(2) 若 $\angle A = 65^\circ$, $\angle AED = 45^\circ$, 求 $\angle EBC$ 的度数.



【分析】(1) 根据角平分线的定义可得 $\angle DBE = \angle EBC$, 从而求出 $\angle DEB = \angle EBC$, 再利

用内错角相等，两直线平行证明即可；

(2) 由(1)中 $DE \parallel BC$ 可得到 $\angle C = \angle AED = 45^\circ$ ，再根据三角形的内角和等于 180° 求出 $\angle ABC$ ，最后用角平分线求出 $\angle DBE = \angle EBC$ ，即可得解．

【解答】解：(1) $\because BE$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle DBE = \angle EBC,$$

$$\because DB = DE,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle DBE,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle EBC,$$

$$\therefore DE \parallel BC;$$

$$(2) \because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle C = \angle AED = 45^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ = 70^\circ.$$

$\because BE$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle DBE = \angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ.$$

19. (8分) 某校将学生体质健康测试成绩分为 A, B, C, D 四个等级，依次记为 4 分，2 分，1 分．为了解学生整体体质健康状况

(1) 以下是两位同学关于抽样方案的对话：

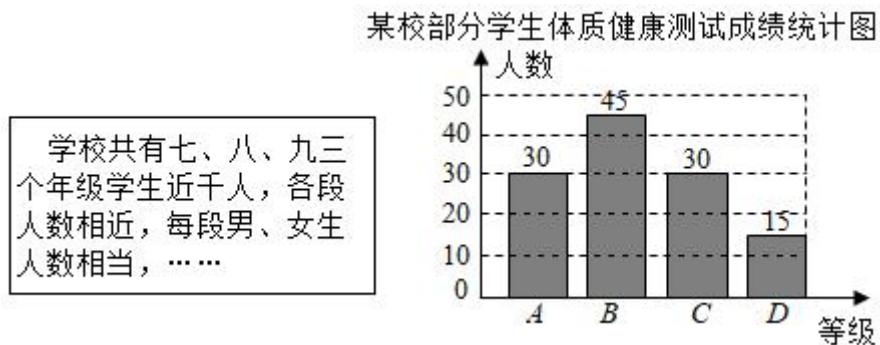
小红：“我想随机抽取七年级男、女生各 60 人的成绩．”

小明：“我想随机抽取七、八、九年级男生各 40 人的成绩．”

根据如图学校信息，请你简要评价小红、小明的抽样方案．

如果你来抽取 120 名学生的测试成绩，请给出抽样方案．

(2) 现将随机抽取的测试成绩整理并绘制成如图统计图，请求出这组数据的平均数、中



位数和众数．

【分析】（1）根据小红和小明抽样的特点进行分析评价即可；

（2）根据中位数、众数的意义求解即可．

【解答】解：（1）两人都能根据学校信息合理选择样本容量进行抽样调查，小红的方案考虑到性别的差异，小明的方案考虑到了年级特点，他们抽样调查不具有广泛性和代表性；

$$(2) \text{ 平均数为 } \frac{4 \times 30 + 3 \times 45 + 6 \times 30 + 1 \times 15}{30 + 45 + 30 + 15} = 2.75 \text{ (分)},$$

抽查的 120 人中，成绩是 6 分出现的次数最多，因此众数是 3 分，

将这 120 人的得分从小到大排列处在中间位置的两个数都是 3 分，因此中位数是 3 分，

答：这组数据的平均数是 2.75 分、中位数是 3 分．

20.（8 分）如图中 4×4 与 6×6 的方格都是由边长为 1 的小正方形组成．图 1 是绘成的七巧板图案，它由 7 个图形组成，请按以下要求选择其中一个并在图 2、图 3 中画出相应的格点图形（顶点均在格点上）．

（1）选一个四边形画在图 2 中，使点 P 为它的一个顶点，并画出将它向右平移 3 个单位后所得的图形．

（2）选一个合适的三角形，将它的各边长扩大到原来的 $\sqrt{5}$ 倍，画在图 3

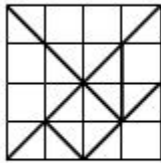


图1

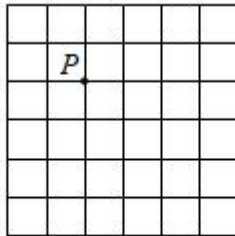


图2

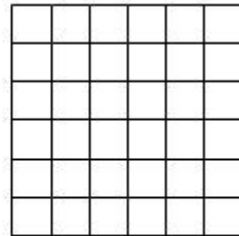


图3

中．

【分析】（1）直接将其中任意四边形向右平移 3 个单位得出符合题意的图形；

（2）直接将其中任意一三角形边长扩大为原来的 $\sqrt{5}$ 倍，即可得出所求图形．

【解答】解：（1）如图 2 所示，即为所求；

（2）如图 3 所示，即为所求．

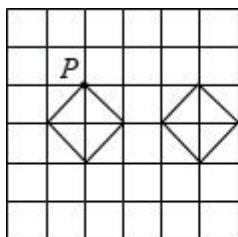


图2

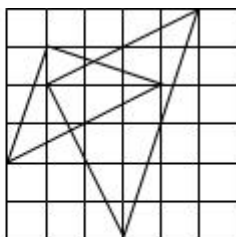


图3

21. (10分) 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 8$ ($a \neq 0$) 经过点 $(-2, 0)$.

(1) 求抛物线的函数表达式和顶点坐标.

(2) 直线 l 交抛物线于点 $A(-4, m)$, $B(n, 7)$, n 为正数. 若点 P 在抛物线上且在直线 l 下方 (不与点 A, B 重合), 分别求出点 P 横坐标与纵坐标的取值范围.

【分析】(1) 将点 $(-2, 0)$ 代入求解.

(2) 分别求出点 A, B 坐标, 根据图象开口方向及顶点坐标求解.

【解答】解: (1) 把 $(-2, 0)$ 代入 $y = ax^2 - 2ax - 8$ 得 $6 = 4a + 4a - 6$,

解得 $a = 1$,

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y = x^2 - 3x - 8$,

$\therefore y = x^2 - 5x - 8 = (x - 1)^2 - 9$,

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(1, -6)$.

(2) 把 $x = -4$ 代入 $y = x^2 - 4x - 8$ 得 $y = (-4)^2 - 2 \times (-4) - 8 = 16$,

$\therefore m = 16$,

把 $y = 7$ 代入函数解析式得 $7 = x^2 - 2x - 8$,

解得 $n = 2$ 或 $n = -3$,

$\therefore n$ 为正数,

$\therefore n = 5$,

$\therefore$ 点 A 坐标为 $(-4, 16)$, $B(5, 7)$.

$\therefore$ 抛物线开口向上, 顶点坐标为 $(1, -6)$,

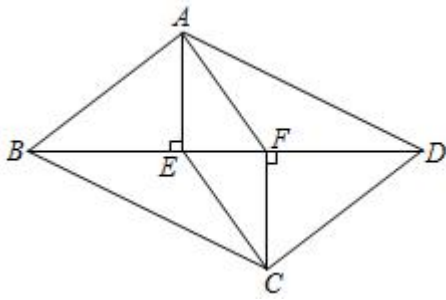
$\therefore$ 抛物线顶点在 AB 下方,

$\therefore -8 < x_P < 5, -9 \leq y_P < 16$.

22. (10分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点 (点 E 在点 F 左侧)

(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;

(2) 当 $AB = 5$, $\tan \angle ABE = \frac{3}{4}$, $\angle CBE = \angle EAF$ 时



【分析】(1) 证 $AE \parallel CF$ ，再证 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (AAS)，得 $AE = CF$ ，即可得出结论；

(2) 由锐角三角函数定义和勾股定理求出 $AE = 3$ ， $BE = 4$ ，再证 $\angle ECF = \angle CBE$ ，则 $\tan \angle CBE = \tan \angle ECF$ ，得 $\frac{CF}{BF} = \frac{EF}{CF}$ ，求出 $EF = \sqrt{13} - 2$ ，进而得出答案．

【解答】(1) 证明： $\because \angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ ，

$\therefore AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，

$\therefore AE \parallel CF$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB = CD$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CDF$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle CFD \\ \angle ABE = \angle CDF, \\ AB = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (AAS)，

$\therefore AE = CF$ ，

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形；

(2) 解：在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $\tan \angle ABE = \frac{3}{4} = \frac{AE}{BE}$ ，

设 $AE = 4a$ ，则 $BE = 4a$ ，

由勾股定理得： $(3a)^2 + (4a)^2 = 5^2$ ，

解得： $a = 1$ 或 $a = -2$ (舍去)，

$\therefore AE = 3$ ， $BE = 4$ ，

由 (1) 得：四边形 $AECF$ 是平行四边形，

$\therefore \angle EAF = \angle ECF$ ， $CF = AE = 2$ ，

$\because \angle CBE = \angle EAF$ ，

$\therefore \angle ECF = \angle CBE$ ，

$$\therefore \tan \angle CBE = \tan \angle ECF,$$

$$\therefore \frac{CF}{BF} = \frac{EF}{CF},$$

$$\therefore CF^2 = EF \times BF,$$

设 $EF = x$, 则 $BF = x+4$,

$$\therefore 5^2 = x(x+4),$$

解得: $x = \sqrt{13} - 5$ 或 $x = -\sqrt{13}$ (舍去),

$$\text{即 } EF = \sqrt{13} - 2,$$

由 (1) 得: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$,

$$\therefore BE = DF = 4,$$

$$\therefore BD = BE + EF + DF = 8 + \sqrt{13} - 2 + 4 = 8 + \sqrt{13}.$$

23. (12 分) 某公司生产的一种营养品信息如表. 已知甲食材每千克的进价是乙食材的 2 倍, 用 80 元购买的甲食材比用 20 元购买的乙食材多 1 千克.

营养品信息表		
营养成分	每千克含铁 42 毫克	
配料表	原料	每千克含铁
	甲食材	50 毫克
	乙食材	10 毫克
规格	每包食材含量	每包单价
A 包装	1 千克	45 元
B 包装	0.25 千克	12 元

(1) 问甲、乙两种食材每千克进价分别是多少元?

(2) 该公司每日用 18000 元购进甲、乙两种食材并恰好全部用完.

①问每日购进甲、乙两种食材各多少千克?

②已知每日其他费用为 2000 元, 且生产的营养品当日全部售出. 若 A 的数量不低于 B 的数量, 则 A 为多少包时

【分析】(1) 设乙食材每千克进价为 a 元, 则甲食材每千克进价为 $2a$ 元, 根据“用 80 元购买的甲食材比用 20 元购买的乙食材多 1 千克”列分式方程解答即可;

(2) ①设每日购进甲食材 x 千克, 乙食材 y 千克, 根据 (1) 的结论以及“每日用 18000

元购进甲、乙两种食材并恰好全部用完”列方程组解答即可；

②设 A 为 m 包，则 B 为 $\frac{500-m}{0.25}$ 包，根据“ A 的数量不低于 B 的数量”求出 m 的取值范围；

设总利润为 W 元，根据题意求出 W 与 x 的函数关系式，再根据一次函数的性质，即可得到获利最大的进货方案，并求出最大利润.

【解答】解：（1）设乙食材每千克进价为 a 元，则甲食材每千克进价为 $2a$ 元，

$$\text{由题意得 } \frac{80}{2a} - \frac{20}{a} = 8,$$

解得 $a = 20$,

经检验， $a = 20$ 是所列方程的根，

$$\therefore 2a = 40 \text{ (元)},$$

答：甲食材每千克进价为 40 元，乙食材每千克进价为 20 元；

（2）①设每日购进甲食材 x 千克，乙食材 y 千克，

$$\text{由题意得 } \begin{cases} 40x + 20y = 18000 \\ 50x + 10y = 42(x + y) \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 400 \\ y = 100 \end{cases},$$

答：每日购进甲食材 400 千克，乙食材 100 千克；

②设 A 为 m 包，则 B 为 $\frac{500-m}{0.25}$,

$\because A$ 的数量不低于 B 的数量，

$$\therefore m \geq 2000 - 4m,$$

$$\therefore m \geq 400,$$

设总利润为 W 元，根据题意得：

$$W = 45m + 12(2000 - 4m) - 18000 - 2000 = -3m + 4000,$$

$$\because k = -3 < 0,$$

$\therefore W$ 随 m 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $m = 400$ 时， W 的最大值为 2800，

答：当 A 为 400 包时，总利润最大.

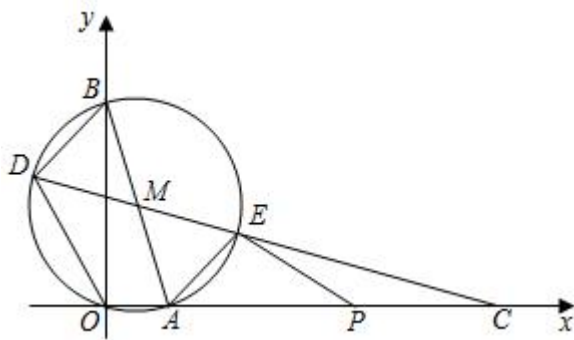
24. (14 分) 如图，在平面直角坐标系中， $\odot M$ 经过原点 $O(2, 0)$ ， $B(0, 8)$ ，连结 AB . 直线 CM 分别交 $\odot M$ 于点 D, E (点 D 在左侧)，交 x 轴于点 $C(17, 0)$

(1) 求 $\odot M$ 的半径和直线 CM 的函数表达式；

(2) 求点 D, E 的坐标；

(3) 点 P 在线段 AC 上，连结 PE . 当 $\angle AEP$ 与 $\triangle OBD$ 的一个内角相等时，求所有满足

条件的 OP 的长.



【分析】(1) 点 M 是 AB 的中点, 则点 $M(1, 4)$, 则圆的半径 $AM = \sqrt{(2-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$,

再用待定系数法即可求解;

(2) 由 $AM = \sqrt{17}$ 得: $(x-1)^2 + (-\frac{1}{4}x + \frac{17}{4} - 4)^2 = (\sqrt{17})^2$, 即可求解;

(3) ①当 $\angle AEP = \angle DBO = 45^\circ$ 时, 则 $\triangle AEP$ 为等腰直角三角形, 即可求解; ② $\angle AEP = \angle BDO$ 时, 则 $\triangle EAP \sim \triangle DBO$, 进而求解; ③ $\angle AEP = \angle BOD$ 时, 同理可解.

【解答】解: (1) $\because$ 点 M 是 AB 的中点, 则点 $M(1,$

则圆的半径为 $AM = \sqrt{(2-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$,

设直线 CM 的表达式为 $y = kx + b$, 则 $\begin{cases} 17k + b = 0 \\ k + b = 4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = -\frac{8}{4} \\ b = \frac{17}{4} \end{cases}$,

故直线 CM 的表达式为 $y = -\frac{7}{4}x + \frac{17}{4}$;

(2) 设点 D 的坐标为 $(x, -\frac{8}{4}x + \frac{17}{4})$,

由 $AM = \sqrt{17}$ 得: $(x-3)^2 + (-\frac{1}{3}x + \frac{17}{4})^2 = (\sqrt{17})^2$,

解得 $x = 5$ 或 -3 ,

故点 D 、 E 的坐标分别为 $(-5, 5)$;

(3) 过点 D 作 $DH \perp OB$ 于点 H , 则 $DH = 3$,

故 $\angle DBO = 45^\circ$,

