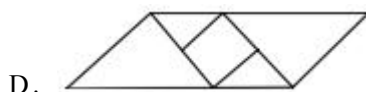
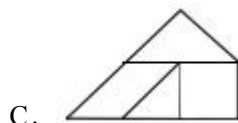
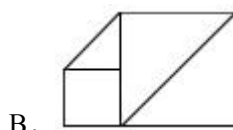
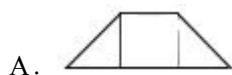
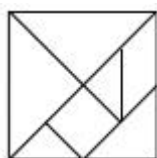


2020 年浙江省绍兴市中考数学试卷

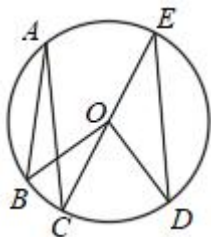
一. 选择题（共 10 小题）

1. 实数 2, 0, -2 , $\sqrt{2}$ 中, 为负数的是 ()
 A. 2 B. 0 C. -2 D. $\sqrt{2}$
2. 某自动控制器的芯片, 可植入 2020000000 粒晶体管, 这个数字 2020000000 用科学记数法可表示为 ()
 A. 0.202×10^{10} B. 2.02×10^9 C. 20.2×10^8 D. 2.02×10^8

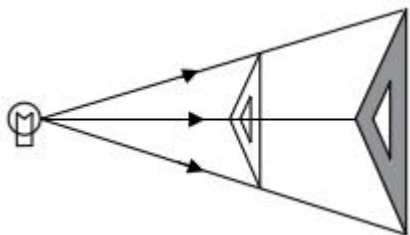
3. 将如图的七巧板的其中几块, 拼成一个多边形, 为中心对称图形的是 ()



4. 如图. 点 A, B, C, D, E 均在 $\odot O$ 上. $\angle BAC = 15^\circ$, $\angle CED = 30^\circ$, 则 $\angle BOD$ 的度数为 ()

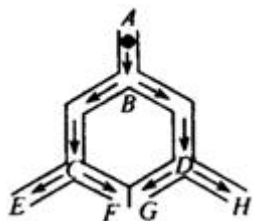


5. 如图, 三角板在灯光照射下形成投影, 三角板与其投影的相似比为 2:5, 且三角板的一边长为 8cm . 则投影三角板的对应边长为 ()



- A. 20cm B. 10cm C. 8cm D. 3.2cm

6. 如图，小球从 A 入口往下落，在每个交叉口都有向左或向右两种可能，且可能性相等．则小球从 E 出口落出的概率是（ ）

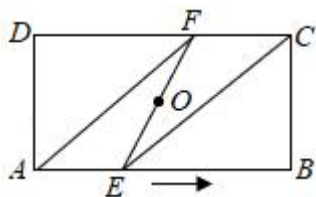


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

7. 长度分别为 2, 3, 3, 4 的四根细木棒首尾相连，围成一个三角形（木棒允许连接，但不允许折断），得到的三角形的最长边长为（ ）

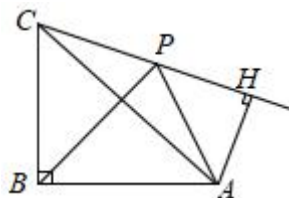
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

8. 如图，点 O 为矩形 $ABCD$ 的对称中心，点 E 从点 A 出发沿 AB 向点 B 运动，移动到点 B 停止，延长 EO 交 CD 于点 F ，则四边形 $AECF$ 形状的变化依次为（ ）



- A. 平行四边形→正方形→平行四边形→矩形
B. 平行四边形→菱形→平行四边形→矩形
C. 平行四边形→正方形→菱形→矩形
D. 平行四边形→菱形→正方形→矩形

9. 如图，等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BA = BC$ ，将 BC 绕点 B 顺时针旋转 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，得到 BP ，连结 CP ，过点 A 作 $AH \perp CP$ 交 CP 的延长线于点 H ，连结 AP ，则 $\angle PAH$ 的度数（ ）



- A. 随着 θ 的增大而增大
B. 随着 θ 的增大而减小
C. 不变

D. 随着 θ 的增大, 先增大后减小

10. 同型号的甲、乙两辆车加满气体燃料后均可行驶 210km . 它们各自单独行驶并返回的最远距离是 105km . 现在它们都从 A 地出发, 行驶途中停下来从甲车的气体燃料桶抽一些气体燃料注入乙车的气体燃料桶, 然后甲车再行驶返回 A 地, 而乙车继续行驶, 到 B 地后再行驶返回 A 地. 则 B 地最远可距离 A 地 ()

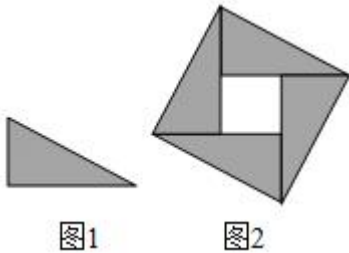
A. 120km B. 140km C. 160km D. 180km

二. 填空题 (共 6 小题)

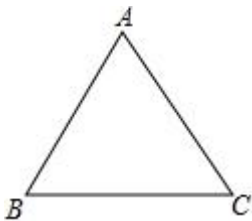
11. 分解因式: $1 - x^2 =$ _____.

12. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ A=0 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, 则多项式 A 可以是 _____ (写出一个即可).

13. 如图 1, 直角三角形纸片的一条直角边长为 2, 剪四块这样的直角三角形纸片, 把它们按图 2 放入一个边长为 3 的正方形中 (纸片在结合部分不重叠无缝隙), 则图 2 中阴影部分面积为 _____.



14. 如图, 已知边长为 2 的等边三角形 ABC 中, 分别以点 A, C 为圆心, m 为半径作弧, 两弧交于点 D , 连结 BD . 若 BD 的长为 $2\sqrt{3}$, 则 m 的值为 _____.



15. 有两种消费券: A 券, 满 60 元减 20 元, B 券, 满 90 元减 30 元, 即一次购物大于等于 60 元、90 元, 付款时分别减 20 元, 30 元. 小敏有一张 A 券, 小聪有一张 B 券, 他们都购了一件标价相同的商品, 各自付款, 若能用券时用券, 这样两人共付款 150 元, 则所购商品的标价是 _____ 元.
16. 将两条邻边长分别为 $\sqrt{2}, 1$ 的矩形纸片剪成四个等腰三角形纸片 (无余纸片), 各种剪法剪出的等腰三角形中, 其中一个等腰三角形的腰长可以是下列数中的 _____ (填序

号).

① $\sqrt{2}$, ②1, ③ $\sqrt{2}-1$, ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$, ⑤ $\sqrt{3}$.

三. 解答题 (共 8 小题)

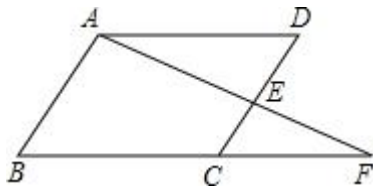
17. (1) 计算: $\sqrt{8}-4\cos 45^{\circ}+(-1)^{2020}$.

(2) 化简: $(x+y)^2-x(x+2y)$.

18. 如图, 点 E 是 $\square ABCD$ 的边 CD 的中点, 连结 AE 并延长, 交 BC 的延长线于点 F .

(1) 若 AD 的长为 2. 求 CF 的长.

(2) 若 $\angle BAF=90^{\circ}$, 试添加一个条件, 并写出 $\angle F$ 的度数.



19. 一只羽毛球的重量合格标准是 5.0 克 ~ 5.2 克 (含 5.0 克, 不含 5.2 克), 某厂对 4 月份生产的羽毛球重量进行抽样检验. 并将所得数据绘制成如图统计图表.

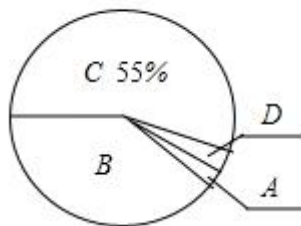
4 月份生产的羽毛球重量统计表

组别	重量 x (克)	数量 (只)
A	$x < 5.0$	m
B	$5.0 \leq x < 5.1$	400
C	$5.1 \leq x < 5.2$	550
D	$x \geq 5.2$	30

(1) 求表中 m 的值及图中 B 组扇形的圆心角的度数.

(2) 问这些抽样检验的羽毛球中, 合格率是多少? 如果购得 4 月份生产的羽毛球 10 筒 (每筒 12 只), 估计所购得的羽毛球中, 非合格品的羽毛球有多少只?

4月份生产的羽毛球重量统计图



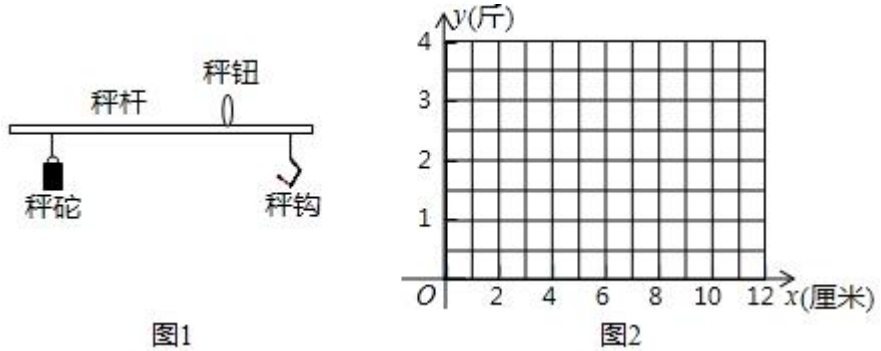
20. 我国传统的计重工具——秤的应用, 方便了人们的生活. 如图 1, 可以用秤砣到秤纽的

水平距离，来得出秤钩上所挂物体的重量．称重时，若秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 x （厘米）时，秤钩所挂物重为 y （斤），则 y 是 x 的一次函数．下表为若干次称重时所记录的一些数据．

x （厘米）	1	2	4	7	11	12
y （斤）	0.75	1.00	1.50	2.75	3.25	3.50

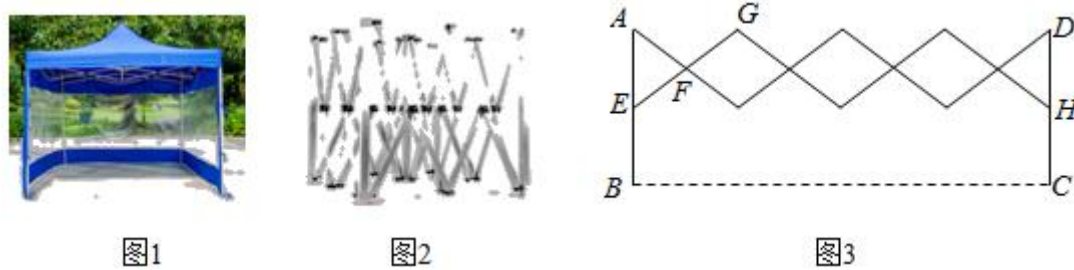
（1）在上表 x, y 的数据中，发现有一对数据记录错误．在图 2 中，通过描点的方法，观察判断哪一对是错误的？

（2）根据（1）的发现，问秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 16 厘米时，秤钩所挂物重是多少？



21. 如图 1 为搭建在地面上的遮阳棚，图 2、图 3 是遮阳棚支架的示意图．遮阳棚支架由相同的菱形和相同的等腰三角形构成，滑块 E, H 可分别沿等长的立柱 AB, DC 上下移动， $AF = EF = FG = 1m$ ．

（1）若移动滑块使 $AE = EF$ ，求 $\angle AFE$ 的度数和棚宽 BC 的长．
 （2）当 $\angle AFE$ 由 60° 变为 74° 时，问棚宽 BC 是增加还是减少？增加或减少了多少？
 （结果精确到 $0.1m$ ．参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73, \sin 37^\circ \approx 0.60, \cos 37^\circ \approx 0.80, \tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



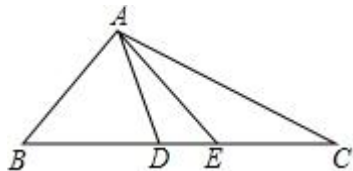
22. 问题：如图，在 $\triangle ABD$ 中， $BA = BD$ ．在 BD 的延长线上取点 E, C ，作 $\triangle AEC$ ，使 $EA = EC$ ，若 $\angle BAE = 90^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，求 $\angle DAC$ 的度数．

答案： $\angle DAC = 45^\circ$ ．

思考：（1）如果把以上“问题”中的条件“ $\angle B = 45^\circ$ ”去掉，其余条件不变，那么 $\angle$

DAC 的度数会改变吗？说明理由；

(2) 如果把以上“问题”中的条件“ $\angle B = 45^\circ$ ”去掉，再将“ $\angle BAE = 90^\circ$ ”改为“ $\angle BAE = n^\circ$ ”，其余条件不变，求 $\angle DAC$ 的度数.



23. 如图 1，排球场长为 $18m$ ，宽为 $9m$ ，网高为 $2.24m$. 队员站在底线 O 点处发球，球从点 O 的正上方 $1.9m$ 的 C 点发出，运动路线是抛物线的一部分，当球运动到最高点 A 时，高度为 $2.88m$. 即 $BA = 2.88m$. 这时水平距离 $OB = 7m$ ，以直线 OB 为 x 轴，直线 OC 为 y 轴，建立平面直角坐标系，如图 2.

(1) 若球向正前方运动（即 x 轴垂直于底线），求球运动的高度 $y(m)$ 与水平距离 $x(m)$ 之间的函数关系式（不必写出 x 取值范围）. 并判断这次发球能否过网？是否出界？说明理由；

(2) 若球过网后的落点是对方场地①号位内的点 P （如图 1，点 P 距底线 $1m$ ，边线 $0.5m$ ），问发球点 O 在底线上的哪个位置？（参考数据： $\sqrt{2}$ 取 1.4 ）

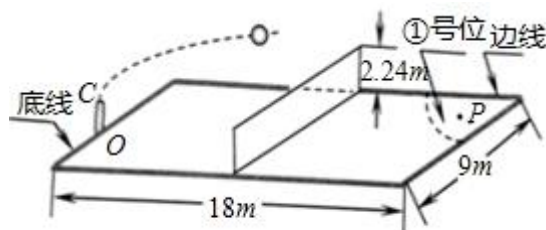


图1

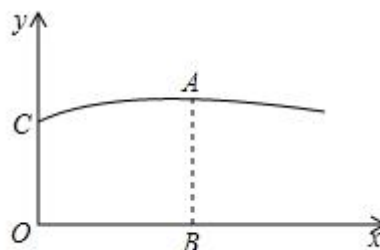


图2

24. 如图 1，矩形 $DEFG$ 中， $DG = 2$ ， $DE = 3$ ， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB = 2$ ， FG ， BC 的延长线相交于点 O ，且 $FG \perp BC$ ， $OG = 2$ ， $OC = 4$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 α ($0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$) 得到 $\triangle A'B'C'$.

(1) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时，求点 C' 到直线 OF 的距离.

(2) 在图 1 中，取 $A'B'$ 的中点 P ，连结 $C'P$ ，如图 2.

① 当 $C'P$ 与矩形 $DEFG$ 的一条边平行时，求点 C' 到直线 DE 的距离.

② 当线段 $A'P$ 与矩形 $DEFG$ 的边有且只有一个交点时，求该交点到直线 DG 的距离的取值范围.

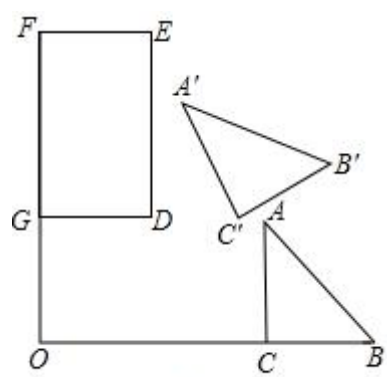


图1

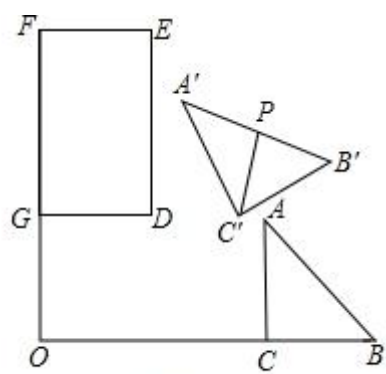


图2

2020 年浙江省绍兴市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题（共 10 小题）

1. 实数 2, 0, -2 , $\sqrt{2}$ 中, 为负数的是 ()

- A. 2 B. 0 C. -2 D. $\sqrt{2}$

【分析】根据负数定义可得答案.

【解答】解: 实数 2, 0, -2 , $\sqrt{2}$ 中, 为负数的是 -2 ,

故选: C.

2. 某自动控制器的芯片, 可植入 2020000000 粒晶体管, 这个数字 2020000000 用科学记数法可表示为 ()

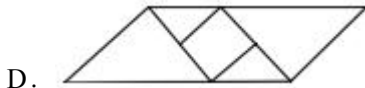
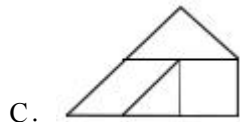
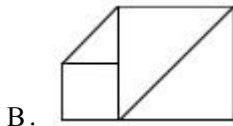
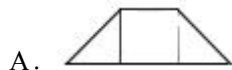
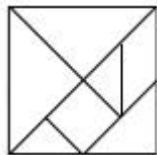
- A. 0.202×10^{10} B. 2.02×10^9 C. 20.2×10^8 D. 2.02×10^8

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【解答】解: $2020000000 = 2.02 \times 10^9$,

故选: B.

3. 将如图的七巧板的其中几块, 拼成一个多边形, 为中心对称图形的是 ()



【分析】根据中心对称的定义, 结合所给图形即可作出判断.

【解答】解: A、不是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

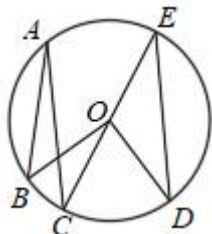
B、不是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

C、不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D、是中心对称图形，故本选项符合题意．

故选：D．

4. 如图．点 A, B, C, D, E 均在 $\odot O$ 上． $\angle BAC = 15^\circ$ ， $\angle CED = 30^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数为（ ）



A. 45°

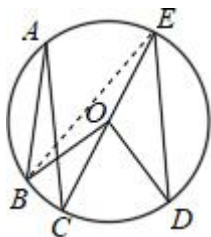
B. 60°

C. 75°

D. 90°

【分析】首先连接 BE ，由圆周角定理即可得 $\angle BEC$ 的度数，继而求得 $\angle BED$ 的度数，然后由圆周角定理，求得 $\angle BOD$ 的度数．

【解答】解：连接 BE ，



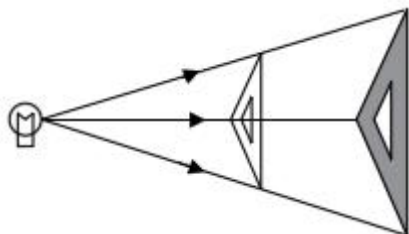
$$\because \angle BEC = \angle BAC = 15^\circ, \quad \angle CED = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = \angle BEC + \angle CED = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 2\angle BED = 90^\circ.$$

故选：D．

5. 如图，三角板在灯光照射下形成投影，三角板与其投影的相似比为 2：5，且三角板的一边长为 8cm ．则投影三角板的对应边长为（ ）



A. 20cm

B. 10cm

C. 8cm

D. 3.2cm

【分析】根据对应边的比等于相似比列式进行计算即可得解．

【解答】解：设投影三角尺的对应边长为 $x\text{cm}$ ，

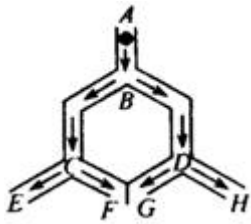
∵三角尺与投影三角尺相似，

$$\therefore 8 : x = 2 : 5,$$

解得 $x = 20$.

故选：A.

6. 如图，小球从 A 入口往下落，在每个交叉口都有向左或向右两种可能，且可能性相等. 则小球从 E 出口落出的概率是 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{6}$

【分析】根据“在每个交叉口都有向左或向右两种可能，且可能性相等”可知在点 B 、 C 、 D 处都是等可能情况，从而得到在四个出口 E 、 F 、 G 、 H 也都是等可能情况，然后概率的意义列式即可得解.

【解答】解：由图可知，在每个交叉口都有向左或向右两种可能，且可能性相等，小球最终落出的点共有 E 、 F 、 G 、 H 四个，

所以小球从 E 出口落出的概率是： $\frac{1}{4}$;

故选：C.

7. 长度分别为 2, 3, 3, 4 的四根细木棒首尾相连，围成一个三角形（木棒允许连接，但不允许折断），得到的三角形的最长边长为 ()

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【分析】利用三角形的三边关系列举出所围成三角形的不同情况，通过比较得到结论.

【解答】解：①长度分别为 5、3、4，能构成三角形，且最长边为 5；

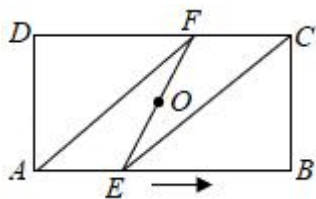
②长度分别为 2、6、4，不能构成三角形；

③长度分别为 2、7、3，不能构成三角形；

综上所述，得到三角形的最长边长为 5.

故选：B.

8. 如图，点 O 为矩形 $ABCD$ 的对称中心，点 E 从点 A 出发沿 AB 向点 B 运动，移动到点 B 停止，延长 EO 交 CD 于点 F ，则四边形 $AECF$ 形状的变化依次为 ()



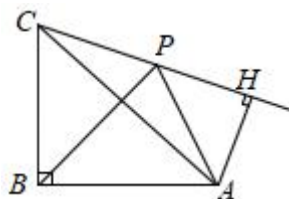
- A. 平行四边形→正方形→平行四边形→矩形
- B. 平行四边形→菱形→平行四边形→矩形
- C. 平行四边形→正方形→菱形→矩形
- D. 平行四边形→菱形→正方形→矩形

【分析】根据对称中心的定义，根据矩形的性质，可得四边形 $AECF$ 形状的变化情况．

【解答】解：观察图形可知，四边形 $AECF$ 形状的变化依次为平行四边形→菱形→平行四边形→矩形．

故选：B．

9. 如图，等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BA = BC$ ，将 BC 绕点 B 顺时针旋转 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，得到 BP ，连结 CP ，过点 A 作 $AH \perp CP$ 交 CP 的延长线于点 H ，连结 AP ，则 $\angle PAH$ 的度数 ()



- A. 随着 θ 的增大而增大
- B. 随着 θ 的增大而减小
- C. 不变
- D. 随着 θ 的增大，先增大后减小

【分析】由旋转的性质可得 $BC = BP = BA$ ，由等腰三角形的性质和三角形内接和定理可求 $\angle BPC + \angle BPA = 135^\circ = \angle CPA$ ，由外角的性质可求 $\angle PAH = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$ ，即可求解．

【解答】解：∵ 将 BC 绕点 B 顺时针旋转 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，得到 BP ，

$$\therefore BC = BP = BA,$$

$$\therefore \angle BCP = \angle BPC, \angle BPA = \angle BAP,$$

$$\therefore \angle CBP + \angle BCP + \angle BPC = 180^\circ, \angle ABP + \angle BAP + \angle BPA = 180^\circ, \angle ABP + \angle CBP = 90^\circ,$$

$\therefore \angle PAH = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle BPC + \angle BPA = 135^\circ = \angle CPA,$$

$$\therefore \angle CPA = \angle AHC + \angle PAH = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle PAH = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ,$$

$\therefore \angle PAH$ 的度数是定值,

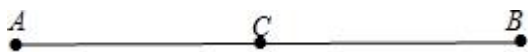
故选: C.

10. 同型号的甲、乙两辆车加满气体燃料后均可行驶 210km . 它们各自单独行驶并返回的最远距离是 105km . 现在它们都从 A 地出发, 行驶途中停下来从甲车的气体燃料桶抽一些气体燃料注入乙车的气体燃料桶, 然后甲车再行驶返回 A 地, 而乙车继续行驶, 到 B 地后再行驶返回 A 地. 则 B 地最远可距离 A 地 ()

A. 120km B. 140km C. 160km D. 180km

【分析】 设甲行驶到 C 地时返回, 到达 A 地燃料用完, 乙行驶到 B 地再返回 A 地时燃料用完, 根据题意得关于 x 和 y 的二元一次方程组, 求解即可.

【解答】 解: 设甲行驶到 C 地时返回, 到达 A 地燃料用完, 乙行驶到 B 地再返回 A 地时燃料用完, 如图:



设 $AB = x\text{km}$, $AC = y\text{km}$, 根据题意得:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 210 \times 2 \\ x - y + x = 210 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 140 \\ y = 70 \end{cases}.$$

$\therefore$ 乙在 C 地时加注行驶 70km 的燃料, 则 AB 的最大长度是 140km .

故选: B.

二. 填空题 (共 6 小题)

11. 分解因式: $1 - x^2 = \underline{(1+x)(1-x)}$.

【分析】 分解因式 $1 - x^2$ 中, 可知是 2 项式, 没有公因式, 用平方差公式分解即可.

【解答】 解: $1 - x^2 = (1+x)(1-x)$.

故答案为: $(1+x)(1-x)$.

12. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ A=0 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, 则多项式 A 可以是 答案不唯一,

如 $x - y$ (写出一个即可).

【分析】 根据方程组的解的定义, 为 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 应该满足所写方程组的每一个方程. 因此, 可

以围绕为 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 列一组算式，然后用 x, y 代换即可.

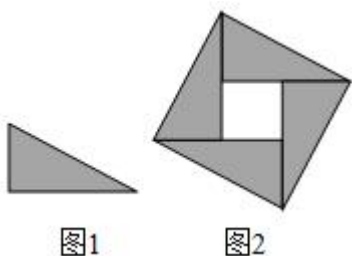
【解答】解： $\because$ 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ A=0 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$,

而 $1-1=0$,

$\therefore$ 多项式 A 可以是答案不唯一，如 $x-y$.

故答案为：答案不唯一，如 $x-y$.

13. 如图1，直角三角形纸片的一条直角边长为2，剪四块这样的直角三角形纸片，把它们按图2放入一个边长为3的正方形中（纸片在结合部分不重叠无缝隙），则图2中阴影部分面积为 $4\sqrt{5}$.



【分析】根据题意和图形，可以得到直角三角形的一条直角边的长和斜边的长，从而可以得到直角三角形的另一条直角边长，再根据图形，可知阴影部分的面积是四个直角三角形的面积，然后代入数据计算即可.

【解答】解：由题意可得，

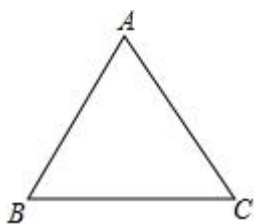
直角三角形的斜边长为3，一条直角边长为2，

故直角三角形的另一条直角边长为： $\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$,

故阴影部分的面积是： $\frac{2 \times \sqrt{5}}{2} \times 4 = 4\sqrt{5}$,

故答案为： $4\sqrt{5}$.

14. 如图，已知边长为2的等边三角形 ABC 中，分别以点 A, C 为圆心， m 为半径作弧，两弧交于点 D ，连结 BD . 若 BD 的长为 $2\sqrt{3}$ ，则 m 的值为 2 或 $2\sqrt{7}$.



【分析】由作图知，点 D 在 AC 的垂直平分线上，得到点 B 在 AC 的垂直平分线上，求

得 BD 垂直平分 AC ，设垂足为 E ，得到 $BE = \sqrt{3}$ ，当点 D 、 B 在 AC 的两侧时，如图，当点 D 、 B 在 AC 的同侧时，如图，解直角三角形即可得到结论．

【解答】解：由作图知，点 D 在 AC 的垂直平分线上，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore$ 点 B 在 AC 的垂直平分线上，

$\therefore BD$ 垂直平分 AC ，

设垂足为 E ，

$\because AC = AB = 2$ ，

$\therefore BE = \sqrt{3}$ ，

当点 D 、 B 在 AC 的两侧时，如图，

$\because BD = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore BE = DE$ ，

$\therefore AD = AB = 2$ ，

$\therefore m = 2$ ；

当点 D 、 B 在 AC 的同侧时，如图，

$\because BD' = 2\sqrt{3}$ ，

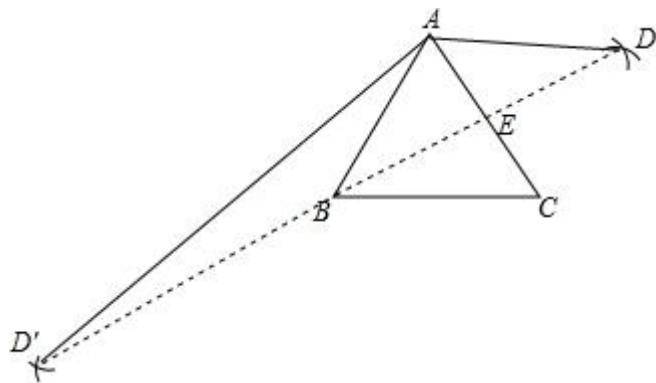
$\therefore D'E = 3\sqrt{3}$ ，

$\therefore AD' = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2\sqrt{7}$ ，

$\therefore m = 2\sqrt{7}$ ，

综上所述， m 的值为 2 或 $2\sqrt{7}$ ，

故答案为：2 或 $2\sqrt{7}$ ．



15. 有两种消费券： A 券，满 60 元减 20 元， B 券，满 90 元减 30 元，即一次购物大于等于 60 元、90 元，付款时分别减 20 元，30 元．小敏有一张 A 券，小聪有一张 B 券，他们都

购了一件标价相同的商品，各自付款，若能用券时用券，这样两人共付款 150 元，则所购商品的标价是 100 或 85 元。

【分析】可设所购商品的标价是 x 元，根据小敏有一张 A 券，小聪有一张 B 券，他们都购了一件标价相同的商品，各自付款，若能用券时用券，这样两人共付款 150 元，分①所购商品的标价小于 90 元；②所购商品的标价大于 90 元；列出方程即可求解。

【解答】解：设所购商品的标价是 x 元，则

①所购商品的标价小于 90 元，

$$x - 20 + x = 150,$$

解得 $x = 85$ ；

②所购商品的标价大于 90 元，

$$x - 20 + x - 30 = 150,$$

解得 $x = 100$ 。

故所购商品的标价是 100 或 85 元。

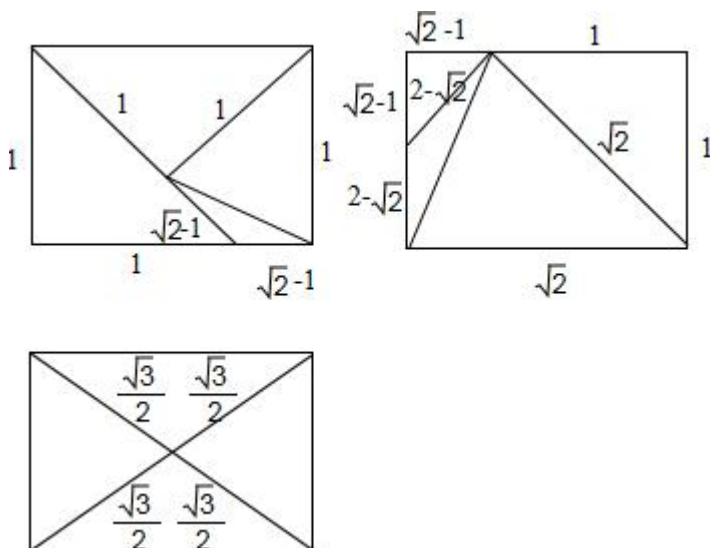
故答案为：100 或 85。

16. 将两条邻边长分别为 $\sqrt{2}$, 1 的矩形纸片剪成四个等腰三角形纸片（无余纸片），各种剪法剪出的等腰三角形中，其中一个等腰三角形的腰长可以是下列数中的 ①②③④（填序号）。

① $\sqrt{2}$, ② 1, ③ $\sqrt{2} - 1$, ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$, ⑤ $\sqrt{3}$ 。

【分析】首先作出图形，再根据矩形的性质和等腰三角形的判定即可求解。

【解答】解：如图所示：



则其中一个等腰三角形的腰长可以是① $\sqrt{2}$ ，②1，③ $\sqrt{2}-1$ ，④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，不可以是 $\sqrt{3}$ 。

故答案为：①②③④。

三. 解答题（共8小题）

17. (1) 计算： $\sqrt{8}-4\cos 45^{\circ}+(-1)^{2020}$ 。

(2) 化简： $(x+y)^2-x(x+2y)$ 。

【分析】(1) 直接利用特殊角的三角函数值以及二次根式的性质分别化简得出答案；

(2) 直接利用完全平方公式以及单项式乘以多项式运算法则计算得出答案。

【解答】解：(1) 原式 $= 2\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

$$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 1$$

$$= 1;$$

(2) $(x+y)^2 - x(x+2y)$

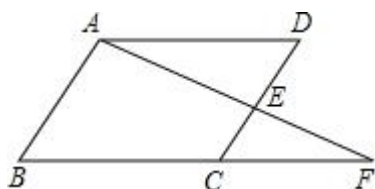
$$= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 - 2xy$$

$$= y^2.$$

18. 如图，点E是 $\square ABCD$ 的边CD的中点，连结AE并延长，交BC的延长线于点F。

(1) 若AD的长为2，求CF的长。

(2) 若 $\angle BAF = 90^{\circ}$ ，试添加一个条件，并写出 $\angle F$ 的度数。



【分析】(1) 由平行四边形的性质得出 $AD \parallel CF$ ，则 $\angle DAE = \angle CFE$ ， $\angle ADE = \angle FCE$ ，由点E是CD的中点，得出 $DE = CE$ ，由AAS证得 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ ，即可得出结果；

(2) 添加一个条件当 $\angle B = 60^{\circ}$ 时，由直角三角形的性质即可得出结果（答案不唯一）。

【解答】解：(1) $\because$ 四边形ABCD是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel CF,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CFE, \angle ADE = \angle FCE,$$

$\because$ 点E是CD的中点，

$$\therefore DE = CE,$$

$$\text{在} \triangle ADE \text{ 和 } \triangle FCE \text{ 中, } \begin{cases} \angle DAE = \angle CFE \\ \angle ADE = \angle FCE, \\ DE = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE (AAS),$$

$$\therefore CF = AD = 2;$$

$$(2) \because \angle BAF = 90^\circ,$$

添加一个条件：当 $\angle B = 60^\circ$ 时， $\angle F = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ （答案不唯一）.

19. 一只羽毛球的重量合格标准是 5.0 克 ~ 5.2 克（含 5.0 克，不含 5.2 克），某厂对 4 月份生产的羽毛球重量进行抽样检验，并将所得数据绘制成如图统计图表.

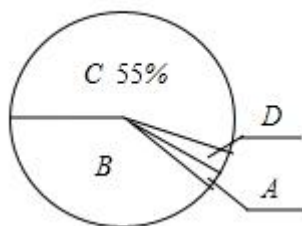
4 月份生产的羽毛球重量统计表

组别	重量 x (克)	数量 (只)
A	$x < 5.0$	m
B	$5.0 \leq x < 5.1$	400
C	$5.1 \leq x < 5.2$	550
D	$x \geq 5.2$	30

(1) 求表中 m 的值及图中 B 组扇形的圆心角的度数.

(2) 问这些抽样检验的羽毛球中，合格率是多少？如果购得 4 月份生产的羽毛球 10 筒（每筒 12 只），估计所购得的羽毛球中，非合格品的羽毛球有多少只？

4月份生产的羽毛球重量统计图



【分析】(1) 图表中“C 组”的频数为 550 只，占抽查总数的 55%，可求出抽查总数，进而求出“A 组”的频数，即 m 的值；求出“B 组”所占总数的百分比，即可求出相应的圆心角的度数；

(2) 计算“B 组”“C 组”的频率的和即为合格率，求出“不合格”所占的百分比，即可求出不合格的数量.

【解答】解：(1) $550 \div 55\% = 1000$ (只)， $1000 - 400 - 550 - 30 = 20$ (只)

即： $m = 20$,

$$360^{\circ} \times \frac{400}{1000} = 144^{\circ},$$

答：表中 m 的值为 20，图中 B 组扇形的圆心角的度数为 144° ；

$$(2) \frac{400}{1000} + \frac{550}{1000} = \frac{950}{1000} = 95\%,$$

$$12 \times 10 \times (1 - 95\%) = 120 \times 5\% = 6 \text{ (只)},$$

答：这次抽样检验的合格率是 95%，所购得的羽毛球中，非合格品的羽毛球有 6 只。

20. 我国传统的计重工具——秤的应用，方便了人们的生活．如图 1，可以用秤砣到秤纽的水平距离，来得出秤钩上所挂物体的重量．称重时，若秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 x （厘米）时，秤钩所挂物重为 y （斤），则 y 是 x 的一次函数．下表为若干次称重时所记录的一些数据．

x （厘米）	1	2	4	7	11	12
y （斤）	0.75	1.00	1.50	2.75	3.25	3.50

（1）在上表 x, y 的数据中，发现有一对数据记录错误．在图 2 中，通过描点的方法，观察判断哪一对是错误的？

（2）根据（1）的发现，问秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 16 厘米时，秤钩所挂物重是多少？



图1

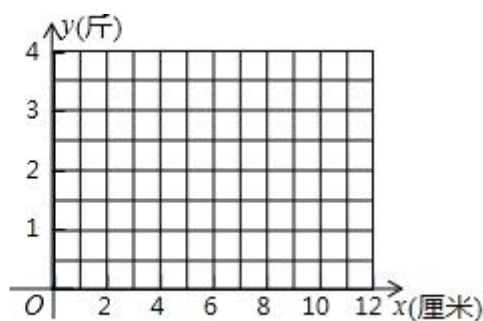
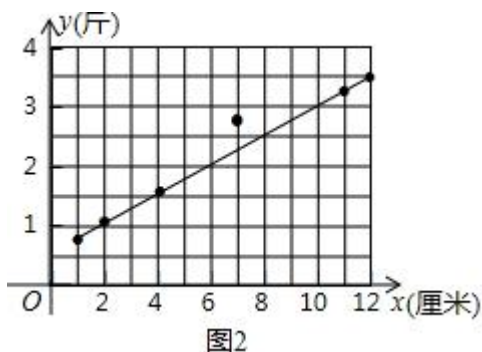


图2

【分析】（1）利用描点法画出图形即可判断．

（2）设函数关系式为 $y = kx + b$ ，利用待定系数法解决问题即可．

【解答】解：（1）观察图象可知： $x = 7, y = 2.75$ 这组数据错误．



(2) 设 $y = kx + b$, 把 $x = 1, y = 0.75, x = 2, y = 1$ 代入可得 $\begin{cases} k + b = 0.75 \\ 2k + b = 1 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2},$$

当 $x = 16$ 时, $y = 4.5$,

答: 秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 16 厘米时, 秤钩所挂物重是 4.5 斤.

21. 如图 1 为搭建在地面上的遮阳棚, 图 2、图 3 是遮阳棚支架的示意图. 遮阳棚支架由相同的菱形和相同的等腰三角形构成, 滑块 E, H 可分别沿等长的立柱 AB, DC 上下移动, $AF = EF = FG = 1m$.

(1) 若移动滑块使 $AE = EF$, 求 $\angle AFE$ 的度数和棚宽 BC 的长.

(2) 当 $\angle AFE$ 由 60° 变为 74° 时, 问棚宽 BC 是增加还是减少? 增加或减少了多少?

(结果精确到 $0.1m$. 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73, \sin 37^\circ \approx 0.60, \cos 37^\circ \approx 0.80, \tan 37^\circ \approx 0.75$)



图1

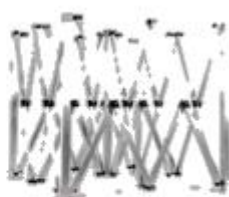


图2

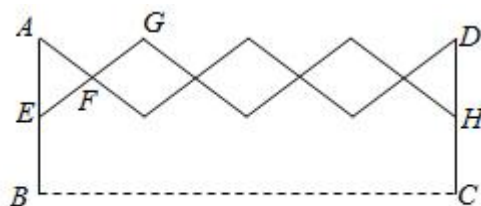


图3

【分析】(1) 根据等边三角形的性质得到 $\angle AFE = 60^\circ$, 连接 MF 并延长交 AE 于 K , 则

$FM = 2FK$, 求得 $FK = \sqrt{AF^2 - AK^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 于是得到结论;

(2) 解直角三角形即可得到结论.

【解答】解: (1) $\because AE = EF = AF = 1$,

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形,

$\therefore \angle AFE = 60^\circ$,

连接 MF 并延长交 AE 于 K , 则 $FM = 2FK$,

$\because \triangle AEF$ 是等边三角形,

$$\therefore AK = \frac{1}{2},$$

$$\therefore FK = \sqrt{AF^2 - AK^2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore FM = 2FK = \sqrt{3},$$

$$\therefore BC = 4FM = 4\sqrt{3} \approx 6.92 \approx 6.9 \text{ (m)};$$

(2) $\because \angle AFE = 74^\circ$,

$\therefore \angle AFK = 37^\circ$,

$$\therefore KF = AF \cdot \cos 37^\circ \approx 0.80,$$

$$\therefore FM = 2FK = 1.60,$$

$$\therefore BC = 4FM = 6.40 < 6.92,$$

$$6.92 - 6.40 = 0.5,$$

答: 当 $\angle AFE$ 由 60° 变为 74° 时, 棚宽 BC 是减少了, 减少了 $0.5m$.

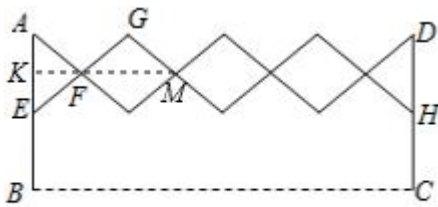


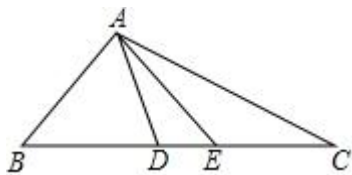
图3

22. 问题: 如图, 在 $\triangle ABD$ 中, $BA = BD$. 在 BD 的延长线上取点 E, C , 作 $\triangle AEC$, 使 $EA = EC$, 若 $\angle BAE = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 求 $\angle DAC$ 的度数.

答案: $\angle DAC = 45^\circ$.

思考: (1) 如果把以上“问题”中的条件“ $\angle B = 45^\circ$ ”去掉, 其余条件不变, 那么 $\angle DAC$ 的度数会改变吗? 说明理由;

(2) 如果把以上“问题”中的条件“ $\angle B = 45^\circ$ ”去掉, 再将“ $\angle BAE = 90^\circ$ ”改为“ $\angle BAE = n^\circ$ ”, 其余条件不变, 求 $\angle DAC$ 的度数.



【分析】(1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle AED = 2\angle C$ ，①求得 $\angle DAE = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - (45^\circ + \angle C) = 45^\circ - \angle C$ ，②由①，②即可得到结论；

(2) 设 $\angle ABC = m^\circ$ ，根据三角形的内角和定理和等腰三角形的性质即可得到结论．

【解答】解：(1) $\angle DAC$ 的度数不会改变；

$$\because EA = EC,$$

$$\therefore \angle AED = 2\angle C, \quad ①$$

$$\because \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2}[180^\circ - (90^\circ - 2\angle C)] = 45^\circ + \angle C,$$

$$\therefore \angle DAE = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - (45^\circ + \angle C) = 45^\circ - \angle C, \quad ②$$

由①，②得， $\angle DAC = \angle DAE + \angle CAE = 45^\circ$ ；

(2) 设 $\angle ABC = m^\circ$ ，

$$\text{则 } \angle BAD = \frac{1}{2}(180^\circ - m^\circ) = 90^\circ - \frac{1}{2}m^\circ, \quad \angle AEB = 180^\circ - n^\circ - m^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = n^\circ - \angle BAD = n^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}m^\circ,$$

$$\because EA = EC,$$

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2}\angle AEB = 90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ - \frac{1}{2}m^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DAE + \angle CAE = n^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}m^\circ + 90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ - \frac{1}{2}m^\circ = \frac{1}{2}n^\circ.$$

23. 如图 1，排球场长为 $18m$ ，宽为 $9m$ ，网高为 $2.24m$ ．队员站在底线 O 点处发球，球从点 O 的正上方 $1.9m$ 的 C 点发出，运动路线是抛物线的一部分，当球运动到最高点 A 时，高度为 $2.88m$ ．即 $BA = 2.88m$ ．这时水平距离 $OB = 7m$ ，以直线 OB 为 x 轴，直线 OC 为 y 轴，建立平面直角坐标系，如图 2．

(1) 若球向正前方运动（即 x 轴垂直于底线），求球运动的高度 $y(m)$ 与水平距离 $x(m)$ 之间的函数关系式（不必写出 x 取值范围）．并判断这次发球能否过网？是否出界？说明理由；

(2) 若球过网后的落点是对方场地①号位内的点 P （如图 1，点 P 距底线 $1m$ ，边线 $0.5m$ ），问发球点 O 在底线上的哪个位置？（参考数据： $\sqrt{2}$ 取 1.4 ）

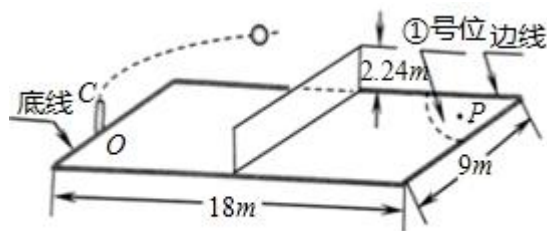


图1

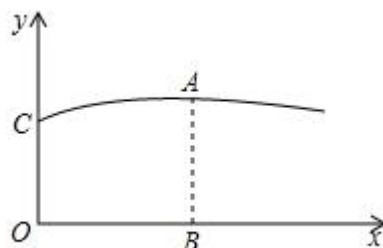


图2

【分析】(1) 求出抛物线表达式；再确定 $x = 9$ 和 $x = 18$ 时，对应函数的值即可求解；

(2) 当 $y = 0$ 时， $y = -\frac{1}{50}(x-7)^2 + 2.88 = 0$ ，解得： $x = 19$ 或 -5 （舍去 -5 ），求出 $PQ = 6\sqrt{2} = 8.4$ ，即可求解。

【解答】解：(1) 设抛物线的表达式为： $y = a(x-7)^2 + 2.88$ ，

将 $x = 0$ ， $y = 1.9$ 代入上式并解得： $a = -\frac{1}{50}$ ，

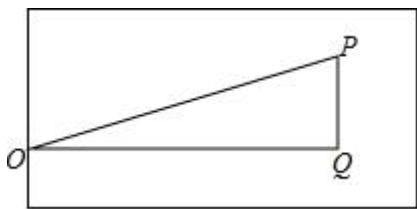
故抛物线的表达式为： $y = -\frac{1}{50}(x-7)^2 + 2.88$ ；

当 $x = 9$ 时， $y = -\frac{1}{50}(x-7)^2 + 2.88 = 2.8 > 2.24$ ，

当 $x = 18$ 时， $y = -\frac{1}{50}(x-7)^2 + 2.88 = 0.64 > 0$ ，

故这次发球过网，但是出界了；

(2) 如图，分别过点作底线、边线的平行线 PQ 、 OQ 交于点 Q ，



在 $\text{Rt}\triangle OPQ$ 中， $OQ = 18 - 1 = 17$ ，

当 $y = 0$ 时， $y = -\frac{1}{50}(x-7)^2 + 2.88 = 0$ ，解得： $x = 19$ 或 -5 （舍去 -5 ），

$\therefore OP = 19$ ，而 $OQ = 17$ ，

故 $PQ = 6\sqrt{2} = 8.4$ ，

$\therefore 9 - 8.4 - 0.5 = 0.1$ ，

$\therefore$ 发球点 O 在底线上且距右边线 0.1 米处。

24. 如图 1，矩形 $DEFG$ 中， $DG = 2$ ， $DE = 3$ ， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB = 2$ ，

FG ， BC 的延长线相交于点 O ，且 $FG \perp BC$ ， $OG = 2$ ， $OC = 4$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针

旋转 α ($0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$) 得到 $\triangle A'B'C'$.

(1) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 求点 C' 到直线 OF 的距离.

(2) 在图1中, 取 $A'B'$ 的中点 P , 连结 $C'P$, 如图2.

①当 $C'P$ 与矩形 $DEFG$ 的一条边平行时, 求点 C' 到直线 DE 的距离.

②当线段 $A'P$ 与矩形 $DEFG$ 的边有且只有一个交点时, 求该交点到直线 DG 的距离的取值范围.

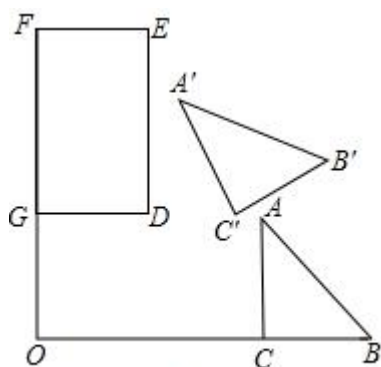


图1

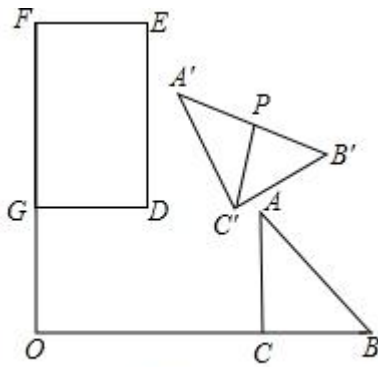


图2

【分析】(1) 如图1中, 过点 C' 作 $C'H \perp OF$ 于 H . 解直角三角形求出 CH 即可.

(2) ①分两种情形: 如图2中, 当 $C'P \parallel OF$ 时, 过点 C' 作 $C'M \perp OF$ 于 M . 如图3中, 当 $C'P \parallel DG$ 时, 过点 C' 作 $C'N \perp FG$ 于 N . 分别求出 $C'M$, $C'N$ 即可.

②设 d 为所求的距离. 第一种情形: 如图4中, 当点 A' 落在 DE 上时, 连接 OA' , 延长 ED 交 OC 于 M . 如图5中, 当点 P 落在 DE 上时, 连接 OP , 过点 P 作 $PQ \perp C'B'$ 于 Q . 结合图象可得结论.

第二种情形: 当 $A'P$ 与 FG 相交, 不与 EF 相交时, 当点 A' 在 FG 上时, $A'G = 2\sqrt{5} - 2$, 即 $d = 2\sqrt{5} - 2$, 如图6中, 当点 P 落在 EF 上时, 设 OF 交 $A'B'$ 于 Q , 过点 P 作 $PT \perp B'C'$ 于 T , 过点 P 作 $PR \parallel OQ$ 交 OB' 于 R , 连接 OP . 求出 QG 可得结论.

第三种情形: 当 $A'P$ 经过点 F 时, 如图7中, 显然 $d = 3$. 综上所述可得结论.

【解答】解: (1) 如图1中,

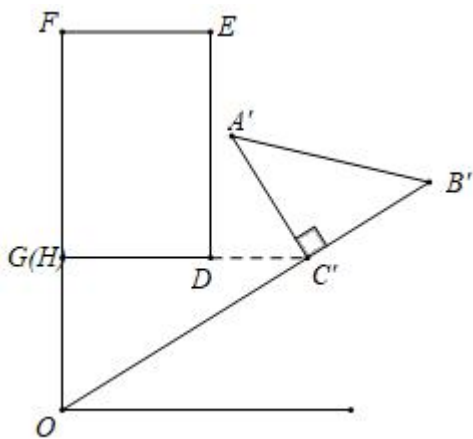


图1

过点 C' 作 $C'H \perp OF$ 于 H .

$$\because \angle HC'O = \alpha = 30^\circ,$$

$$\therefore C'H = C'O \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3},$$

$\therefore$ 点 C' 到直线 OF 的距离为 $2\sqrt{3}$.

(2) ①如图 2 中, 当 $C'P \parallel OF$ 时, 过点 C' 作 $C'M \perp OF$ 于 M .

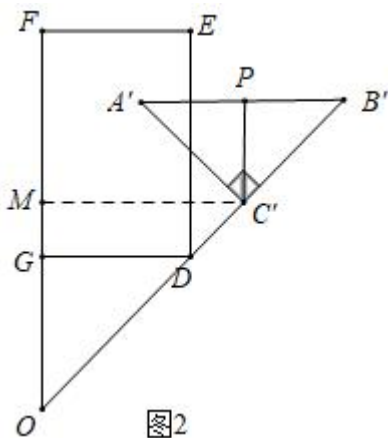


图2

$$\because C'P \parallel OF,$$

$$\therefore \angle O = 180^\circ - \angle OC'P = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle OC'M$ 是等腰直角三角形,

$$\because OC' = 4,$$

$$\therefore C'M = 2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 点 C' 到直线 DE 的距离为 $2\sqrt{2}$.

如图 3 中, 当 $C'P \parallel DG$ 时, 过点 C' 作 $C'N \perp FG$ 于 N .

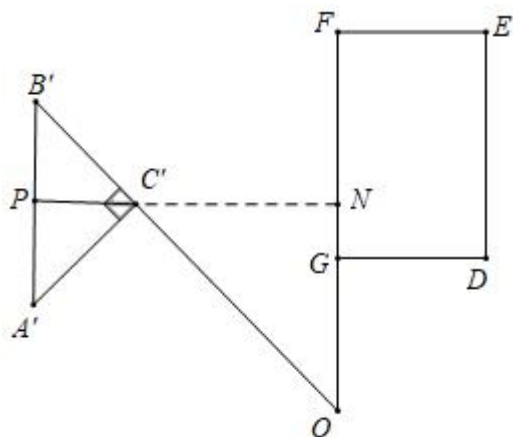


图3

同法可证 $\triangle OC'N$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore CN = 2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 点 C' 到直线 DE 的距离为 $2\sqrt{2}+2$.

②设 d 为所求的距离.

第一种情形: 如图4中, 当点 A' 落在 DE 上时, 连接 OA' , 延长 ED 交 OC 于 M .

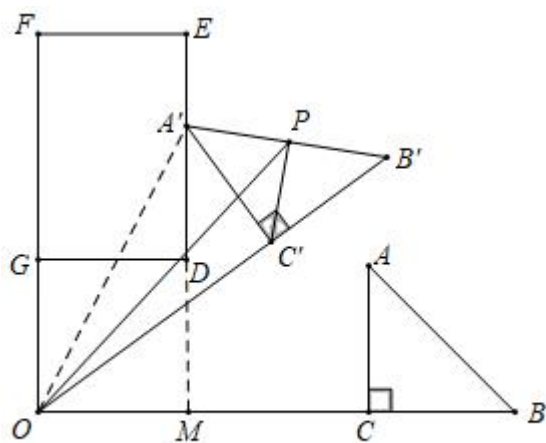


图4

$$\because OA' = 2\sqrt{5}, OM = 2, \angle OMA' = 90^\circ,$$

$$\therefore A'M = \sqrt{OA'^2 - OM^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = 4,$$

$$\therefore A'D = 2, \text{ 即 } d = 2,$$

如图5中, 当点 P 落在 DE 上时, 连接 OP , 过点 P 作 $PQ \perp C'B'$ 于 Q .

$$\because OF = OT, PF = PT, \angle F = \angle PTO = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OPF \cong \text{Rt}\triangle OPT \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle FOP = \angle TOP,$$

$$\therefore PQ \parallel OQ,$$

$$\therefore \angle OPR = \angle POF,$$

$$\therefore \angle OPR = \angle POR,$$

$$\therefore OR = PR,$$

$$\therefore PT^2 + TR^2 = PR^2,$$

$$\therefore 1^2 + (5 - PR)^2 = PR^2,$$

$$\therefore PR = 2.6, RT = 2.4,$$

$$\therefore \triangle B'PR \sim \triangle B'QO,$$

$$\therefore \frac{B'R}{B'O} = \frac{PR}{QO},$$

$$\therefore \frac{3.4}{6} = \frac{2.6}{OQ},$$

$$\therefore OQ = \frac{78}{17},$$

$$\therefore QG = OQ - OG = \frac{44}{17}, \text{ 即 } d = \frac{44}{17}$$

$$\therefore 2\sqrt{5} - 2 \leq d < \frac{44}{17},$$

第三种情形：当 $A'P$ 经过点 F 时，如图 7 中，显然 $d = 3$ 。

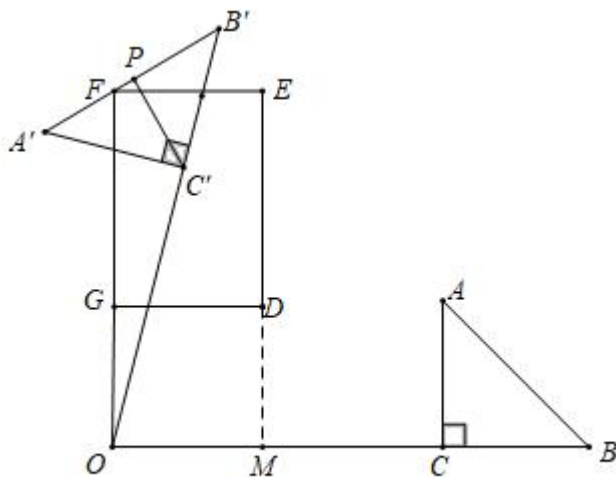


图7

综上所述， $2 \leq d \leq \sqrt{22} - 2$ 或 $d = 3$ 。

