

2019 年杭州市中考数学试卷

一、选择题 (本大题有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求)

1. 计算下列各式, 值最小的是 ()

A. $2' 0+1-9$ B. $2+0' 1-9$ C. $2+0-1' 9$ D. $2+0+1-9$

2. 在平面直角坐标系中, 点 $A(m, 2)$ 与点 $B(3, n)$ 关于 y 轴对称, 则 ()

A. $m=3, n=2$ B. $m=-3, n=2$ C. $m=2, n=3$ D. $m=-2, n=3$

3. 如图, P 为 $\odot O$ 外一点, PA 、 PB 分别切 $\odot O$ 于 A 、 B 两点, 若 $PA=3$, 则 $PB=$ ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

4. 已知九年级某班 30 位同学种树 72 棵, 男生每人种 3 棵, 女生每人种 2 棵, 设男生 x 人, 则 ()

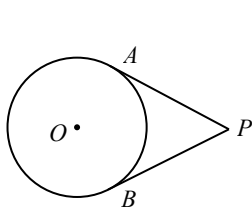
A. $2x+3(72-x)=30$ B. $3x+2(72-x)=30$ C. $2x+3(30-x)=72$ D. $3x+2(30-x)=72$

5. 点点同学对数据 26, 36, 36, 46, 52 进行统计分析, 发现其中一个两位数被墨水涂污看不到了, 则计算结果与被涂污数字无关的是 ()

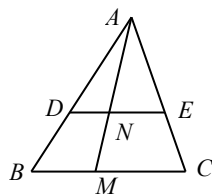
A. 平均数 B. 中位数 C. 方差 D. 标准差

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在 AB 边和 AC 边上, $DE \parallel BC$, M 为 BC 边上一点 (不与 B 、 C 重合), 连结 AM 交 DE 于点 N , 则 ()

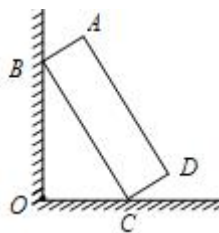
A. $\frac{AD}{AN} = \frac{AN}{AE}$ B. $\frac{BD}{MN} = \frac{MN}{CE}$ C. $\frac{DN}{BM} = \frac{NE}{MC}$ D. $\frac{DN}{MC} = \frac{NE}{BM}$



第 3 题图



第 6 题图

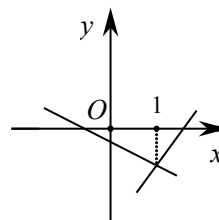
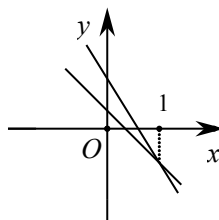
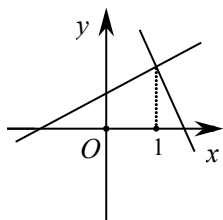
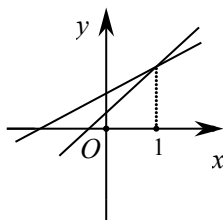


第 9 题图

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 若一个内角等于另外两个角的差, 则 ()

A. 必有一个角等于 30° B. 必有一个角等于 45°
C. 必有一个角等于 60° D. 必有一个角等于 90°

8. 已知一次函数 $y_2 = ax + b$ 和 $y_1 = bx + a$, 函数 y_1 和 y_2 的图像可能是 ()



A. B. C.

D.

9. 如图, 一块矩形木板 $ABCD$ 斜靠在墙边, ($OC \perp OB$, 点 A 、 B 、 C 、 D 、 O 在同一平面内), 已知 $AB = a$, $AD = b$, $\angle BOC = x$. 则点 A 到 OC 的距离等于 ()

A. $a \sin x + b \sin x$ B. $a \cos x + b \cos x$ C. $a \sin x + b \cos x$ D. $a \cos x + b \sin x$

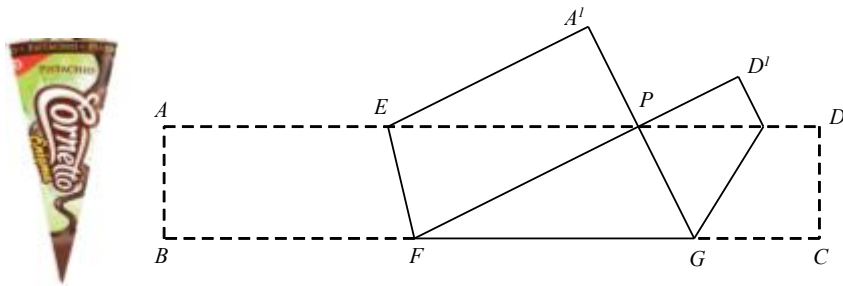
10. 在平面直角坐标系中, 已知 $a \neq b$, 设函数 $y = (x+a)(x+b)$ 的图像与 x 轴有 M 个好点, 函数

$y = (ax+1)(bx+1)$ 的图像与 x 轴有 N 个交点, 则 ()

- A. $M = N - 1$ 或 $M = N + 1$ B. $M = N - 1$ 或 $M = N + 2$
 C. $M = N$ 或 $M = N + 1$ D. $M = N$ 或 $M = N - 1$

二、填空题 (本大题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 因式分解: $1 - x^2 =$.
 12. 某计算机程序第一次算得 m 个数据的平均数为 x , 第二次算得另外 n 个数据的平均数为 y , 则这 $(m+n)$ 个数据的平均数等于 .
 13. 如图, 一个圆锥形冰激凌外壳 (不计厚度). 已知其母线长为 12cm, 底面圆半径为 3cm, 则这个冰激凌外壳的侧面积等于 cm^2 (计算结果精确到个位) .



14. 在直角三角形 ABC 中, 若 $2AB = AC$, 则 $\cos C =$.
 15. 某函数满足当自变量 $x=1$ 时, 函数值 $y=0$; 当自变量 $x=0$ 时, 函数值 $y=1$, 写出一个满足条件的函数表达式 .
 16. 如图, 把矩形纸片 $ABCD$ 沿 EF 、 GH 折叠 (点 E 、 H 在 AD 边上, 点 F 、 G 在 BC 边上), 使得点 B 、点 C 落在 AD 边上同一点 P 处, 点 A 的对称点为 A' , 点 D 的对称点为 D' , 若 $\angle FPG = 90^\circ$, $\triangle A'EP$ 的面积为 4, $\triangle D'PH$ 的面积为 1, 则矩形的面积等于 .

三、解答题 (本大题有 7 个小题, 共 66 分)

17. (本题满分 6 分)

化简: $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} - 1$

圆圆的解答如下:

$$\begin{aligned} \frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} - 1 &= 4x - 2(x+2) - (x^2-4) \\ &= -x^2 + 2x \end{aligned}$$

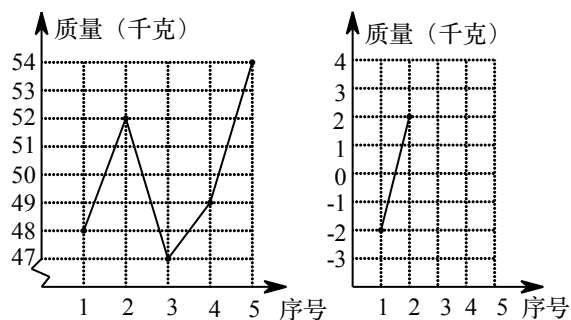
圆圆的解答正确吗? 如果不正确, 写出正确答案.

18. (本题满分 8 分) 称重五筐水果的重量, 若每筐以 50 千克为基准, 超过部分的千克记为正数, 不足基准部分的千克记为负数, 甲组为实际称重读数, 乙组为记录数据, 并把实际所得的数据整

理形成以下统计表和未完成的统计图（单位：千克）

实际称重读数和记录数据统计表

数据 \ 序号	1	2	3	4	5
甲组	48	52	47	49	54
乙组	-2	2	-3	-1	4



(1)补充完整乙组数据的折线统计图；

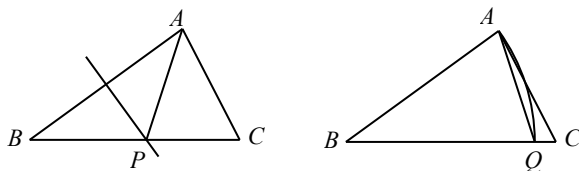
(2)①甲、乙两组数据的平均数分别为 $\bar{x}_{\text{甲}}$ 、 $\bar{x}_{\text{乙}}$ ，写出 $\bar{x}_{\text{甲}}$ 与 $\bar{x}_{\text{乙}}$ 之间的等量关系；

②甲、乙两组数据的平均数分别为 $S_{\text{甲}}^2$ 、 $S_{\text{乙}}^2$ ，比较 $S_{\text{甲}}^2$ 与 $S_{\text{乙}}^2$ 的大小，并说明理由.

19. (本题满分 8 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC < AB < BC$.

(1)已知线段 AB 的垂直平分线与 BC 边交于点 P 连结 AP ，求证： $\angle APC = 2\angle B$ ；

(2)以点 B 为圆心，线段 AB 为半径画弧，与 BC 边交于点 Q ，连结 AQ ，若 $\angle AQC = 3\angle B$ ，求 $\angle B$ 的度数.



20. (本题满分 10 分) 方方驾驶小汽车匀速地从 A 地行使到 B 地，行驶里程为 480 千米，设小汽车的行使时间为 t (单位：小时)，行使速度为 v (单位：千米/小时)，且全程速度不超过 120 千米/小时.

(1)求 v 关于 t 的函数表达式；

(2)方方上午 8 点驾驶小汽车从 A 出发.

①方方需要当天 12 点 48 分至 14 点) 间到达 B 地，求小汽车行使速度 v 的范围.

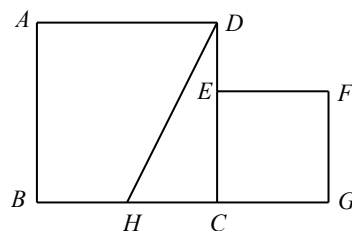
②方方能否在当天 11 点 30 分前到达 B 地？说明理由.

21. (本题满分 10 分) 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，正方形 $CEFG$ 的面积为 S_1 ，点 E 在 CD

边上，点 G 在 BC 延长线上，设以线段 AD 和 DE 为邻边的矩形的面积为 S_2 ，且 $S_1 = S_2$ 。

(1) 求线段 CE 的长；

(2) 若点 H 为 BC 的中点，连结 HD ，求证： $HD = HG$ 。



22. (本题满分 12 分) 设二次函数 $y = (x - x_1)(x - x_2)$ (x_1, x_2 是实数)。

(1) 甲求得当 $x = 0$ 时， $y = 1$ ；当 $x = 1$ 时， $y = 0$ ，乙求得当 $x = \frac{1}{2}$ 时， $y = -\frac{1}{2}$ 。若甲求得的结果都正确，你认为乙求得的结果正确吗？说明理由；

(2) 写出二次函数的对称轴，并求出该函数的最小值，(用含 x_1, x_2 的代数式表示)；

(3) 已知二次函数的图像经过 $(0, m)$ ， $(1, n)$ 两点 (m, n 是实数)，当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时，

求证： $0 < mn < \frac{1}{16}$ 。

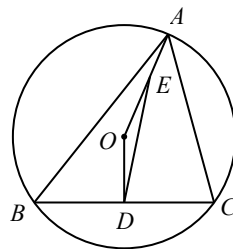
23. (本题满分 12 分) 如图，锐角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ($AB > AC$)， $OD \perp BC$ 于点 D ，连结 AO 。

(1) 若 $\angle BAC = 60^\circ$ 。

① 求证： $OD = \frac{1}{2}OA$ ；

② 当 $OA = 1$ 时，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值；

(2) 点 E 是 OA 上一点，且 $OE = OD$ ，记 $\angle ABC = m\angle OED$ ， $\angle ACB = n\angle OED$ (m, n 是正数)，若 $\angle ABC < \angle ACB$ ，求证： $m - n + 2 = 0$



数学参考答案

一. 选择题：本大题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

答案	A	B	B	D	B	C	D	A	D	C
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

二.填空题: 本大题有 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

$$11. (1+x)(1-x) \quad 12. \frac{mx+ny}{m+n} \quad 13. 113 \quad 14. \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$15. y = -x + 1 \text{ 或 } y = -x^2 + 1 \text{ 或 } y = |x-1| \text{ 等} \quad 16. 10 + 6\sqrt{5}$$

三.解答题: 本大题有 7 个小题, 共 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 6 分)

圆圆的解答不正确.正确解答如下:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{4x}{(x+2)(x-2)} - \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{x^2-4}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{4x - (2x+4) - (x^2-4)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{-x(x-2)}{(x+2)(x-2)} \\ &= -\frac{x}{x+2}. \end{aligned}$$

18. (本题满分 8 分)

(1) 补全折线统计图, 如图所示.

$$(2) \textcircled{1} \bar{x}_{\text{甲}} = \bar{x}_{\text{乙}} + 50.$$

$$\textcircled{2} S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2, \text{ 理由如下:}$$

$$\begin{aligned} \text{因为 } S_{\text{乙}}^2 &= \frac{1}{5}[(-2-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (2-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (-3-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (-1-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (4-\bar{x}_{\text{乙}})^2] \\ &= \frac{1}{5}[(48-50-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (52-50-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (47-50-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (49-50-\bar{x}_{\text{乙}})^2 + (54-50-\bar{x}_{\text{乙}})^2] \\ &= \frac{1}{5}[(48-\bar{x}_{\text{甲}})^2 + (52-\bar{x}_{\text{甲}})^2 + (47-\bar{x}_{\text{甲}})^2 + (49-\bar{x}_{\text{甲}})^2 + (54-\bar{x}_{\text{甲}})^2] \\ &= S_{\text{甲}}^2, \end{aligned}$$

$$\text{所以 } S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2.$$

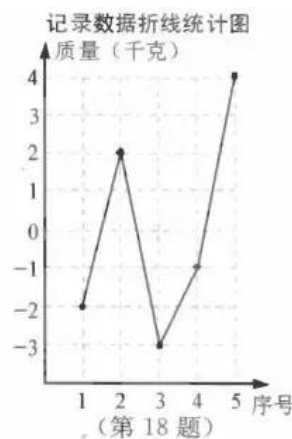
19. (本题满分 8 分)

(1) 证明: 因为点 P 在 AB 的垂直平分线上,

所以 PA=PB,

所以 $\angle PAB = \angle B$,

所以 $\angle APC = \angle PAB + \angle B = 2\angle B$.



(2) 根据题意, 得 $BQ=BA$,

所以 $\angle BAQ=\angle BQA$,

设 $\angle B=x$,

所以 $\angle AQC=\angle B+\angle BAQ=3x$,

所以 $\angle BAQ=\angle BQA=2x$,

在 $\triangle ABQ$ 中, $x+2x+2x=180^\circ$,

解得 $x=36^\circ$, 即 $\angle B=36^\circ$.

20. (本题满分 10 分)

(1) 根据题意, 得 $vt=480$,

$$\text{所以 } v = \frac{480}{t},$$

因为 $480>0$,

所以当 $v \leq 120$ 时, $t \geq 4$,

$$\text{所以 } v = \frac{480}{t} (t \geq 4)$$

(2) ①根据题意, 得 $4.8 \leq t \leq 6$,

因为 $480>0$,

$$\text{所以 } \frac{480}{6} \leq v \leq \frac{480}{4.8},$$

所以 $80 \leq v \leq 100$

②方方不能在 11 点 30 分前到达 B 地.理由如下:

若方方要在 11 点 30 分前到达 B 地, 则 $t < 3.5$,

所以 $v > \frac{480}{3.5} > 120$, 所以方方不能在 11 点 30 分前到达 B 地.

21. (本题满分 10 分)

根据题意, 得 $AD=BC=CD=1$, $\angle BCD=90^\circ$.

(1) 设 $CE=x$ ($0<x<1$), 则 $DE=1-x$,

因为 $S_1=S_2$, 所以 $x^2=1-x$,

$$\text{解得 } x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ (负根舍去),}$$

$$\text{即 } CE = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

(2) 因为点 H 为 BC 边的中点,

$$\text{所以 } CH = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } HD = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

因为 $CG=CE=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 点 H, C, G 在同一直线上,

所以 $HG=HC+CG=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$, 所以 $HD=HG$

22. (本题满分 12 分)

(1) 乙求得的结果不正确, 理由如下:

根据题意, 知图象经过点 $(0, 0)$, $(1, 0)$,

所以 $y = x(x-1)$,

当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $y = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} - 1) = -\frac{1}{4} \neq -\frac{1}{2}$,

所以乙求得的结果不正确.

(2) 函数图象的对称轴为 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$,

当 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 时, 函数有最小值 M,

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} - x_1 \right) \left(\frac{x_1 + x_2}{2} - x_2 \right) = -\frac{(x_1 - x_2)^2}{4}$$

(3) 因为 $y = (x - x_1)(x - x_2)$,

所以 $m = x_1 x_2$, $n = (1 - x_1)(1 - x_2)$,

所以 $mn = x_1 x_2 (1 - x_1)(1 - x_2) = (x_1 - x_1^2)(x_2 - x_2^2)$

$$= \left[-\left(x_1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \right] \cdot \left[-\left(x_2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \right]$$

因为 $0 < x_1 < x_2 < 1$, 并结合函数 $y = x(1-x)$ 的图象,

$$\text{所以 } 0 < -\left(x_1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}, \quad 0 < -\left(x_2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$$

$$\text{所以 } 0 < mn \leq \frac{1}{16},$$

$$\text{因为 } x_1 \neq x_2, \text{ 所以 } 0 < mn < \frac{1}{16}$$

23. (本题满分 12 分)

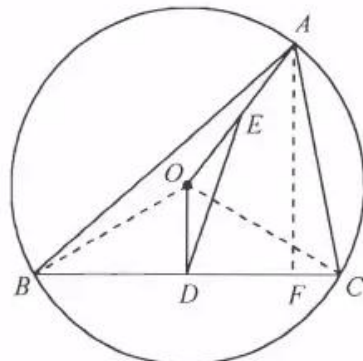
(1) ①证明: 连接 OB, OC,

因为 $OB=OC$, $OD \perp BC$,

$$\text{所以 } \angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 2 \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\text{所以 } OD = \frac{1}{2} OB = \frac{1}{2} OA$$

②作 $AF \perp BC$, 垂足为点 F,



(第 23 题)

所以 $AF \leq AD \leq AO + OD = \frac{3}{2}$, 等号当点 A, O, D 在同一直线上时取到

由①知, $BC = 2BD = \sqrt{3}$,

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} BC \cdot AF \leq \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \sqrt{3}$

即 $\triangle ABC$ 面积的最大值是 $\frac{3}{4} \sqrt{3}$

(2) 设 $\angle OED = \angle ODE = \alpha$, $\angle COD = \angle BOD = \beta$,

因为 $\triangle ABC$ 是锐角三角形,

所以 $\angle AOC + \angle AOB + 2\angle BOD = 360^\circ$,

即 $(m+n)\alpha + \beta = 180$ (*)

又因为 $\angle ABC < \angle ACB$,

所以 $\angle EOD = \angle AOC + \angle DOC$

$= 2m\alpha + \beta$

因为 $\angle OED + \angle ODE + \angle EOD = 180^\circ$,

所以 $2(m+1)\alpha + \beta = 180$ (**)

由 (*), (**), 得 $m+n = 2(m+1)$,

即 $m-n+2=0$



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....