

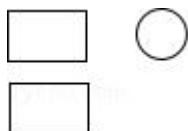
2019 年浙江省台州市中考数学试卷

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 请选出各题中一个符合题意的正确选项, 不选, 多选、错选, 均不给分)

1. (4 分) 计算 $2a - 3a$, 结果正确的是 ()

- A. -1 B. 1 C. $-a$ D. a

2. (4 分) 如图是某几何体的三视图, 则该几何体是 ()



- A. 长方体 B. 正方体 C. 圆柱 D. 球

3. (4 分) 2019 年台州市计划安排重点建设项目 344 个, 总投资 595200000000 元. 用科学记数法可将 595200000000 表示为 ()

- A. 5.952×10^{11} B. 59.52×10^{10} C. 5.952×10^{12} D. 5952×10^9

4. (4 分) 下列长度的三条线段, 能组成三角形的是 ()

- A. 3, 4, 8 B. 5, 6, 10 C. 5, 5, 11 D. 5, 6, 11

5. (4 分) 方差是刻画数据波动程度的量. 对于一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 可用如下算式计算方差: $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 + (x_3 - 5)^2 + \dots + (x_n - 5)^2]$, 其中“5”是这组数据的 ()

- A. 最小值 B. 平均数 C. 中位数 D. 众数

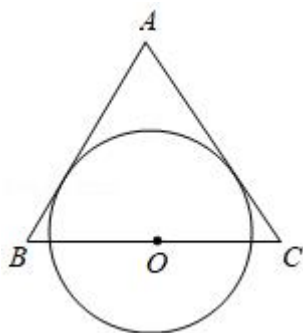
6. (4 分) 一道来自课本的习题:

从甲地到乙地有一段上坡与一段平路. 如果保持上坡每小时走 $3km$, 平路每小时走 $4km$, 下坡每小时走 $5km$, 那么从甲地到乙地需 $54min$, 从乙地到甲地需 $42min$. 甲地到乙地全程是多少?

小红将这个实际问题转化为二元一次方程组问题, 设未知数 x, y , 已经列出一个方程 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{54}{60}$, 则另一个方程正确的是 ()

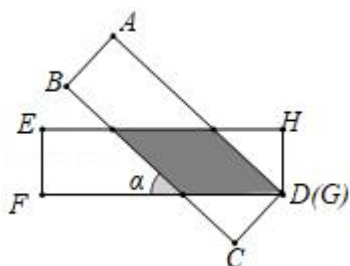
- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{42}{60}$ B. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60}$ C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = \frac{42}{60}$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60}$

7. (4 分) 如图, 等边三角形 ABC 的边长为 8, 以 BC 上一点 O 为圆心的圆分别与边 AB , AC 相切, 则 $\odot O$ 的半径为 ()



- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. 4 D. $4 - \sqrt{3}$

8. (4分) 如图, 有两张矩形纸片 $ABCD$ 和 $EFGH$, $AB = EF = 2\text{cm}$, $BC = FG = 8\text{cm}$. 把纸片 $ABCD$ 交叉叠放在纸片 $EFGH$ 上, 使重叠部分为平行四边形, 且点 D 与点 G 重合. 当两张纸片交叉所成的角 α 最小时, $\tan \alpha$ 等于 ()

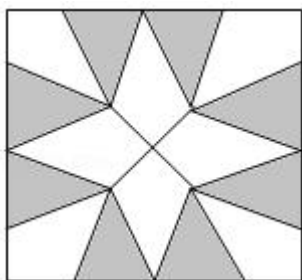


- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{8}{17}$ D. $\frac{8}{15}$

9. (4分) 已知某函数的图象 C 与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象关于直线 $y = 2$ 对称. 下列命题: ① 图象 C 与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象交于点 $(\frac{3}{2}, 2)$; ② 点 $(\frac{1}{2}, -2)$ 在图象 C 上; ③ 图象 C 上的点的纵坐标都小于 4; ④ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是图象 C 上任意两点, 若 $x_1 > x_2$, 则 $y_1 > y_2$. 其中真命题是 ()

- A. ①② B. ①③④ C. ②③④ D. ①②③④

10. (4分) 如图是用 8 块 A 型瓷砖 (白色四边形) 和 8 块 B 型瓷砖 (黑色三角形) 不重叠、无空隙拼接而成的一个正方形图案, 图案中 A 型瓷砖的总面积与 B 型瓷砖的总面积之比为 ()



A. $\sqrt{2}$: 1

B. 3: 2

C. $\sqrt{3}$: 1

D. $\sqrt{2}$: 2

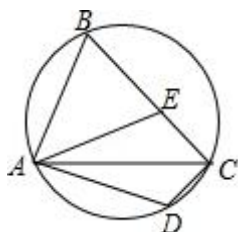
二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (5 分) 分解因式: $ax^2 - ay^2 =$ _____.

12. (5 分) 若一个数的平方等于 5, 则这个数等于_____.

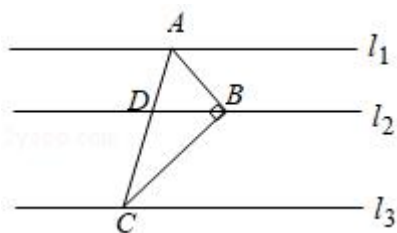
13. (5 分) 一个不透明的布袋中仅有 2 个红球, 1 个黑球, 这些球除颜色外无其它差别. 先随机摸出一个小球, 记下颜色后放回搅匀, 再随机摸出一个小球, 则两次摸出的小球颜色不同的概率是_____.

14. (5 分) 如图, AC 是圆内接四边形 $ABCD$ 的一条对角线, 点 D 关于 AC 的对称点 E 在边 BC 上, 连接 AE . 若 $\angle ABC = 64^\circ$, 则 $\angle BAE$ 的度数为_____.



15. (5 分) 砸“金蛋”游戏: 把 210 个“金蛋”连续编号为 1, 2, 3, $\dots$, 210, 接着把编号是 3 的整数倍的“金蛋”全部砸碎; 然后将剩下的“金蛋”重新连续编号为 1, 2, 3, $\dots$, 接着把编号是 3 的整数倍的“金蛋”全部砸碎……按照这样的方法操作, 直到无编号是 3 的整数倍的“金蛋”为止. 操作过程中砸碎编号是“66”的“金蛋”共_____个.

16. (5 分) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, A, B, C 分别为直线 l_1, l_2, l_3 上的动点, 连接 AB, BC, AC , 线段 AC 交直线 l_2 于点 D . 设直线 l_1, l_2 之间的距离为 m , 直线 l_2, l_3 之间的距离为 n , 若 $\angle ABC = 90^\circ$, $BD = 4$, 且 $\frac{m}{n} = \frac{3}{2}$, 则 $m+n$ 的最大值为_____.



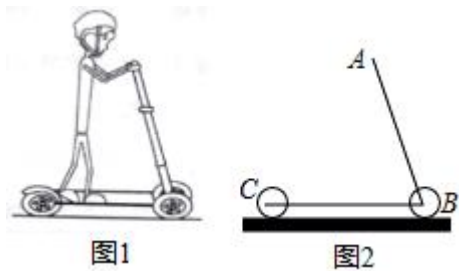
三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17~20 题每题 8 分, 第 21 题 10 分, 第 22, 23 题每题 12 分, 第 24 题 14 分, 共 80 分)

17. (8 分) 计算: $\sqrt{12} + 1 - \sqrt{3} - (-1)$.

18. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{3x}{x^2-2x+1} - \frac{3}{x^2-2x+1}$, 其中 $x = \frac{1}{2}$.

19. (8 分) 图 1 是一辆在平地上滑行的滑板车, 图 2 是其示意图. 已知车杆 AB 长 92cm ,

车杆与脚踏板所成的角 $\angle ABC = 70^\circ$ ，前后轮子的半径均为 6cm ，求把手 A 离地面的高度（结果保留小数点后一位；参考数据： $\sin 70^\circ \approx 0.94$ ， $\cos 70^\circ \approx 0.34$ ， $\tan 70^\circ \approx 2.75$ ）.



20. (8分) 如图1，某商场在一楼到二楼之间设有上、下行自动扶梯和步行楼梯. 甲、乙两人从二楼同时下行，甲乘自动扶梯，乙走步行楼梯，甲离一楼地面的高度 h (单位: m) 与下行时间 x (单位: s) 之间具有函数关系 $h = -\frac{3}{10}x + 6$ ，乙离一楼地面的高度 y (单位: m) 与下行时间 x (单位: s) 的函数关系如图2所示.

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式；
- (2) 请通过计算说明甲、乙两人谁先到达一楼地面.



图 1

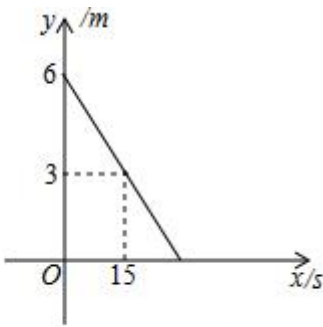
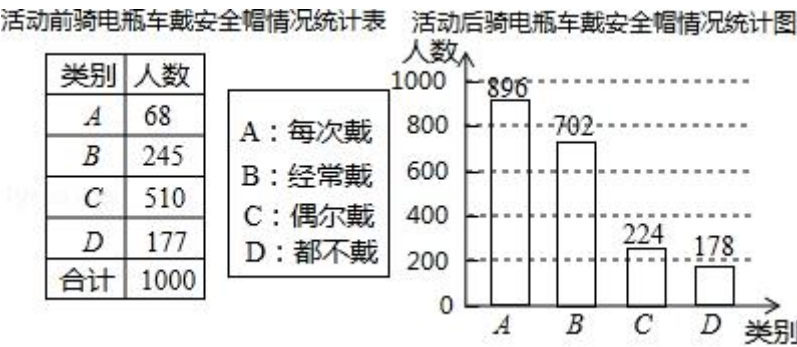


图 2

21. (10分) 安全使用电瓶车可以大幅度减少因交通事故引发的人身伤害，为此交警部门在全市范围开展了安全使用电瓶车专项宣传活动. 在活动前和活动后分别随机抽取了部分使用电瓶车的市民，就骑电瓶车戴安全帽情况进行问卷调查，将收集的数据制成如下统计图表.



- (1) 宣传活动前，在抽取的市民中哪一类别的人数最多？占抽取人数的百分之几？

(2) 该市约有 30 万人使用电瓶车，请估计活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全帽的总人数；

(3) 小明认为，宣传活动后骑电瓶车“都不戴”安全帽的人数为 178，比活动前增加了 1 人，因此交警部门开展的宣传活动没有效果。小明分析数据的方法是否合理？请结合统计图表，对小明分析数据的方法及交警部门宣传活动的效果谈谈你的看法。 #JY

22. (12 分) 我们知道，各个角都相等，各条边都相等的多边形叫做正多边形。对一个各条边都相等的凸多边形（边数大于 3），可以由若干条对角线相等判定它是正多边形。例如，各条边都相等的凸四边形，若两条对角线相等，则这个四边形是正方形。

(1) 已知凸五边形 $ABCDE$ 的各条边都相等。

①如图 1，若 $AC=AD=BE=BD=CE$ ，求证：五边形 $ABCDE$ 是正五边形；

②如图 2，若 $AC=BE=CE$ ，请判断五边形 $ABCDE$ 是不是正五边形，并说明理由：

(2) 判断下列命题的真假。（在括号内填写“真”或“假”）

如图 3，已知凸六边形 $ABCDEF$ 的各条边都相等。

①若 $AC=CE=EA$ ，则六边形 $ABCDEF$ 是正六边形；（_____）

②若 $AD=BE=CF$ ，则六边形 $ABCDEF$ 是正六边形。（_____）

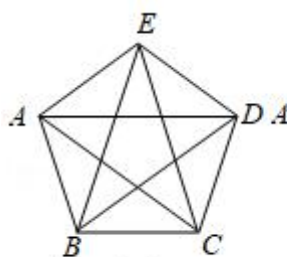


图1

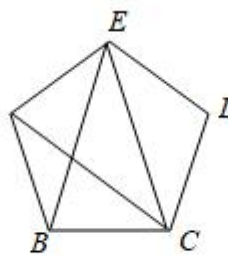


图2

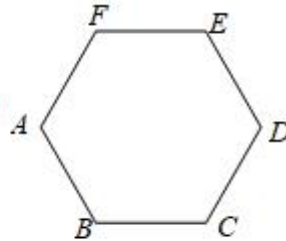


图3

23. (12 分) 已知函数 $y=x^2+bx+c$ (b, c 为常数) 的图象经过点 $(-2, 4)$ 。

(1) 求 b, c 满足的关系式；

(2) 设该函数图象的顶点坐标是 (m, n) ，当 b 的值变化时，求 n 关于 m 的函数解析式；

(3) 若该函数的图象不经过第三象限，当 $-5 \leq x \leq 1$ 时，函数的最大值与最小值之差为 16，求 b 的值。

24. (14 分) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2， E 为 AB 的中点， P 是 BA 延长线上的一点，连接 PC 交 AD 于点 F ， $AP=FD$ 。

(1) 求 $\frac{AF}{AP}$ 的值；

(2) 如图 1，连接 EC ，在线段 EC 上取一点 M ，使 $EM=EB$ ，连接 MF ，求证： $MF=PF$ ；

(3) 如图 2, 过点 E 作 $EN \perp CD$ 于点 N , 在线段 EN 上取一点 Q , 使 $AQ = AP$, 连接 BQ , BN . 将 $\triangle AQB$ 绕点 A 旋转, 使点 Q 旋转后的对应点 Q' 落在边 AD 上. 请判断点 B 旋转后的对应点 B' 是否落在线段 BN 上, 并说明理由.

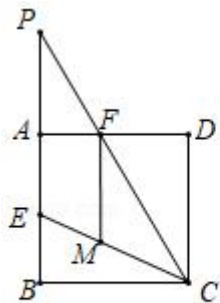


图1

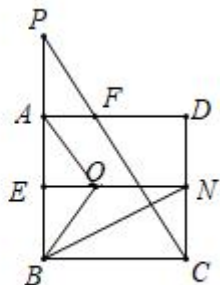


图2

2019 年浙江省台州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 请选出各题中一个符合题意的正确选项, 不选, 多选、错选, 均不给分)

1. (4 分) 计算 $2a - 3a$, 结果正确的是 ()

- A. -1 B. 1 C. $-a$ D. a

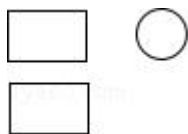
【分析】根据合并同类项法则合并即可.

【解答】解: $2a - 3a = -a$,

故选: C.

【点评】本题考查了合并同类项法则的应用, 能熟记合并同类项法则的内容是解此题的关键.

2. (4 分) 如图是某几何体的三视图, 则该几何体是 ()



- A. 长方体 B. 正方体 C. 圆柱 D. 球

【分析】根据一个空间几何体的主视图和俯视图都是宽度相等的长方形, 可判断该几何体是柱体, 进而根据左视图的形状, 可判断柱体侧面形状, 得到答案.

【解答】解: $\because$ 几何体的主视图和俯视图都是宽度相等的长方形,

故该几何体是一个柱体,

又 $\because$ 俯视图是一个圆,

故该几何体是一个圆柱,

故选: C.

【点评】本题考查的知识点是三视图, 如果有两个视图为三角形, 该几何体一定是锥, 如果有两个矩形, 该几何体一定柱, 其底面由第三个视图的形状决定.

3. (4 分) 2019 年台州市计划安排重点建设项目 344 个, 总投资 595200000000 元. 用科学记数法可将 595200000000 表示为 ()

- A. 5.952×10^{11} B. 59.52×10^{10} C. 5.952×10^{12} D. 5952×10^9

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的

值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

【解答】解：数字 595200000000 科学记数法可表示为 5.952×10^{11} 元。

故选：A。

【点评】此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

4. (4 分) 下列长度的三条线段，能组成三角形的是 ()

- A. 3, 4, 8 B. 5, 6, 10 C. 5, 5, 11 D. 5, 6, 11

【分析】根据三角形的三边关系即可求

【解答】解：

A 选项， $3+4=7 < 8$ ，两边之和小于第三边，故不能组成三角形

B 选项， $5+6=11 > 10$ ， $10-5 < 6$ ，两边之各大于第三边，两边之差小于第三边，故能组成三角形

C 选项， $5+5=10 < 11$ ，两边之和小于第三边，故不能组成三角形

D 选项， $5+6=11$ ，两边之和不大于第三边，故不能组成三角形

故选：B。

【点评】此题主要考查三角形的三边关系，要掌握并熟记三角形的三边关系：在一个三角形中，任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边。

5. (4 分) 方差是刻画数据波动程度的量。对于一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，可用如下算式

计算方差： $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 + (x_3 - 5)^2 + \dots + (x_n - 5)^2]$ ，其中“5”是这组数据的 ()

- A. 最小值 B. 平均数 C. 中位数 D. 众数

【分析】根据方差的定义可得答案。

【解答】解：方差 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 + (x_3 - 5)^2 + \dots + (x_n - 5)^2]$ 中“5”是这组数据的平均数，

故选：B。

【点评】本题考查方差，解题的关键是掌握方差的定义：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数叫做这组数据的方差。

6. (4 分) 一道来自课本的习题：

从甲地到乙地有一段上坡与一段平路. 如果保持上坡每小时走 3km , 平路每小时走 4km , 下坡每小时走 5km , 那么从甲地到乙地需 54min , 从乙地到甲地需 42min . 甲地到乙地全程是多少?

小红将这个实际问题转化为二元一次方程组问题, 设未知数 x, y , 已经列出一个方程 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{54}{60}$, 则另一个方程正确的是 ()

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{42}{60}$ B. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60}$ C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = \frac{42}{60}$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60}$

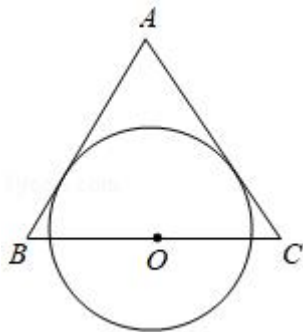
【分析】直接利用已知方程得出上坡的路程为 x , 平路为 y , 进而得出等式求出答案.

【解答】解: 设未知数 x, y , 已经列出一个方程 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{54}{60}$, 则另一个方程正确的是: $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60}$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了二元一次方程组的应用, 正确理解题意得出等式是解题关键.

7. (4分) 如图, 等边三角形 ABC 的边长为 8, 以 BC 上一点 O 为圆心的圆分别与边 AB , AC 相切, 则 $\odot O$ 的半径为 ()



- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. 4 D. $4 - \sqrt{3}$

【分析】设 $\odot O$ 与 AC 的切点为 E , 连接 AO , OE , 根据等边三角形的性质得到 $AC=8$, $\angle C = \angle BAC = 60^\circ$, 由切线的性质得到 $\angle BAO = \angle CAO = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$, 求得 $\angle AOC = 90^\circ$, 解直角三角形即可得到结论.

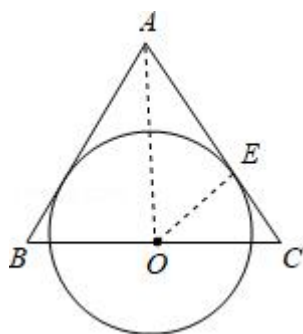
【解答】解: 设 $\odot O$ 与 AC 的切点为 E ,

连接 AO , OE ,

$\because$ 等边三角形 ABC 的边长为 8,

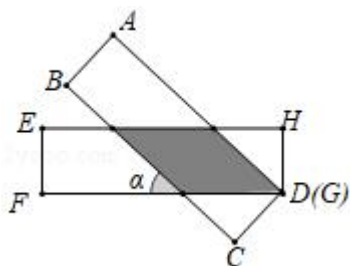
$\therefore AC=8$, $\angle C = \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore$ 圆分别与边 AB , AC 相切,
 $\therefore \angle BAO = \angle CAO = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$,
 $\therefore \angle AOC = 90^\circ$,
 $\therefore OC = \frac{1}{2} AC = 4$,
 $\therefore OE \perp AC$,
 $\therefore OE = \frac{\sqrt{3}}{2} OC = 2\sqrt{3}$,
 $\therefore \odot O$ 的半径为 $2\sqrt{3}$.
 故选: A.



【点评】本题考查了切线的性质，等边三角形的性质，解直角三角形，正确的作出辅助线是解题的关键.

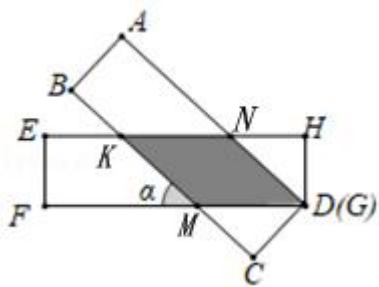
8. (4分) 如图, 有两张矩形纸片 $ABCD$ 和 $EFGH$, $AB = EF = 2\text{cm}$, $BC = FG = 8\text{cm}$. 把纸片 $ABCD$ 交叉叠放在纸片 $EFGH$ 上, 使重叠部分为平行四边形, 且点 D 与点 G 重合. 当两张纸片交叉所成的角 α 最小时, $\tan \alpha$ 等于 ()



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{8}{17}$ D. $\frac{8}{15}$

【分析】由“ASA”可证 $\triangle CDM \cong \triangle HDN$, 可证 $MD = DN$, 即可证四边形 $DNKM$ 是菱形, 当点 B 与点 E 重合时, 两张纸片交叉所成的角 α 最小, 可求 $CM = \frac{15}{4}$, 即可求 $\tan \alpha$ 的值.

【解答】解: 如图,



$$\therefore \angle ADC = \angle HDF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CDM = \angle NDH, \text{ 且 } CD = DH, \angle H = \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle CDM \cong \triangle HDN \text{ (ASA)}$$

$$\therefore MD = ND, \text{ 且四边形 } DNKM \text{ 是平行四边形}$$

$$\therefore \text{四边形 } DNKM \text{ 是菱形}$$

$$\therefore KM = DM$$

$$\therefore \sin \alpha = \sin \angle DMC = \frac{CD}{MD}$$

$\therefore$ 当点 B 与点 E 重合时, 两张纸片交叉所成的角 α 最小,

设 $MD = a = BM$, 则 $CM = 8 - a$,

$$\therefore MD^2 = CD^2 + MC^2,$$

$$\therefore a^2 = 4 + (8 - a)^2,$$

$$\therefore a = \frac{17}{4}$$

$$\therefore CM = \frac{15}{4}$$

$$\therefore \tan \alpha = \tan \angle DMC = \frac{CD}{MC} = \frac{8}{15}$$

故选: D .

【点评】 本题考查了矩形的性质, 菱形的判定, 勾股定理, 全等三角形的判定和性质, 求 CM 的长是本题的关键.

9. (4分) 已知某函数的图象 C 与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象关于直线 $y = 2$ 对称. 下列命题: ① 图象 C 与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象交于点 $(\frac{3}{2}, 2)$; ② 点 $(\frac{1}{2}, -2)$ 在图象 C 上; ③ 图象 C 上的点的纵坐标都小于 4; ④ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是图象 C 上任意两点, 若 $x_1 > x_2$, 则 $y_1 > y_2$. 其中真命题是 ()

A. ①②

B. ①③④

C. ②③④

D. ①②③④

【分析】函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象在第一、三象限，则关于直线 $y = 2$ 对称，点 $(\frac{3}{2}, 2)$ 是图象

C 与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象交于点；①正确；

点 $(\frac{1}{2}, -2)$ 关于 $y = 2$ 对称的点为点 $(\frac{1}{2}, 6)$ ，在函数 $y = \frac{3}{x}$ 上，②正确；

$y = \frac{3}{x}$ 上任意一点为 (x, y) ，则点 (x, y) 与 $y = 2$ 对称点的纵坐标为 $4 - \frac{3}{x}$ ；③错误；

$A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 关于 $y = 2$ 对称点为 $(x_1, 4 - y_1)$ ， $B(x_2, 4 - y_2)$ 在函数 $y = \frac{3}{x}$ 上，

可得 $4 - y_1 = \frac{3}{x_1}$ ， $4 - y_2 = \frac{3}{x_2}$ ，当 $x_1 > x_2 > 0$ 或 $0 > x_1 > x_2$ ，有 $y_1 > y_2$ ；④不正确；

【解答】解：∵ 函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象在第一、三象限，

则关于直线 $y = 2$ 对称，点 $(\frac{3}{2}, 2)$ 是图象 C 与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象交于点；

∴ ①正确；

点 $(\frac{1}{2}, -2)$ 关于 $y = 2$ 对称的点为点 $(\frac{1}{2}, 6)$ ，

∵ $(\frac{1}{2}, 6)$ 在函数 $y = \frac{3}{x}$ 上，

∴ 点 $(\frac{1}{2}, -2)$ 在图象 C 上；

∴ ②正确；

∵ $y = \frac{3}{x}$ 中 $y \neq 0$ ， $x \neq 0$ ，

取 $y = \frac{3}{x}$ 上任意一点为 (x, y) ，

则点 (x, y) 与 $y = 2$ 对称点的纵坐标为 $4 - \frac{3}{x}$ ；

∴ ③错误；

$A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 关于 $y = 2$ 对称点为 $(x_1, 4 - y_1)$ ， $B(x_2, 4 - y_2)$ 在函数 $y = \frac{3}{x}$ 上，

∴ $4 - y_1 = \frac{3}{x_1}$ ， $4 - y_2 = \frac{3}{x_2}$ ，

∵ $x_1 > x_2 > 0$ 或 $0 > x_1 > x_2$ ，

∴ $4 - y_1 < 4 - y_2$ ，

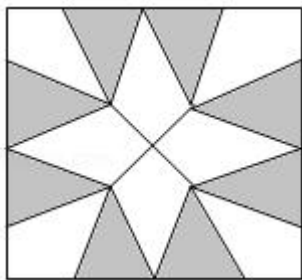
∴ $y_1 > y_2$ ；

∴ ④不正确；

故选：A.

【点评】 本题考查反比例函数图象及性质；熟练掌握函数关于直线后对称时，对应点关于直线对称是解题的关键.

10. (4 分) 如图是用 8 块 A 型瓷砖 (白色四边形) 和 8 块 B 型瓷砖 (黑色三角形) 不重叠、无空隙拼接而成的一个正方形图案, 图案中 A 型瓷砖的总面积与 B 型瓷砖的总面积之比为 ()



- A. $\sqrt{2}: 1$ B. $3: 2$ C. $\sqrt{3}: 1$ D. $\sqrt{2}: 2$

【分析】 如图, 作 $DC \perp EF$ 于 C , $DK \perp FH$ 于 K , 连接 DF . 求出 $\triangle DFN$ 与 $\triangle DNK$ 的面积比即可.

【解答】 解: 如图, 作 $DC \perp EF$ 于 C , $DK \perp FH$ 于 K , 连接 DF .

由题意: 四边形 $DCFK$ 是正方形, $\angle CDM = \angle MDF = \angle FDN = \angle NDK$,

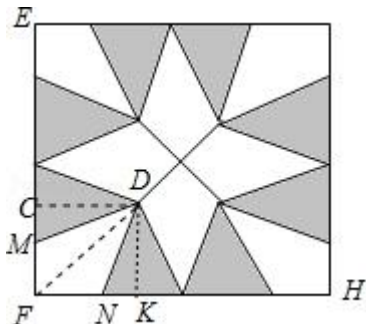
$$\therefore \angle CDK = \angle DKF = 90^\circ, \quad DK = FK, \quad DF = \sqrt{2}DK,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DFN}}{S_{\triangle DNK}} = \frac{FN}{NK} = \frac{DF}{DK} = \sqrt{2} \quad (\text{角平分线的性质定理, 可以用面积法证明}),$$

$$\therefore \frac{S_{A\text{型}}}{S_{B\text{型}}} = \frac{2S_{\triangle DFN}}{2S_{\triangle DNK}} = \sqrt{2}.$$

$\therefore$ 图案中 A 型瓷砖的总面积与 B 型瓷砖的总面积之比为 $\sqrt{2}: 1$,

故选: A.



【点评】 本题考查图形的拼剪, 正方形的性质等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (5分) 分解因式: $ax^2 - ay^2 = \underline{a(x+y)(x-y)}$.

【分析】应先提取公因式 a , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解: $ax^2 - ay^2$,

$$= a(x^2 - y^2),$$

$$= a(x+y)(x-y).$$

故答案为: $a(x+y)(x-y)$.

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和平方差公式分解因式, 需要注意分解因式一定要彻底.

12. (5分) 若一个数的平方等于 5, 则这个数等于 $\underline{\pm\sqrt{5}}$.

【分析】直接利用平方根的定义分析得出答案.

【解答】解: 若一个数的平方等于 5, 则这个数等于: $\pm\sqrt{5}$.

故答案为: $\pm\sqrt{5}$.

【点评】此题主要考查了平方根, 正确把握相关定义是解题关键.

13. (5分) 一个不透明的布袋中仅有 2 个红球, 1 个黑球, 这些球除颜色外无其它差别. 先随机摸出一个小球, 记下颜色后放回搅匀, 再随机摸出一个小球, 则两次摸出的小球颜色不同的概率是 $\underline{\frac{4}{9}}$.

【分析】画出树状图然后根据概率公式列式即可得解.

【解答】解: 画树状图如图所示:

一共有 9 种等可能的情况, 两次摸出的小球颜色不同的有 4 种,

$\therefore$ 两次摸出的小球颜色不同的概率为 $\frac{4}{9}$;

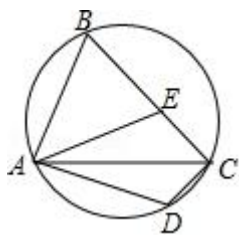
故答案为: $\frac{4}{9}$.



【点评】本题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (5分) 如图, AC 是圆内接四边形 $ABCD$ 的一条对角线, 点 D 关于 AC 的对称点 E 在边

BC 上, 连接 AE . 若 $\angle ABC = 64^\circ$, 则 $\angle BAE$ 的度数为 52° .



【分析】 直接利用圆内接四边形的性质结合三角形外角的性质得出答案.

【解答】 解: $\because$ 圆内接四边形 $ABCD$,

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle ABC = 116^\circ,$$

$\because$ 点 D 关于 AC 的对称点 E 在边 BC 上,

$$\therefore \angle D = \angle AEC = 116^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 116^\circ - 64^\circ = 52^\circ.$$

故答案为: 52° .

【点评】 此题主要考查了圆内接四边形的性质以及三角形的外角, 正确得出 $\angle AEC$ 的度数是解题关键.

15. (5分) 砸“金蛋”游戏: 把 210 个“金蛋”连续编号为 1, 2, 3, $\dots$, 210, 接着把编号是 3 的整数倍的“金蛋”全部砸碎; 然后将剩下的“金蛋”重新连续编号为 1, 2, 3, $\dots$, 接着把编号是 3 的整数倍的“金蛋”全部砸碎 $\dots$ 按照这样的方法操作, 直到无编号是 3 的整数倍的“金蛋”为止. 操作过程中砸碎编号是“66”的“金蛋”共 3 个.

【分析】 求出第一次编号中砸碎 3 的倍数的个数, 得余下金蛋的个数, 再求第二次编号中砸碎的 3 的倍数的个数, 得余下金蛋的个数, 依次推理便可得到操作过程中砸碎编号是“66”的“金蛋”总个数.

【解答】 解: $\because 210 \div 3 = 70$,

$\therefore$ 第一次砸碎 3 的倍数的金蛋个数为 70 个, 剩下 $210 - 70 = 140$ 个金蛋, 重新编号为 1, 2, 3, $\dots$, 140;

$$\because 140 \div 3 = 46 \cdots 2,$$

$\therefore$ 第二次砸碎 3 的倍数的金蛋个数为 46 个, 剩下 $140 - 46 = 94$ 个金蛋, 重新编号为 1, 2, 3, $\dots$, 94;

$$\because 94 \div 3 = 31 \cdots 1,$$

$\therefore$ 第三次砸碎 3 的倍数的金蛋个数为 31 个, 剩下 $94 - 31 = 63$ 个金蛋,

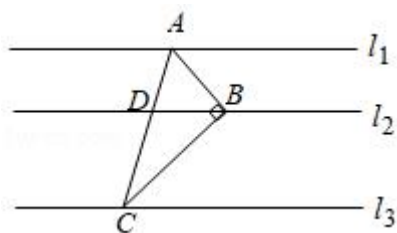
$$\because 63 < 66,$$

∴ 砸三次后，就不再存在编号为 66 的金蛋，故操作过程中砸碎编号是“66”的“金蛋”共有 3 个。

故答案为：3.

【点评】此题主要考查了推理与论证，正确得出每次砸掉的和余下的金蛋个数是解题关键。

16. (5 分) 如图，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， A ， B ， C 分别为直线 l_1 ， l_2 ， l_3 上的动点，连接 AB ， BC ， AC ，线段 AC 交直线 l_2 于点 D 。设直线 l_1 ， l_2 之间的距离为 m ，直线 l_2 ， l_3 之间的距离为 n ，若 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BD = 4$ ，且 $\frac{m}{n} = \frac{3}{2}$ ，则 $m+n$ 的最大值为 $\frac{25}{3}$ 。



【分析】过 B 作 $BE \perp l_1$ 于 E ，延长 EB 交 l_3 于 F ，过 A 作 $AN \perp l_2$ 于 N ，过 C 作 $CM \perp l_2$ 于 M ，设 $AE = x$ ， $CF = y$ ， $BN = x$ ， $BM = y$ ，得到 $DM = y - 4$ ， $DN = 4 - x$ ，根据相似三角形的性质得到 $xy = mn$ ， $y = -\frac{3}{2}x + 10$ ，由 $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$ ，得到 $n = \frac{3}{2}m$ ，于是得到 $(m+n)_{\text{最大}} = \frac{5}{2}m$ ，然后根据二次函数的性质即可得到结论。

【解答】解：过 B 作 $BE \perp l_1$ 于 E ，延长 EB 交 l_3 于 F ，过 A 作 $AN \perp l_2$ 于 N ，过 C 作 $CM \perp l_2$ 于 M ，

设 $AE = x$ ， $CF = y$ ， $BN = x$ ， $BM = y$ ，

∵ $BD = 4$ ，

∴ $DM = y - 4$ ， $DN = 4 - x$ ，

∵ $\angle ABC = \angle AEB = \angle BFC = \angle CMD = \angle AND = 90^\circ$ ，

∴ $\angle EAB + \angle ABE = \angle ABE + \angle CBF = 90^\circ$ ，

∴ $\angle EAB = \angle CBF$ ，

∴ $\triangle ABE \sim \triangle BFC$ ，

∴ $\frac{AE}{BF} = \frac{BE}{CF}$ ，即 $\frac{x}{n} = \frac{m}{y}$ ，

∴ $xy = mn$ ，

∵ $\angle ADN = \angle CDM$ ，

∴ $\triangle CMD \sim \triangle AND$ ，

18. (8分) 先化简, 再求值: $\frac{3x}{x^2-2x+1} - \frac{3}{x^2-2x+1}$, 其中 $x = \frac{1}{2}$.

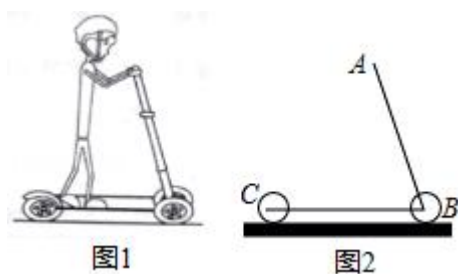
【分析】根据分式的加减运算法则把原式化简, 代入计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \frac{3x}{x^2-2x+1} - \frac{3}{x^2-2x+1} \\ &= \frac{3(x-1)}{(x-1)^2} \\ &= \frac{3}{x-1}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = \frac{3}{\frac{1}{2}-1} = -6.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值, 掌握同分母分式的减法法则是解题的关键.

19. (8分) 图1是一辆在平地上滑行的滑板车, 图2是其示意图. 已知车杆 AB 长 92cm , 车杆与脚踏板所成的角 $\angle ABC = 70^\circ$, 前后轮子的半径均为 6cm , 求把手 A 离地面的高度 (结果保留小数点后一位; 参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 70^\circ \approx 0.34$, $\tan 70^\circ \approx 2.75$).



【分析】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 延长 AD 交地面于点 E , 根据锐角三角函数的定义即可求出答案.

【解答】解: 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 延长 AD 交地面于点 E ,

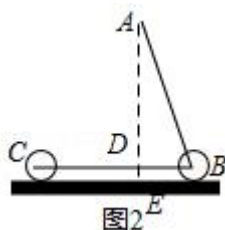
$$\therefore \sin \angle ABD = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AD = 92 \times 0.94 \approx 86.48,$$

$$\therefore DE = 6,$$

$$\therefore AE = AD + DE = 92.5,$$

$\therefore$ 把手 A 离地面的高度为 92.5cm .



【点评】 本题考查解直角三角形，解题的关键是熟练运用锐角三角函数的定义，本题属于基础题型.

20. (8分) 如图1, 某商场在一楼到二楼之间设有上、下行自动扶梯和步行楼梯. 甲、乙两人从二楼同时下行, 甲乘自动扶梯, 乙走步行楼梯, 甲离一楼地面的高度 h (单位: m) 与下行时间 x (单位: s) 之间具有函数关系 $h = -\frac{3}{10}x+6$, 乙离一楼地面的高度 y (单位: m) 与下行时间 x (单位: s) 的函数关系如图2所示.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 请通过计算说明甲、乙两人谁先到达一楼地面.



图 1

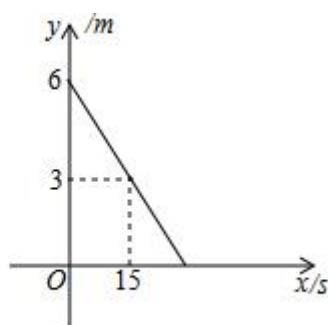


图 2

【分析】 (1) 根据函数图象中的数据可以得到 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 分别令 $h=0$ 和 $y=0$ 求出相应的 x 的值, 然后比较大小即可解答本题.

【解答】 解: (1) 设 y 关于 x 的函数解析式是 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} b=6 \\ 15k+b=3 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} k=-\frac{1}{5}, \\ b=6 \end{cases}$$

即 y 关于 x 的函数解析式是 $y = -\frac{1}{5}x+6$;

(2) 当 $h=0$ 时, $0 = -\frac{3}{10}x+6$, 得 $x=20$,

当 $y=0$ 时, $0 = -\frac{1}{5}x+6$, 得 $x=30$,

$\therefore 20 < 30$,

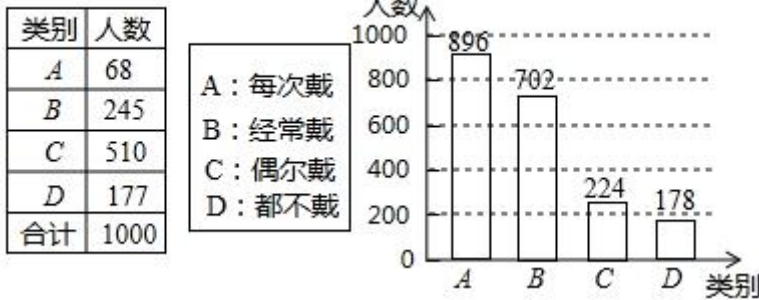
$\therefore$ 甲先到达地面.

【点评】 本题考查一次函数的应用, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数的性质和数形结合的思想解答.

21. (10分) 安全使用电瓶车可以大幅度减少因交通事故引发的人身伤害, 为此交警部门在全市范围开展了安全使用电瓶车专项宣传活动. 在活动前和活动后分别随机抽取了部分

使用电瓶车的市民，就骑电瓶车戴安全帽情况进行问卷调查，将收集的数据制成如下统计图表.

活动前骑电瓶车戴安全帽情况统计表 活动后骑电瓶车戴安全帽情况统计图



- (1) 宣传活动前，在抽取的市民中哪一类别的人数最多？占抽取人数的百分之几？
- (2) 该市约有 30 万人使用电瓶车，请估计活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全帽的总人数；
- (3) 小明认为，宣传活动后骑电瓶车“都不戴”安全帽的人数为 178，比活动前增加了 1 人，因此交警部门开展的宣传活动没有效果. 小明分析数据的方法是否合理？请结合统计图表，对小明分析数据的方法及交警部门宣传活动的效果谈谈你的看法. #JY

【分析】 (1) 宣传活动前，在抽取的市民中偶尔戴的人数最多，占抽取人数：

$$\frac{510}{1000} \times 100\% = 51\%$$

(2) 估计活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全帽的总人数：30 万 $\times \frac{177}{1000} = 5.31$ 万 (人)；

(3) 宣传活动后骑电瓶车“都不戴”安全帽的百分比： $\frac{178}{896+702+224+178} \times 100\% = 8.9\%$ ，活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全帽的百分比： $\frac{177}{1000} \times 100\% = 17.7\%$ ， $8.9\% < 17.7\%$ ，因此交警部门开展的宣传活动有效果.

【解答】 解：(1) 宣传活动前，在抽取的市民中偶尔戴的人数最多，

占抽取人数： $\frac{510}{1000} \times 100\% = 51\%$ ；

答：宣传活动前，在抽取的市民中偶尔戴的人数最多，占抽取人数的 51%，

(2) 估计活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全帽的总人数：30 万 $\times \frac{177}{1000} = 5.31$ 万 (人)，

答：估计活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全帽的总人数 5.31 万人；

(3) 宣传活动后骑电瓶车“都不戴”安全帽的百分比： $\frac{178}{896+702+224+178} \times 100\% = 8.9\%$ ，

活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全帽的百分比： $\frac{177}{1000} \times 100\% = 17.7\%$

$8.9\% < 17.7\%$,

因此交警部门开展的宣传活动有效果.

【点评】 本题考查的是条形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

22. (12分) 我们知道，各个角都相等，各条边都相等的多边形叫做正多边形. 对一个各条边都相等的凸多边形（边数大于3），可以由若干条对角线相等判定它是正多边形. 例如，各条边都相等的凸四边形，若两条对角线相等，则这个四边形是正方形.

(1) 已知凸五边形 $ABCDE$ 的各条边都相等.

①如图1，若 $AC = AD = BE = BD = CE$ ，求证：五边形 $ABCDE$ 是正五边形；

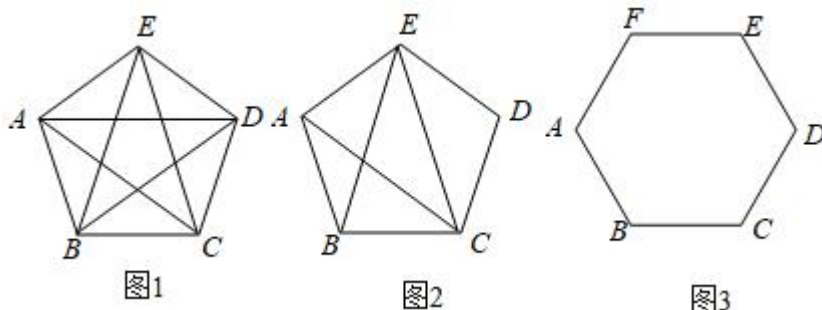
②如图2，若 $AC = BE = CE$ ，请判断五边形 $ABCDE$ 是不是正五边形，并说明理由：

(2) 判断下列命题的真假.（在括号内填写“真”或“假”）

如图3，已知凸六边形 $ABCDEF$ 的各条边都相等.

①若 $AC = CE = EA$ ，则六边形 $ABCDEF$ 是正六边形；（真）

②若 $AD = BE = CF$ ，则六边形 $ABCDEF$ 是正六边形. （真）



【分析】 (1) ①由 SSS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle BCD \cong \triangle CDE \cong \triangle DEA \cong \triangle EAB$ 得出 $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = \angle EAB$ ，即可得出结论；

②由 SSS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle BCA \cong \triangle DEC$ 得出 $\angle BAE = \angle CBA = \angle EDC$ ， $\angle AEB = \angle ABE = \angle BAC = \angle BCA = \angle DCE = \angle DEC$ ，由 SSS 证明 $\triangle ACE \cong \triangle BEC$ 得出 $\angle ACE = \angle CEB$ ， $\angle CEA = \angle CAE = \angle EBC = \angle ECB$ ，由四边形 $ABCE$ 内角和为 360° 得出 $\angle ABC + \angle ECB = 180^\circ$ ，证出 $AB \parallel CE$ ，由平行线的性质得出 $\angle ABE = \angle BEC$ ， $\angle BAC = \angle ACE$ ，证出 $\angle BAE = 3\angle ABE$ ，同理： $\angle CBA = \angle D = \angle AED = \angle BCD = 3\angle ABE = \angle BAE$ ，即可得出结论；

(2) ①证明 $\triangle AEF \cong \triangle CAB \cong \triangle ECD$ 得出 $\angle F = \angle B = \angle D$ ， $\angle FEA = \angle FAE = \angle BAC = \angle$

$\angle BCA = \angle DCE = \angle DEC$, 由等边三角形的性质得出 $\angle EAC = \angle ECA = \angle AEC = 60^\circ$, 设 $\angle F = \angle B = \angle D = y$, $\angle FEA = \angle FAE = \angle BAC = \angle BCA = \angle DCE = \angle DEC = x$, 则 $y + 2x = 180^\circ$ ①, $y - 2x = 60^\circ$ ②, 求出 $y = 120^\circ$, $x = 30^\circ$, 得出 $\angle F = \angle B = \angle D = \angle BAF = \angle BCD = \angle DEF = 120^\circ$, 即可得出结论;

②证明 $\triangle BFE \cong \triangle FBC$ 得出 $\angle BFE = \angle FBC$, 证出 $\angle AFE = \angle ABC$, 证明 $\triangle FAE \cong \triangle BCA$ 得出 $AE = CA$, 同理: $AE = CE$, 得出 $AE = CA = CE$, 由①得: 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形.

【解答】 (1) ①证明: $\because$ 凸五边形 $ABCDE$ 的各条边都相等,

$$\therefore AB = BC = CD = DE = EA,$$

$$\text{在 } \triangle ABC, \triangle BCD, \triangle CDE, \triangle DEA, \triangle EAB \text{ 中, } \begin{cases} AB = BC = CD = DE = EA \\ BC = CD = DE = EA = AB \\ AC = BD = CE = DA = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD \cong \triangle CDE \cong \triangle DEA \cong \triangle EAB \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = \angle EAB,$$

$\therefore$ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形;

②解: 若 $AC = BE = CE$, 五边形 $ABCDE$ 是正五边形, 理由如下:

$$\text{在 } \triangle ABE, \triangle BCA \text{ 和 } \triangle DEC \text{ 中, } \begin{cases} AE = BA = DC \\ AB = BC = DE \\ BE = AC = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCA \cong \triangle DEC \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CBA = \angle EDC, \angle AEB = \angle ABE = \angle BAC = \angle BCA = \angle DCE = \angle DEC,$$

$$\text{在 } \triangle ACE \text{ 和 } \triangle BEC \text{ 中, } \begin{cases} AE = BC \\ CE = BE \\ AC = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BEC \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle ACE = \angle CEB, \angle CEA = \angle CAE = \angle EBC = \angle ECB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 内角和为 360° ,

$$\therefore \angle ABC + \angle ECB = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BEC, \angle BAC = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CEA = 2\angle ABE,$$

$$\therefore \angle BAE = 3\angle ABE,$$

同理: $\angle CBA = \angle D = \angle AED = \angle BCD = 3\angle ABE = \angle BAE$,

∴ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形;

(2) 解: ①若 $AC=CE=EA$, 如图 3 所示:

则六边形 $ABCDEF$ 是正六边形; 真命题; 理由如下:

∵ 凸六边形 $ABCDEF$ 的各条边都相等,

∴ $AB=BC=CD=DE=EF=EA$,

在 $\triangle AEF$ 、 $\triangle CAB$ 和 $\triangle ECD$ 中,
$$\begin{cases} EF=AB=CD \\ AF=CB=ED \\ AE=CA=EC \end{cases},$$

∴ $\triangle AEF \cong \triangle CAB \cong \triangle ECD$ (SSS),

∴ $\angle F = \angle B = \angle D$, $\angle FEA = \angle FAE = \angle BAC = \angle BCA = \angle DCE = \angle DEC$,

∵ $AC=CE=EA$,

∴ $\angle EAC = \angle ECA = \angle AEC = 60^\circ$,

设 $\angle F = \angle B = \angle D = y$, $\angle FEA = \angle FAE = \angle BAC = \angle BCA = \angle DCE = \angle DEC = x$,

则 $y+2x=180^\circ$ ①, $y-2x=60^\circ$ ②,

①+②得: $2y=240^\circ$,

∴ $y=120^\circ$, $x=30^\circ$,

∴ $\angle F = \angle B = \angle D = 120^\circ$, $\angle FEA = \angle FAE = \angle BAC = \angle BCA = \angle DCE = \angle DEC = 30^\circ$,

∴ $\angle BAF = \angle BCD = \angle DEF = 30^\circ + 30^\circ + 60^\circ = 120^\circ$,

∴ $\angle F = \angle B = \angle D = \angle BAF = \angle BCD = \angle DEF$,

∴ 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形;

故答案为: 真;

②若 $AD=BE=CF$, 则六边形 $ABCDEF$ 是正六边形; 真命题; 理由如下:

如图 4 所示: 连接 AE 、 AC 、 CE ,

在 $\triangle BFE$ 和 $\triangle FBC$ 中,
$$\begin{cases} EF=CB \\ BE=FC \\ BF=FB \end{cases},$$

∴ $\triangle BFE \cong \triangle FBC$ (SSS),

∴ $\angle BFE = \angle FBC$,

∴ $AB=AF$,

∴ $\angle AFB = \angle ABF$,

∴ $\angle AFE = \angle ABC$,

$$\text{在 } \triangle FAE \text{ 和 } \triangle BCA \text{ 中, } \begin{cases} AF=CB \\ \angle AFE=\angle CBA \\ EF=AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FAE \cong \triangle BCA \text{ (SAS),}$$

$$\therefore AE = CA,$$

$$\text{同理: } AE = CE,$$

$$\therefore AE = CA = CE,$$

由①得: 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形;

故答案为: 真.

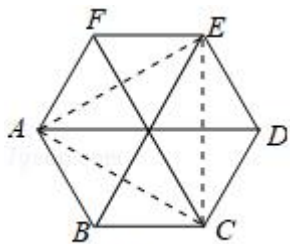


图 4

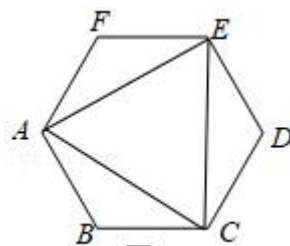


图 3

【点评】 本题是四边形综合题目, 考查了正多边形的判定、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理等知识; 本题综合性强, 有一定难度, 证明三角形全等是解题的关键.

23. (12 分) 已知函数 $y = x^2 + bx + c$ (b, c 为常数) 的图象经过点 $(-2, 4)$.

(1) 求 b, c 满足的关系式;

(2) 设该函数图象的顶点坐标是 (m, n) , 当 b 的值变化时, 求 n 关于 m 的函数解析式;

(3) 若该函数的图象不经过第三象限, 当 $-5 \leq x \leq 1$ 时, 函数的最大值与最小值之差为 16, 求 b 的值.

【分析】 (1) 将点 $(-2, 4)$ 代入 $y = x^2 + bx + c$, $c = 2b$;

$$(2) m = -\frac{b}{2}, n = \frac{4c - b^2}{4}, \text{ 得 } n = 2b - m^2;$$

(3) $y = x^2 + bx + 2b = (x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + 2b$, 当 $b \leq 0$ 时, $c \leq 0$, 函数不经过第三象限, 则 $c = 0$; 此时 $y = x^2$, 最大值与最小值之差为 25; 当 $b > 0$ 时, $c > 0$, 函数不经过第三象限,

则 $\Delta \leq 0$, 得 $0 \leq b \leq 8$ 当 $-5 \leq x \leq 1$ 时, 函数有最小值 $-\frac{b^2}{4} + 2b$, 当 $-5 \leq -\frac{b}{2} < -2$ 时,

函数有最大值 $1+3b$, 当 $-2 < -\frac{b}{2} \leq 1$ 时, 函数有最大值 $25-3b$;

当最大值 $1+3b$ 时, $1+3b+\frac{b^2}{4}-2b=16$, $b=6$; 当最大值 $25-3b$ 时, $b=2$;

【解答】 解: (1) 将点 $(-2, 4)$ 代入 $y=x^2+bx+c$,

得 $-2b+c=0$,

$\therefore c=2b$;

$$(2) \quad m = -\frac{b}{2}, \quad n = \frac{4c-b^2}{4},$$

$$\therefore n = \frac{8b-b^2}{4},$$

$$\therefore n = 2b - m^2,$$

$$(3) \quad y = x^2 + bx + 2b = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + 2b,$$

对称轴 $x = -\frac{b}{2}$,

当 $b \leq 0$ 时, $c \leq 0$, 函数不经过第三象限, 则 $c=0$;

此时 $y=x^2$, 当 $-5 \leq x \leq 1$ 时, 函数最小值是 0, 最大值是 25,

$\therefore$ 最大值与最小值之差为 25; (舍去)

当 $b > 0$ 时, $c > 0$, 函数不经过第三象限, 则 $\Delta \leq 0$,

$$\therefore 0 \leq b \leq 8,$$

$$\therefore -4 \leq x = -\frac{b}{2} \leq 0,$$

当 $-5 \leq x \leq 1$ 时, 函数有最小值 $-\frac{b^2}{4} + 2b$,

当 $-5 \leq -\frac{b}{2} < -2$ 时, 函数有最大值 $1+3b$,

当 $-2 < -\frac{b}{2} \leq 1$ 时, 函数有最大值 $25-3b$;

函数的最大值与最小值之差为 16,

当最大值 $1+3b$ 时, $1+3b+\frac{b^2}{4}-2b=16$,

$$\therefore b=6 \text{ 或 } b=-10,$$

$$\therefore 4 \leq b \leq 8,$$

$$\therefore b=6;$$

当最大值 $25 - 3b$ 时, $25 - 3b + \frac{b^2}{4} - 2b = 16$,

$\therefore b = 2$ 或 $b = 18$,

$\therefore 2 \leq b \leq 4$,

$\therefore b = 2$;

综上所述 $b = 2$ 或 $b = 6$;

【点评】 本题考查二次函数的图象及性质; 熟练掌握二次函数的图象, 数形结合解题是关键.

24. (14 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 为 AB 的中点, P 是 BA 延长线上的一点, 连接 PC 交 AD 于点 F , $AP = FD$.

(1) 求 $\frac{AF}{AP}$ 的值;

(2) 如图 1, 连接 EC , 在线段 EC 上取一点 M , 使 $EM = EB$, 连接 MF , 求证: $MF = PF$;

(3) 如图 2, 过点 E 作 $EN \perp CD$ 于点 N , 在线段 EN 上取一点 Q , 使 $AQ = AP$, 连接 BQ , BN . 将 $\triangle AQB$ 绕点 A 旋转, 使点 Q 旋转后的对应点 Q 落在边 AD 上. 请判断点 B 旋转后的对应点 B 是否落在线段 BN 上, 并说明理由.

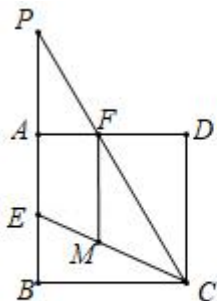


图1

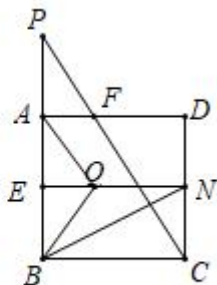


图2

【分析】 (1) 设 $AP = FD = a$, 通过证明 $\triangle AFP \sim \triangle DFC$, 可得 $\frac{AP}{CD} = \frac{AF}{FD}$, 可求 AP 的值, 即可求 AF 的值, 则可求解;

(2) 在 CD 上截取 $DH = AF$, 由 “SAS” 可证 $\triangle PAF \cong \triangle HDF$, 可得 $PF = FH$, 由勾股定理可求 $CE = EP = \sqrt{5}$, 可得 $CM = CH = \sqrt{5} - 1$, 由 “SAS” 可证 $\triangle FCM \cong \triangle FCH$, 可得 $FM = FH = PF$;

(3) 以 A 原点, AB 为 y 轴, AD 为 x 轴建立平面直角坐标系, 用待定系数法可求 BN 解析式, 即可求 B 坐标, 计算 BQ 的长度, 即可判断点 B 旋转后的对应点 B 是否落在线段 BN 上.

【解答】解：(1) 设 $AP = FD = a$,

$$\therefore AF = 2 - a,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形

$$\therefore AB \parallel CD$$

$$\therefore \triangle AFP \sim \triangle DFC$$

$$\therefore \frac{AP}{CD} = \frac{AF}{FD}$$

$$\text{即 } \frac{a}{2} = \frac{2-a}{a}$$

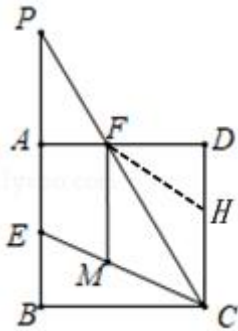
$$\therefore a = \sqrt{5} - 1$$

$$\therefore AP = FD = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore AF = AD - DF = 3 - \sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{AF}{AP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

(2) 在 CD 上截取 $DH = AF$



$$\because AF = DH, \angle PAF = \angle D = 90^\circ, AP = FD,$$

$$\therefore \triangle PAF \cong \triangle HDF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore PF = FH,$$

$$\because AD = CD, AF = DH$$

$$\therefore FD = CH = AP = \sqrt{5} - 1$$

$\because$ 点 E 是 AB 中点,

$$\therefore BE = AE = 1 = EM$$

$$\therefore PE = PA + AE = \sqrt{5}$$

$$\because EC^2 = BE^2 + BC^2 = 1 + 4 = 5,$$

$$\therefore EC = \sqrt{5}$$

$$\therefore EC = PE, CM = \sqrt{5} - 1$$

$$\therefore \angle P = \angle ECP$$

$$\therefore AP \parallel CD$$

$$\therefore \angle P = \angle PCD$$

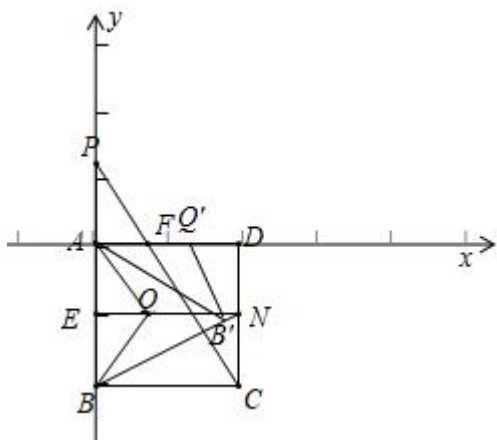
$$\therefore \angle ECP = \angle PCD, \text{ 且 } CM = CH = \sqrt{5} - 1, CF = CF$$

$$\therefore \triangle FCM \cong \triangle FCH \text{ (SAS)}$$

$$\therefore FM = FH$$

$$\therefore FM = PF$$

(3) 若点 B 在 BN 上, 如图, 以 A 原点, AB 为 y 轴, AD 为 x 轴建立平面直角坐标系,



$$\therefore EN \perp AB, AE = BE$$

$$\therefore AQ = BQ = AP = \sqrt{5} - 1$$

$$\text{由旋转的性质可得 } AQ = A'Q = \sqrt{5} - 1, AB = A'B = 2, Q'B' = QB = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore \text{点 } B(0, -2), \text{ 点 } N(2, -1)$$

$$\therefore \text{直线 } BN \text{ 解析式为: } y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$\text{设点 } B'(x, \frac{1}{2}x - 2)$$

$$\therefore AB' = \sqrt{x^2 + (\frac{1}{2}x - 2)^2} = 2$$

$$\therefore x = \frac{8}{5}$$

$$\therefore \text{点 } B'(\frac{8}{5}, -\frac{6}{5})$$

$$\therefore \text{点 } Q(\sqrt{5} - 1, 0)$$

$$\therefore B'Q = \sqrt{(\sqrt{5} - 1 - \frac{8}{5})^2 + \frac{36}{25}} \neq \sqrt{5} - 1$$

$\therefore$ 点 B 旋转后的对应点 B' 不落在线段 BN 上.

【点评】本题是相似形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，一次函数的性质，灵活运用这些性质进行推理证明是本题的关键.

