

浙江省温州市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题

1. (2 分) 给出四个实数 $\sqrt{5}$, 2, 0, -1, 其中负数是 ()

A. $\sqrt{5}$

B. 2

C. 0

D. -1

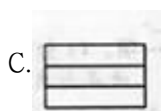
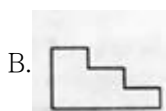
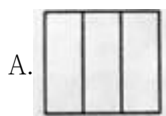
【答案】D

【考点】正数和负数的认识及应用

【解析】【解答】解 根据题意：负数是-1，
故答案为：D。

【分析】根据负数的定义，负数小于 0 即可得出答案。

2. (2 分) 移动台阶如图所示，它的主视图是 ()



【答案】B

【考点】简单组合体的三视图

【解析】【解答】解：A、是其俯视图，故不符合题意；B 是其主视图，故符合题意；C 是右视图，故不符合题意；D 是其左视图，故不符合题意。

故答案为：B。

【分析】根据三视图的定义，其主视图，就是从前向后看得到的正投影，根据看的情况一一判断即可。

3. (2 分) 计算 $a^6 \cdot a^2$ 的结果是 ()

A. a^3

B. a^4

C. a^8

D. a^{12}

【答案】C

【考点】同底数幂的乘法

【解析】【解答】解： $a^6 \cdot a^2 = a^8$

故答案为：C。

【分析】根据同底数幂的乘法，底数不变，指数相加即可得出答案。

4. (2分) 某校九年级“诗歌大会”比赛中，各班代表队得分如下（单位：分）：9，7，8，7，9，7，6，则各代表队得分的中位数是（ ）

A. 9分

B. 8分

C. 7分

D. 6分

【答案】C

【考点】中位数

【解析】【解答】解：将这组数据按从小到大排列为：6 < 7 < 7 < 7 < 8 < 9 < 9，故中位数为：7分，故答案为：C。

【分析】根据中位数的定义，首先将这组数据按从小到大的顺序排列起来，由于这组数据共有7个，故处于最中间位置的数就是第四个，从而得出答案。

5. (2分) 在一个不透明的袋中装有10个只有颜色不同的球，其中5个红球、3个黄球和2个白球。从袋中任意摸出一个球，是白球的概率为（ ）

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{3}{10}$

D. $\frac{1}{5}$

【答案】D

【考点】概率公式

【解析】【解答】解：根据题意：从袋中任意摸出一个球，是白球的概率为 $= \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

故答案为：D。

【分析】一个不透明的袋中装有10个只有颜色不同的球，其中5个红球、3个黄球和2个白球。从袋中任意摸出一个球，共有10种等可能的结果，其中摸出白球的所有等可能结果共有2种，根据概率公式即可得出答案。

6. (2分) 若分式 $\frac{x-2}{x+5}$ 的值为0，则x的值是（ ）

A. 2

B. 0

C. -2

D. -5

【答案】A

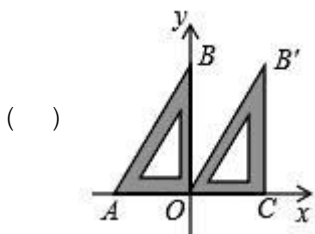
【考点】分式的值为零的条件

【解析】【解答】解：根据题意得： $x-2=0$,且 $x+5\neq 0$,解得 $x=2$.

故答案为：A。

【分析】根据分式的值为0的条件：分子为0且分母不为0，得出混合组，求解得出x的值。

7.(2分)如图，已知一个直角三角板的直角顶点与原点重合，另两个顶点A，B的坐标分别为 $(-1, 0)$ ， $(0, \sqrt{3})$ 。现将该三角板向右平移使点A与点O重合，得到 $\triangle OCB'$ ，则点B的对应点B'的坐标是



A. $(1, 0)$

B. $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

C. $(1, \sqrt{3})$

D. $(-1, \sqrt{3})$

【答案】C

【考点】平移的性质

【解析】【解答】解： $\because A(-1, 0)$ ， $\therefore OA=1$ ， $\because$ 一个直角三角板的直角顶点与原点重合，现将该三角板向右平移使点A与点O重合，得到 $\triangle OCB'$ ， $\therefore$ 平移的距离为1个单位长度， $\therefore$ 则点B的对应点B'的坐标是 $(1, \sqrt{3})$ 。

故答案为：C。

【分析】根据A点的坐标，得出OA的长，根据平移的条件得出平移的距离，根据平移的性质进而得出答案。

8.(2分)学校八年级师生共466人准备参加社会实践活动，现已预备了49座和37座两种客车共10辆，刚好坐满。设49座客车x辆，37座客车y辆，根据题意可列出方程组()

A. $\begin{cases} x+y=10 \\ 49x+37y=466 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=10 \\ 37x+49y=466 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=466 \\ 49x+37y=10 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=466 \\ 37x+49y=10 \end{cases}$

【答案】A

【考点】二元一次方程的实际应用-鸡兔同笼问题

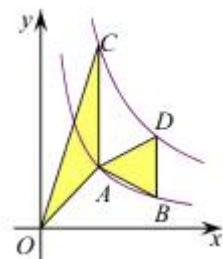
【解析】【解答】解：设49座客车x辆，37座客车y辆，根据题意得： $\begin{cases} x+y=10 \\ 49x+37y=466 \end{cases}$

故答案为：A。

【分析】设49座客车x辆，37座客车y辆，根据49座和37座两种客车共10辆，及10辆车共坐466人，且刚好坐满，即可列出方程组。

9. (2分) 如图, 点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象上, 点 C, D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, $AC \parallel BD \parallel y$ 轴, 已知点 A, B 的横坐标分别为 1, 2, $\triangle OAC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之和为 $\frac{3}{2}$, 则 k 的

值为 ()



- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. $\frac{3}{2}$

【答案】B

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征

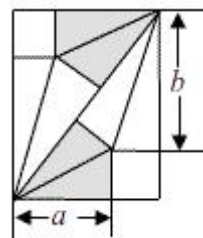
【解析】【解答】解: 把 $x=1$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 得: $y=1$, $\therefore A(1,1)$, 把 $x=2$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 得: $y=\frac{1}{2}$, $\therefore B(2, \frac{1}{2})$, $\because AC \parallel BD \parallel y$ 轴, $\therefore C(1, k), D(2, \frac{k}{2})$, $\therefore AC=k-1, BD=\frac{k}{2}-\frac{1}{2}$, $\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} (k-1) \times 1, S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} (\frac{k}{2}-\frac{1}{2}) \times 1$, 又 $\because \triangle OAC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之和为 $\frac{3}{2}$, $\therefore \frac{1}{2} (k-1) \times 1 + \frac{1}{2} (\frac{k}{2}-\frac{1}{2}) \times 1 = \frac{3}{2}$, 解得: $k=3$;

故答案为 B.

【分析】首先根据 A, B 两点的横坐标, 求出 A, B 两点的坐标, 进而根据 $AC \parallel BD \parallel y$ 轴, 及反比例函数图象上的点的坐标特点得出 C, D 两点的坐标, 从而得出 AC, BD 的长, 根据三角形的面积公式表示出 $S_{\triangle OAC}$, $S_{\triangle ABD}$ 的面积, 再根据 $\triangle OAC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之和为 $\frac{3}{2}$, 列出方程, 求解得出答案.

10. (2分) 我国古代伟大的数学家刘徽将勾股形 (古人称直角三角形为勾股形) 分割成一个正方形和两对全等的直角三角形, 得到一个恒等式. 后人借助这种分割方法所得的图形证明了勾股定理, 如图所示的矩形

形由两个这样的图形拼成, 若 $a=3$, $b=4$, 则该矩形的面积为 ()



- A. 20
- B. 24
- C. $\frac{99}{4}$
- D. $\frac{53}{2}$

【答案】B

【考点】几何图形的面积计算-割补法

【解析】【解答】解：设小正方形的边长为 x ，则矩形的一边长为 $(a+x)$ ，另一边为 $(b+x)$ ，根据题意得：
 $2(ax+x^2+bx) = (a+x)(b+x)$ ，化简得： $ax+x^2+bx-ab=0$ ，又 $\because a=3, b=4, \therefore x^2+7x=12$ ； $\therefore$ 该矩形的
面积为 $= (a+x)(b+x) = (3+x)(4+x) = x^2+7x+12=24$ 。

故答案为：B。

【分析】设小正方形的边长为 x ，则矩形的一边长为 $(a+x)$ ，另一边为 $(b+x)$ ，根据矩形的面积的即等于两个三角形的面积之和，也等于长乘以宽，列出方程，化简再代入 a, b 的值，得出 $x^2+7x=12$ ，再根据矩形的面积公式，整体代入即可。

二、填空题

11. (1分) 分解因式： $a^2-5a=$ _____.

【答案】 $a(a-5)$

【考点】提公因式法因式分解

【解析】【解答】解：原式= $a(a-5)$

故答案为： $a(a-5)$ 。

【分析】利用提公因式法，将各项的公因式 a 提出，将各项剩下的商式写在一起，作为因式。

12. (1分) 已知扇形的弧长为 2π ，圆心角为 60° ，则它的半径为_____.

【答案】6

【考点】扇形面积的计算

【解析】【解答】解：设扇形的半径为 r ，根据题意得： $\frac{60\pi}{180}r = 2\pi$ ，解得： $r=6$

故答案为：6.

【分析】设扇形的半径为 r ，根据扇形的面积公式及扇形的面积列出方程，求解即可。

13. (1分) 一组数据 1, 3, 2, 7, x , 2, 3 的平均数是 3，则该组数据的众数为_____.

【答案】3

【考点】一元一次方程的实际应用-和差倍分问题，众数

【解析】【解答】解： $1+3+2+7+x+2+3=3 \times 7$

解得： $x=3$ ，

这组数据中出现次数最多的是 3，故该组数据的众数为 3.

故答案为：3.

【分析】首先根据这组数据的总和等于各个数据之和，或等于这组数据的平均数乘以这组数据的个数，列出方程，得出 x 的值，再根据众数的概念，这组数据中出现次数最多的是 3，从而得出答案。

14. (1分) 不等式组 $\begin{cases} x-2>0 \textcircled{1} \\ 2x-6>2 \textcircled{2} \end{cases}$ 的解是_____.

【答案】 $x>4$

【考点】解一元一次不等式组

【解析】【解答】解：由 $\textcircled{1}$ 得： $x>2$ ；

由 $\textcircled{2}$ 得： $x>4$ ；

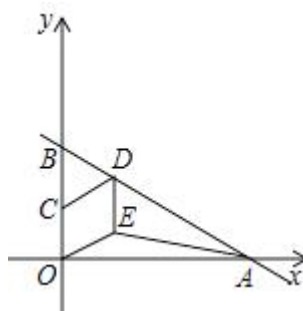
$\therefore$ 此不等式组的解集为 $x>4$ ；

故答案为: $x > 4$;

【分析】分别解出不等式组中的每一个不等式, 然后根据同大取大得出不等式组的解集.

15. (1分) 如图, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 两点, C 是 OB 的中点, D 是 AB 上

一点, 四边形 OEDC 是菱形, 则 $\triangle OAE$ 的面积为_____.



【答案】 $2\sqrt{3}$

【考点】勾股定理, 菱形的判定, 一次函数图像与坐标轴交点问题

【解析】【解答】解: 把 $x=0$ 代入 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4$ 得出 $y=4$, $\therefore B(0, 4)$; $\therefore OB=4$; $\because C$ 是 OB 的中点, $\therefore OC=2$, $\because$ 四边形 $OEDC$ 是菱形, $\therefore DE=OC=2$; $DE \parallel OC$, 把 $y=0$ 代入 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4$ 得出 $x=4\sqrt{3}$, $\therefore A(4\sqrt{3}, 0)$; $\therefore OA=4\sqrt{3}$, 设 $D(x, -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4)$, $\therefore E(x, -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2)$, 延长 DE 交 OA 于点 F , $\therefore EF = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$, $OF=x$, 在 $Rt\triangle OEF$ 中利用勾股定理得: $x^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\right)^2 = 2^2$, 解得: $x_1=0$ (舍), $x_2=\sqrt{3}$; $\therefore EF=1$, $\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot EF = 2\sqrt{3}$.

故答案为: $2\sqrt{3}$

【分析】根据直线与坐标轴交点的坐标特点得出 A, B 两点的坐标, 得出 OB, OA 的长, 根据 C 是 OB 的中点, 从而得出 OC 的长, 根据菱形的性质得出 $DE=OC=2$; $DE \parallel OC$; 设出 D 点的坐标, 进而得出 E 点的坐标, 从而得出 EF, OF 的长, 在 $Rt\triangle OEF$ 中利用勾股定理建立关于 x 的方程, 求解得出 x 的值, 然后根据三角形的面积公式得出答案.

16. (1分) 小明发现相机快门打开过程中, 光圈大小变化如图 1 所示, 于是他绘制了如图 2 所示的图形. 图 2 中留个形状大小都相同的四边形围成一个圆的内接六边形和一个小正六边形, 若 PQ 所在的直线经过点

M, $PB=5\text{cm}$, 小正六边形的面积为 $\frac{49\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$, 则该圆的半径为

无光圈大小开启示意图

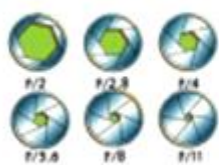


图 1

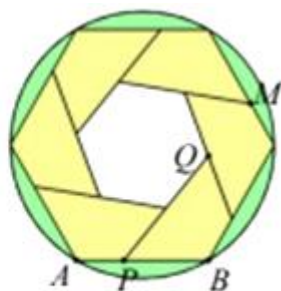


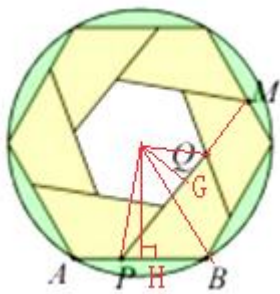
图 2

_____cm.

【答案】 8

【考点】正多边形和圆

【解析】【解答】解：设两个正六边形的中心为 O，连接 OP,OB,过点 O 作 $OG \perp PM$ 于点 G， $OH \perp AB$ 于点 H，如图所示：



很容易证出三角形 PMN 是一个等边三角形，边长 $PM=7\sqrt{3}$ ，而且面积等于小正六边形的面积的 $\frac{3}{2}$ ，故三角形 PMN 的面积为 $\frac{147\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ ， $\because OG \perp PM$ ，且 O 是正六边形的中心， $\therefore PG=\frac{1}{2}PM=\frac{7\sqrt{3}}{2} \therefore OG=\frac{7}{2}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OPG$ 中，根据勾股定理得： $OP^2=OG^2+PG^2$ ，即 $\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2 = OP^2 \therefore OP=7\text{cm}$ ，设 OB 为 x， $\because$

$OH \perp AB$ ，且 O 是正六边形的中心， $\therefore BH=\frac{1}{2}x, OH=\frac{\sqrt{3}x}{2}$ ， $\therefore PH=5-\frac{1}{2}x$ ，在 $\text{Rt}\triangle PHO$ 中，根据勾股定理

得 $OP^2=PH^2+OH^2$ ，即 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(5-\frac{1}{2}x\right)^2 = 7^2$ ；解得： $x_1=8, x_2=-3$ （舍）

故该圆的半径为 8cm。

故答案为：8。

【分析】设两个正六边形的中心为 O，连接 OP,OB,过点 O 作 $OG \perp PM$ 于点 G， $OH \perp AB$ 于点 H，如图所示：

很容易证出三角形 PMN 是一个等边三角形，边长 PM 的长，，而且面积等于小正六边形的面积的 $\frac{3}{2}$ ，故三角形 PMN 的面积很容易被求出，根据正六边形的性质及等腰三角形的三线合一可以得出 PG 的长，进而得出 OG 的长，，在 $\text{Rt}\triangle OPG$ 中，根据勾股定理得 OP 的长，设 OB 为 x，，根据正六边形的性质及等腰三角形的三线合一可以得出 BH，OH 的长，进而得出 PH 的长，在 $\text{Rt}\triangle PHO$ 中，根据勾股定理得关于 x 的方程，求解得出 x 的值，从而得出答案。

三、解答题

17. (10 分)

(1) 计算： $(-2)^2 - \sqrt{27} + (\sqrt{2} - 1)^0$

(2) 化简： $(m+2)^2 + 4(2-m)$

【答案】(1) $(-2)^2 - \sqrt{27} + (\sqrt{2} - 1)^0 = 4 - 3\sqrt{3} + 1 = 5 - 3\sqrt{3}$

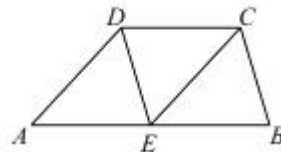
(2) $(m+2)^2 + 4(2-m) = m^2 + 4m + 4 + 8 - 4m = m^2 + 12$

【考点】实数的运算，整式的混合运算

【解析】【分析】(1) 根据乘方，算术平方根，0 指数的意义，分别化简，再按实数的加减运算算出结果即可；

(2) 根据完全平方公式及单项式乘以多项式的法则，去括号，然后合并同类项得出答案。

18. (10 分) 如图，在四边形 ABCD 中，E 是 AB 的中点， $AD \parallel EC$ ， $\angle AED = \angle B$.



(1) 求证： $\triangle AED \cong \triangle EBC$.

(2) 当 $AB=6$ 时，求 CD 的长.

【答案】(1) 证明： $\because AD \parallel EC$

$$\therefore \angle A = \angle BEC$$

$\because E$ 是 AB 中点，

$$\therefore AE = BE$$

$$\because \angle AED = \angle B$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle EBC$$

(2) 解： $\because \triangle AED \cong \triangle EBC$

$$\therefore AD = EC$$

$$\because AD \parallel EC$$

$\therefore$ 四边形 AECD 是平行四边形

$$\therefore CD = AE$$

$$\because AB = 6$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = 3$$

【考点】全等三角形的判定与性质，平行四边形的判定与性质

【解析】【分析】(1) 根据二直线平行同位角相等得出 $\angle A = \angle BEC$ ，根据中点的定义得出 $AE = BE$ ，然后由 ASA 判断出 $\triangle AED \cong \triangle EBC$ ；

(2) 根据全等三角形对应边相等得出 $AD = EC$ ，然后根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形得出四边形 AECD 是平行四边形，根据平行四边形的对边相等得出答案。

19. (10 分) 现有甲、乙、丙等多家食品公司在某市开设蛋糕店，该市蛋糕店数量的扇形统计图如图所示，其中统计图中没有标注相应公司数量的百分比。已知乙公司经营 150 家蛋糕店，请根据该统计图回答下列

某市蛋糕店数量的扇形统计图

问题：



(1) 求甲公司经营的蛋糕店数量和该市蛋糕店的总数.

(2) 甲公司为了扩大市场占有率，决定在该市增设蛋糕店数量达到全市的 20%，求甲公司需要增设的蛋糕店数量.

【答案】 (1) 解： $150 \times \frac{360}{90} = 600$ (家)

$600 \times \frac{60}{360} = 100$ (家)

答：甲蛋糕店数量为 100 家，该市蛋糕店总数为 600 家。

(2) 解：设甲公司增设 x 家蛋糕店，由题意得 $20\% (600+x) = 100+x$

解得 $x=25$ (家)

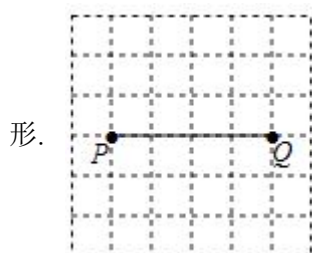
答：甲公司需要增设 25 家蛋糕店。

【考点】扇形统计图，一元一次方程的实际应用-和差倍分问题

【解析】 【分析】 (1) 用乙公司经营的蛋糕店的数量乘以其所占的百分比即可得出该市蛋糕店的总数；用该市蛋糕店的总数乘以甲蛋糕店所占的百分比即可得出甲公司经营的蛋糕店数量；

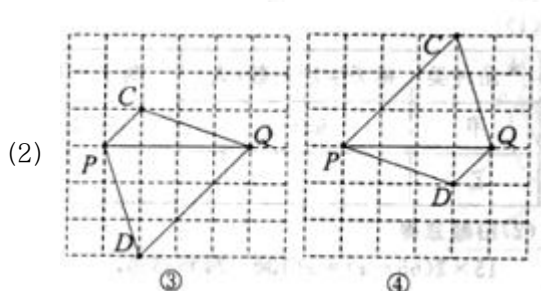
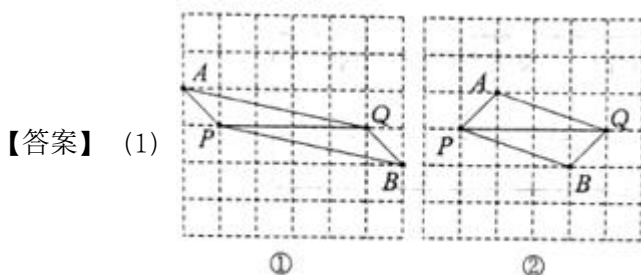
(2) 设甲公司增设 x 家蛋糕店，则全市共有蛋糕店 $(x+600)$ 家，甲公司经营的蛋糕店为 $20\% (600+x)$ 家或 $(100+x)$ 家，从而列出方程，求解即可。

20. (10 分) 如图，P，Q 是方格纸中的两格点，请按要求画出以 PQ 为对角线的格点四边



(1) 在图 1 中画出一个面积最小的 $\square PAQB$.

(2) 在图 2 中画出一个四边形 PCQD，使其是轴对称图形而不是中心对称图形，且另一条对角线 CD 由线段 PQ 以某一格点为旋转中心旋转得到. 注：图 1，图 2 在答题纸上.



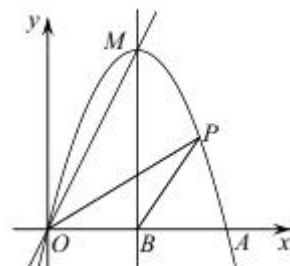
【考点】等腰梯形的判定，几何图形的面积计算-割补法

【解析】 【分析】 (1) 此题是开放性的命题，利用方格纸的特点及几何图形的面积计算方法割补法，把四边形 PAQB 的面积转化为三角形 APQ 与三角形 PBQ 两个三角形的面积之和，而每个三角形都选择 PQ 为底，

根据底一定，要使面积最小，则满足高最小，且同时满足顶点在格点上即可；

(2) 根据题意，画出的四边形是轴对称图形，不是中心对称图形，且另一条对角线 CD 由线段 PQ 以某一格点为旋转中心旋转得到。故可知此四边形是等腰梯形，根据方格纸的特点，作出满足条件的图形即可。

21. (10 分) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 交 x 轴正半轴于点 A，直线 $y = 2x$ 经过抛物线的顶点 M。已知该抛物线的对称轴为直线 $x = 2$ ，交 x 轴于点 B。



(1) 求 a, b 的值。

(2) P 是第一象限内抛物线上的一点，且在对称轴的右侧，连接 OP, BP 。设点 P 的横坐标为 m ， $\triangle OBP$ 的面积为 S ，记 $K = \frac{S}{m}$ 。求 K 关于 m 的函数表达式及 K 的范围。

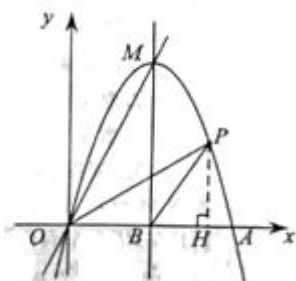
【答案】 (1) 解：将 $x=2$ 代入 $y=2x$ 得 $y=4$

$\therefore M(2, 4)$

由题意得
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b = 4 \end{cases}$$

$\therefore \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$

(2) 解：如图，过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H



$\therefore$ 点 P 的横坐标为 m ，抛物线的函数表达式为 $y = -x^2 + 4x$

$\therefore PH = -m^2 + 4m$

$\therefore B(2, 0)$,

$\therefore OB = 2$

$\therefore S = \frac{1}{2} OB \cdot PH = \frac{1}{2} \times 2 \times (-m^2 + 4m) = -m^2 + 4m$

$\therefore K = \frac{S}{m} = -m + 4$

由题意得 $A(4, 0)$

$\therefore M(2, 4)$

$\therefore 2 < m < 4$

$\therefore K$ 随着 m 的增大而减小，

$\therefore 0 < K < 2$

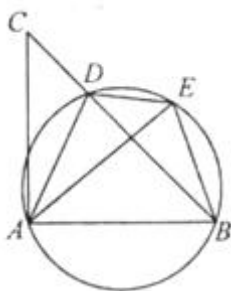
【考点】 待定系数法求二次函数解析式, 二次函数与一次函数的综合应用, 二次函数图象上点的坐标特征

【解析】 【分析】 (1) ;将 $x=2$ 代入直线 $y=2x$ 得出对应的函数值, 从而得出 M 点的坐标, 将 M 点的坐标代入抛物线 $y=ax^2+bx$, 再根据抛物线的对称轴为直线 $x=2$, 得出关于 a,b 的二元一次方程组, 求解得出 a,b 的值,

(2) 如图, 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H, 根据 P 点的横坐标及点 P 在抛物线上从而得出 PH 的值, 根据 B 点的坐标得出 OB 的长, 从而根据三角形的面积公式得出 $S = -m^2 + 4m$, 再根据 $k = \frac{S}{m}$, 得出 $k = -m + 4$, 由题意得 A (4, 0), M (2, 4), 根据 P 是第一象限内抛物线上的一点, 且在对称轴的右侧, 从而得出 $2 < m < 4$, 根据一次函数的性质知 K 随着 m 的增大而减小, 从而得出答案 $0 < K < 2$ 。

22. (10 分) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上一点, 连接 AD, 作 $\triangle ABD$ 的外接圆, 将 $\triangle ADC$ 沿直线 AD 折叠,

点 C 的对应点 E 落在上.



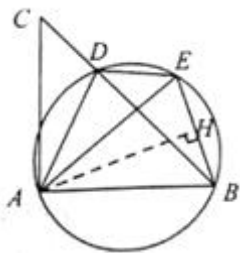
(1) 求证: $AE=AB$.

(2) 若 $\angle CAB=90^\circ$, $\cos \angle ADB=\frac{1}{3}$, $BE=2$, 求 BC 的长.

【答案】 (1) 解：由题意得 $\triangle ADE \cong \triangle ADC$,

$$\therefore \angle AED = \angle ACD, \quad AE = AC$$
$$\therefore \angle ABD = \angle AED,$$
$$\therefore \angle ABD = \angle ACD$$
$$\therefore AB=AC$$
$$\therefore AE=AB$$

(2) 解：如图，过点 A 作 $AH \perp BE$ 于点 H


$$\therefore AB=AE, \quad BE=2$$
$$\therefore BH = EH = 1$$
$$\therefore \angle ABE = \angle AEB = \angle ADB, \quad \cos \angle ADB = \frac{1}{3}$$
$$\therefore \cos \angle ABE = \cos \angle ADB = \frac{1}{3}$$
$$\therefore \frac{BH}{AB} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore AC=AB=3$$

$$\because \angle BAC=90^\circ, AC=AB$$

$$\therefore BC=3\sqrt{2}$$

【考点】全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质，勾股定理，翻折变换（折叠问题），锐角三角函数的定义

【解析】【分析】（1）由翻折的性质得出 $\triangle ADE \cong \triangle ADC$ ，根据全等三角形对应角相等，对应边相等得出 $\angle AED = \angle ACD$ ， $AE = AC$ ，根据同弧所对的圆周角相等得出 $\angle ABD = \angle AED$ ，根据等量代换得出 $\angle ABD = \angle ACD$ ，根据等角对等边得出 $AB = AC$ ，从而得出结论；

（2）如图，过点 A 作 $AH \perp BE$ 于点 H，根据等腰三角形的三线合一得出 $BH = EH = 1$ ，根据等腰三角形的性质及圆周角定理得出 $\angle ABE = \angle AEB = \angle ADB$ ，根据等角的同名三角函数值相等及余弦函数的定义得出 $BH : AB = 1 : 3$ ，从而得出 $AC = AB = 3$ ，在 Rt 三角形 ABC 中，利用勾股定理得出 BC 的长。

23. (15 分) 温州某企业安排 65 名工人生产甲、乙两种产品，每人每天生产 2 件甲或 1 件乙，甲产品每件可获利 15 元. 根据市场需求和生产经验，乙产品每天产量不少于 5 件，当每天生产 5 件时，每件可获利 120 元，每增加 1 件，当天平均每件获利减少 2 元. 设每天安排 x 人生产乙产品.

(1) 根据信息填表

产品种类	每天工人数 (人)	每天产量 (件)	每件产品可获利润 (元)
甲			15
乙	x	x	

(2) 若每天生产甲产品可获得的利润比生产乙产品可获得的利润多 550 元，求每件乙产品可获得的利润.

(3) 该企业在不增加工人的情况下，增加生产丙产品，要求每天甲、丙两种产品的产量相等. 已知每人每天可生产 1 件丙 (每人每天只能生产一件产品)，丙产品每件可获利 30 元，求每天生产三种产品可获得的总利润 W (元) 的最大值及相应的 x 值.

【答案】 (1)

产品种类	每天工人数 (人)	每天产量 (件)	每件产品可获利润 (元)
甲	$65-x$	$2(65-x)$	15
乙	x	x	$130-2x$

(2) 解：由题意得 $15 \times 2(65-x) = x(130-2x) + 550$

$$\therefore x^2 - 80x + 700 = 0$$

解得 $x_1 = 10$, $x_2 = 70$ (不合题意，舍去)

$$\therefore 130 - 2x = 110 \text{ (元)}$$

答：每件乙产品可获得的利润是 110 元.

(3) 解：设生产甲产品 m 人

$$W = x(130-2x) + 15 \times 2m + 30(65-x-m) = -2x^2 + 100x + 1950 = -2(x-25)^2 + 3200$$

$$\therefore 2m = 65 - x - m$$

$$\therefore m = \frac{65-x}{3}$$

$\therefore x, m$ 都是非负整数

$\therefore$ 取 $x=26$ 时, 此时 $m=13$, $65-x-m=26$,

即当 $x=26$ 时, $W_{\text{最大值}}=3198$ (元)

答: 安排 26 人生产乙产品时, 可获得的最大总利润为 3198 元。

【考点】 二次函数的最值, 二次函数的应用, 一元二次方程的实际应用-销售问题

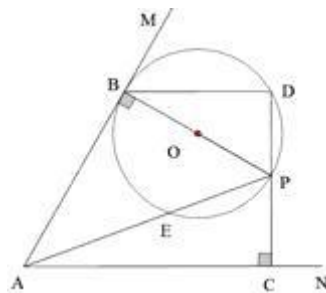
【解析】 **【分析】** (1) 设每天安排 x 人生产乙产品, 则每天安排 $(65-x)$ 人生产甲产品, 每天可生产甲产品 $2(65-x)$ 件, 每件乙产品可获利 $(130-2x)$ 元;

(2) 每天生产甲产品可获得的利润为: $15 \times 2(65-x)$ 元, 每天生产乙产品可获得的利润 $x(130-2x)$ 元, 根据若每天生产甲产品可获得的利润比生产乙产品可获得的利润多 550 元, 列出方程, 求解并检验即可得出答案;

(3) 设生产甲产品 m 人, 每天生产乙产品可获得的利润 $x(130-2x)$ 元, 每天生产甲产品可获得的利润为: $15 \times 2m$ 元, 每天生产丙产品可获得的利润为: $30(65-x-m)$ 元, 每天生产三种产品可获得的总利润 W = 每天生产甲产品可获得的利润 + 每天生产乙产品可获得的利润 + 每天生产丙产品可获得的利润, 即可列出 w 与 x 之间的函数关系式, 并配成顶点式, 然后由每天甲、丙两种产品的产量相等得出 $2m=65-x-m$, 从而得出用含 x 的式子表示 m , 再根据 x, m 都是非负整数得出取 $x=26$ 时, 此时 $m=13$, $65-x-m=26$, 从而得出答案。

24. (15 分) 如图, 已知 P 为锐角 $\angle MAN$ 内部一点, 过点 P 作 $PB \perp AM$ 于点 B , $PC \perp AN$ 于点 C , 以 PB 为

直径作 $\odot O$, 交直线 CP 于点 D , 连接 AP , BD , AP 交 $\odot O$ 于点 E .



(1) 求证: $\angle BPD = \angle BAC$.

(2) 连接 EB , ED , 当 $\tan \angle MAN = 2$, $AB = 2\sqrt{5}$ 时, 在点 P 的整个运动过程中. ①若 $\angle BDE = 45^\circ$, 求 PD 的长.

②若 $\triangle BED$ 为等腰三角形, 求所有满足条件的 BD 的长.

(3) 连接 OC , EC , OC 交 AP 于点 F , 当 $\tan \angle MAN = 1$, $OC \parallel BE$ 时, 记 $\triangle OFP$ 的面积为 S_1 , $\triangle CFE$ 的面积为 S_2 , 请写出 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

【答案】 (1) 解: $\because PB \perp AM$, $PC \perp AN$

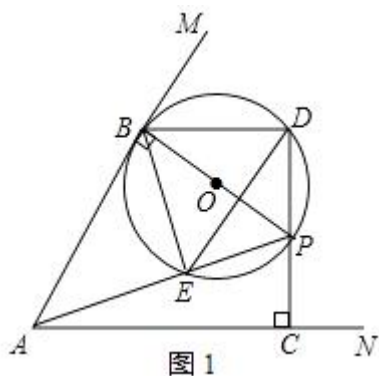
$$\therefore \angle ABP = \angle ACP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BPD + \angle BPC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BPD = \angle BAC$$

(2) 解: ①如图 1,



$$\because \angle APB = \angle BDE = 45^\circ, \quad \angle ABP = 90^\circ,$$

$$\therefore BP = AB = 2\sqrt{5}$$

$$\because \angle BPD = \angle BAC$$

$$\therefore \tan \angle BPD = \tan \angle BAC$$

$$\therefore \frac{BD}{DP} = 2$$

$$\therefore BP = \sqrt{5} PD$$

$$\therefore PD = 2$$

$$\therefore \angle BPD = \angle BPE = \angle BAC$$

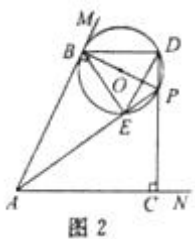
$$\therefore \tan \angle BPE = 2$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore BP = \sqrt{5}$$

$$\therefore BD = 2$$

II 如图 2, 当 $BE = DE$ 时, $\angle EBD = \angle EDB$



$$\because \angle APB = \angle BDE, \quad \angle DBE = \angle APC$$

$$\therefore \angle APB = \angle APC$$

$$\therefore AC = AB = 2\sqrt{5}$$

过点 B 作 $BG \perp AC$ 于点 G, 得四边形 BGCD 是矩形

得 $OH=a$, $CH=a+2b$, $AC=4a+2b$, 由 $OC \parallel BE$ 得 $\angle OCH = \angle PAC$, 根据平行线分线段成比例定理得出 $OH \cdot AC = CH \cdot PC$, 从而列出方程, 求解得出 $a=b$, 进而表示出 CF, OF , 故可得出答案。