

浙江省杭州市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题

1. $|-3| = (\quad)$

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

【答案】A

【考点】绝对值及有理数的绝对值

【解析】【解答】解： $|-3|=3$ 【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数，即可求解。

2. 数据 1800000 用科学计数法表示为 ()

A. 1.8^6

B. 1.8×10^6

C. 18×10^5

D. 18×10^6

【答案】B

【考点】科学记数法—表示绝对值较大的数

【解析】【解答】解： $1800000=1.8 \times 10^6$

【分析】根据科学计数法的表示形式为： $a \times 10^n$ 。其中 $1 \leq |a| < 10$ ，此题是绝对值较大的数，因此 $n = \text{整数数位} - 1$ ，即可求解。

3. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2^2} = 2$

B. $\sqrt{2^2} = \pm 2$

C. $\sqrt{4^2} = 2$

D. $\sqrt{4^2} = \pm 2$

【答案】A

【考点】二次根式的性质与化简

【解析】【解答】解：AB、 $\because \sqrt{2^2} = 2$ ，因此 A 符合题意；B 不符合题意；CD、 $\because \sqrt{4^2} = 4$ ，因此 C、D 不符合题意；

故答案为：A

【分析】根据二次根式的性质，对各选项逐一判断即可。

4. 测试五位学生“一分钟跳绳”成绩，得到五个各不相同的数据，统计时，出现了一处错误：将最高成绩写得更高了。计算结果不受影响的是 ()

A. 方差

B. 标准差

C. 中位数

D. 平均数

【答案】C

【考点】中位数

【解析】【解答】解： $\because$ 五个各不相同的数据，统计时，出现了一处错误：将最高成绩写得更高了 $\therefore$ 中位数不会受影响

故答案为：C

【分析】抓住题中关键的已知条件：五个各不相同的数据，统计时，出现了一处错误：将最高成绩写得更高了，可知最高成绩提高，中位数不会变化。

5. 若线段 AM，AN 分别是 $\triangle ABC$ 边上的高线和中线，则 ()

A. $AM > AN$

B. $AM \geq AN$

C. $AM < AN$

D. $AM \leq AN$

【答案】D

【考点】垂线段最短

【解析】【解答】解：∵线段 AM，AN 分别是△ABC 边上的高线和中线，当 BC 边上的中线和高重合时，则 AM=AN

当 BC 边上的中线和高不重合时，则 AM < AN

∴AM ≤ AN

故答案为：D

【分析】根据垂线段最短，可得出答案。

6.某次知识竞赛共有 20 道题，规定：每答对一题得+5 分，每答错一题得-2 分，不答的题得 0 分。已知圆圆这次竞赛得了 60 分，设圆圆答对了 x 道题，答错了 y 道题，则（ ）

A. $x - y = 20$

B. $x + y = 20$

C. $5x - 2y = 60$

D. $5x + 2y = 60$

【答案】C

【考点】二元一次方程的实际应用-鸡兔同笼问题

【解析】【解答】根据题意得：5x-2y+0 (20-x-y) =60,即 5x-2y=60 故答案为：C

【分析】根据圆圆这次竞赛得分为 60 分，建立方程即可。

7.一个两位数，它的十位数字是 3，个位数字是抛掷一枚质地均匀的骰子（六个面分别有数字 1—6）朝上一面的数字。任意抛掷这枚骰子一次，得到的两位数是 3 的倍数的概率等于（ ）

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

【答案】B

【考点】概率公式，复合事件概率的计算

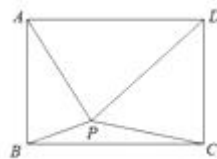
【解析】【解答】解：根据题意可知，这个两位数可能是：31、32、33、34、35、36，，一共有 6 种可能得到的两位数是 3 的倍数的有：33、36 两种可能

$$\therefore P(\text{两位数是 3 的倍数}) = \frac{1}{3}$$

【分析】利用列举法求出所有可能的结果数及得到的两位数是 3 的倍数的可能数，利用概率公式求解即可。

8.如图，已知点 P 矩形 ABCD 内一点（不含边界），设 $\angle PAD = \theta_1$ ， $\angle PBA = \theta_2$ ， $\angle PCB = \theta_3$ ，

$\angle PDC = \theta_4$ ，若 $\angle APB = 80^\circ$ ， $\angle CPD = 50^\circ$ ，则（ ）



A. $(\theta_1 + \theta_4)(\theta_2 + \theta_3) = 30^\circ$

B. $(\theta_2 + \theta_4)(\theta_1 + \theta_3) = 40^\circ$

C. $(\theta_1 + \theta_2)(\theta_3 + \theta_4) = 70^\circ$

D. $(\theta_1 + \theta_2) + (\theta_3 + \theta_4) = 180^\circ$

【答案】A

【考点】三角形内角和定理，矩形的性质

【解析】【解答】解：∵矩形 ABCD ∴ $\angle PAB + \angle PAD = 90^\circ$ 即 $\angle PAB = 90^\circ - \angle PAD$

$$\therefore \angle PAB = 80^\circ$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore 90^\circ - \angle PAD + \angle PBA = 100^\circ \text{ 即 } \angle PBA - \angle PAD = 10^\circ \text{ ①}$$

同理可得: $\angle PDC - \angle PCB = 180^\circ - 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ$ ②

由②-①得: $\angle PDC - \angle PCB - (\angle PBA - \angle PAB) = 30^\circ$

$$\therefore (\theta_1 + \theta_4)(\theta_2 + \theta_3) = 30^\circ$$

故答案为: A

【分析】根据矩形的性质, 可得出 $\angle PAB = 90^\circ - \angle PAB$, 再根据三角形内角和定理可得出 $\angle PAB + \angle PBA = 100^\circ$, 从而可得出 $\angle PBA - \angle PAB = 10^\circ$ ①; 同理可证得 $\angle PDC - \angle PCB = 40^\circ$ ②, 再将②-①, 可得出答案。

9. 四位同学在研究函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数) 时, 甲发现当 $x = 1$ 时, 函数有最小值; 乙发现 -1 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根; 丙发现函数的最小值为 3; 丁发现当 $x = 2$ 时, $y = 4$. 已知这四位同学中只有一位发现的结论是错误的, 则该同学是 ()

A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

【答案】B

【考点】二次函数图象与系数的关系, 二次函数的最值

【解析】【解答】解: 根据题意得: 抛物线的顶点坐标为: (1, 3) 且图像经过 (2, 4) 设抛物线的解析式为: $y = a(x-1)^2 + 3$

$$\therefore a + 3 = 4$$

解之: $a = 1$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = (x-1)^2 + 3 = x^2 - 2x + 4$$

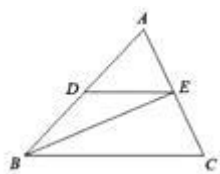
当 $x = -1$ 时, $y = 7$,

$\therefore$ 乙说法错误

故答案为: B

【分析】根据甲和丙的说法, 可知抛物线的顶点坐标, 再根据丁的说法, 可知抛物线经过点 (2, 4), 因此设函数解析式为顶点式, 就可求出函数解析式, 再对乙的说法作出判断, 即可得出答案。

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AB 边上, $DE \parallel BC$, 与边 AC 交于点 E, 连结 BE, 记 $\triangle ADE$, $\triangle BCE$ 的面积分别为 S_1 , S_2 , ()



A. 若 $2AD > AB$, 则 $3S_1 > 2S_2$

B. 若 $2AD > AB$, 则 $3S_1 < 2S_2$

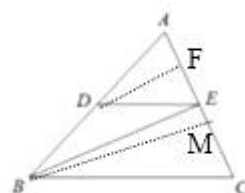
C. 若 $2AD < AB$, 则 $3S_1 > 2S_2$

D. 若 $2AD < AB$, 则 $3S_1 < 2S_2$

【答案】D

【考点】三角形的面积, 平行线分线段成比例

【解析】【解答】解: 如图, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F, 过点 B 作 $BM \perp AC$ 于点 M



$$\therefore DF \parallel BM, \text{ 设 } DF = h_1, \quad BM = h_2$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\therefore DE \parallel BC$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \text{若 } 2AD < AB$$

$$\therefore \text{设 } \frac{AD}{AB} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{AE}{AC} = k < 0.5 \quad (0 < k < 0.5)$$

$$\therefore AE = AC \cdot k, \quad CE = AC - AE = AC(1-k), \quad h_1 = h_2 k$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} AE \cdot h_1 = \frac{1}{2} AC \cdot k \cdot h_1, \quad S_2 = \frac{1}{2} CE \cdot h_2 = \frac{1}{2} AC(1-k) h_2$$

$$\therefore 3S_1 = \frac{3}{2} k^2 ACh_2, \quad 2S_2 = (1-k) \cdot ACh_2$$

$$\therefore 0 < k < 0.5$$

$$\therefore \frac{3}{2} k^2 < (1-k)$$

$$\therefore 3S_1 < 2S_2$$

故答案为：D

【分析】过点D作 $DF \perp AC$ 于点F, 过点B作 $BM \perp AC$ 于点M, 可得出 $DF \parallel BM$, 设 $DF=h_1$, $BM=h_2$, 再根据 $DE \parallel BC$, 可证得 $\frac{AD}{AB} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{AE}{AC}$, 若 $2AD < AB$, 设 $\frac{AD}{AB} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{AE}{AC} = k < 0.5$ ($0 < k < 0.5$), 再分别求出 $3S_1$ 和 $2S_2$, 根据k的取值范围, 即可得出答案。

二、填空题

11. 计算: $a-3a=$ _____。

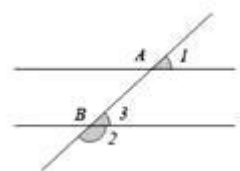
【答案】 $-2a$

【考点】合并同类项法则及应用

【解析】【解答】解: $a-3a=-2a$ 故答案为: $-2a$

【分析】利用合并同类项的法则计算即可。

12. 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a, b 分别交于A, B, 若 $\angle 1=45^\circ$, 则 $\angle 2=$ _____。



【答案】 135°

【考点】对顶角、邻补角, 平行线的性质

【解析】【解答】解: $\because a \parallel b \therefore \angle 1 = \angle 3 = 45^\circ$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

故答案为: 135°

【分析】根据平行线的性质，可求出 $\angle 3$ 的度数，再根据邻补角的定义，得出 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，从而可求出结果。

13. 因式分解： $(a-b)^2 - (b-a) = \underline{\hspace{2cm}}$

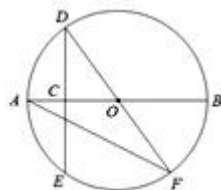
【答案】 $(b-a)(b-a-1)$

【考点】提公因式法因式分解

【解析】【解答】解：原式 $= (b-a) (b-a) - (b-a) = (b-a) (b-a-1)$ 【分析】观察此多项式的特点，有公因式 $(b-a)$ ，因此提取公因式，即可求解。

14. 如图，AB是 $\odot O$ 的直径，点C是半径OA的中点，过点C作 $DE \perp AB$ ，交 $\odot O$ 于点D，E两点，过点D

作直径DF，连结AF，则 $\angle DEA = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【答案】 30°

【考点】垂径定理，圆周角定理

【解析】【解答】解： $\because DE \perp AB \therefore \angle DCO = 90^\circ$

$\because$ 点C是半径OA的中点

$$\therefore OC = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}OD$$

$$\therefore \angle CDO = 30^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ$$

$$\therefore \text{弧AD} = \text{弧AD}$$

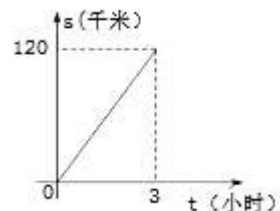
$$\therefore \angle DEA = \frac{1}{2} \angle AOD = 30^\circ$$

故答案为： 30°

【分析】根据垂直的定义可证得 $\triangle COD$ 是直角三角形，再根据中点的定义及特殊角的三角函数值，可求出 $\angle AOD$ 的度数，然后根据同弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半，可求出结果。

15. 某日上午，甲、乙两车先后从A地出发沿一条公路匀速前往B地，甲车8点出发，如图是其行驶路程s（千米）随行驶时间t（小时）变化的图象。乙车9点出发，若要在10点至11点之间（含10点和11

点）追上甲车，则乙车的速度v（单位：千米/小时）的范围是_____。



【答案】 $60 \leq v \leq 80$

【考点】一次函数的图象，一次函数的实际应用，一次函数的性质

【解析】【解答】解：根据题意得：甲车的速度为 $120 \div 3 = 40$ 千米/小时 $2 \leq t \leq 3$

若10点追上，则 $v = 2 \times 40 = 80$ 千米/小时

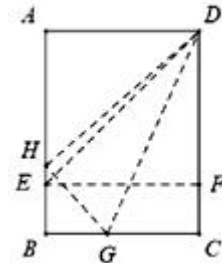
若11点追上，则 $2v = 120$ ，即 $v = 60$ 千米/小时

$$\therefore 60 \leq v \leq 80$$

故答案为： $60 \leq v \leq 80$

【分析】根据函数图像可得出甲车的速度，再根据乙车 9 点出发，若要在 10 点至 11 点之间（含 10 点和 11 点）追上甲车，可得出 t 的取值范围，从而可求出 v 的取值范围。

16. 折叠矩形纸片 $ABCD$ 时，发现可以进行如下操作：①把 $\triangle ADE$ 翻折，点 A 落在 DC 边上的点 F 处，折痕为 DE ，点 E 在 AB 边上；②把纸片展开并铺平；③把 $\triangle CDG$ 翻折，点 C 落在直线 AE 上的点 H 处，折痕为 DG ，点 G 在 BC 边上，若 $AB=AD+2$ ， $EH=1$ ，则 $AD=$ _____。



【答案】 $3+2\sqrt{3}$ 或 3

【考点】勾股定理，矩形的性质，正方形的性质，翻折变换（折叠问题）

【解析】 【解答】 $\because$ 当点 H 在线段 AE 上时把 $\triangle ADE$ 翻折，点 A 落在 DC 边上的点 F 处，折痕为 DE ，点 E 在 AB 边上

$\therefore$ 四边形 $ADFE$ 是正方形

$$\therefore AD=AE$$

$$\therefore AH=AE-EH=AD-1$$

$\therefore$ 把 $\triangle CDG$ 翻折，点 C 落在直线 AE 上的点 H 处，折痕为 DG ，点 G 在 BC 边上

$$\therefore DC=DH=AB=AD+2$$

在 $Rt\triangle ADH$ 中， $AD^2+AH^2=DH^2$

$$\therefore AD^2+(AD-1)^2=(AD+2)^2$$

解之： $AD=3+2\sqrt{3}$ ， $AD=3-2\sqrt{3}$ （舍去）

$$\therefore AD=3+2\sqrt{3}$$

当点 H 在线段 BE 上时

$$\text{则 } AH=AE-EH=AD+1$$

在 $Rt\triangle ADH$ 中， $AD^2+AH^2=DH^2$

$$\therefore AD^2+(AD+1)^2=(AD+2)^2$$

解之： $AD=3$ ， $AD=-1$ （舍去）

故答案为： $3+2\sqrt{3}$ 或 3

【分析】分两种情况：当点 H 在线段 AE 上；当点 H 在线段 BE 上。根据①的折叠，可得出四边形 $ADFE$ 是正方形，根据正方形的性质可得出 $AD=AE$ ，从而可得出 $AH=AD-1$ （或 $AH=AD+1$ ），再根据②的折叠可得出 $DH=AD+2$ ，然后根据勾股定理求出 AD 的长。

三、简答题

17.已知一艘轮船上装有 100 吨货物，轮船到达目的地后开始卸货，设平均卸货速度为 v （单位：吨/小时），卸完这批货物所需的时间为 t （单位：小时）。

- (1) 求 v 关于 t 的函数表达式
- (2) 若要求不超过 5 小时卸完船上的这批货物，那么平均每小时至少要卸货多少吨？

【答案】 (1) 有题意可得： $100=vt$ ， 则 $v=\frac{100}{t}$

(2) $\because$ 不超过 5 小时卸完船上的这批货物， $\therefore t\leq 5$,

则 $v\geq \frac{100}{5}=20$

答：平均每小时至少要卸货 20 吨。

【考点】一元一次不等式的应用，反比例函数的性质，根据实际问题列反比例函数关系式

【解析】 【分析】 (1) 根据已知易求出函数解析式。

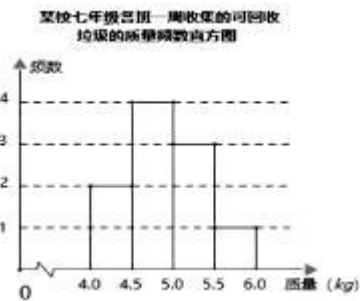
(2) 根据要求不超过 5 小时卸完船上的这批货物，可得出 t 的取值范围，再求出 $t=5$ 时的函数值，就可得出答案。

18.某校积极参与垃圾分类活动，以班级为单位收集可回收的垃圾，下面是七年级各班一周收集的可回收垃圾

某年七年级各班一周收集的
可回收垃圾的质量的频数表

组别 (kg)	频数
4.0~4.5	2
4.5~5.0	a
5.0~5.5	3
5.5~6.0	1

的质量频数和频数直方图（每组含前一个边界值，不含后一个边界值）。



- (1) 求 a 的值。
- (2) 已知收集的可回收垃圾以 0.8 元/kg 被回收，该年级这周收集的可回收垃圾被回收后所得的金额能否达到 50 元。

【答案】 (1) 观察频数分布直方图可得出 $a=4$

(2) 设收集的可回收垃圾总质量为 W ，总金额为 Q ： $\because$ 每组含前一个边界值，不含后一个边界

$W < 2\times 4.5+4\times 5+3\times 5.5+1\times 6=51.5\text{kg}$

$Q < 51.5\times 0.8=41.2$ 元

$\therefore 41.2 < 50$

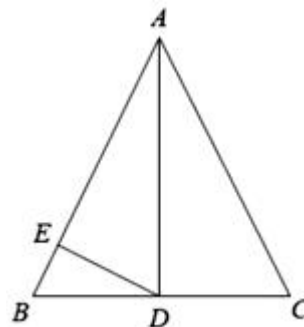
$\therefore$ 该年级这周的可回收垃圾被回收后所得金额不能达到 50 元。

【考点】频数（率）分布表，频数（率）分布直方图

【解析】 【分析】 (1) 观察频数分布直方图，可得出 a 的值。

(2) 设收集的可回收垃圾总质量为 W ，总金额为 Q ，根据每组含前一个边界值，不含后一个边界，求出 w 和 Q 的取值范围，比较大小，即可求解。

19.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， AD 为 BC 边上的中线 $DE \perp AB$ 于点 E 。



(1) 求证： $\triangle BDE \sim \triangle CAD$ 。

(2) 若 $AB=13$ ， $BC=10$ ，求线段 DE 的长

【答案】 (1) 证明： $\because AB=AC$ ， $\therefore \angle ABC=\angle ACB$ ， $\triangle ABC$ 为等腰三角形

$\because AD$ 是 BC 边上中线

$\therefore BD=CD$ ， $AD \perp BC$

又 $\because DE \perp AB$

$\therefore \angle DEB=\angle ADC$

又 $\because \angle ABC=\angle ACB$

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CAD$

(2) $\because AB=13$ ， $BC=10$ $BD=CD=\frac{1}{2}BC=5$ ， $AD^2+BD^2=AB^2$

$AD=12$

$\because \triangle BDE \sim \triangle CAD$

$\therefore \frac{BD}{CA} = \frac{DE}{AD}$ ， 即 $\frac{5}{13} = \frac{DE}{12}$

$\therefore DE = \frac{60}{13}$

【考点】 等腰三角形的性质， 勾股定理， 相似三角形的判定与性质

【解析】 【分析】 (1) 根据已知易证 $\triangle ABC$ 为等腰三角形， 再根据等腰三角形的性质及垂直的定义证明 $\angle DEB=\angle ADC$ ， 根据两组角对应相等的两三角形是相似三角形， 即可证得结论。

(2) 根据等腰三角形的性质求出 BD 的长， 再根据勾股定理求出 AD 的长， 再根据相似三角形的性质， 得出对应边成比例， 就可求出 DE 的长。

20.设一次函数 $y=kx+b$ (k, b 是常数， $k \neq 0$) 的图象过 $A(1, 3)$ ， $B(-1, -1)$

(1) 求该一次函数的表达式；

(2) 若点 $(2a+2, a^2)$ 在该一次函数图象上， 求 a 的值；

(3) 已知点 $C(x_1, y_1)$ ， $D(x_2, y_2)$ 在该一次函数图象上， 设 $m=(x_1-x_2)(y_1-y_2)$ ， 判断反

比例函数 $y=\frac{m+1}{x}$ 的图象所在的象限， 说明理由。

【答案】 (1) 根据题意, 得 $\begin{cases} k+b=3 \\ -k+b=-1 \end{cases}$, 解得 $k=2, b=1$

所以 $y=2x+1$

(2) 因为点 $(2a+2, a^2)$ 在函数 $y=2x+1$ 的图像上, 所以 $a^2=4a+5$

解得 $a=5$ 或 $a=-1$

(3) 由题意, 得 $y_1-y_2=(2x_1+1)-(2x_2+1)=2(x_1-x_2)$ 所以 $m=(x_1-x_2)(y_1-y_2)=2(x_1-x_2)^2 \geq 0$, 所以 $m+1 > 0$

所以反比例函数 $y=\frac{m+1}{x}$ 的图像位于第一、第三象限

【考点】因式分解法解一元二次方程, 待定系数法求一次函数解析式, 反比例函数的性质

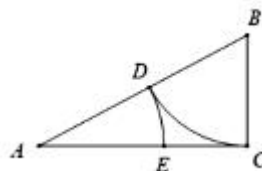
【解析】 【分析】 (1) 根据已知点的坐标, 利用待定系数法, 就可求出一次函数的解析式。

(2) 将已知点的坐标代入所求函数解析式, 建立关于 a 的方程, 解方程求解即可。

(3) 先求出 $y_1-y_2=2(x_1-x_2)$, 根据 $m=(x_1-x_2)(y_1-y_2)$, 得出 $m=2(x_1-x_2)^2 \geq 0$, 从而可判断 $m+1$ 的取值范围, 即可求解。

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以点 B 为圆心, BC 的长为半径画弧, 交线段 AB 于点 D , 以点 A

为圆心, AD 长为半径画弧, 交线段 AC 于点 E , 连结 CD 。



(1) 若 $\angle A=28^\circ$, 求 $\angle ACD$ 的度数;

(2) 设 $BC=a, AC=b$; ① 线段 AD 的长度是方程 $x^2+2ax-b^2=0$ 的一个根吗? 说明理由。

② 若线段 $AD=EC$, 求 $\frac{a}{b}$ 的值。

【答案】 (1) 因为 $\angle A=28^\circ$, 所以 $\angle B=62^\circ$ 又因为 $BC=BD$, 所以 $\angle BCD=\frac{1}{2} \times (180^\circ-62^\circ)=59^\circ$
 $\therefore \angle ACD=90^\circ-59^\circ=31^\circ$

(2) 因为 $BC=a, AC=b$, 所以 $AB=\sqrt{a^2+b^2}$ 所以 $AD=AB-BD=\sqrt{a^2+b^2}-a$

① 因为 $(\sqrt{a^2+b^2}-a)^2+2a(\sqrt{a^2+b^2}-a)-b^2=$

$$(a^2+b^2-2a\sqrt{a^2+b^2}+a^2)+2a\sqrt{a^2+b^2}-2a^2-b^2=0$$

所以线段 AD 的长是方程 $x^2+2ax-b^2=0$ 的一个根。

② 因为 $AD=EC=AE=\frac{b}{2}$

所以 $\frac{b}{2}$ 是方程 $x^2+2ax-b^2=0$ 的根,

所以 $\frac{b^2}{4}+ab-b^2=0$, 即 $4ab=3b^2$

因为 $b \neq 0$, 所以 $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$

【考点】一元二次方程的根，等腰三角形的性质，勾股定理，圆的认识

【解析】【分析】（1）根据三角形内角和定理可求出 $\angle B$ 的度数，再根据已知可得出 $\triangle BCD$ 是等腰三角形，可求出 $\angle BCD$ 的度数，从而可求得 $\angle ACD$ 的度数。

（2）根据已知① $BC=a$ ， $AC=b$ ，利用勾股定理可求出 AB 的值，①再求出 AD 的长，再根据 AD 是原方程的一个根，将 AD 的长代入方程，可得出方程左右两边相等，即可得出结论；②根据已知条件可得出

$AD=EC=AE=\frac{b}{2}$ ，将 $\frac{b}{2}$ 代入方程化简可得出 $4ab=3b$ ，就可求出 a 与 b 之比。

22. 设二次函数 $y = ax^2 + bx - (a+b)$ (a, b 是常数, $a \neq 0$)

（1）判断该二次函数图象与 x 轴交点的个数，说明理由。

（2）若该二次函数的图象经过 $A(-1, 4)$ ， $B(0, -1)$ ， $C(1, 1)$ 三个点中的其中两个点，求该二次函数的表达式；

（3）若 $a+b > 0$ ，点 $P(2, m)$ ($m > 0$) 在该二次函数图象上，求证： $a > 0$ 。

【答案】（1）当 $y=0$ 时， $ax^2 + bx - (a+b) = 0$ ($a \neq 0$) 因为 $\Delta = b^2 + 4a(a+b) = (2a+b)^2$ 所以，当 $2a+b=0$ ，即 $\Delta=0$ 时，二次函数图像与 x 轴有 1 个交点；

当 $2a+b \neq 0$ ，即 $\Delta > 0$ 时，二次函数图像与 x 轴有 2 个交点。

（2）当 $x=1$ 时， $y=0$ ，所以函数图象不可能经过点 $C(1, 1)$

所以函数图象经过 $A(-1, 4)$ ， $B(0, -1)$ 两点，

$$\text{所以 } \begin{cases} a - b - (a + b) = 4 \\ -(a + b) = -1 \end{cases}$$

解得 $a=3$ ， $b=-2$ 所以二次函数的表达式为 $y = 3x^2 - 2x - 1$

（3）因为 $P(2, m)$ 在该二次函数的图像上，所以 $m = 4a + 2b - (a+b) = 3a+b$

因为 $m > 0$ ，所以 $3a+b > 0$ ，

又因为 $a+b > 0$ ，

所以 $2a = 3a+b - (a+b) > 0$ ，

所以 $a > 0$

【考点】待定系数法求二次函数解析式，二次函数图像与坐标轴的交点问题

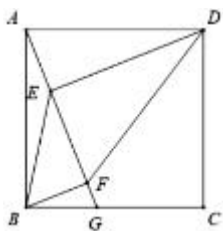
【解析】【分析】（1）根据题意求出 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值，再分情况讨论，即可得出答案。

（2）根据已知点的坐标，可排除点 C 不在抛物线上，因此将 A 、 B 两点代入函数解析式，建立方程组求出 a 、 b 的值，就可得出函数解析式。

（3）抓住已知条件点 $P(2, m)$ ($m > 0$) 在该二次函数图象上，得出 $m = 3a+b$ ，结合已知条件 m 的取值范围，可得出 $3a+b > 0$ ，再根据 $a+b > 0$ ，可证得结论。

23. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 G 在边 BC 上（不与点 B ， C 重合），连接 AG ，作 $DE \perp AG$ ，于点 E ，

$BF \perp AG$ 于点 F ，设 $\frac{BG}{BC} = k$ 。



（1）求证： $AE=BF$ ；

(2) 连接 BE, DF, 设 $\angle EDF = \alpha$, $\angle EBF = \beta$ 求证: $\tan \alpha = k \tan \beta$

(3) 设线段 AG 与对角线 BD 交于点 H, $\triangle AHD$ 和四边形 CDHG 的面积分别为 S_1 和 S_2 , 求 $\frac{S_2}{S_1}$ 的最大值.

【答案】(1) 因为四边形 ABCD 是正方形, 所以 $\angle BAF + \angle EAD = 90^\circ$, 又因为 $DE \perp AG$, 所以 $\angle EAD + \angle ADE = 90^\circ$,

所以 $\angle ADE = \angle BAF$,

又因为 $BF \perp AG$,

所以 $\angle DEA = \angle AFB = 90^\circ$,

又因为 $AD = AB$

所以 $\text{Rt} \triangle DAE \cong \text{Rt} \triangle ABF$,

所以 $AE = BF$

(2) 易知 $\text{Rt} \triangle BFG \sim \text{Rt} \triangle DEA$, 所以 $\frac{BF}{DE} = \frac{BG}{AD}$ 在 $\text{Rt} \triangle DEF$ 和 $\text{Rt} \triangle BEF$ 中, $\tan \alpha = \frac{EF}{DE}$, $\tan \beta = \frac{EF}{BF}$

所以 $k \tan \beta = \frac{BG}{BC} \cdot \frac{EF}{BF} = \frac{BG}{AD} \cdot \frac{EF}{BF} = \frac{BF}{DE} \cdot \frac{EF}{BF} = \frac{EF}{DE} = \tan \alpha$

所以 $\tan \alpha = k \tan \beta$

(3) 设正方形 ABCD 的边长为 1, 则 $BG = k$, 所以 $\triangle ABG$ 的面积等于 $\frac{1}{2}k$ 因为 $\triangle ABD$ 的面积等于 $\frac{1}{2}$

又因为 $\frac{BH}{HD} = \frac{BG}{AD} = k$, 所以 $S_1 = \frac{1}{2(k+1)}$

所以 $S_2 = 1 - \frac{1}{2}k - \frac{1}{2(k+1)} = \frac{-k^2 + k + 1}{2(k+1)}$

所以 $\frac{S_2}{S_1} = -k^2 + k + 1 = -\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4}$

因为 $0 < k < 1$, 所以当 $k = \frac{1}{2}$, 即点 G 为 BC 中点时, $\frac{S_2}{S_1}$ 有最大值 $\frac{5}{4}$

【考点】全等三角形的判定与性质, 正方形的性质, 相似三角形的判定与性质, 解直角三角形

【解析】【分析】(1) 根据正方形的性质及垂直的定义, 可证得 $\angle ADE = \angle BAF$, $\angle ADE = \angle BAF$ 及 $AD = AB$, 利用全等三角形的判定, 可证得 $\text{Rt} \triangle DAE \cong \text{Rt} \triangle ABF$, 从而可证得结论。

(2) 根据已知易证 $\text{Rt} \triangle BFG \sim \text{Rt} \triangle DEA$, 得出对应边成比例, 再在 $\text{Rt} \triangle DEF$ 和 $\text{Rt} \triangle BEF$ 中, 根据锐角三角函数的定义, 分别表示出 $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$, 从而可推出 $\tan \alpha = \tan \beta$ 。

(3) 设正方形 ABCD 的边长为 1, 则 $BG = k$, 分别表示出 $\triangle ABG$ 、 $\triangle ABD$ 的面积, 再根据 $\frac{BH}{HD} = \frac{BG}{AD} = k$, 求出 S_1 及 S_2 , 再求出 S_1 与 S_2 之比与 k 的函数解析式, 求出顶点坐标, 然后根据 k 的取值范围, 即可求解。