

浙江省台州市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。请选出各题中一个符合题意的正确选项，不选、多选、错选，均不给分）

1. (4.00 分) 比 -1 小 2 的数是 ()

A. 3 B. 1 C. -2 D. -3

2. (4.00 分) 在下列四个新能源汽车车标的设计图中，属于中心对称图形的是 ()



3. (4.00 分) 计算 $\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x}$ ，结果正确的是 ()

A. 1 B. x C. $\frac{1}{x}$ D. $\frac{x+2}{x}$

4. (4.00 分) 估计 $\sqrt{7}+1$ 的值在 ()

A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

5. (4.00 分) 某篮球运动员在连续 7 场比赛中的得分（单位：分）依次为 20, 18, 23, 17, 20, 20, 18，则这组数据的众数与中位数分别是 ()

A. 18 分, 17 分 B. 20 分, 17 分 C. 20 分, 19 分 D. 20 分, 20 分

6. (4.00 分) 下列命题正确的是 ()

A. 对角线相等的四边形是平行四边形

B. 对角线相等的四边形是矩形

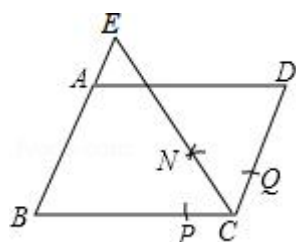
C. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形

D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

7. (4.00 分) 正十边形的每一个内角的度数为 ()

A. 120° B. 135° C. 140° D. 144°

8. (4.00 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=2$ ， $BC=3$ 。以点 C 为圆心，适当长为半径画弧，交 BC 于点 P ，交 CD 于点 Q ，再分别以点 P ， Q 为圆心，大于 $\frac{1}{2}PQ$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 N ，射线 CN 交 BA 的延长线于点 E ，则 AE 的长是 ()

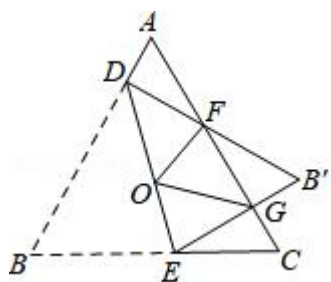


- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{3}{2}$

9. (4.00 分) 甲、乙两运动员在长为 100m 的直道 AB (A, B 为直道两 endpoint) 上进行匀速往返跑训练, 两人同时从 A 点起跑, 到达 B 点后, 立即转身跑向 A 点, 到达 A 点后, 又立即转身跑向 B 点...若甲跑步的速度为 5m/s, 乙跑步的速度为 4m/s, 则起跑后 100s 内, 两人相遇的次数为 ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

10. (4.00 分) 如图, 等边三角形 ABC 边长是定值, 点 O 是它的外心, 过点 O 任意作一条直线分别交 AB, BC 于点 D, E. 将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 折叠, 得到 $\triangle B'DE$, 若 $B'D$, $B'E$ 分别交 AC 于点 F, G, 连接 OF, OG, 则下列判断错误的是 ()



- A. $\triangle ADF \cong \triangle CGE$
 B. $\triangle B'FG$ 的周长是一个定值
 C. 四边形 FOEC 的面积是一个定值
 D. 四边形 OGB'F 的面积是一个定值

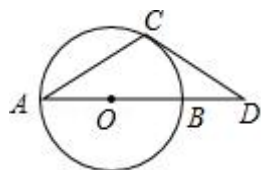
二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (5.00 分) 如果分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 那么实数 x 的取值范围是_____.

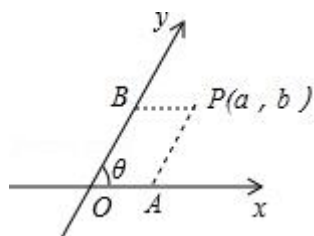
12. (5.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x+m=0$ 有两个相等的实数根, 则 $m=$ _____.

13. (5.00 分) 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3. 随机摸出一个小球然后放回, 再随机摸出一个小球, 则两次摸出的小球标号相同的概率是_____.

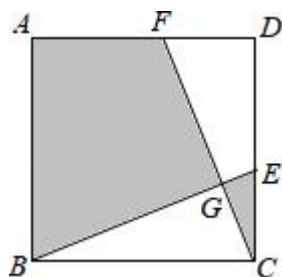
14. (5.00 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上的点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 D. 若 $\angle A=32^\circ$, 则 $\angle D=$ _____度.



15. (5.00 分) 如图, 把平面内一条数轴 x 绕原点 O 逆时针旋转角 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 得到另一条数轴 y , x 轴和 y 轴构成一个平面斜坐标系. 规定: 过点 P 作 y 轴的平行线, 交 x 轴于点 A , 过点 P 作 x 轴的平行线, 交 y 轴于点 B , 若点 A 在 x 轴上对应的实数为 a , 点 B 在 y 轴上对应的实数为 b , 则称有序实数对 (a, b) 为点 P 的斜坐标, 在某平面斜坐标系中, 已知 $\theta=60^\circ$, 点 M' 的斜坐标为 $(3, 2)$, 点 N 与点 M 关于 y 轴对称, 则点 N 的斜坐标为_____.



16. (5.00 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=3$, 点 E, F 分别在 CD, AD 上, $CE=DF$, BE, CF 相交于点 G . 若图中阴影部分的面积与正方形 $ABCD$ 的面积之比为 $2:3$, 则 $\triangle BCG$ 的周长为_____.



三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17~20 题每题 8 分, 第 21 题 10 分, 第 22, 23 题每题 12 分, 第 24 题 14 分, 共 80 分)

17. (8.00 分) 计算: $| -2 | - \sqrt{4} + (-1) \times (-3)$

18. (8.00 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1 < 3 \\ 3(x-2)-x > 0 \end{cases}$$

19. (8.00 分) 图 1 是一辆吊车的实物图, 图 2 是其工作示意图, AC 是可以伸缩的起重臂,

其转动点 A 离地面 BD 的高度 AH 为 3.4m. 当起重臂 AC 长度为 9m, 张角 $\angle HAC$ 为 118° 时, 求操作平台 C 离地面的高度 (结果保留小数点后一位: 参考数据: $\sin 28^\circ \approx 0.47$, $\cos 28^\circ \approx 0.88$, $\tan 28^\circ \approx 0.53$)



图1

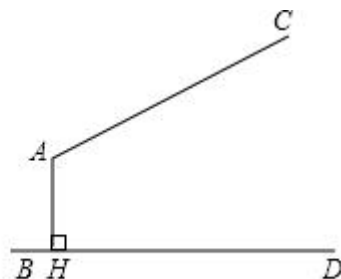


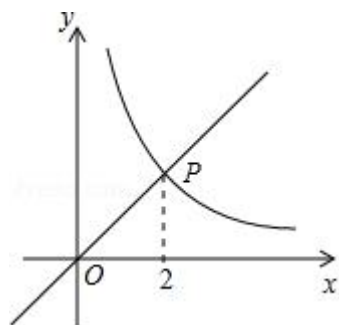
图2

20. (8.00 分) 如图, 函数 $y=x$ 的图象与函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象相交于点 P (2, m).

(1) 求 m, k 的值;

(2) 直线 $y=4$ 与函数 $y=x$ 的图象相交于点 A, 与函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象相交于点 B, 求

线段 AB 长.



21. (10.00 分) 某市明年的初中毕业升学考试, 拟将“引体向上”作为男生体育考试的一个必考项目, 满分为 10 分. 有关部门为提前了解明年参加初中毕业升学考试的男生的“引体向上”水平, 在全市八年级男生中随机抽取了部分男生, 对他们的“引体向上”水平进行测试, 并将测试结果绘制成如下统计图表 (部分信息未给出):

请你根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

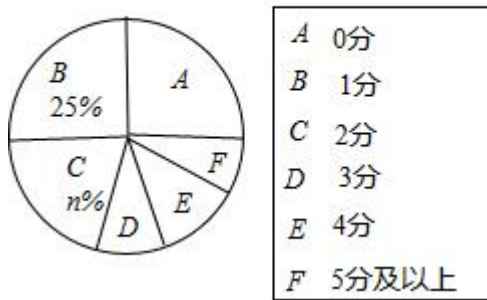
抽取的男生“引体向上”成绩统计表

成绩	人数
0 分	32
1 分	30
2 分	24
3 分	11

4 分	15
5 分及以上	m

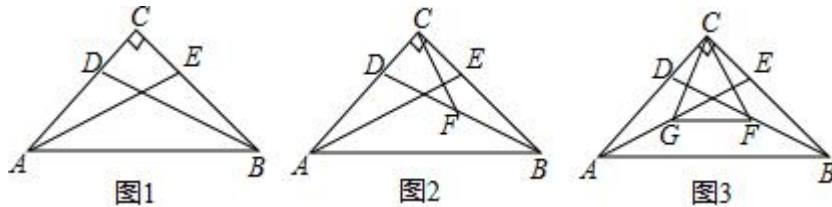
- (1) 填空: $m=$ _____, $n=$ _____.
- (2) 求扇形统计图中 D 组的扇形圆心角的度数;
- (3) 目前该市八年级有男生 3600 名, 请估计其中“引体向上”得零分的人数.

抽取的男生“引体向上”成绩扇形统计图



22. (12.00 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D, E 分别在 AC, BC 上, 且 $CD=CE$.

- (1) 如图 1, 求证: $\angle CAE=\angle CBD$;
- (2) 如图 2, F 是 BD 的中点, 求证: $AE \perp CF$;
- (3) 如图 3, F, G 分别是 BD, AE 的中点, 若 $AC=2\sqrt{2}$, $CE=1$, 求 $\triangle CGF$ 的面积.

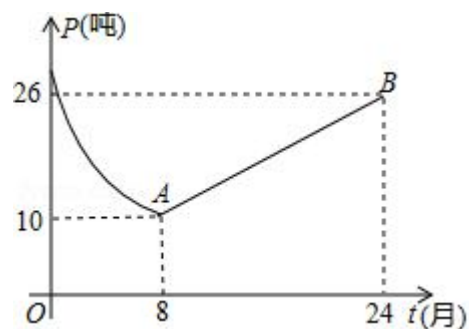


23. (12.00 分) 某药厂销售部门根据市场调研结果, 对该厂生产的一种新型原料药未来两年的销售进行预测, 并建立如下模型: 设第 t 个月该原料药的月销售量为 P (单位: 吨), P 与 t 之间存在如图所示的函数关系, 其图象是函数 $P=\frac{120}{t+4}$ ($0 < t \leq 8$) 的图象与线段 AB 的组合; 设第 t 个月销售该原料药每吨的毛利润为 Q (单位: 万元), Q 与 t 之间满足如下关系:

$$Q = \begin{cases} 2t+8, & 0 < t \leq 12 \\ -t+44, & 12 < t \leq 24 \end{cases}$$

- (1) 当 $8 < t \leq 24$ 时, 求 P 关于 t 的函数解析式;
- (2) 设第 t 个月销售该原料药的月毛利润为 w (单位: 万元)
- ①求 w 关于 t 的函数解析式;

②该药厂销售部门分析认为, $336 \leq w \leq 513$ 是最有利于该原料药可持续生产和销售的月毛利润范围, 求此范围所对应的月销售量 P 的最小值和最大值.



24. (14.00 分) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, 点 D 在 $\widehat{BC}$ 上, 点 E 在弦 AB 上 (E 不与 A 重合), 且四边形 $BDCE$ 为菱形.

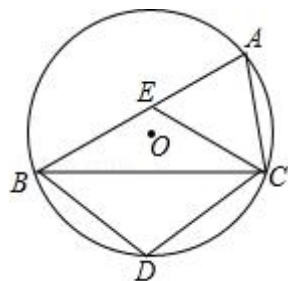
(1) 求证: $AC=CE$;

(2) 求证: $BC^2 - AC^2 = AB \cdot AC$;

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 3.

①若 $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$, 求 BC 的长;

②当 $\frac{AB}{AC}$ 为何值时, $AB \cdot AC$ 的值最大?



参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。请选出各题中一个符合题意的正确选项，不选、多选、错选，均不给分）

1. (4.00 分) 比 -1 小 2 的数是 ()

A. 3 B. 1 C. -2 D. -3

【分析】根据题意可得算式，再计算即可.

【解答】解： $-1 - 2 = -3$,

故选：D.

【点评】此题主要考查了有理数的减法，关键是掌握减去一个数，等于加上这个数的相反数.

2. (4.00 分) 在下列四个新能源汽车车标的设计图中，属于中心对称图形的是 ()



【分析】根据中心对称图形的概念求解. 在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180° ，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形. 这个旋转点，就叫做中心对称点.

【解答】解：A、不是中心对称图形，本选项错误；

B、不是中心对称图形，本选项错误；

C、不是中心对称图形，本选项错误；

D、是中心对称图形，本选项正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了中心对称图形的概念. 中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 度后两部分重合.

3. (4.00 分) 计算 $\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x}$ ，结果正确的是 ()

A. 1 B. x C. $\frac{1}{x}$ D. $\frac{x+2}{x}$

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式 $=\frac{x+1-1}{x}$

$=1$

故选：A.

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

4. (4.00 分) 估计 $\sqrt{7}+1$ 的值在 ()

A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

【分析】直接利用 $2 < \sqrt{7} < 3$ ，进而得出答案.

【解答】解： $\because 2 < \sqrt{7} < 3$,

$\therefore 3 < \sqrt{7}+1 < 4$,

故选：B.

【点评】此题主要考查了估算无理数的大小，正确得出 $\sqrt{7}$ 的取值范围是解题关键.

5. (4.00 分) 某篮球运动员在连续 7 场比赛中的得分 (单位：分) 依次为 20, 18, 23, 17, 20, 20, 18, 则这组数据的众数与中位数分别是 ()

A. 18 分, 17 分 B. 20 分, 17 分 C. 20 分, 19 分 D. 20 分, 20 分

【分析】根据中位数和众数的定义求解：众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个；找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数.

【解答】解：将数据重新排列为 17、18、18、20、20、20、23,

所以这组数据的众数为 20 分、中位数为 20 分,

故选：D.

【点评】本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 一些学生往往对这个概念掌握不清楚，计算方法不明确而误选其它选项，注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

6. (4.00 分) 下列命题正确的是 ()

-
- A. 对角线相等的四边形是平行四边形
B. 对角线相等的四边形是矩形
C. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

【分析】根据平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定定理判断即可.

【解答】解：对角线互相平分的四边形是平行四边形，A 错误；

对角线相等的平行四边形是矩形，B 错误；

对角线互相垂直的平行四边形是菱形，C 正确；

对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形；

故选：C.

【点评】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

7. (4.00 分) 正十边形的每一个内角的度数为 ()

- A. 120° B. 135° C. 140° D. 144°

【分析】利用正十边形的外角和是 360° 度，并且每个外角都相等，即可求出每个外角的度数；再根据内角与外角的关系可求出正十边形的每个内角的度数；

【解答】解： $\because$ 一个十边形的每个外角都相等，

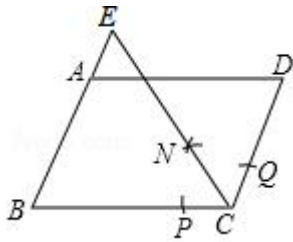
$\therefore$ 十边形的一个外角为 $360 \div 10 = 36^\circ$.

$\therefore$ 每个内角的度数为 $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ ；

故选：D.

【点评】本题主要考查了多边形的内角与外角的关系. 多边形的外角性质：多边形的外角和是 360° 度. 多边形的内角与它的外角互为邻补角.

8. (4.00 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=2$ ， $BC=3$. 以点 C 为圆心，适当长为半径画弧，交 BC 于点 P，交 CD 于点 Q，再分别以点 P，Q 为圆心，大于 $\frac{1}{2}PQ$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 N，射线 CN 交 BA 的延长线于点 E，则 AE 的长是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{3}{2}$

【分析】只要证明 $BE=BC$ 即可解决问题；

【解答】解：∵由题意可知 CF 是 $\angle BCD$ 的平分线，

$$\therefore \angle BCE = \angle DCE.$$

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle E, \quad \angle BCE = \angle AEC,$$

$$\therefore BE = BC = 3,$$

$$\therefore AB = 2,$$

$$\therefore AE = BE - AB = 1,$$

故选：B.

【点评】本题考查的是作图—基本作图，熟知角平分线的作法是解答此题的关键.

9. (4.00 分) 甲、乙两运动员在长为 100m 的直道 AB (A, B 为直道两端点) 上进行匀速往返跑训练，两人同时从 A 点起跑，到达 B 点后，立即转身跑向 A 点，到达 A 点后，又立即转身跑向 B 点…若甲跑步的速度为 5m/s，乙跑步的速度为 4m/s，则起跑后 100s 内，两人相遇的次数为 ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【分析】可设两人相遇的次数为 x ，根据每次相遇的时间 $\frac{100 \times 2}{5+4}$ ，总共时间为 100s，列出方程求解即可.

【解答】解：设两人相遇的次数为 x ，依题意有

$$\frac{100 \times 2}{5+4} x = 100,$$

$$\text{解得 } x = 4.5,$$

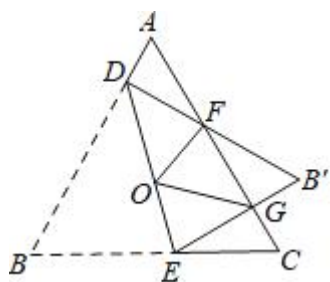
∵ x 为整数，

∴ x 取 4.

故选：B.

【点评】考查了一元一次方程的应用，利用方程解决实际问题的基本思路如下：首先审题找出题中的未知量和所有的已知量，直接设要求的未知量或间接设一关键的未知量为 x ，然后用含 x 的式子表示相关的量，找出之间的相等关系列方程、求解、作答，即设、列、解、答.

10. (4.00 分) 如图，等边三角形 ABC 边长是定值，点 O 是它的外心，过点 O 任意作一条直线分别交 AB , BC 于点 D , E . 将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 折叠，得到 $\triangle B'DE$, 若 $B'D$, $B'E$ 分别交 AC 于点 F , G , 连接 OF , OG , 则下列判断错误的是 ()



- A. $\triangle ADF \cong \triangle CGE$
- B. $\triangle B'FG$ 的周长是一个定值
- C. 四边形 $FOEC$ 的面积是一个定值
- D. 四边形 $OGB'F$ 的面积是一个定值

【分析】 A、根据等边三角形 ABC 的外心的性质可知： AO 平分 $\angle BAC$ ，根据角平分线的定理和逆定理得： FO 平分 $\angle DFG$ ，由外角的性质可证明 $\angle DOF = 60^\circ$ ，同理可得 $\angle EOG = 60^\circ$ ， $\angle FOG = 60^\circ = \angle DOF = \angle EOG$ ，可证明 $\triangle DOF \cong \triangle GOF \cong \triangle GOE$ ， $\triangle OAD \cong \triangle OCG$ ， $\triangle OAF \cong \triangle OCE$ ，可得 $AD = CG$ ， $AF = CE$ ，从而得 $\triangle ADF \cong \triangle CGE$ ；

B、根据 $\triangle DOF \cong \triangle GOF \cong \triangle GOE$ ，得 $DF = GF = GE$ ，所以 $\triangle ADF \cong \triangle B'GF \cong \triangle CGE$ ，可得结论；

C、根据 $S_{\text{四边形 } FOEC} = S_{\triangle OCF} + S_{\triangle OCE}$ ，依次换成面积相等的三角形，可得结论为： $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$ (定值)，可作判断；

D、方法同 C，将 $S_{\text{四边形 } OGB'F} = S_{\triangle OAC} - S_{\triangle OFG}$ ，根据 $S_{\triangle OFG} = \frac{1}{2} \cdot FG \cdot OH$ ， FG 变化，故 $\triangle OFG$ 的面积变化，从而四边形 $OGB'F$ 的面积也变化，可作判断.

【解答】 解：A、连接 OA 、 OC ，

$\because$ 点 O 是等边三角形 ABC 的外心，

∴ AO 平分 $\angle BAC$,

∴ 点 O 到 AB、AC 的距离相等,

由折叠得: DO 平分 $\angle BDB'$,

∴ 点 O 到 AB、DB' 的距离相等,

∴ 点 O 到 DB'、AC 的距离相等,

∴ FO 平分 $\angle DFG$,

$$\angle DFO = \angle OFG = \frac{1}{2} (\angle FAD + \angle ADF),$$

$$\text{由折叠得: } \angle BDE = \angle ODF = \frac{1}{2} (\angle DAF + \angle AFD),$$

$$\therefore \angle OFD + \angle ODF = \frac{1}{2} (\angle FAD + \angle ADF + \angle DAF + \angle AFD) = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DOF = 60^\circ,$$

同理可得 $\angle EOG = 60^\circ$,

$$\therefore \angle FOG = 60^\circ = \angle DOF = \angle EOG,$$

$$\therefore \triangle DOF \cong \triangle GOF \cong \triangle GOE,$$

$$\therefore OD = OG, OE = OF,$$

$$\angle OGF = \angle ODF = \angle ODB, \angle OFG = \angle OEG = \angle OEB,$$

$$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OCG, \triangle OAF \cong \triangle OCE,$$

$$\therefore AD = CG, AF = CE,$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CGE,$$

故选项 A 正确;

$$\text{B、} \because \triangle DOF \cong \triangle GOF \cong \triangle GOE,$$

$$\therefore DF = GF = GE,$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle B'GF \cong \triangle CGE,$$

$$\therefore B'G = AD,$$

$$\therefore \triangle B'FG \text{ 的周长} = FG + B'F + B'G = FG + AF + CG = AC \text{ (定值)},$$

故选项 B 正确;

$$\text{C、} S_{\text{四边形 FOEC}} = S_{\triangle OCF} + S_{\triangle OCE} = S_{\triangle OCF} + S_{\triangle OAF} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \text{ (定值)},$$

故选项 C 正确;

$$D、S_{\text{四边形 OGB'F}} = S_{\triangle OFG} + S_{\triangle B'GF} = S_{\triangle OFD} + S_{\triangle ADF} = S_{\text{四边形 OFAD}} = S_{\triangle OAD} + S_{\triangle OAF} = S_{\triangle OCG} + S_{\triangle OAF} = S_{\triangle OAC} - S_{\triangle OFG},$$

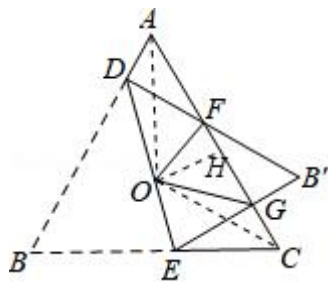
过 O 作 $OH \perp AC$ 于 H,

$$\therefore S_{\triangle OFG} = \frac{1}{2} \cdot FG \cdot OH,$$

由于 OH 是定值, FG 变化, 故 $\triangle OFG$ 的面积变化, 从而四边形 OGB'F 的面积也变化,

故选项 D 不一定正确;

故选: D.



【点评】 本题考查了等边三角形的性质、三角形全等的性质和判定、角平分线的性质和判定、三角形和四边形面积及周长的确定以及折叠的性质, 有难度, 本题全等的三角形比较多, 要注意利用数形结合, 并熟练掌握三角形全等的判定, 还要熟练掌握角平分线的逆定理的运用, 证明 FO 平分 $\angle DFG$ 是本题的关键,

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (5.00 分) 如果分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 那么实数 x 的取值范围是 $x \neq 2$.

【分析】 根据分式有意义的条件可得 $x - 2 \neq 0$, 再解即可.

【解答】 解: 由题意得: $x - 2 \neq 0$,

解得: $x \neq 2$,

故答案为: $x \neq 2$.

【点评】 此题主要考查了分式有意义的条件, 关键是掌握分式有意义的条件是分母不等于零.

12. (5.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $m = \frac{9}{4}$.

【分析】 利用判别式的意义得到 $\Delta = 3^2 - 4m = 0$, 然后解关于 m 的方程即可,

【解答】 解: 根据题意得 $\Delta = 3^2 - 4m = 0$,

解得 $m = \frac{9}{4}$.

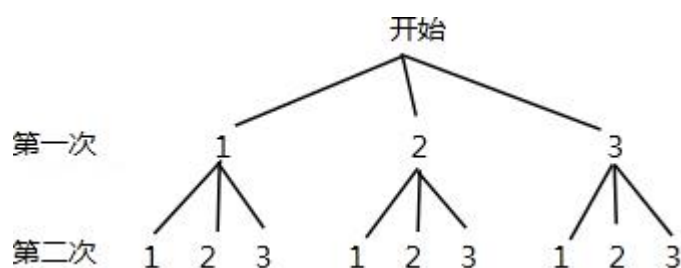
故答案为 $\frac{9}{4}$.

【点评】 本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

13. (5.00 分) 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球，把它们分别标号为 1, 2, 3. 随机摸出一个小球然后放回，再随机摸出一个小球，则两次摸出的小球标号相同的概率是 $\frac{1}{3}$.

【分析】 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的小球标号相同的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解：根据题意，画树状图如下：



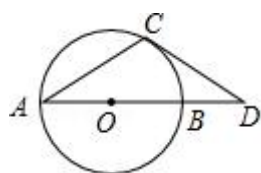
共有 9 种等可能结果，其中两次摸出的小球标号相同的有 3 种结果，

所以两次摸出的小球标号相同的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$,

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】 此题考查了树状图法与列表法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (5.00 分) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C 是 $\odot O$ 上的点，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 D. 若 $\angle A = 32^\circ$ ，则 $\angle D =$ 26 度.



【分析】 连接 OC，根据圆周角定理得到 $\angle COD = 2\angle A$ ，根据切线的性质计算即可.

【解答】解：连接 OC，

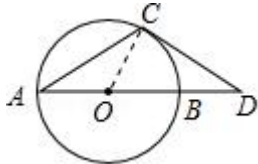
由圆周角定理得， $\angle COD = 2\angle A = 64^\circ$ ，

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OC \perp CD$ ，

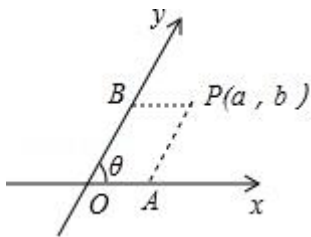
$\therefore \angle D = 90^\circ - \angle COD = 26^\circ$ ，

故答案为：26.



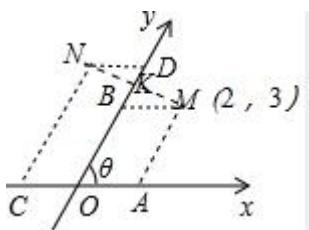
【点评】本题考查的是切线的性质、圆周角定理，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键.

15. (5.00 分) 如图，把平面内一条数轴 x 绕原点 O 逆时针旋转角 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 得到另一条数轴 y ， x 轴和 y 轴构成一个平面斜坐标系. 规定：过点 P 作 y 轴的平行线，交 x 轴于点 A ，过点 P 作 x 轴的平行线，交 y 轴于点 B ，若点 A 在 x 轴上对应的实数为 a ，点 B 在 y 轴上对应的实数为 b ，则称有序实数对 (a, b) 为点 P 的斜坐标，在某平面斜坐标系中，已知 $\theta = 60^\circ$ ，点 M' 的斜坐标为 $(3, 2)$ ，点 N 与点 M 关于 y 轴对称，则点 N 的斜坐标为 $(-2, 5)$.



【分析】如图作 $ND \parallel x$ 轴交 y 轴于 D ，作 $NC \parallel y$ 轴交 x 轴于 C . MN 交 y 轴于 K . 利用全等三角形的性质，平行四边形的性质求出 OC 、 OD 即可；

【解答】解：如图作 $ND \parallel x$ 轴交 y 轴于 D ，作 $NC \parallel y$ 轴交 x 轴于 C . MN 交 y 轴于 K .



$\therefore NK = MK$ ， $\angle DNK = \angle BMK$ ， $\angle NKD = \angle MKB$ ，

$$\therefore \triangle NDK \cong \triangle MBK,$$

$$\therefore DN=BM=OC=2, \quad DK=BK,$$

在 $\text{Rt}\triangle KBM$ 中, $BM=2$, $\angle MBK=60^\circ$,

$$\therefore \angle BMK=30^\circ,$$

$$\therefore DK=BK=\frac{1}{2}BM=1,$$

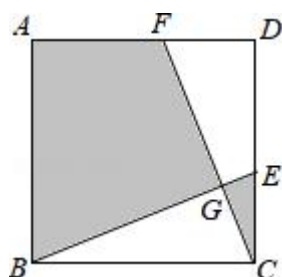
$$\therefore OD=5,$$

$$\therefore N(-2, 5),$$

故答案为 $(-2, 5)$

【点评】 本题考查坐标与图形变化, 轴对称等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 属于中考常考题型.

16. (5.00 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=3$, 点 E, F 分别在 CD, AD 上, $CE=DF$, BE, CF 相交于点 G . 若图中阴影部分的面积与正方形 $ABCD$ 的面积之比为 $2:3$, 则 $\triangle BCG$ 的周长为 $\sqrt{15}+3$.



【分析】 根据面积之比得出 $\triangle BGC$ 的面积等于正方形面积的 $\frac{1}{6}$, 进而依据 $\triangle BCG$ 的面积以及勾股定理, 得出 $BG+CG$ 的长, 进而得出其周长.

【解答】 解: $\because$ 阴影部分的面积与正方形 $ABCD$ 的面积之比为 $2:3$,

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } \frac{2}{3} \times 9 = 6,$$

$$\therefore \text{空白部分的面积为 } 9 - 6 = 3,$$

由 $CE=DF$, $BC=CD$, $\angle BCE=\angle CDF=90^\circ$, 可得 $\triangle BCE \cong \triangle CDF$,

$$\therefore \triangle BCG \text{ 的面积与四边形 } DEGF \text{ 的面积相等, 均为 } \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2},$$

$$\text{设 } BG=a, \quad CG=b, \quad \text{则 } \frac{1}{2}ab = \frac{3}{2},$$

$$\text{又 } \because a^2+b^2=3^2,$$

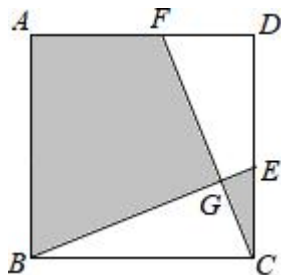
$$\therefore a^2+2ab+b^2=9+6=15,$$

$$\text{即 } (a+b)^2=15,$$

$$\therefore a+b=\sqrt{15}, \text{ 即 } BG+CG=\sqrt{15},$$

$$\therefore \triangle BCG \text{ 的周长}=\sqrt{15}+3,$$

故答案为: $\sqrt{15}+3$.



【点评】此题考查了全等三角形的判定与性质、正方形的性质以及三角形面积问题. 解题时注意数形结合思想与方程思想的应用.

三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17~20 题每题 8 分, 第 21 题 10 分, 第 22, 23 题每题 12 分, 第 24 题 14 分, 共 80 分)

17. (8.00 分) 计算: $|-2| - \sqrt{4} + (-1) \times (-3)$

【分析】首先计算绝对值、二次根式化简、乘法, 然后再计算加减即可.

【解答】解: 原式 $= 2 - 2 + 3 = 3$.

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

18. (8.00 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1 < 3 \\ 3(x-2)-x > 0 \end{cases}$$

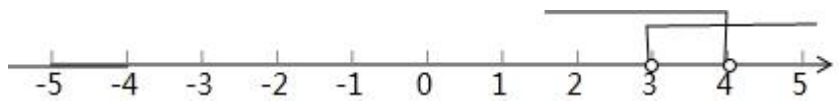
【分析】根据不等式组的解集的表示方法: 大小小大中间找, 可得答案.

【解答】解:
$$\begin{cases} x-1 < 3 \text{ ①} \\ 3(x-2)-x > 0 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x < 4$,

解不等式②, 得 $x > 3$,

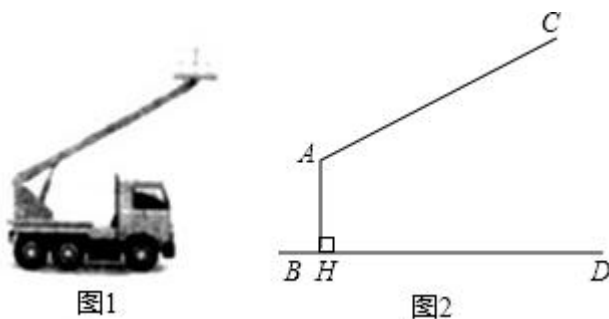
不等式①, 不等式②的解集在数轴上表示, 如图



原不等式组的解集为 $3 < x < 4$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组，利用不等式组的解集的表示方法是解题关键.

19. (8.00 分) 图 1 是一辆吊车的实物图，图 2 是其工作示意图，AC 是可以伸缩的起重臂，其转动点 A 离地面 BD 的高度 AH 为 3.4m. 当起重臂 AC 长度为 9m，张角 $\angle HAC$ 为 118° 时，求操作平台 C 离地面的高度 (结果保留小数点后一位: 参考数据: $\sin 28^\circ \approx 0.47$, $\cos 28^\circ \approx 0.88$, $\tan 28^\circ \approx 0.53$)



【分析】 作 $CE \perp BD$ 于 F, $AF \perp CE$ 于 F, 如图 2, 易得四边形 AHEF 为矩形, 则 $EF = AH = 3.4\text{m}$, $\angle HAF = 90^\circ$, 再计算出 $\angle CAF = 28^\circ$, 则在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中利用正弦可计算出 CF, 然后计算 $CF + EF$ 即可.

【解答】 解: 作 $CE \perp BD$ 于 F, $AF \perp CE$ 于 F, 如图 2, 易得四边形 AHEF 为矩形,

$$\therefore EF = AH = 3.4\text{m}, \quad \angle HAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF = \angle CAH - \angle HAF = 118^\circ - 90^\circ = 28^\circ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ACF \text{ 中, } \therefore \sin \angle CAF = \frac{CF}{AC},$$

$$\therefore CF = 9 \sin 28^\circ \approx 9 \times 0.47 = 4.23,$$

$$\therefore CE = CF + EF = 4.23 + 3.4 \approx 7.6 \text{ (m)},$$

答: 操作平台 C 离地面的高度为 7.6m.

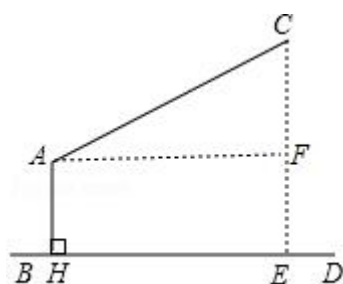


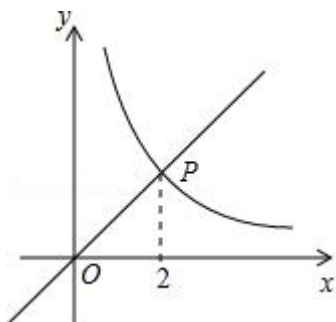
图2

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用：先将实际问题抽象为数学问题（画出平面图形，构造出直角三角形转化为解直角三角形问题），然后利用勾股定理和三角函数的定义进行几何计算.

20. (8.00 分) 如图，函数 $y=x$ 的图象与函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象相交于点 $P(2, m)$.

(1) 求 m, k 的值;

(2) 直线 $y=4$ 与函数 $y=x$ 的图象相交于点 A ，与函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象相交于点 B ，求线段 AB 长.



【分析】 (1) 将点 $P(2, m)$ 代入 $y=x$ ，求出 $m=2$ ，再将点 $P(2, 2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ ，即可求出 k 的值;

(2) 分别求出 A, B 两点的坐标，即可得到线段 AB 的长.

【解答】 解：(1) $\because$ 函数 $y=x$ 的图象过点 $P(2, m)$,

$$\therefore m=2,$$

$$\therefore P(2, 2),$$

$\because$ 函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象过点 P ,

$$\therefore k=2 \times 2=4;$$

(2) 将 $y=4$ 代入 $y=x$ ，得 $x=4$,

∴ 点 A (4, 4).

将 $y=4$ 代入 $y=\frac{4}{x}$, 得 $x=1$,

∴ 点 B (1, 4).

∴ $AB=4-1=3$.

【点评】 本题考查了利用待定系数法求函数解析式以及函数图象上点的坐标特征, 解题时注意: 点在图象上, 点的坐标就一定满足函数的解析式.

21. (10.00 分) 某市明年的初中毕业升学考试, 拟将“引体向上”作为男生体育考试的一个必考项目, 满分为 10 分. 有关部门为提前了解明年参加初中毕业升学考试的男生的“引体向上”水平, 在全市八年级男生中随机抽取了部分男生, 对他们的“引体向上”水平进行测试, 并将测试结果绘制成如下统计图表 (部分信息未给出):

请你根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

抽取的男生“引体向上”成绩统计表

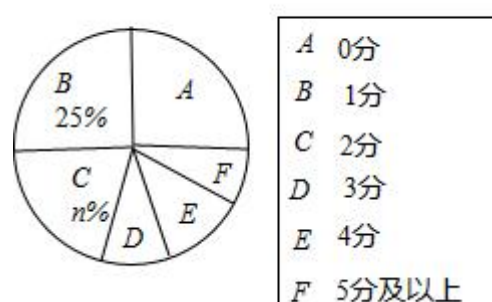
成绩	人数
0 分	32
1 分	30
2 分	24
3 分	11
4 分	15
5 分及以上	m

(1) 填空: $m=$ 8, $n=$ 20.

(2) 求扇形统计图中 D 组的扇形圆心角的度数;

(3) 目前该市八年级有男生 3600 名, 请估计其中“引体向上”得零分的人数.

抽取的男生“引体向上”成绩扇形统计图



【分析】(1) 根据题意和表格、统计图中的数据可以计算出 m 、 n 的值；

(2) 根据 (1) 中的结论和统计图中的数据可以求得扇形统计图中 D 组的扇形圆心角的度数；

(3) 根据统计图中的数据可以估计其中“引体向上”得零分的人数.

【解答】解：(1) 由题意可得，

本次抽查的学生有： $30 \div 25\% = 120$ (人)，

$$m = 120 - 32 - 30 - 24 - 11 - 15 = 8,$$

$$n\% = 24 \div 120 \times 100\% = 20\%,$$

故答案为：8, 20；

$$(2) \frac{11}{120} \times 360^\circ = 33^\circ,$$

即扇形统计图中 D 组的扇形圆心角是 33° ；

$$(3) 3600 \times \frac{32}{120} = 960 \text{ (人)},$$

答：“引体向上”得零分的有 960 人.

【点评】本题考查扇形统计图、统计表、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答，注意 n 和 $n\%$ 的区别.

22. (12.00 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D, E 分别在 AC, BC 上，且 $CD=CE$.

(1) 如图 1，求证： $\angle CAE = \angle CBD$ ；

(2) 如图 2，F 是 BD 的中点，求证： $AE \perp CF$ ；

(3) 如图 3，F, G 分别是 BD, AE 的中点，若 $AC=2\sqrt{2}$ ， $CE=1$ ，求 $\triangle CGF$ 的面积.

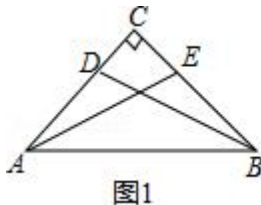


图1

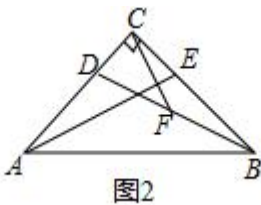


图2

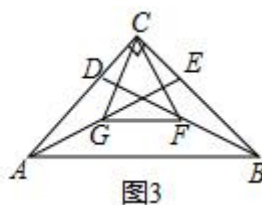


图3

【分析】(1) 直接判断出 $\triangle ACE \cong \triangle BCD$ 即可得出结论；

(2) 先判断出 $\angle BCF = \angle CBF$ ，进而得出 $\angle BCF = \angle CAE$ ，即可得出结论；

(3) 先求出 $BD=3$ ，进而求出 $CF=\frac{3}{2}$ ，同理： $EG=\frac{3}{2}$ ，再利用等面积法求出 ME ，进而求出 GM ，最后用面积公式即可得出结论.

【解答】解：(1) 在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCD$ 中，
$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACE=\angle CBD=90^\circ \\ CE=CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CBD;$$

(2) 如图 2，在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，点 F 是 BD 的中点，

$$\therefore CF = BF,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle CBF,$$

由 (1) 知， $\angle CAE = \angle CBD$ ，

$$\therefore \angle BCF = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle CAE + \angle ACF = \angle BCF + \angle ACF = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMC = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp CF;$$

(3) 如图 3， $\because AC = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore BC = AC = 2\sqrt{2},$$

$$\because CE = 1,$$

$$\therefore CD = CE = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，根据勾股定理得， $BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = 3$ ，

$\because$ 点 F 是 BD 中点，

$$\therefore CF = DF = \frac{1}{2}BD = \frac{3}{2},$$

$$\text{同理：} EG = \frac{1}{2}AE = \frac{3}{2},$$

连接 EF ，过点 F 作 $FH \perp BC$ ，

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，点 F 是 BD 的中点，

$$\therefore FH = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}CE \cdot FH = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

由 (2) 知， $AE \perp CF$ ，

$$\therefore S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}CF \cdot ME = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}ME = \frac{3}{4}ME,$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{3}{4}ME &= \frac{1}{4}, \\ \therefore ME &= \frac{1}{3}, \\ \therefore GM &= EG - ME = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7}{6}, \\ \therefore S_{\triangle CFG} &= \frac{1}{2}CF \cdot GM = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{8}.\end{aligned}$$

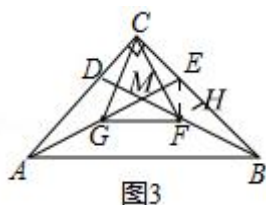


图3

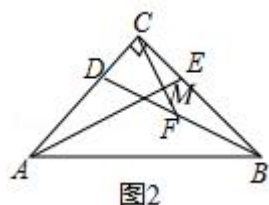


图2

【点评】 此题是三角形综合题，主要考查了全等三角形的判定和性质，直角三角形的性质，三角形的中位线定理，三角形的面积公式，勾股定理，作出辅助线求出 $\triangle CFG$ 的边CF上的高是解本题的关键.

23. (12.00 分) 某药厂销售部门根据市场调研结果，对该厂生产的一种新型原料药未来两年的销售进行预测，并建立如下模型：设第 t 个月该原料药的月销售量为 P (单位：吨)， P 与 t 之间存在如图所示的函数关系，其图象是函数 $P = \frac{120}{t+4}$ ($0 < t \leq 8$) 的图象与线段AB的组合；

设第 t 个月销售该原料药每吨的毛利润为 Q (单位：万元)， Q 与 t 之间满足如下关系：

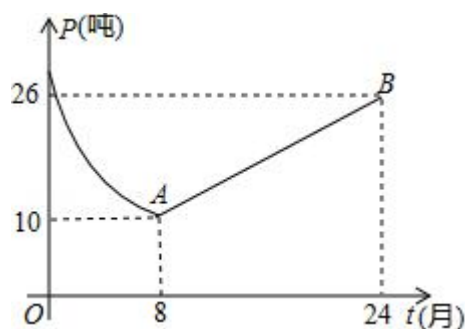
$$Q = \begin{cases} 2t+8, & 0 < t \leq 12 \\ -t+44, & 12 < t \leq 24 \end{cases}$$

(1) 当 $8 < t \leq 24$ 时，求 P 关于 t 的函数解析式；

(2) 设第 t 个月销售该原料药的月毛利润为 w (单位：万元)

①求 w 关于 t 的函数解析式；

②该药厂销售部门分析认为， $336 \leq w \leq 513$ 是最有利于该原料药可持续生产和销售的月毛利润范围，求此范围所对应的月销售量 P 的最小值和最大值.



【分析】(1) 设 $8 < t \leq 24$ 时, $P=kt+b$, 将 A (8, 10)、B (24, 26) 代入求解可得 $P=t+2$;

(2) ①分 $0 < t \leq 8$ 、 $8 < t \leq 12$ 和 $12 < t \leq 24$ 三种情况, 根据月毛利润=月销量 $\times$ 每吨的毛利润可得函数解析式;

②求出 $8 < t \leq 12$ 和 $12 < t \leq 24$ 时, 月毛利润 w 在满足 $336 \leq w \leq 513$ 条件下 t 的取值范围, 再根据一次函数的性质可得 P 的最大值与最小值, 二者综合可得答案.

【解答】解: (1) 设 $8 < t \leq 24$ 时, $P=kt+b$,

将 A (8, 10)、B (24, 26) 代入, 得:

$$\begin{cases} 8k+b=10 \\ 24k+b=26 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases},$$

$$\therefore P=t+2;$$

$$(2) \text{ ①当 } 0 < t \leq 8 \text{ 时, } w = (2t+8) \times \frac{120}{t+4} = 240;$$

$$\text{当 } 8 < t \leq 12 \text{ 时, } w = (2t+8)(t+2) = 2t^2 + 12t + 16;$$

$$\text{当 } 12 < t \leq 24 \text{ 时, } w = (-t+44)(t+2) = -t^2 + 42t + 88;$$

$$\text{②当 } 8 < t \leq 12 \text{ 时, } w = 2t^2 + 12t + 16 = 2(t+3)^2 - 2,$$

$\therefore 8 < t \leq 12$ 时, w 随 t 的增大而增大,

$$\text{当 } 2(t+3)^2 - 2 = 336 \text{ 时, 解得 } t=10 \text{ 或 } t=-16 \text{ (舍),}$$

当 $t=12$ 时, w 取得最大值, 最大值为 448,

此时月销量 $P=t+2$ 在 $t=10$ 时取得最小值 12, 在 $t=12$ 时取得最大值 14;

$$\text{当 } 12 < t \leq 24 \text{ 时, } w = -t^2 + 42t + 88 = -(t-21)^2 + 529,$$

当 $t=12$ 时, w 取得最小值 448,

$$\text{由 } -(t-21)^2 + 529 = 513 \text{ 得 } t=17 \text{ 或 } t=25,$$

$\therefore$ 当 $12 < t \leq 17$ 时, $448 < w \leq 513$,

此时 $P=t+2$ 的最小值为 14, 最大值为 19;

综上, 此范围所对应的月销售量 P 的最小值为 12 吨, 最大值为 19 吨.

【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 掌握待定系数法求函数解析式及根据相等关系列出分段函数的解析式是解题的前提, 利用二次函数的性质求得 $336 \leq w \leq 513$ 所对应的 t 的取值范围是解题的关键.

24. (14.00 分) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, 点 D 在 $\widehat{BC}$ 上, 点 E 在弦 AB 上 (E 不与 A 重合), 且四边形 $BDCE$ 为菱形.

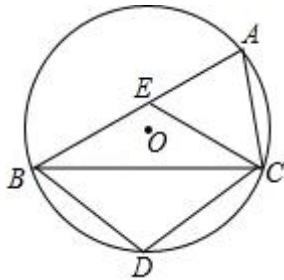
(1) 求证: $AC=CE$;

(2) 求证: $BC^2 - AC^2 = AB \cdot AC$;

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 3.

①若 $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$, 求 BC 的长;

②当 $\frac{AB}{AC}$ 为何值时, $AB \cdot AC$ 的值最大?



【分析】 (1) 由菱形知 $\angle D = \angle BEC$, 由 $\angle A + \angle D = \angle BEC + \angle AEC = 180^\circ$ 可得 $\angle A = \angle AEC$, 据此得证;

(2) 以点 C 为圆心, CE 长为半径作 $\odot C$, 与 BC 交于点 F , 于 BC 延长线交于点 G , 则 $CF = CG = AC = CE = CD$, 证 $\triangle BEF \sim \triangle BGA$ 得 $\frac{BE}{BF} = \frac{BG}{BA}$, 即 $BF \cdot BG = BE \cdot AB$, 将 $BF = BC - CF = BC - AC$ 、 $BG = BC + CG = BC + AC$ 代入可得;

(3) ①设 $AB = 5k$ 、 $AC = 3k$, 由 $BC^2 - AC^2 = AB \cdot AC$ 知 $BC = 2\sqrt{6}k$, 连接 ED 交 BC 于点 M , 在 $\text{Rt} \triangle DMC$ 中由 $DC = AC = 3k$ 、 $MC = \frac{1}{2}BC = \sqrt{6}k$ 求得 $DM = \sqrt{CD^2 - CM^2} = \sqrt{3}k$, 可知 $OM = OD - DM = 3 - \sqrt{3}k$, 在 $\text{Rt} \triangle COM$ 中, 由 $OM^2 + MC^2 = OC^2$ 可得答案. ②设 $OM = d$, 则 $MD = 3 - d$, $MC^2 = OC^2 - OM^2 = 9 - d^2$, 继而知 $BC^2 = (2MC)^2 = 36 - 4d^2$ 、 $AC^2 = DC^2 = DM^2 + CM^2 = (3 - d)^2 + 9 - d^2$, 由 (2) 得 $AB \cdot AC = BC^2 - AC^2$, 据此得出关于 d 的二次函数, 利用二次函数的性质可得答案.

连接 ED 交 BC 于点 M,

∵ 四边形 BDCE 是菱形,

∴ DE 垂直平分 BC,

则点 E、O、M、D 共线,

在 Rt△DMC 中, $DC=AC=3k$, $MC=\frac{1}{2}BC=\sqrt{6}k$,

$$\therefore DM=\sqrt{CD^2-CM^2}=\sqrt{3}k,$$

$$\therefore OM=OD-DM=3-\sqrt{3}k,$$

在 Rt△COM 中, 由 $OM^2+MC^2=OC^2$ 得 $(3-\sqrt{3}k)^2+(\sqrt{6}k)^2=3^2$,

解得: $k=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $k=0$ (舍),

$$\therefore BC=2\sqrt{6}k=4\sqrt{2};$$

② 设 $OM=d$, 则 $MD=3-d$, $MC^2=OC^2-OM^2=9-d^2$,

$$\therefore BC^2=(2MC)^2=36-4d^2,$$

$$AC^2=DC^2=DM^2+CM^2=(3-d)^2+9-d^2,$$

由 (2) 得 $AB \cdot AC=BC^2-AC^2$

$$=-4d^2+6d+18$$

$$=-4\left(d-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{81}{4},$$

∴ 当 $x=\frac{3}{4}$, 即 $OM=\frac{3}{4}$ 时, $AB \cdot AC$ 最大, 最大值为 $\frac{81}{4}$,

$$\therefore DC^2=\frac{189}{16},$$

$$\therefore AC=DC=\frac{3\sqrt{21}}{4},$$

$$\therefore AB=\frac{9\sqrt{21}}{7}, \text{ 此时 } \frac{AB}{AC}=\frac{12}{7}.$$

【点评】 本题主要考查圆的综合问题, 解题的关键是掌握圆的有关性质、圆内接四边形的性质及菱形的性质、相似三角形的判定与性质、二次函数的性质等知识点.