

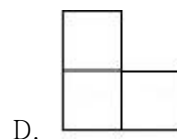
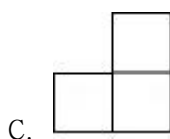
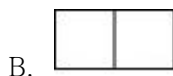
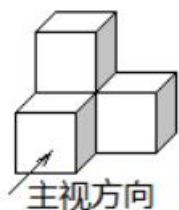
2017 年浙江省衢州市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1. (3 分) -2 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2. (3 分) 如图是由四个相同的小立方体搭成的几何体, 它的主视图是 ()



3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

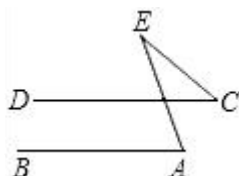
- A. $2a+b=2ab$ B. $(-a)^2=a^2$ C. $a^6 \div a^2=a^3$ D. $a^3 \cdot a^2=a^6$

4. (3 分) 据调查, 某班 20 位女同学所穿鞋子的尺码如表所示, 则鞋子尺码的众数和中位数分别是 ()

尺码 (码)	34	35	36	37	38
人数	2	5	10	2	1

- A. 35 码, 35 码 B. 35 码, 36 码 C. 36 码, 35 码 D. 36 码, 36 码

5. (3 分) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, $\angle A=70^\circ$, $\angle C=40^\circ$, 则 $\angle E$ 等于 ()

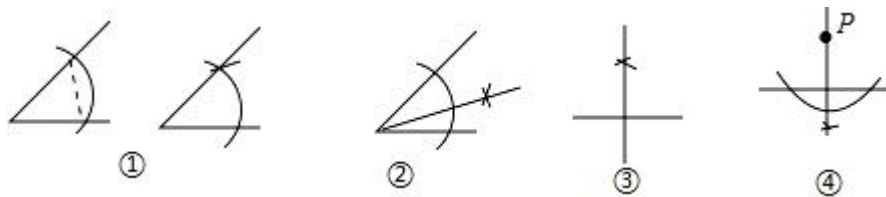


- A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

6. (3 分) 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=6 \\ x-3y=-2 \end{cases}$ 的解是 ()

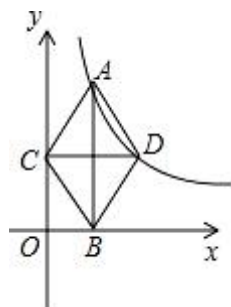
- A. $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-5 \\ y=-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$

7. (3 分) 下列四种基本尺规作图分别表示: ①作一个角等于已知角; ②作一个角的平分线; ③作一条线段的垂直平分线; ④过直线外一点 P 作已知直线的垂线, 则对应选项中作法错误的是 ()



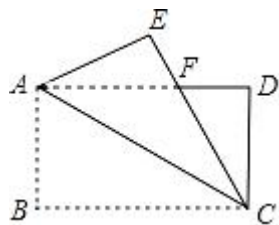
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

8. (3分) 如图, 在直角坐标系中, 点 A 在函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, $AB \perp x$ 轴于点 B, AB 的垂直平分线与 y 轴交于点 C, 与函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 D, 连结 AC, CB, BD, DA, 则四边形 ACBD 的面积等于 ()



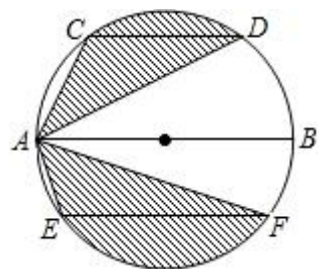
- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $4\sqrt{3}$

9. (3分) 如图, 矩形纸片 ABCD 中, $AB=4$, $BC=6$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 折叠, 使点 B 落在点 E 处, CE 交 AD 于点 F, 则 DF 的长等于 ()



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{5}{4}$

10. (3分) 运用图形变化的方法研究下列问题: 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD、EF 是 $\odot O$ 的弦, 且 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AB=10$, $CD=6$, $EF=8$. 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. $\frac{25}{2}\pi$ B. 10π C. $24+4\pi$ D. $24+5\pi$

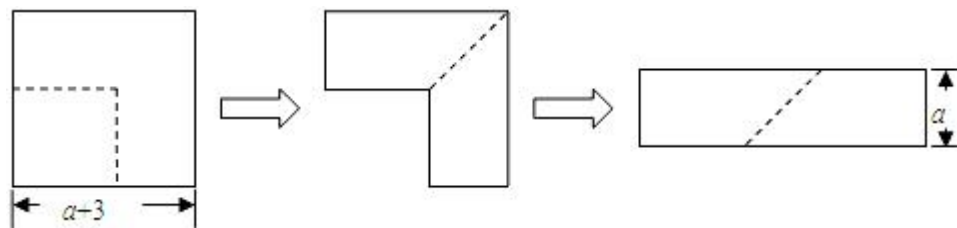
二、填空题（本题共有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. (4 分) 二次根式 $\sqrt{a-2}$ 中字母 a 的取值范围是_____.

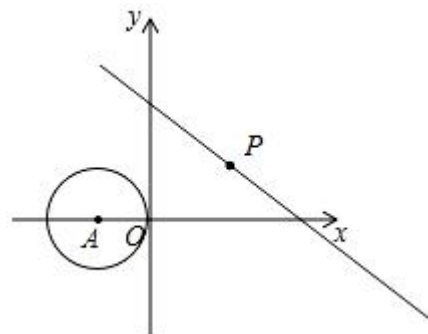
12. (4 分) 化简: $\frac{2x}{x+1} + \frac{1-x}{x+1} =$ _____.

13. (4 分) 在一个箱子里放有 1 个白球和 2 个红球，它们除颜色外其余都相同，从箱子里摸出 1 个球，则摸到红球的概率是_____.

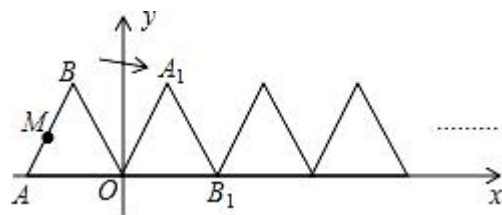
14. (4 分) 如图，从边长为 $(a+3)$ 的正方形纸片中剪去一个边长为 3 的正方形，剩余部分沿虚线又剪拼成一个如图所示的长方形（不重叠无缝隙），则拼成的长方形的另一边长是_____.



15. (4 分) 如图，在直角坐标系中， $\odot A$ 的圆心 A 的坐标为 $(-1, 0)$ ，半径为 1，点 P 为直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 上的动点，过点 P 作 $\odot A$ 的切线，切点为 Q ，则切线长 PQ 的最小值是_____.



16. (4 分) 如图，正 $\triangle ABO$ 的边长为 2， O 为坐标原点， A 在 x 轴上， B 在第二象限， $\triangle ABO$ 沿 x 轴正方向作无滑动的翻滚，经一次翻滚后得到 $\triangle A_1B_1O$ ，则翻滚 3 次后点 B 的对应点的坐标是_____，翻滚 2017 次后 AB 中点 M 经过的路径长为_____.



三、解答题（本题共有 8 小题，第 17-19 小题每小题 6 分，第 20-21 小题每小题 6 分，第 22-23 小题每小题 6 分，第 24 小题 12 分，共 66 分，请务必写出解答过程）

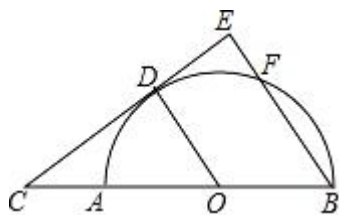
17. (6 分) 计算: $\sqrt{12} + (\pi - 1)^0 \times |-2| - \tan 60^\circ$.

18. (6 分) 解下列一元一次不等式组:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x \leq 2 \\ 3x + 2 > x \end{cases}$$
.

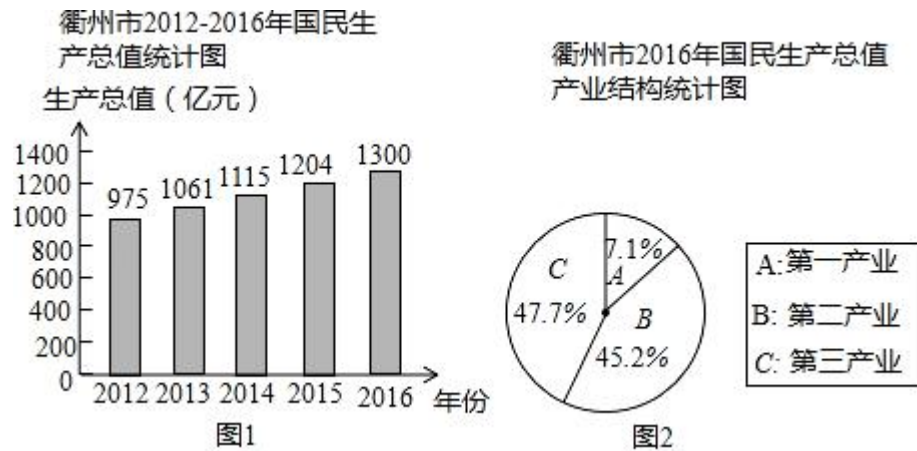
19. (6 分) 如图, AB 为半圆 O 的直径, C 为 BA 延长线上一点, CD 切半圆 O 于点 D, 连接 OD. 作 $BE \perp CD$ 于点 E, 交半圆 O 于点 F. 已知 $CE=12$, $BE=9$.

(1) 求证: $\triangle COD \sim \triangle CBE$.

(2) 求半圆 O 的半径 r 的长.



20. (8 分) 根据衢州市统计局发布的统计数据显示，衢州市近 5 年国民生产总值数据如图 1 所示，2016 年国民生产总值中第一产业，第二产业，第三产业所占比例如图 2 所示.



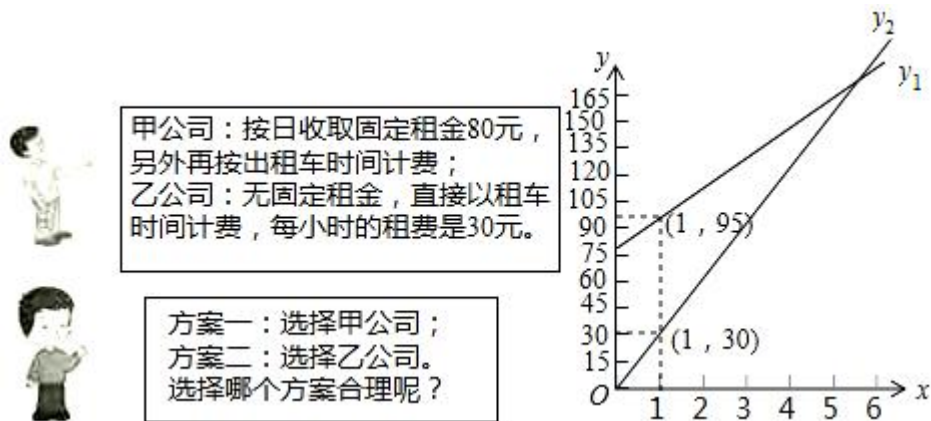
请根据图中信息，解答下列问题:

- (1) 求 2016 年第一产业生产总值 (精确到 1 亿元)
- (2) 2016 年比 2015 年的国民生产总值增加了百分之几? (精确到 1%)
- (3) 若要使 2018 年的国民生产总值达到 1573 亿元，求 2016 年至 2018 年我市国民生产总值的平均增长率 (精确到 1%)

21. (8分) “五·一”期间，小明一家乘坐高铁前往某市旅游，计划第二天租用新能源汽车自驾出游.

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 设租车时间为 x 小时，租用甲公司的车所需费用为 y_1 元，租用乙公司的车所需费用为 y_2 元，分别求出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数表达式；
- (2) 请你帮助小明计算并选择哪个出游方案合算.



22. (10 分) 定义: 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A , B 两点, 点 P 在该抛物线上 (P 点与 A 、 B 两点不重合), 如果 $\triangle ABP$ 的三边满足 $AP^2+BP^2=AB^2$, 则称点 P 为抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的勾股点.

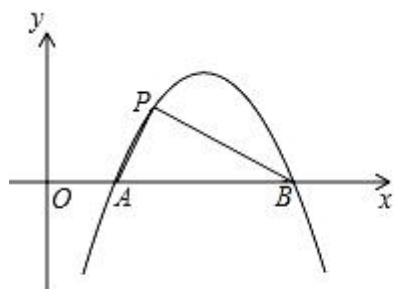


图1

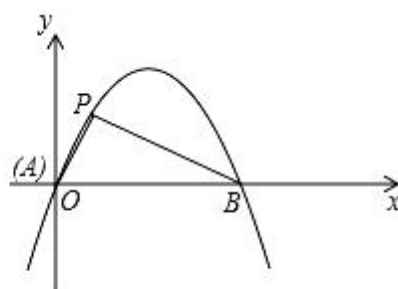


图2

- (1) 直接写出抛物线 $y=-x^2+1$ 的勾股点的坐标.
- (2) 如图 2, 已知抛物线 $C: y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A , B 两点, 点 $P(1, \sqrt{3})$ 是抛物线 C 的勾股点, 求抛物线 C 的函数表达式.
- (3) 在 (2) 的条件下, 点 Q 在抛物线 C 上, 求满足条件 $S_{\triangle ABQ}=S_{\triangle ABP}$ 的 Q 点 (异于点 P) 的坐标.

23. (10 分) 问题背景

如图 1, 在正方形 $ABCD$ 的内部, 作 $\angle DAE = \angle ABF = \angle BCG = \angle CDH$, 根据三角形全等的条件, 易得 $\triangle DAE \cong \triangle ABF \cong \triangle BCG \cong \triangle CDH$, 从而得到四边形 $EFGH$ 是正方形.

类比探究

如图 2, 在正 $\triangle ABC$ 的内部, 作 $\angle BAD = \angle CBE = \angle ACF$, AD , BE , CF 两两相交于 D , E , F 三点 (D , E , F 三点不重合)

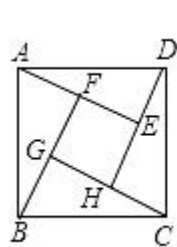


图1

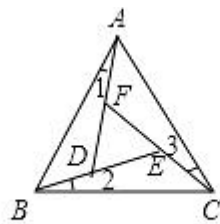
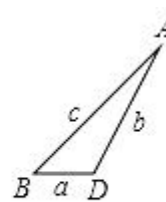


图2



备用图

- (1) $\triangle ABD$, $\triangle BCE$, $\triangle CAF$ 是否全等? 如果是, 请选择其中一对进行证明.
- (2) $\triangle DEF$ 是否为正三角形? 请说明理由.
- (3) 进一步探究发现, $\triangle ABD$ 的三边存在一定的等量关系, 设 $BD=a$, $AD=b$, $AB=c$, 请探索 a , b , c 满足的等量关系.

24. (12 分) 在直角坐标系中, 过原点 O 及点 $A(8, 0)$, $C(0, 6)$ 作矩形 $OABC$ 、连结 OB , 点 D 为 OB 的中点, 点 E 是线段 AB 上的动点, 连结 DE , 作 $DF \perp DE$, 交 OA 于点 F , 连结 EF . 已知点 E 从 A 点出发, 以每秒 1 个单位长度的速度在线段 AB 上移动, 设移动时间为 t 秒.

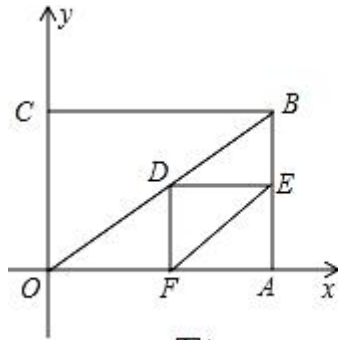


图1

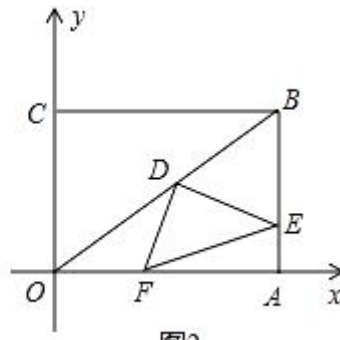


图2

- (1) 如图 1, 当 $t=3$ 时, 求 DF 的长.
- (2) 如图 2, 当点 E 在线段 AB 上移动的过程中, $\angle DEF$ 的大小是否发生变化? 如果变化, 请说明理由; 如果不变, 请求出 $\tan \angle DEF$ 的值.
- (3) 连结 AD , 当 AD 将 $\triangle DEF$ 分成的两部分的面积之比为 $1:2$ 时, 求相应的 t 的值.

2017 年浙江省衢州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2017•德州) -2 的倒数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

【考点】17: 倒数.

【专题】1 : 常规题型.

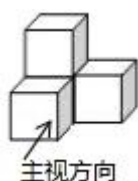
【分析】根据倒数的定义即可求解.

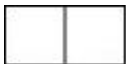
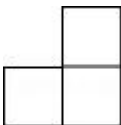
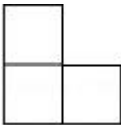
【解答】解: -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选: A.

【点评】主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) (2017•衢州) 如图是由四个相同的小立方体搭成的几何体, 它的主视图是 ()

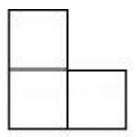


A.  B.  C.  D. 

【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】主视图是从正面看所得到的图形, 从左往右分 2 列, 正方形的个数分别是: 2, 1; 依此即可求解.

【解答】解: 主视图是从正面看所得到的图形, 由图中小立方体的搭法可得主视图是



故选: D.

【点评】此题主要考查了简单组合体的三视图，关键是掌握三种视图所看的位置.

3. (3分) (2017•衢州) 下列计算正确的是 ()

A. $2a+b=2ab$ B. $(-a)^2=a^2$ C. $a^6 \div a^2=a^3$ D. $a^3 \cdot a^2=a^6$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: (A) $2a$ 与 b 不是同类项, 故不能合并, 故 A 不正确;

(C) 原式= a^4 , 故 C 不正确;

(D) 原式= a^5 , 故 D 不正确;

故选 (B)

【点评】本题考查整式的运算, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型.

4. (3分) (2017•衢州) 据调查, 某班 20 位女同学所穿鞋子的尺码如表所示, 则鞋子尺码的众数和中位数分别是 ()

尺码 (码)	34	35	36	37	38
人数	2	5	10	2	1

A. 35 码, 35 码 B. 35 码, 36 码 C. 36 码, 35 码 D. 36 码, 36 码

【考点】W5: 众数; W4: 中位数.

【分析】众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个; 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数.

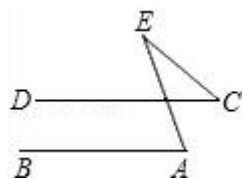
【解答】解: 数据 36 出现了 10 次, 次数最多, 所以众数为 36,

一共有 20 个数据, 位置处于中间的数是: 36, 36, 所以中位数是 $(36+36) \div 2=36$.

故选 D.

【点评】本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 一些学生往往对这个概念掌握不清楚, 计算方法不明确而误选其它选项, 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

5. (3分) (2017•衢州) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 则 $\angle E$ 等于 ()



A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

【考点】 K8: 三角形的外角性质; JA: 平行线的性质.

【专题】 11 : 计算题.

【分析】 先根据两直线平行, 同位角相等求出 $\angle 1$, 再利用三角形的外角等于和它不相邻的两个内角的和即可求出 $\angle E$ 的度数.

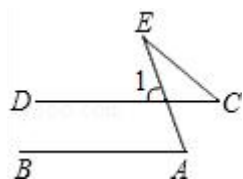
【解答】 解: 如图, $\because AB \parallel CD$, $\angle A = 70^\circ$,

$$\therefore \angle 1 = \angle A = 70^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle C + \angle E, \quad \angle C = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle 1 - \angle C = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$$

故选: A.



【点评】 本题考查的是平行线的性质及三角形外角的性质, 熟知两直线平行, 同位角相等是解答此题的关键.

6. (3分) (2017•衢州) 二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases}$

【考点】 98: 解二元一次方程组.

【分析】 用加减消元法解方程组即可.

【解答】 解: ① - ② 得到 $y = 2$, 把 $y = 2$ 代入①得到 $x = 4$,

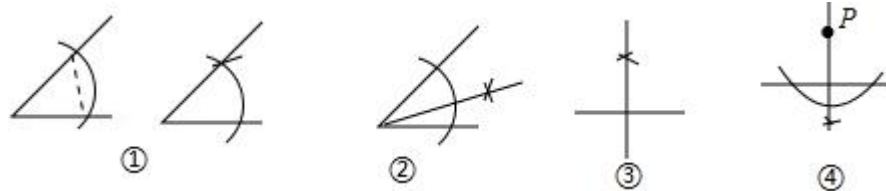
$$\therefore \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

故选 B.

【点评】 本题考查解二元一次方程组, 解题的关键是熟练掌握加减消元法或代入消元法解方

程组，属于中考常考题型.

7. (3分) (2017•衢州) 下列四种基本尺规作图分别表示: ①作一个角等于已知角; ②作一个角的平分线; ③作一条线段的垂直平分线; ④过直线外一点P作已知直线的垂线, 则对应选项中作法错误的是 ()



A. ① B. ② C. ③ D. ④

【考点】 N2: 作图—基本作图.

【分析】 利用作一个角等于已知角; 作一个角的平分线; 作一条线段的垂直平分线; 过直线外一点P作已知直线的垂线的作法进而判断得出答案.

【解答】 解: ①作一个角等于已知角的方法正确;

②作一个角的平分线的作法正确;

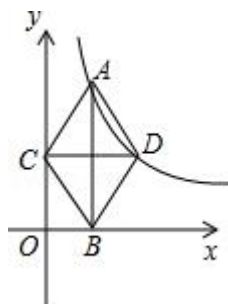
③作一条线段的垂直平分线缺少另一个交点, 作法错误;

④过直线外一点P作已知直线的垂线的作法正确.

故选: C.

【点评】 此题主要考查了基本作图, 正确把握作图方法是解题关键.

8. (3分) (2017•衢州) 如图, 在直角坐标系中, 点A在函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, $AB \perp x$ 轴于点B, AB的垂直平分线与y轴交于点C, 与函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点D, 连结AC, CB, BD, DA, 则四边形ACBD的面积等于 ()



A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $4\sqrt{3}$

【考点】G5：反比例函数系数k的几何意义；KG：线段垂直平分线的性质.

【分析】设A $(a, \frac{4}{a})$ ，可求出D $(2a, \frac{2}{a})$ ，由于对角线垂直，计算对角线乘积的一半即可.

【解答】解：设A $(a, \frac{4}{a})$ ，可求出D $(2a, \frac{2}{a})$ ，

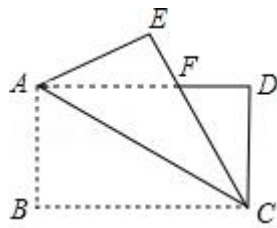
$\therefore AB \perp CD$,

$$\therefore S_{\text{四边形ACBD}} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2a \times \frac{4}{a} = 4,$$

故选C.

【点评】本题主要考查了反比例函数系数k的几何意义以及线段垂直平分线的性质，解题的关键是设出点A和点B的坐标.

9. (3分) (2017•衢州) 如图，矩形纸片ABCD中，AB=4，BC=6，将 $\triangle ABC$ 沿AC折叠，使点B落在点E处，CE交AD于点F，则DF的长等于 ()



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{5}{4}$

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；LB：矩形的性质.

【分析】根据折叠的性质得到 $AE=AB$ ， $\angle E=\angle B=90^\circ$ ，易证 $\text{Rt}\triangle AEF \cong \text{Rt}\triangle CDF$ ，即可得到结论 $EF=DF$ ；易得 $FC=FA$ ，设 $FA=x$ ，则 $FC=x$ ， $FD=6-x$ ，在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中利用勾股定理得到关于x的方程 $x^2=4^2+(6-x)^2$ ，解方程求出x.

【解答】解： $\because$ 矩形ABCD沿对角线AC对折，使 $\triangle ABC$ 落在 $\triangle ACE$ 的位置，

$\therefore AE=AB$ ， $\angle E=\angle B=90^\circ$ ，

又 $\because$ 四边形ABCD为矩形，

$\therefore AB=CD$ ，

$\therefore AE=DC$ ，

而 $\angle AFE=\angle DFC$ ，

$\therefore$ 在 $\triangle AEF$ 与 $\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases} \angle AFE = \angle CFD \\ \angle E = \angle D \\ AE = CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CDF$ (AAS),

$\therefore EF = DF$;

$\therefore$ 四边形 ABCD 为矩形,

$\therefore AD = BC = 6$, $CD = AB = 4$,

$\therefore \text{Rt} \triangle AEF \cong \text{Rt} \triangle CDF$,

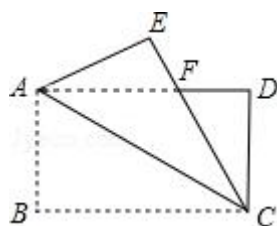
$\therefore FC = FA$,

设 $FA = x$, 则 $FC = x$, $FD = 6 - x$,

在 $\text{Rt} \triangle CDF$ 中, $CF^2 = CD^2 + DF^2$, 即 $x^2 = 4^2 + (6 - x)^2$, 解得 $x = \frac{13}{3}$,

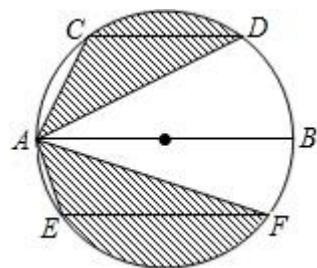
则 $FD = 6 - x = \frac{5}{3}$.

故选: B.



【点评】 本题考查了折叠的性质: 折叠前后两图形全等, 即对应角相等, 对应边相等. 也考查了矩形的性质和三角形全等的判定与性质以及勾股定理.

10. (3 分) (2017•衢州) 运用图形变化的方法研究下列问题: 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD、EF 是 $\odot O$ 的弦, 且 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AB = 10$, $CD = 6$, $EF = 8$. 则图中阴影部分的面积是 ()



A. $\frac{25}{2}\pi$ B. 10π C. $24 + 4\pi$ D. $24 + 5\pi$

【考点】 MO: 扇形面积的计算; M5: 圆周角定理.

【分析】作直径 CG，连接 OD、OE、OF、DG，则根据圆周角定理求得 DG 的长，证明 DG=EF，则 $S_{\text{扇形 ODG}}=S_{\text{扇形 OEF}}$ ，然后根据三角形的面积公式证明 $S_{\triangle OCD}=S_{\triangle ACD}$ ， $S_{\triangle OEF}=S_{\triangle AEF}$ ，则 $S_{\text{阴影}}=S_{\text{扇形 OCD}}+S_{\text{扇形 OEF}}=S_{\text{扇形 OCD}}+S_{\text{扇形 ODG}}=S_{\text{半圆}}$ ，即可求解。

【解答】解：作直径 CG，连接 OD、OE、OF、DG。

$\because$ CG 是圆的直径，

$\therefore \angle CDG=90^\circ$ ，则 $DG=\sqrt{CG^2-CD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ ，

又 $\because EF=8$ ，

$\therefore DG=EF$ ，

$\therefore \widehat{DG}=\widehat{EF}$ ，

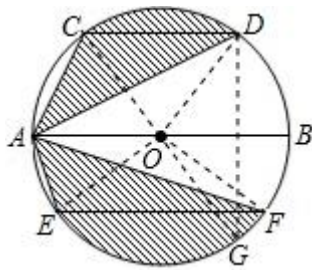
$\therefore S_{\text{扇形 ODG}}=S_{\text{扇形 OEF}}$ ，

$\because AB \parallel CD \parallel EF$ ，

$\therefore S_{\triangle OCD}=S_{\triangle ACD}$ ， $S_{\triangle OEF}=S_{\triangle AEF}$ ，

$\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\text{扇形 OCD}}+S_{\text{扇形 OEF}}=S_{\text{扇形 OCD}}+S_{\text{扇形 ODG}}=S_{\text{半圆}}=\frac{1}{2}\pi \times 5^2=\frac{25}{2}\pi$ 。

故选 A。



【点评】本题考查扇形面积的计算，圆周角定理。本题中找出两个阴影部分面积之间的联系是解题的关键。

二、填空题（本题共有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. (4 分) (2017•衢州) 二次根式 $\sqrt{a-2}$ 中字母 a 的取值范围是 $a \geq 2$ 。

【考点】72：二次根式有意义的条件。

【分析】由二次根式中的被开方数是非负数，可得出 $a-2 \geq 0$ ，解之即可得出结论。

【解答】解：根据题意得： $a-2 \geq 0$ ，

解得： $a \geq 2$ 。

故答案为： $a \geq 2$ 。

【点评】 本题考查了二次根式有意义的条件，牢记“二次根式中的被开方数是非负数”是解题的关键.

12. (4分) (2017•衢州) 化简: $\frac{2x}{x+1} + \frac{1-x}{x+1} = \underline{1}$.

【考点】 6B: 分式的加减法.

【专题】 11 : 计算题.

【分析】 分式的加减运算中，如果是同分母分式，那么分母不变，把分子直接相加减即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{2x+1-x}{x+1} = 1$.

【点评】 本题考查了分式的加减运算. 最后要注意将结果化为最简分式.

13. (4分) (2017•衢州) 在一个箱子里放有 1 个白球和 2 个红球，它们除颜色外其余都相同，从箱子里摸出 1 个球，则摸到红球的概率是 $\underline{\frac{2}{3}}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 由一个不透明的箱子里共有 1 个白球，2 个红球，共 3 个球，它们除颜色外均相同，直接利用概率公式求解即可求得答案.

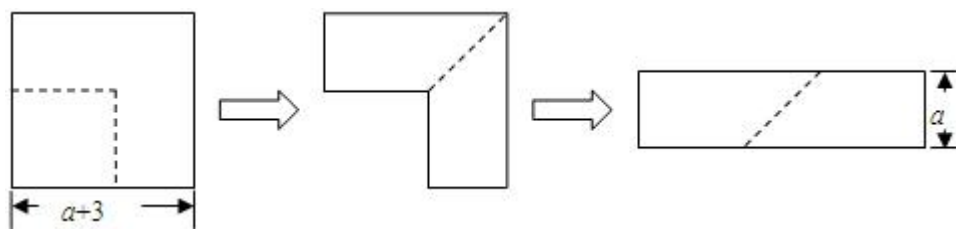
【解答】 解: $\because$ 一个不透明的箱子里有 1 个白球，2 个红球，共有 3 个球，

$\therefore$ 从箱子中随机摸出一个球是红球的概率是 $\frac{2}{3}$;

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (4分) (2017•衢州) 如图，从边长为 $(a+3)$ 的正方形纸片中剪去一个边长为 3 的正方形，剩余部分沿虚线又剪拼成一个如图所示的长方形（不重叠无缝隙），则拼成的长方形的另一边长是 $\underline{a+6}$.



【考点】 4G: 平方差公式的几何背景.

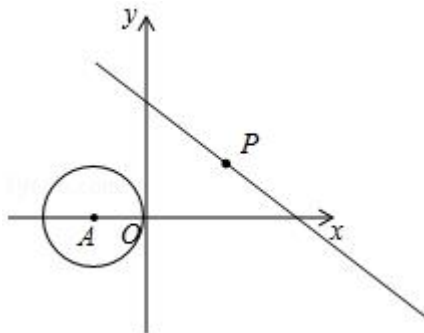
【分析】根据拼成的长方形的面积等于大正方形的面积减去小正方形的面积列式整理即可得解.

【解答】解：拼成的长方形的面积= $(a+3)^2 - 3^2$ ，
= $(a+3+3)(a+3-3)$ ，
= $a(a+6)$ ，
 $\therefore$ 拼成的长方形一边长为 a ，
 $\therefore$ 另一边长是 $a+6$.

故答案为： $a+6$.

【点评】本题考查了平方差公式的几何背景，表示出剩余部分的面积是解题的关键.

15. (4 分) (2017•衢州) 如图，在直角坐标系中， $\odot A$ 的圆心 A 的坐标为 $(-1, 0)$ ，半径为 1，点 P 为直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 上的动点，过点 P 作 $\odot A$ 的切线，切点为 Q ，则切线长 PQ 的最小值是 $2\sqrt{2}$.



【考点】MC：切线的性质；F5：一次函数的性质.

【分析】连接 AP ， PQ ，当 AP 最小时， PQ 最小，当 $AP \perp$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 时， PQ 最小，根据全等三角形的性质得到 $AP=3$ ，根据勾股定理即可得到结论.

【解答】解：如图，作 $AP \perp$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ，垂足为 P ，作 $\odot A$ 的切线 PQ ，切点为 Q ，此时切线长 PQ 最小 $\because A$ 的坐标为 $(-1, 0)$ ，
设直线与 x 轴， y 轴分别交于 B ， C ，
 $\therefore B(0, 3)$ ， $C(4, 0)$ ，
 $\therefore OB=3$ ， $AC=5$ ，
 $\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 5$ ，

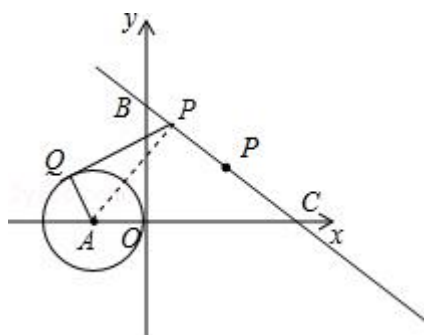
$$\therefore AC=BC,$$

$$\text{在} \triangle APC \text{ 与 } \triangle BOC \text{ 中, } \begin{cases} \angle APC = \angle OBC = 90^\circ \\ \angle ACB = \angle BCO \\ AC = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle APC \cong \triangle OBC,$$

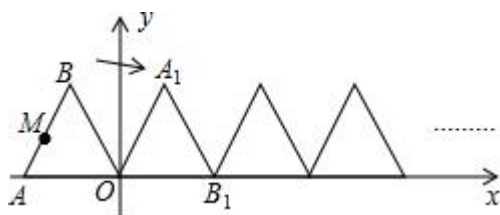
$$\therefore AP=OB=3,$$

$$\therefore PQ = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}.$$



【点评】本题主要考查切线的性质，掌握过切点的半径与切线垂直是解题的关键，用切线的性质来进行计算或论证，常通过作辅助线连接圆心和切点，利用垂直构造直角三角形解决有关问题.

16. (4 分) (2017•衢州) 如图，正 $\triangle ABO$ 的边长为 2，O 为坐标原点，A 在 x 轴上，B 在第二象限， $\triangle ABO$ 沿 x 轴正方向作无滑动的翻滚，经一次翻滚后得到 $\triangle A_1B_1O$ ，则翻滚 3 次后点 B 的对应点的坐标是 $(5, \sqrt{3})$ ，翻滚 2017 次后 AB 中点 M 经过的路径长为 $(\frac{1346\sqrt{3}}{3} + 896)\pi$.



【考点】O4：轨迹；D2：规律型：点的坐标.

【分析】如图作 $B_3E \perp x$ 轴于 E，易知 $OE=5$ ， $B_3E=\sqrt{3}$ ，观察图象可知 3 三次一个循环，一个循环点 M 的运动路径为 $\frac{120\pi \cdot \sqrt{3}}{180} + \frac{120\pi \cdot 1}{180} + \frac{120\pi \cdot 1}{180} = (\frac{2\sqrt{3}+4}{3})\pi$ ，由 $2017 \div 3 = 672 \cdots 1$ ，可知翻滚 2017 次后 AB 中点 M 经过的路径长为 $672 \cdot (\frac{2\sqrt{3}+4}{3})\pi + \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi = (\frac{1346\sqrt{3}}{3} + 896)\pi$.

【解答】解：如图作 $B_3E \perp x$ 轴于 E ，易知 $OE=5$ ， $B_3E=\sqrt{3}$ ，

$$\therefore B_3(5, \sqrt{3}),$$

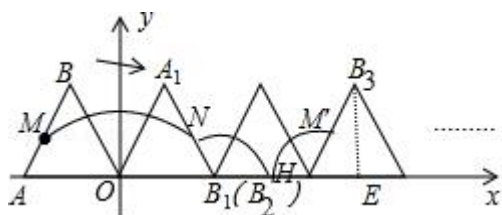
观察图象可知 3 三次一个循环，一个循环点 M 的运动路径为 $\frac{120 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{180} + \frac{120 \pi \cdot 1}{180} + \frac{120 \pi \cdot 1}{180} = (\frac{2\sqrt{3}+4}{3})$

π ，

$$\therefore 2017 \div 3 = 672 \cdots 1,$$

$$\therefore \text{翻滚 } 2017 \text{ 次后 } AB \text{ 中点 } M \text{ 经过的路径长为 } 672 \cdot (\frac{2\sqrt{3}+4}{3}) \pi + \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi = (\frac{1346\sqrt{3}}{3} + 896) \pi.$$

故答案为 $(\frac{1346\sqrt{3}}{3} + 896) \pi$ 。



【点评】本题考查轨迹、规律题、扇形的面积公式、等边三角形的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，循环从特殊到一般的探究方法，属于中考常考题型。

三、解答题（本题共有 8 小题，第 17-19 小题每小题 6 分，第 20-21 小题每小题 6 分，第 22-23 小题每小题 6 分，第 24 小题 12 分，共 66 分，请务必写出解答过程）

17. (6 分) (2017•衢州) 计算： $\sqrt{12} + (\pi - 1)^0 \times |-2| - \tan 60^\circ$ 。

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；T5：特殊角的三角函数值。

【分析】按照实数的运算法则依次计算，注意： $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ， $(\pi - 1)^0 = 1$ 。

【解答】解：原式 $= 2\sqrt{3} + 1 \times 2 - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$ 。

【点评】本题考查特殊三角函数值，实数的运算。任何不等于 0 的数的 0 次幂是 1。

18. (6 分) (2017•衢州) 解下列一元一次不等式组：
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x \leq 2 \\ 3x + 2 > x \end{cases}$$
。

【考点】CB：解一元一次不等式组。

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集。

【解答】解：解不等式 $\frac{1}{2}x \leq 2$ ，得： $x \leq 4$ ，

解不等式 $3x+2>x$, 得: $x>-1$,

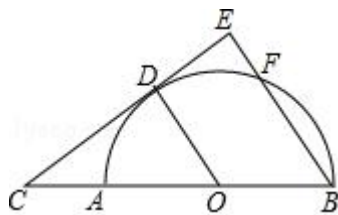
则不等式组的解集为 $-1<x\leq 4$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19. (6分) (2017•衢州) 如图, AB 为半圆 O 的直径, C 为 BA 延长线上一点, CD 切半圆 O 于点 D, 连接 OD. 作 $BE\perp CD$ 于点 E, 交半圆 O 于点 F. 已知 $CE=12$, $BE=9$.

(1) 求证: $\triangle COD\sim\triangle CBE$.

(2) 求半圆 O 的半径 r 的长.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; MC: 切线的性质.

【分析】 (1) 由切线的性质和垂直的定义得出 $\angle E=90^\circ=\angle CDO$, 再由 $\angle C=\angle C$, 得出 $\triangle COD\sim\triangle CBE$.

(2) 由勾股定理求出 $BC=\sqrt{CE^2+BE^2}=15$, 由相似三角形的性质得出比例式, 即可得出答案.

【解答】 (1) 证明: $\because CD$ 切半圆 O 于点 D,

$\therefore CD\perp OD$,

$\therefore \angle CDO=90^\circ$,

$\because BE\perp CD$,

$\therefore \angle E=90^\circ=\angle CDO$,

又 $\because \angle C=\angle C$,

$\therefore \triangle COD\sim\triangle CBE$.

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中, $CE=12$, $BE=9$,

$\therefore BC=\sqrt{CE^2+BE^2}=15$,

$\therefore \triangle COD\sim\triangle CBE$.

$\therefore \frac{OD}{BE}=\frac{OC}{BC}$, 即 $\frac{r}{9}=\frac{15-r}{15}$,

解得: $r = \frac{45}{8}$.

【点评】 本题考查了切线的性质、相似三角形的判定及其性质、勾股定理; 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解决问题的关键.

20. (8 分) (2017•衢州) 根据衢州市统计局发布的统计数据显示, 衢州市近 5 年国民生产总值数据如图 1 所示, 2016 年国民生产总值中第一产业, 第二产业, 第三产业所占比例如图 2 所示.



请根据图中信息, 解答下列问题:

- (1) 求 2016 年第一产业生产总值 (精确到 1 亿元)
- (2) 2016 年比 2015 年的国民生产总值增加了百分之几? (精确到 1%)
- (3) 若要使 2018 年的国民生产总值达到 1573 亿元, 求 2016 年至 2018 年我市国民生产总值的平均增长率 (精确到 1%)

【考点】 AD: 一元二次方程的应用; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 2016 年第一产业生产总值=2016 年国民生产总值 $\times$ 2016 年第一产业国民生产总值所占百分率列式计算即可求解;

(2) 先求出 2016 年比 2015 年的国民生产总值增加了多少, 再除以 2015 年的国民生产总值即可求解;

(3) 设 2016 年至 2018 年我市国民生产总值的平均增长率为 x , 那么 2017 年我市国民生产总值为 $1300(1+x)$ 亿元, 2018 年我市国民生产总值为 $1300(1+x)(1+x)$ 亿元, 然后根据 2018 年的国民生产总值要达到 1573 亿元即可列出方程, 解方程就可以求出年平均增长率.

【解答】 解: (1) $1300 \times 7.1\% \approx 92$ (亿元).

答: 2016 年第一产业生产总值大约是 92 亿元;

$$\begin{aligned}
 & (2) (1300 - 1204) \div 1204 \times 100\% \\
 & = 96 \div 1204 \times 100\% \\
 & \approx 8\%.
 \end{aligned}$$

答：2016 年比 2015 年的国民生产总值大约增加了 8%；

$$\begin{aligned}
 & (3) \text{ 设 2016 年至 2018 年我市国民生产总值的年平均增长率为 } x, \\
 & \text{依题意得 } 1300(1+x)^2 = 1573, \\
 & \therefore 1+x = \pm 1.1,
 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 10\% \text{ 或 } x = -2.1 \text{ (不符合题意, 故舍去).}$$

答：2016 年至 2018 年我市国民生产总值的年平均增长率约为 10%.

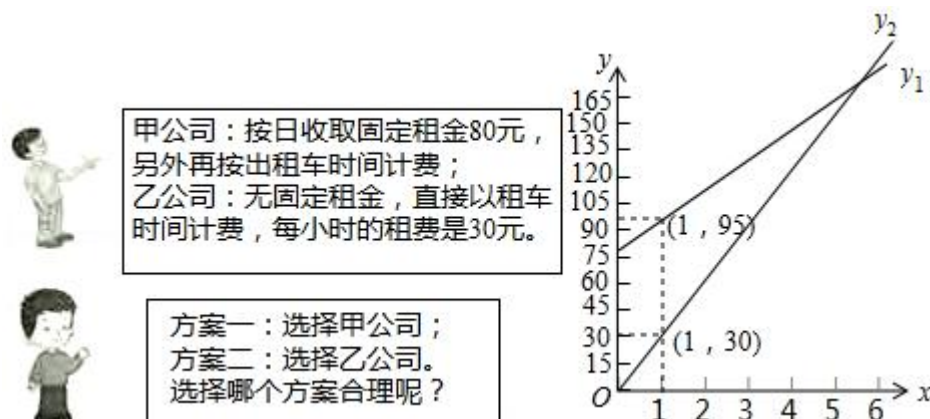
【点评】 此题主要考查了一元二次方程的应用中增长率的问题，一般公式为原来的量 $\times (1 \pm x)^2 =$ 后来的量，其中增长用+，减少用-.

21. (8 分) (2017•衢州) “五•一”期间，小明一家乘坐高铁前往某市旅游，计划第二天租用新能源汽车自驾出游.

根据以上信息，解答下列问题：

(1) 设租车时间为 x 小时，租用甲公司的车所需费用为 y_1 元，租用乙公司的车所需费用为 y_2 元，分别求出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数表达式；

(2) 请你帮助小明计算并选择哪个出游方案合算.



【考点】 FH：一次函数的应用；FA：待定系数法求一次函数解析式.

【分析】 (1) 根据函数图象中的信息，分别运用待定系数法，求得 y_1 ， y_2 关于 x 的函数表达式即可；

(2) 当 $y_1 = y_2$ 时， $15x + 80 = 30x$ ，当 $y_1 > y_2$ 时， $15x + 80 > 30x$ ，当 $y_1 < y_2$ 时， $15x + 80 < 30x$ ，分

求得 x 的取值范围即可得出方案.

【解答】解: (1) 设 $y_1=k_1x+80$,

把点 $(1, 95)$ 代入, 可得

$$95=k_1+80,$$

解得 $k_1=15$,

$$\therefore y_1=15x+80 \quad (x \geq 0);$$

设 $y_2=k_2x$,

把 $(1, 30)$ 代入, 可得

$$30=k_2, \text{ 即 } k_2=30,$$

$$\therefore y_2=30x \quad (x \geq 0);$$

(2) 当 $y_1=y_2$ 时, $15x+80=30x$,

$$\text{解得 } x=\frac{16}{3};$$

当 $y_1 > y_2$ 时, $15x+80 > 30x$,

$$\text{解得 } x < \frac{16}{3};$$

当 $y_1 < y_2$ 时, $15x+80 < 30x$,

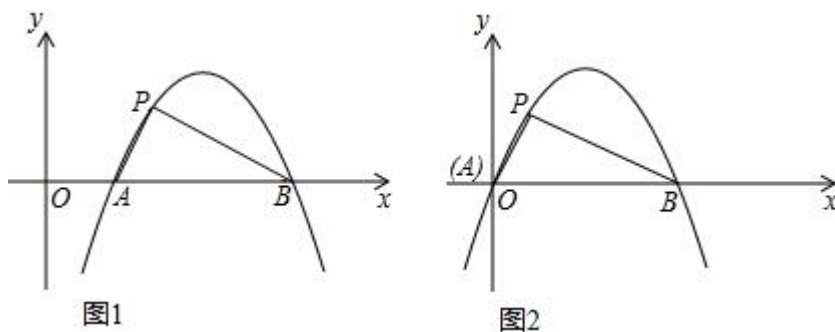
$$\text{解得 } x > \frac{16}{3};$$

$\therefore$ 当租车时间为 $\frac{16}{3}$ 小时, 选择甲乙公司一样合算; 当租车时间小于 $\frac{16}{3}$ 小时, 选择乙公司合算;

当租车时间大于 $\frac{16}{3}$ 小时, 选择甲公司合算.

【点评】 本题主要考查了一次函数的应用, 解题时注意: 求正比例函数 $y=kx$, 只要一对 x , y 的值; 而求一次函数 $y=kx+b$, 则需要两组 x , y 的值.

22. (10 分) (2017•衢州) 定义: 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A , B 两点, 点 P 在该抛物线上 (P 点与 A 、 B 两点不重合), 如果 $\triangle ABP$ 的三边满足 $AP^2+BP^2=AB^2$, 则称点 P 为抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的勾股点.



(1) 直接写出抛物线 $y = -x^2 + 1$ 的勾股点的坐标.

(2) 如图 2, 已知抛物线 $C: y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点, 点 $P(1, \sqrt{3})$ 是抛物线 C 的勾股点, 求抛物线 C 的函数表达式.

(3) 在 (2) 的条件下, 点 Q 在抛物线 C 上, 求满足条件 $S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle ABP}$ 的 Q 点 (异于点 P) 的坐标.

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】 (1) 根据抛物线勾股点的定义即可得;

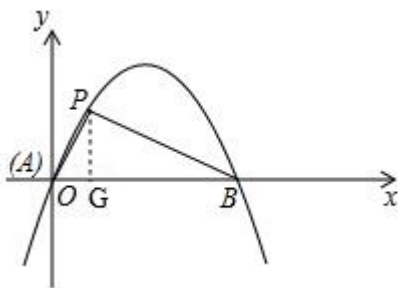
(2) 作 $PG \perp x$ 轴, 由点 P 坐标求得 $AG=1, PG=\sqrt{3}, PA=2$, 由 $\tan \angle PAB = \frac{PG}{AG} = \sqrt{3}$ 知 $\angle PAG = 60^\circ$, 从而求得 $AB=4$, 即 $B(4, 0)$, 待定系数法求解可得;

(3) 由 $S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle ABP}$ 且两三角形同底, 可知点 Q 到 x 轴的距离为 $\sqrt{3}$, 据此求解可得.

【解答】 解: (1) 抛物线 $y = -x^2 + 1$ 的勾股点的坐标为 $(0, 1)$;

(2) 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 过原点, 即点 $A(0, 0)$,

如图, 作 $PG \perp x$ 轴于点 G ,



$\because$ 点 P 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$,

$\therefore AG=1, PG=\sqrt{3}, PA=\sqrt{AG^2 + PG^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$,

$\because \tan \angle PAB = \frac{PG}{AG} = \sqrt{3}$,

$\therefore \angle PAG = 60^\circ$,

在 Rt△PAB 中, $AB = \frac{PA}{\cos \angle PAB} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$,

∴ 点 B 坐标为 (4, 0),

设 $y = ax(x - 4)$,

将点 P (1, $\sqrt{3}$) 代入得: $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x(x - 4) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x;$$

(3) ①当点 Q 在 x 轴上方时, 由 $S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle ABP}$ 知点 Q 的纵坐标为 $\sqrt{3}$,

$$\text{则有 } -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x = \sqrt{3},$$

解得: $x_1 = 3$, $x_2 = 1$ (不符合题意, 舍去),

∴ 点 Q 的坐标为 (3, $\sqrt{3}$);

②当点 Q 在 x 轴下方时, 由 $S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle ABP}$ 知点 Q 的纵坐标为 $-\sqrt{3}$,

$$\text{则有 } -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x = -\sqrt{3},$$

解得: $x_1 = 2 + \sqrt{7}$, $x_2 = 2 - \sqrt{7}$,

∴ 点 Q 的坐标为 $(2 + \sqrt{7}, -\sqrt{3})$ 或 $(2 - \sqrt{7}, -\sqrt{3})$;

综上, 满足条件的点 Q 有 3 个: (3, $\sqrt{3}$) 或 $(2 + \sqrt{7}, -\sqrt{3})$ 或 $(2 - \sqrt{7}, -\sqrt{3})$.

【点评】 本题主要考查抛物线与 x 轴的交点及待定系数法求函数解析式, 根据新定义求得点 B 的坐标, 并熟练掌握待定系数求函数解析式及三角形面积问题是解题的关键.

23. (10 分) (2017•衢州) 问题背景

如图 1, 在正方形 ABCD 的内部, 作 $\angle DAE = \angle ABF = \angle BCG = \angle CDH$, 根据三角形全等的条件, 易得 $\triangle DAE \cong \triangle ABF \cong \triangle BCG \cong \triangle CDH$, 从而得到四边形 EFGH 是正方形.

类比探究

如图 2, 在正△ABC 的内部, 作 $\angle BAD = \angle CBE = \angle ACF$, AD, BE, CF 两两相交于 D, E, F 三点 (D, E, F 三点不重合)

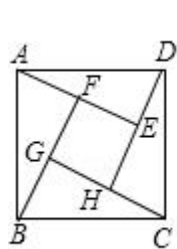


图1

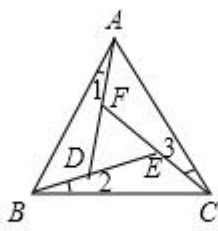
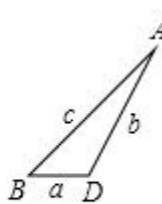


图2



备用图

- (1) $\triangle ABD$, $\triangle BCE$, $\triangle CAF$ 是否全等? 如果是, 请选择其中一对进行证明.
- (2) $\triangle DEF$ 是否为正三角形? 请说明理由.
- (3) 进一步探究发现, $\triangle ABD$ 的三边存在一定的等量关系, 设 $BD=a$, $AD=b$, $AB=c$, 请探索 a , b , c 满足的等量关系.

【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 由正三角形的性质得出 $\angle CAB = \angle ABC = \angle BCA = 60^\circ$, $AB = BC$, 证出 $\angle ABD = \angle BCE$, 由 ASA 证明 $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ 即可;

(2) 由全等三角形的性质得出 $\angle ADB = \angle BEC = \angle CFA$, 证出 $\angle FDE = \angle DEF = \angle EFD$, 即可得出结论;

(3) 作 $AG \perp BD$ 于 G , 由正三角形的性质得出 $\angle ADG = 60^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, $DG = \frac{1}{2}b$, $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}b$, 在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, 由勾股定理即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\triangle ABD \cong \triangle BCE \cong \triangle CAF$; 理由如下:

$\because \triangle ABC$ 是正三角形,

$\therefore \angle CAB = \angle ABC = \angle BCA = 60^\circ$, $AB = BC$,

$\because \angle ABD = \angle ABC - \angle 2$, $\angle BCE = \angle ACB - \angle 3$, $\angle 2 = \angle 3$,

$\therefore \angle ABD = \angle BCE$,

$$\angle 1 = \angle 2$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 中, $\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABD = \angle BCE \end{cases}$,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE$ (ASA);

(2) $\triangle DEF$ 是正三角形; 理由如下:

$\because \triangle ABD \cong \triangle BCE \cong \triangle CAF$,

$\therefore \angle ADB = \angle BEC = \angle CFA$,

$\therefore \angle FDE = \angle DEF = \angle EFD$,

∴ $\triangle DEF$ 是正三角形;

(3) 作 $AG \perp BD$ 于 G , 如图所示:

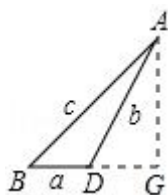
∵ $\triangle DEF$ 是正三角形,

∴ $\angle ADG = 60^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, $DG = \frac{1}{2}b$, $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}b$,

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, $c^2 = (a + \frac{1}{2}b)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}b)^2$,

∴ $c^2 = a^2 + ab + b^2$.



【点评】 本题是综合题目, 考查了正三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识; 本题综合性强, 熟练掌握正三角形的判定与性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

24. (12 分) (2017·衢州) 在直角坐标系中, 过原点 O 及点 $A(8, 0)$, $C(0, 6)$ 作矩形 $OABC$, 连结 OB , 点 D 为 OB 的中点, 点 E 是线段 AB 上的动点, 连结 DE , 作 $DF \perp DE$, 交 OA 于点 F , 连结 EF . 已知点 E 从 A 点出发, 以每秒 1 个单位长度的速度在线段 AB 上移动, 设移动时间为 t 秒.

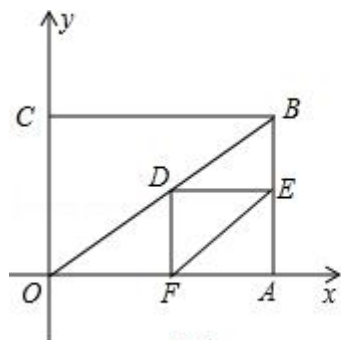


图1

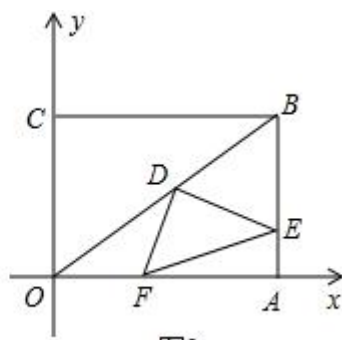


图2

(1) 如图 1, 当 $t=3$ 时, 求 DF 的长.

(2) 如图 2, 当点 E 在线段 AB 上移动的过程中, $\angle DEF$ 的大小是否发生变化? 如果变化, 请说明理由; 如果不变, 请求出 $\tan \angle DEF$ 的值.

(3) 连结 AD , 当 AD 将 $\triangle DEF$ 分成的两部分的面积之比为 1:2 时, 求相应的 t 的值.

【考点】LO：四边形综合题.

【分析】(1) 当 $t=3$ 时, 点 E 为 AB 的中点, 由三角形中位线定理得出 $DE \parallel OA$, $DE = \frac{1}{2}OA = 4$, 再由矩形的性质证出 $DE \perp AB$, 得出 $\angle OAB = \angle DEA = 90^\circ$, 证出四边形 DFAE 是矩形, 得出 $DF = AE = 3$ 即可;

(2) 作 $DM \perp OA$ 于 M, $DN \perp AB$ 于 N, 证明四边形 DMAN 是矩形, 得出 $\angle MDN = 90^\circ$, $DM \parallel AB$, $DN \parallel OA$, 由平行线得出比例式 $\frac{BD}{DO} = \frac{BN}{NA}$, $\frac{DO}{BD} = \frac{OM}{MA}$, 由三角形中位线定理得出 $DM = \frac{1}{2}AB = 3$, $DN = \frac{1}{2}OA = 4$, 证明 $\triangle DMF \sim \triangle DNE$, 得出 $\frac{DF}{DE} = \frac{DM}{DN} = \frac{3}{4}$, 再由三角函数定义即可得出答案;

(3) 作 $DM \perp OA$ 于 M, $DN \perp AB$ 于 N, 若 AD 将 $\triangle DEF$ 的面积分成 1: 2 的两部分, 设 AD 交 EF 于点 G, 则点 G 为 EF 的三等分点;

①当点 E 到达中点之前时, $NE = 3 - t$, 由 $\triangle DMF \sim \triangle DNE$ 得: $MF = \frac{3}{4}(3 - t)$, 求出 $AF = 4 + MF = -\frac{3}{4}t + \frac{25}{4}$, 得出 G $(\frac{3t+71}{12}, \frac{2}{3}t)$, 求出直线 AD 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 6$, 把 G $(\frac{3t+71}{12}, \frac{2}{3}t)$ 代入即可求出 t 的值;

②当点 E 越过中点之后, $NE = t - 3$, 由 $\triangle DMF \sim \triangle DNE$ 得: $MF = \frac{3}{4}(t - 3)$, 求出 $AF = 4 - MF = -\frac{3}{4}t + \frac{25}{4}$, 得出 G $(\frac{3t+23}{6}, \frac{1}{3}t)$, 代入直线 AD 的解析式 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 求出 t 的值即可.

【解答】解: (1) 当 $t=3$ 时, 点 E 为 AB 的中点,

$$\because A(8, 0), C(0, 6),$$

$$\therefore OA = 8, OC = 6,$$

$\because$ 点 D 为 OB 的中点,

$$\therefore DE \parallel OA, DE = \frac{1}{2}OA = 4,$$

$\because$ 四边形 OABC 是矩形,

$$\therefore OA \perp AB,$$

$$\therefore DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle DEA = 90^\circ,$$

又 $\because DF \perp DE$,

$$\therefore \angle EDF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 DFAE 是矩形,

$$\therefore DF=AE=3;$$

(2) $\angle DEF$ 的大小不变; 理由如下:

作 $DM \perp OA$ 于 M , $DN \perp AB$ 于 N , 如图 2 所示:

$\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形,

$$\therefore OA \perp AB,$$

$\therefore$ 四边形 $DMAN$ 是矩形,

$$\therefore \angle MDN=90^\circ, DM \parallel AB, DN \parallel OA,$$

$$\therefore \frac{BD}{DO} = \frac{BN}{NA}, \frac{DO}{BD} = \frac{OM}{MA},$$

$\therefore$ 点 D 为 OB 的中点,

$\therefore M$ 、 N 分别是 OA 、 AB 的中点,

$$\therefore DM = \frac{1}{2}AB=3, DN = \frac{1}{2}OA=4,$$

$$\therefore \angle EDF=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FDM = \angle EDN,$$

$$\text{又} \because \angle DMF = \angle DNE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DMF \sim \triangle DNE,$$

$$\therefore \frac{DF}{DE} = \frac{DM}{DN} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \angle EDF=90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle DEF = \frac{DF}{DE} = \frac{3}{4};$$

(3) 作 $DM \perp OA$ 于 M , $DN \perp AB$ 于 N ,

若 AD 将 $\triangle DEF$ 的面积分成 1: 2 的两部分,

设 AD 交 EF 于点 G , 则点 G 为 EF 的三等分点;

①当点 E 到达中点之前时, 如图 3 所示, $NE=3-t$,

$$\text{由} \triangle DMF \sim \triangle DNE \text{ 得: } MF = \frac{3}{4}(3-t),$$

$$\therefore AF = 4 + MF = -\frac{3}{4}t + \frac{25}{4},$$

$\therefore$ 点 G 为 EF 的三等分点,

$$\therefore G \left(\frac{3t+71}{12}, \frac{2}{3}t \right),$$

设直线 AD 的解析式为 $y=kx+b$,

把 A (8, 0), D (4, 3) 代入得: $\begin{cases} 8k + b = 0 \\ 4k + b = 3 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 6 \end{cases}$

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 6$,

把 G ($\frac{3t+71}{12}$, $\frac{2}{3}t$) 代入得: $t = \frac{75}{41}$,

②当点 E 越过中点之后, 如图 4 所示, $NE=t-3$,

由 $\triangle DMF \sim \triangle DNE$ 得: $MF = \frac{3}{4}(t-3)$,

$\therefore AF = 4 - MF = -\frac{3}{4}t + \frac{25}{4}$,

$\therefore$ 点 G 为 EF 的三等分点,

$\therefore G (\frac{3t+23}{6}, \frac{1}{3}t)$,

代入直线 AD 的解析式 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 得: $t = \frac{75}{17}$;

综上所述, 当 AD 将 $\triangle DEF$ 分成的两部分的面积之比为 1: 2 时, t 的值为 $\frac{75}{41}$ 或 $\frac{75}{17}$

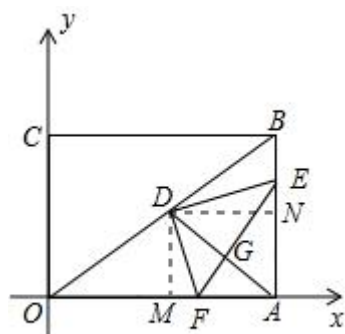


图 4

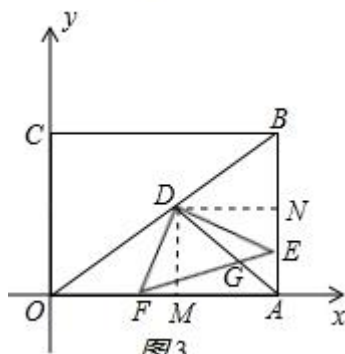


图 3

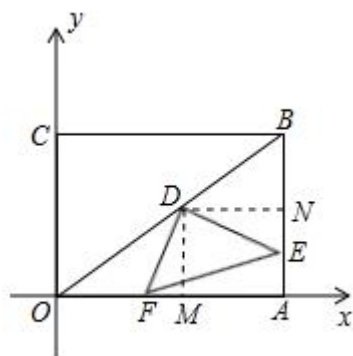


图2

【点评】本题是四边形综合题目，考查了矩形的性质、坐标与图形性质、三角形中位线定理、相似三角形的判定与性质、平行线分线段成比例定理、一次函数解析式的求法等知识；本题综合性强，难度较大.