

2017 年浙江省温州市中考数学试卷

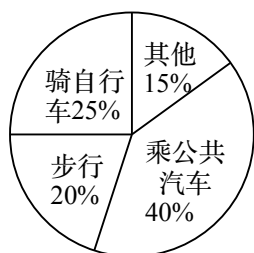
一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

1. -6 的相反数是 ()

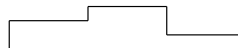
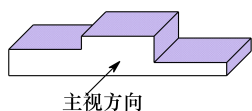
- A. 6 B. 1 C. 0 D. -6

2. 某校学生到校方式情况的统计图如图所示, 若该校步行到校的学生有 100 人, 则乘公共汽车到校的学生有 ()

- A. 75 人 B. 100 人 C. 125 人 D. 200 人



3. 某运动会颁奖台如图所示, 它的主视图是 ()



- A. B. C. D.

4. 下列选项中的整数, 与 $\sqrt{17}$ 最接近的是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

5. 温州某企业车间有 50 名工人, 某一天他们生产的机器零件个数统计如下表:

零件个数 (个)	5	6	7	8
人数 (人)	3	15	22	10

表中表示零件个数的数据中, 众数是 ()

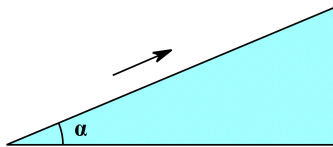
- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

6. 已知点 $(-1, y_1)$, $(4, y_2)$ 在一次函数 $y = 3x - 2$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , 0 的大小关系是 ()

- A. $0 < y_1 < y_2$ B. $y_1 < 0 < y_2$ C. $y_1 < y_2 < 0$ D. $y_2 < 0 < y_1$

7. 如图, 一辆小车沿倾斜角为 α 的斜坡向上行驶 13 米, 已知 $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, 则小车上升的高度是 ()

- A. 5 米 B. 6 米 C. 6.5 米 D. 12 米



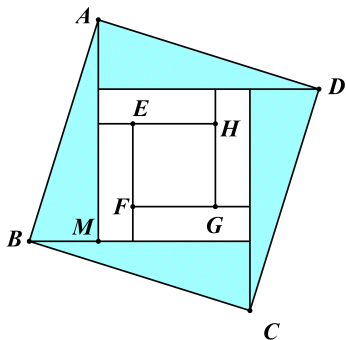
8. 我们知道方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解是 $x_1 = 1$, $x_2 = -3$,

现给出另一个方程 $(2x + 3)^2 + 2(2x + 3) - 3 = 0$, 它的解是 ()

- A. $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ B. $x_1 = 1$, $x_2 = -3$ C. $x_1 = -1$, $x_2 = 3$ D. $x_1 = -1$, $x_2 = -3$

9. 四个全等的直角三角形按图示方式围成正方形 ABCD, 过各较长直角边的中点作垂线,

围成面积为 S 的小正方形 EFGH, 已知 AM 为 Rt△ABM 较长直角边, $AM = 2\sqrt{2} EF$, 则正方形 ABCD 的面积为 ()



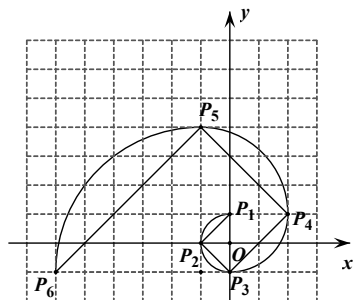
- A. $12s$ B. $10s$ C. $9s$ D. $8s$

10. 我们把 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... 这组数称为斐波那契数列, 为了进一步研究,

依次以这列数为半径作 90° 圆弧 $\widehat{P_1P_2}$, $\widehat{P_2P_3}$, $\widehat{P_3P_4}$, ... 得到斐波那契螺旋线, 然后顺

次连结 P_1P_2 , P_2P_3 , P_3P_4 , ... 得到螺旋折线 (如图), 已知点 $P_1 (0, 1)$, $P_2 (-1, 0)$,

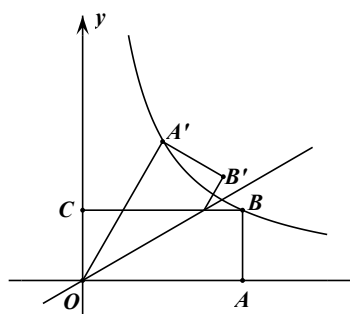
$P_3 (0, -1)$, 则该折线上的点 P_9 的坐标为 ()



- A. $(-6, 24)$ B. $(-6, 25)$ C. $(-5, 24)$ D. $(-5, 25)$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分):

11. 分解因式: $m^2 + 4m =$ _____.
12. 数据 1, 3, 5, 12, a , 其中整数 a 是这组数据的中位数, 则该组数据的平均数是 _____.
13. 已知扇形的面积为 3π , 圆心角为 120° , 则它的半径为 _____.
14. 甲、乙工程队分别承接了 160 米、200 米的管道铺设任务, 已知乙比甲每天多铺设 5 米, 甲、乙完成铺设任务的时间相同, 问甲每天铺设多少米? 设甲每天铺设 x 米, 根据题意可列出方程: _____.
15. 如图, 矩形 OABC 的边 OA, OC 分别在 x 轴、 y 轴上, 点 B 在第一象限, 点 D 在边 BC 上, 且 $\angle AOD = 30^\circ$, 四边形 OA'B'D 与四边形 OABD 关于直线 OD 对称 (点 A' 和 A, B' 和 B 分别对应), 若 AB=1, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象恰好经过点 A', B, 则 k 的值为 _____.



第 15 题图



图 1

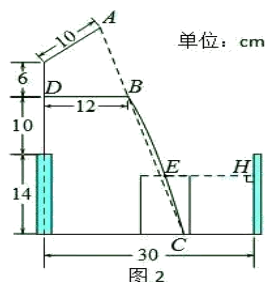


图 2

第 16 题图

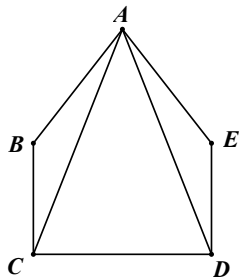
16. 小明家的洗手盆上装有一种抬启式水龙头 (如图 1), 完全开启后, 水流路线呈抛物线, 把手端点 A, 出水口 B 和落水点 C 恰好在同一直线上, 点 A 至出水管 BD 的距离为 12cm, 洗手盆及水龙头的相关数据如图 2 所示, 现用高 10.2cm 的圆柱型水杯去接水, 若水流所在抛物线经过点 D 和杯子上底面中心 E, 则点 E 到洗手盆内侧的距离 EH 为 _____cm.

三、解答题 (共 8 小题, 共 80 分):

17. (本题 10 分) (1) 计算: $2 \times (-3) + (-1)^2 + \sqrt{8}$; (2) 化简: $(1+a)(1-a) + a(a-2)$.

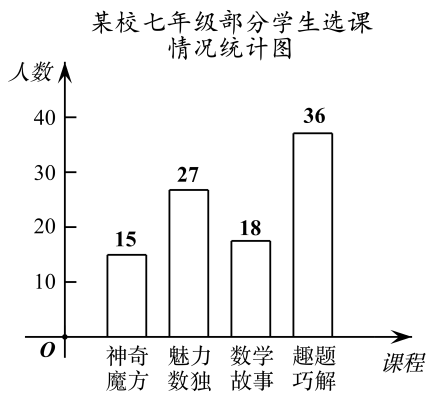
18. (本题 8 分) 如图, 在五边形 $ABCDE$ 中, $\angle BCD = \angle EDC = 90^\circ$, $BC = ED$, $AC = AD$.

- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle AED$;
 (2) 当 $\angle B = 140^\circ$ 时, 求 $\angle BAE$ 的度数.



19. (本题 8 分) 为培养学生数学学习兴趣, 某校七年级准备开设“神奇魔方”、“魅力数独”、“数学故事”、“趣题巧解”四门选修课 (每位学生必须且只选其中一门).

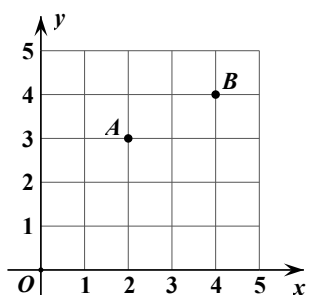
- (1) 学校对七年级部分学生进行选课调查, 得到如图所示的统计图, 根据该统计图, 请估计该校七年级 480 名学生选“数学故事”的人数.
 (2) 学校将选“数学故事”的学生分成人数相等的 A, B, C 三个班, 小聪、小慧都选择了“数学故事”, 已知小聪不在 A 班, 求他和小慧被分到同一个班的概率. (要求列表或画树状图)



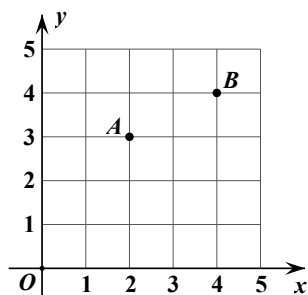
20. (本题 8 分) 在直角坐标系中, 我们把横、纵坐标都为整数的点称为整点, 记顶点都是整点的三角形为整点三角形. 如图, 已知整点 $A(2, 3)$, $B(4, 4)$, 请在所给网格区域 (含边界) 上按要求画整点三角形.

(1) 在图 1 中画一个 $\triangle PAB$, 使点 P 的横、纵坐标之和等于点 A 的横坐标;

(2) 在图 2 中画一个 $\triangle PAB$, 使点 P, B 横坐标的平方和等于它们纵坐标和的 4 倍.



(图 1)

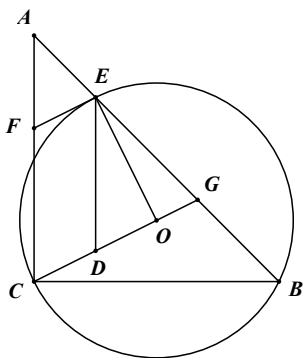


(图 2)

21. (本题 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, $\odot O$ (圆心 O 在 $\triangle ABC$ 内部) 经过 B, C 两点, 交 AB 于点 E , 过点 E 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 F . 延长 CO 交 AB 于点 G , 作 $ED \parallel AC$ 交 CG 于点 D .

(1) 求证: 四边形 $CDEF$ 是平行四边形;

(2) 若 $BC=3$, $\tan \angle DEF=2$, 求 BG 的值.



22. (本题 10 分) 如图, 过抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x$ 上一点 A 作 x 轴的平行线, 交抛物线于另

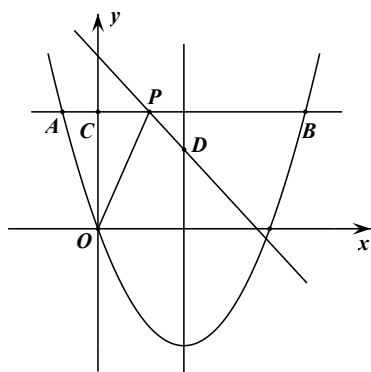
一点 B, 交 y 轴于点 C, 已知点 A 的横坐标为 -2 .

(1) 求抛物线的对称轴和点 B 的坐标;

(2) 在 AB 上任取一点 P, 连结 OP, 作点 C 关于直线 OP 的对称点 D;

①连结 BD, 求 BD 的最小值;

②当点 D 落在抛物线的对称轴上, 且在 x 轴上方时, 求直线 PD 的函数表达式.



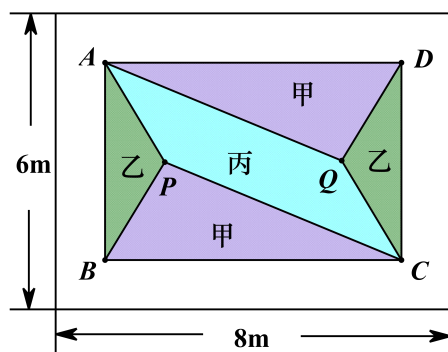
23. (本题 12 分) 小黄准备给长 8m, 宽 6m 的长方形客厅铺设瓷砖, 现将其划分成一个长方形 ABCD 区域 I (阴影部分) 和一个环形区域 II (空白部分), 其中区域 I 用甲、乙、丙三种瓷砖铺设, 且满足 $PQ \parallel AD$, 如图所示.

(1) 若区域 I 的三种瓷砖均价为 $300 \text{ 元}/m^2$, 面积为 $S(m^2)$, 区域 II 的瓷砖均价为 $200/m^2$, 且两区域的瓷砖总价为不超过 12000 元, 求 S 的最大值;

(2) 若区域 I 满足 $AB:BC=2:3$, 区域 II 四周宽度相等

①求 AB, BC 的长;

②若甲、丙两瓷砖单价之和为 $300 \text{ 元}/m^2$, 乙、丙瓷砖单价之比为 5:3, 且区域 I 的三种瓷砖总价为 4800 元, 求两瓷砖单价的取值范围.



24. (本题 14 分) 如图, 已知线段 $AB=2$, $MN \perp AB$ 于点 M , 且 $AM=BM$, P 是射线 MN 上一动点, E, D 分别是 PA, PB 的中点, 过点 A, M, D 的圆与 BP 的另一交点 C (点 C 在线段 BD 上), 连结 AC, DE .

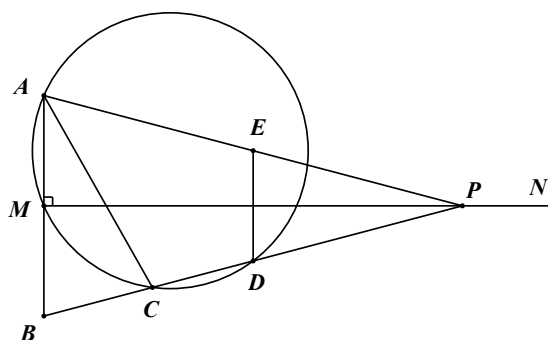
(1) 当 $\angle APB=28^\circ$ 时, 求 $\angle B$ 和 $\widehat{CM}$ 的度数;

(2) 求证: $AC=AB$.

(3) 在点 P 的运动过程中

①当 $MP=4$ 时, 取四边形 $ACDE$ 一边的两端点和线段 MP 上一点 Q , 若以这三点为顶点的三角形是直角三角形, 且 Q 为锐角顶点, 求所有满足条件的 MQ 的值;

②记 AP 与圆的另一个交点为 F , 将点 F 绕点 D 旋转 90° 得到点 G , 当点 G 恰好落在 MN 上时, 连结 AG, CG, DG, EG , 直接写出 $\triangle ACG$ 和 $\triangle DEG$ 的面积之比.



2017 年浙江省温州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）：

1. (4 分) -6 的相反数是 ()

A. 6 B. 1 C. 0 D. -6

【分析】根据相反数的定义求解即可.

【解答】解: -6 的相反数是 6,

故选: A.

【点评】本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号: 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0. 不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

2. (4 分) 某校学生到校方式情况的统计图如图所示, 若该校步行到校的学生有 100 人, 则乘公共汽车到校的学生有 ()



A. 75 人 B. 100 人 C. 125 人 D. 200 人

【分析】由扇形统计图可知, 步行人数所占比例, 再根据统计表中步行人数是 100 人, 即可求出总人数以及乘公共汽车的人数;

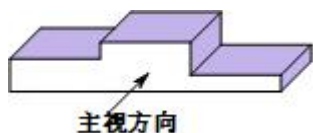
【解答】解: 所有学生人数为 $100 \div 20\% = 500$ (人);

所以乘公共汽车的学生人数为 $500 \times 40\% = 200$ (人).

故选 D.

【点评】此题主要考查了扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

3. (4 分) 某运动会颁奖台如图所示, 它的主视图是 ()



- A. B. C. D.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

【解答】解：从正面看 ,

故选：C.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图.

4. (4分) 下列选项中的整数，与 $\sqrt{17}$ 最接近的是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【分析】依据被开方数越大对应的算术平方根越大进行解答即可.

【解答】解： $\because 16 < 17 < 20.25$,

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 4.5,$$

$\therefore$ 与 $\sqrt{17}$ 最接近的是 4.

故选：B.

【点评】本题主要考查的是估算无理数的大小，掌握算术平方根的性质是解题的关键.

5. (4分) 温州某企业车间有 50 名工人，某一天他们生产的机器零件个数统计如下表：

零件个数 (个)	5	6	7	8
人数 (人)	3	15	22	10

表中表示零件个数的数据中，众数是 ()

- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

【分析】根据众数的定义，找数据中出现最多的数即可.

【解答】解：数字 7 出现了 22 次，为出现次数最多的数，故众数为 7 个，

故选 C.

【点评】本题考查了众数的概念. 众数是数据中出现次数最多的数. 众数不唯一.

6. (4分) 已知点 $(-1, y_1)$ ， $(4, y_2)$ 在一次函数 $y=3x-2$ 的图象上，则 y_1 ， y_2 ，0 的大小

关系是 ()

A. $0 < y_1 < y_2$ B. $y_1 < 0 < y_2$ C. $y_1 < y_2 < 0$ D. $y_2 < 0 < y_1$

【分析】根据点的横坐标利用一次函数图象上点的坐标特征，即可求出 y_1 、 y_2 的值，将其与 0 比较大小后即可得出结论.

【解答】解：∵ 点 $(-1, y_1)$ ， $(4, y_2)$ 在一次函数 $y=3x-2$ 的图象上，

$$\therefore y_1 = -5, y_2 = 10,$$

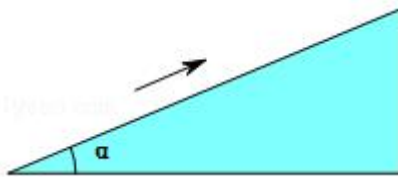
$$\therefore 10 > 0 > -5,$$

$$\therefore y_1 < 0 < y_2.$$

故选 B.

【点评】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，根据点的横坐标利用一次函数图象上点的坐标特征求出 y_1 、 y_2 的值是解题的关键.

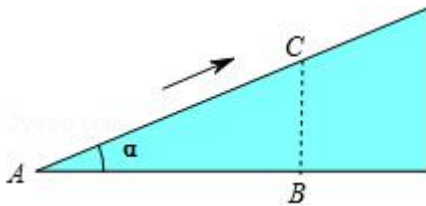
7. (4 分) 如图，一辆小车沿倾斜角为 α 的斜坡向上行驶 13 米，已知 $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ ，则小车上升的高度是 ()



A. 5 米 B. 6 米 C. 6.5 米 D. 12 米

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，先求出 AB，再利用勾股定理求出 BC 即可.

【解答】解：如图 $AC=13$ ，作 $CB \perp AB$ ，



$$\therefore \cos \alpha = \frac{12}{13} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore AB = 12,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5,$$

∴ 小车上升的高度是 5m.

故选 A.

【点评】此题主要考查解直角三角形，锐角三角函数，勾股定理等知识，解题的关键是学会构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型.

8. (4 分) 我们知道方程 $x^2+2x-3=0$ 的解是 $x_1=1$, $x_2=-3$, 现给出另一个方程 $(2x+3)^2+2(2x+3)-3=0$, 它的解是 ()

A. $x_1=1$, $x_2=3$ B. $x_1=1$, $x_2=-3$ C. $x_1=-1$, $x_2=3$ D. $x_1=-1$, $x_2=-3$

【分析】先把方程 $(2x+3)^2+2(2x+3)-3=0$ 看作关于 $2x+3$ 的一元二次方程，利用题中的解得到 $2x+3=1$ 或 $2x+3=-3$ ，然后解两个一元一次方程即可.

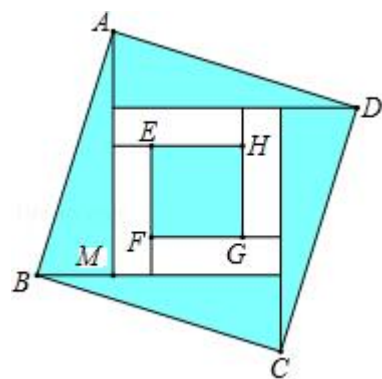
【解答】解：把方程 $(2x+3)^2+2(2x+3)-3=0$ 看作关于 $2x+3$ 的一元二次方程，
所以 $2x+3=1$ 或 $2x+3=-3$,

所以 $x_1=-1$, $x_2=-3$.

故选 D.

【点评】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

9. (4 分) 四个全等的直角三角形按图示方式围成正方形 ABCD，过各较长直角边的中点作垂线，围成面积为 S 的小正方形 EFGH. 已知 AM 为 Rt△ABM 较长直角边， $AM=2\sqrt{2}EF$ ，则正方形 ABCD 的面积为 ()



A. $12S$ B. $10S$ C. $9S$ D. $8S$

【分析】设 $AM=2a$. $BM=b$. 则正方形 ABCD 的面积 $=4a^2+b^2$ ，由题意可知 $EF=(2a-b)-(a-b)=2a-b-2a+2b=b$ ，由此即可解决问题.

【解答】解：设 $AM=2a$. $BM=b$. 则正方形 ABCD 的面积 $=4a^2+b^2$
由题意可知 $EF=(2a-b)-(a-b)=2a-b-2a+2b=b$,
 $\therefore AM=2\sqrt{2}EF$,

$$\therefore 2a=2\sqrt{2}b,$$

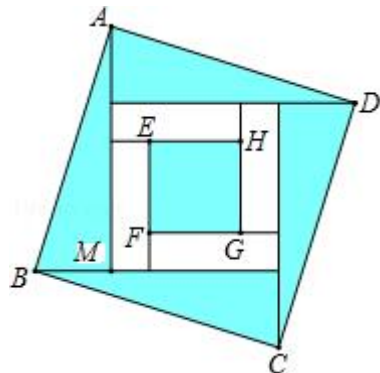
$$\therefore a=\sqrt{2}b,$$

$\because$ 正方形 EFGH 的面积为 S,

$$\therefore b^2=S,$$

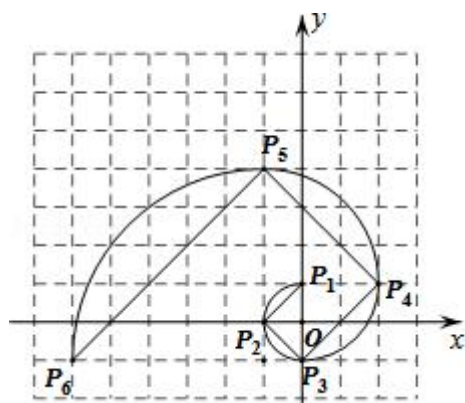
$$\therefore \text{正方形 ABCD 的面积}=4a^2+b^2=9b^2=9S,$$

故选 C.



【点评】 本题考查正方形的性质、勾股定理、线段的垂直平分线的定义等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考选择题中的压轴题.

10. (4 分) 我们把 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, $\cdots$ 这组数称为斐波那契数列, 为了进一步研究, 依次以这组数为半径作 90° 圆弧 $\widehat{P_1P_2}$, $\widehat{P_2P_3}$, $\widehat{P_3P_4}$, $\cdots$ 得到斐波那契螺旋线, 然后顺次连结 P_1P_2 , P_2P_3 , P_3P_4 , $\cdots$ 得到螺旋折线 (如图), 已知点 $P_1(0, 1)$, $P_2(-1, 0)$, $P_3(0, -1)$, 则该折线上的点 P_9 的坐标为 ()



- A. $(-6, 24)$ B. $(-6, 25)$ C. $(-5, 24)$ D. $(-5, 25)$

【分析】 观察图象, 推出 P_9 的位置, 即可解决问题.

【解答】 解: 由题意, P_5 在 P_2 的正上方, 推出 P_9 在 P_6 的正上方, 且到 P_6 的距离 $=21+5=26$, 所以 P_9 的坐标为 $(-6, 25)$,

故选 B.

【点评】 本题考查规律型：点的坐标等知识，解题的关键是理解题意，确定 P_9 的位置.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分):

11. (5 分) 分解因式: $m^2+4m=\underline{m(m+4)}$.

【分析】 直接提取公因式 m , 进而分解因式得出答案.

【解答】 解: $m^2+4m=m(m+4)$.

故答案为: $m(m+4)$.

【点评】 此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确找出公因式是解题关键.

12. (5 分) 数据 1, 3, 5, 12, a , 其中整数 a 是这组数据的中位数, 则该组数据的平均数是 4.8 或 5 或 5.2.

【分析】 根据中位数的定义确定整数 a 的值, 由平均数的定义即可得出答案.

【解答】 解: $\because$ 数据 1, 3, 5, 12, a 的中位数是整数 a ,

$\therefore a=3$ 或 $a=4$ 或 $a=5$,

当 $a=3$ 时, 这组数据的平均数为 $\frac{1+3+3+5+12}{5}=4.8$,

当 $a=4$ 时, 这组数据的平均数为 $\frac{1+3+4+5+12}{5}=5$,

当 $a=5$ 时, 这组数据的平均数为 $\frac{1+3+5+5+12}{5}=5.2$,

故答案为: 4.8 或 5 或 5.2.

【点评】 本题主要考查了中位数和平均数, 解题的关键是根据中位数的定义确定 a 的值.

13. (5 分) 已知扇形的面积为 3π , 圆心角为 120° , 则它的半径为 3.

【分析】 根据扇形的面积公式, 可得答案.

【解答】 解: 设半径为 r , 由题意, 得

$$\pi r^2 \times \frac{120}{360} = 3\pi,$$

解得 $r=3$,

故答案为: 3.

【点评】 本题考查了扇形面积公式, 利用扇形面积公式是解题关键.

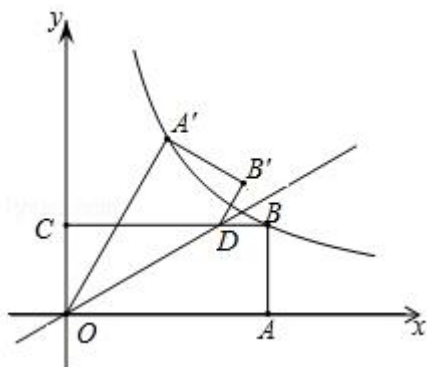
14. (5分) 甲、乙工程队分别承接了 160 米、200 米的管道铺设任务，已知乙比甲每天多铺设 5 米，甲、乙完成铺设任务的时间相同，问甲每天铺设多少米？设甲每天铺设 x 米，根据题意可列出方程： $\frac{160}{x} = \frac{200}{x+5}$.

【分析】 设甲每天铺设 x 米，则乙每天铺设 $(x+5)$ 米，根据铺设时间 $= \frac{\text{铺设任务}}{\text{铺设速度}}$ 和甲、乙完成铺设任务的时间相同列出方程即可.

【解答】 解： 设甲工程队每天铺设 x 米，则乙工程队每天铺设 $(x+5)$ 米，由题意得： $\frac{160}{x} = \frac{200}{x+5}$.
故答案是： $\frac{160}{x} = \frac{200}{x+5}$.

【点评】 此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，再列出方程.

15. (5分) 如图，矩形 OABC 的边 OA，OC 分别在 x 轴、 y 轴上，点 B 在第一象限，点 D 在边 BC 上，且 $\angle AOD = 30^\circ$ ，四边形 $OA'B'D$ 与四边形 OABD 关于直线 OD 对称 (点 A' 和 A， B' 和 B 分别对应). 若 $AB=1$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象恰好经过点 A' ，B，则 k 的值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



【分析】 设 $B(m, 1)$ ，得到 $OA=BC=m$ ，根据轴对称的性质得到 $OA' = OA = m$ ， $\angle A'OD = \angle AOD = 30^\circ$ ，求得 $\angle A'OA = 60^\circ$ ，过 A' 作 $A'E \perp OA$ 于 E ，解直角三角形得到 $A'(\frac{1}{2}m, \frac{\sqrt{3}}{2}m)$ ，列方程即可得到结论.

【解答】 解： $\because$ 四边形 ABCO 是矩形， $AB=1$ ，
 $\therefore$ 设 $B(m, 1)$ ，
 $\therefore OA=BC=m$ ，



图 1

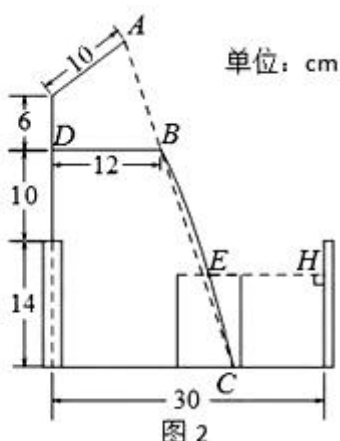


图 2

【分析】 先建立直角坐标系，过 A 作 $AG \perp OC$ 于 G，交 BD 于 Q，过 M 作 $MP \perp AG$ 于 P，根据 $\triangle ABQ \sim \triangle ACG$ ，求得 C (20, 0)，再根据水流所在抛物线经过点 D (0, 24) 和 B (12, 24)，可设抛物线为 $y = ax^2 + bx + 24$ ，把 C (20, 0)，B (12, 24) 代入抛物线，可得抛物线为 $y = -\frac{3}{20}x^2 + \frac{9}{5}x + 24$ ，最后根据点 E 的纵坐标为 10.2，得出点 E 的横坐标为 $6 + 8\sqrt{2}$ ，据此可得点 E 到洗手盆内侧的距离。

【解答】 解：如图所示，建立直角坐标系，过 A 作 $AG \perp OC$ 于 G，交 BD 于 Q，过 M 作 $MP \perp AG$ 于 P，

由题可得， $AQ = 12$ ， $PQ = MD = 6$ ，故 $AP = 6$ ， $AG = 36$ ，

$\therefore$ Rt $\triangle APM$ 中， $MP = 8$ ，故 $DQ = 8 = OG$ ，

$\therefore BQ = 12 - 8 = 4$ ，

由 $BQ \parallel CG$ 可得， $\triangle ABQ \sim \triangle ACG$ ，

$\therefore \frac{BQ}{CG} = \frac{AQ}{AG}$ ，即 $\frac{4}{CG} = \frac{12}{36}$ ，

$\therefore CG = 12$ ， $OC = 12 + 8 = 20$ ，

$\therefore C (20, 0)$ ，

又 $\therefore$ 水流所在抛物线经过点 D (0, 24) 和 B (12, 24)，

$\therefore$ 可设抛物线为 $y = ax^2 + bx + 24$ ，

把 C (20, 0)，B (12, 24) 代入抛物线，可得

$$\begin{cases} 24 = 144a + 12b + 24 \\ 0 = 400a + 20b + 24 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{3}{20} \\ b = \frac{9}{5} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线为 $y = -\frac{3}{20}x^2 + \frac{9}{5}x + 24$ ，

又 $\therefore$ 点 E 的纵坐标为 10.2，

$$\therefore \text{令 } y=10.2, \text{ 则 } 10.2 = -\frac{3}{20}x^2 + \frac{9}{5}x + 24,$$

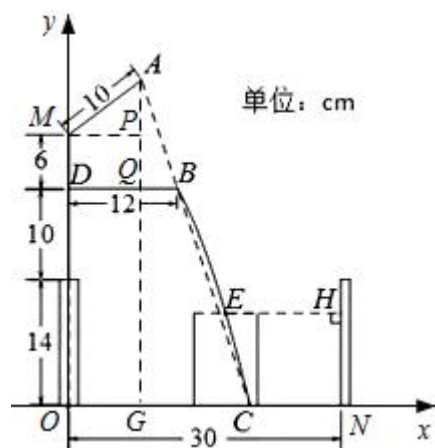
$$\text{解得 } x_1 = 6 + 8\sqrt{2}, \quad x_2 = 6 - 8\sqrt{2} \text{ (舍去)},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的横坐标为 } 6 + 8\sqrt{2},$$

$$\text{又 } \because ON = 30,$$

$$\therefore EH = 30 - (6 + 8\sqrt{2}) = 24 - 8\sqrt{2}.$$

$$\text{故答案为: } 24 - 8\sqrt{2}.$$



【点评】 本题以水龙头接水为载体，考查了二次函数的应用以及相似三角形的应用，在运用数学知识解决问题过程中，关注核心内容，经历测量、运算、建模等数学实践活动为主线的问题探究过程，突出考查数学的应用意识和解决问题的能力，蕴含数学建模，引导学生关注生活，利用数学方法解决实际问题.

三、解答题 (共 8 小题, 共 80 分):

17. (10 分) (1) 计算: $2 \times (-3) + (-1)^2 + \sqrt{8}$;

(2) 化简: $(1+a)(1-a) + a(a-2)$.

【分析】 (1) 原式先计算乘方运算，化简二次根式，再计算乘法运算，最后算加减运算即可得到结果.

(2) 运用平方差公式即可解答.

【解答】 解: (1) 原式 $= -6 + 1 + 2\sqrt{2} = -5 + 2\sqrt{2}$;

(2) 原式 $= 1 - a^2 + a^2 - 2a = 1 - 2a$.

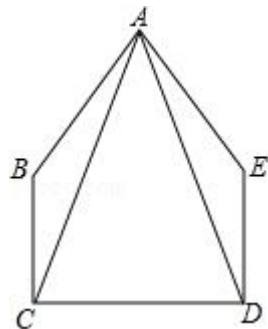
【点评】 本题考查了平方差公式，实数的运算以及单项式乘多项式，熟记实数运算法则即可

解题，属于基础题.

18. (8分) 如图, 在五边形 $ABCDE$ 中, $\angle BCD = \angle EDC = 90^\circ$, $BC = ED$, $AC = AD$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

(2) 当 $\angle B = 140^\circ$ 时, 求 $\angle BAE$ 的度数.



【分析】 (1) 根据 $\angle ACD = \angle ADC$, $\angle BCD = \angle EDC = 90^\circ$, 可得 $\angle ACB = \angle ADE$, 进而运用 SAS 即可判定全等三角形;

(2) 根据全等三角形对应角相等, 运用五边形内角和, 即可得到 $\angle BAE$ 的度数.

【解答】 (1) 证明:

$$\because AC = AD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC,$$

$$\text{又} \because \angle BCD = \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ADE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中,

$$\begin{cases} BC = ED \\ \angle ACB = \angle ADE \\ AC = AD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED \text{ (SAS)};$$

(2) 解: 当 $\angle B = 140^\circ$ 时, $\angle E = 140^\circ$,

$$\text{又} \because \angle BCD = \angle EDC = 90^\circ,$$

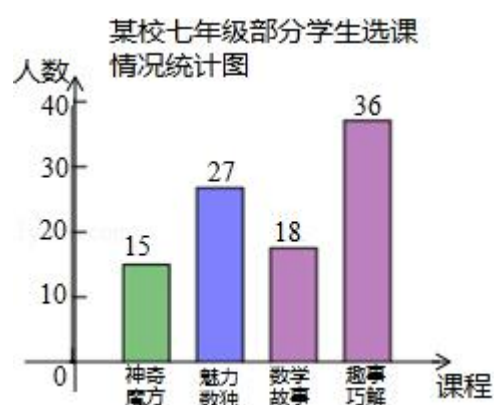
$$\therefore \text{五边形 } ABCDE \text{ 中, } \angle BAE = 540^\circ - 140^\circ \times 2 - 90^\circ \times 2 = 80^\circ.$$

【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质的运用, 解题时注意: 两边及其夹角对应相等的两个三角形全等.

19. (8分) 为培养学生数学学习兴趣, 某校七年级准备开设“神奇魔方”、“魅力数独”、“数学故事”、“趣题巧解”四门选修课(每位学生必须且只选其中一门).

(1) 学校对七年级部分学生进行选课调查, 得到如图所示的统计图. 根据该统计图, 请估计该校七年级 480 名学生选“数学故事”的人数.

(2) 学校将选“数学故事”的学生分成人数相等的 A, B, C 三个班, 小聪、小慧都选择了“数学故事”, 已知小聪不在 A 班, 求他和小慧被分到同一个班的概率. (要求列表或画树状图)



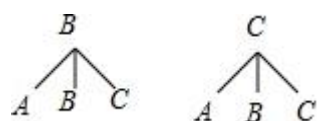
【分析】 (1) 利用样本估计总体, 用 480 乘以样本中选“数学故事”的人数所占的百分比即可估计该校七年级 480 名学生选“数学故事”的人数;

(2) 画树状图展示所有 6 种等可能的结果数, 再找出他和小慧被分到同一个班的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】 解: (1) $480 \times \frac{18}{15+27+18+36} = 90$,

估计该校七年级 480 名学生选“数学故事”的人数为 90 人;

(2) 画树状图为:



共有 6 种等可能的结果数, 其中他和小慧被分到同一个班的结果数为 2,

所以他和小慧被分到同一个班的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

20. (8分) 在直角坐标系中, 我们把横、纵坐标都为整数的点称为整点, 记顶点都是整点

的三角形为整点三角形. 如图, 已知整点 $A(2, 3)$, $B(4, 4)$, 请在所给网格区域 (含边界) 上按要求画整点三角形.

(1) 在图 1 中画一个 $\triangle PAB$, 使点 P 的横、纵坐标之和等于点 A 的横坐标;

(2) 在图 2 中画一个 $\triangle PAB$, 使点 P , B 横坐标的平方和等于它们纵坐标和的 4 倍.

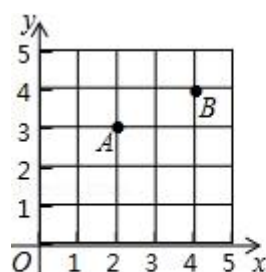


图1

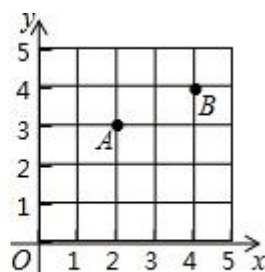


图2

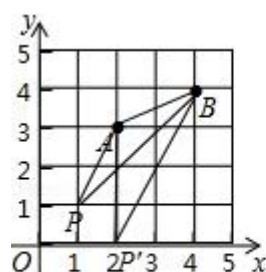


图1

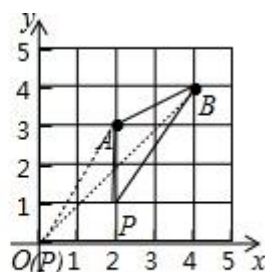


图2

【分析】 (1) 设 $P(x, y)$, 由题意 $x+y=2$, 求出整数解即可解决问题;

(2) 设 $P(x, y)$, 由题意 $x^2+4^2=4(4+y)$, 求出整数解即可解决问题;

【解答】 解: (1) 设 $P(x, y)$, 由题意 $x+y=2$,

$\therefore P(2, 0)$ 或 $(1, 1)$ 或 $(0, 2)$ 不合题意舍弃,

$\triangle PAB$ 如图所示.

(2) 设 $P(x, y)$, 由题意 $x^2+4^2=4(4+y)$,

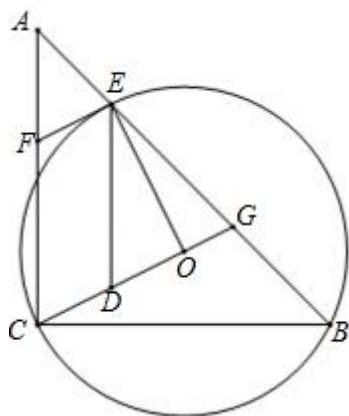
整数解为 $(2, 1)$ 或 $(0, 0)$ 等, $\triangle PAB$ 如图所示.

【点评】 本题考查作图 - 应用与设计、二元方程的整数解问题等知识, 解题的关键是理解题意, 学会用转化的思想思考问题, 属于中考常考题型.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, $\odot O$ (圆心 O 在 $\triangle ABC$ 内部) 经过 B 、 C 两点, 交 AB 于点 E , 过点 E 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 F . 延长 CO 交 AB 于点 G , 作 $ED \parallel AC$ 交 CG 于点 D

(1) 求证: 四边形 $CDEF$ 是平行四边形;

(2) 若 $BC=3$, $\tan \angle DEF=2$, 求 BG 的值.



【分析】(1) 连接 CE, 根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle B=45^\circ$, 根据切线的性质得到 $\angle FEO=90^\circ$, 得到 $EF \parallel OD$, 于是得到结论;

(2) 过 G 作 $GN \perp BC$ 于 N, 得到 $\triangle GMB$ 是等腰直角三角形, 得到 $MB=GM$, 根据平行四边形的性质得到 $\angle FCD=\angle FED$, 根据余角的性质得到 $\angle CGM=\angle ACD$, 等量代换得到 $\angle CGM=\angle DEF$, 根据三角函数的定义得到 $CM=2GM$, 于是得到结论.

【解答】解: (1) 连接 CE,

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle B=45^\circ$,

$\therefore \angle COE=2\angle B=90^\circ$,

$\because EF$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle FEO=90^\circ$,

$\therefore EF \parallel OC$,

$\therefore DE \parallel CF$,

$\therefore$ 四边形 CDEF 是平行四边形;

(2) 过 G 作 $GN \perp BC$ 于 N,

$\therefore \triangle GMB$ 是等腰直角三角形,

$\therefore MB=GM$,

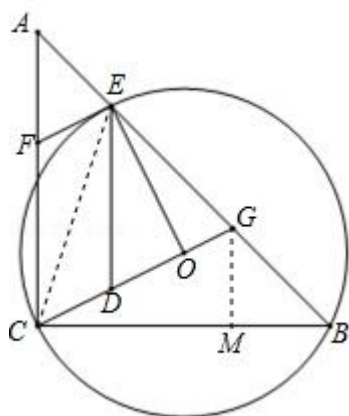
$\because$ 四边形 CDEF 是平行四边形,

$\therefore \angle FCD=\angle FED$,

$\because \angle ACD+\angle GCB=\angle GCB+\angle CGM=90^\circ$,

$\therefore \angle CGM=\angle ACD$,

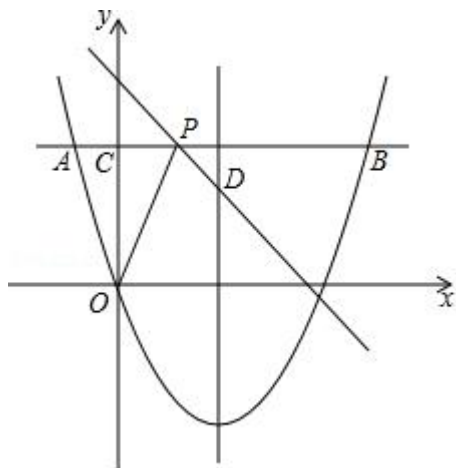
$$\begin{aligned}
&\therefore \angle CGM = \angle DEF, \\
&\because \tan \angle DEF = 2, \\
&\therefore \tan \angle CGM = \frac{CM}{GM} = 2, \\
&\therefore CM = 2GM, \\
&\therefore CM + BM = 2GM + GM = 3, \\
&\therefore GM = 1, \\
&\therefore BG = \sqrt{2}GM = \sqrt{2}.
\end{aligned}$$



【点评】本题考查了切线的性质，平行四边形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质，解直角三角形，正确的作出辅助线是解题的关键.

22. (10 分) 如图，过抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x$ 上一点 A 作 x 轴的平行线，交抛物线于另一点 B，交 y 轴于点 C，已知点 A 的横坐标为 -2.

- (1) 求抛物线的对称轴和点 B 的坐标;
- (2) 在 AB 上任取一点 P，连结 OP，作点 C 关于直线 OP 的对称点 D;
 - ①连结 BD，求 BD 的最小值;
 - ②当点 D 落在抛物线的对称轴上，且在 x 轴上方时，求直线 PD 的函数表达式.



【分析】(1) 首先确定点 A 的坐标，利用对称轴公式求出对称轴，再根据对称性可得点 B 坐标；

(2) ①由题意点 D 在以 O 为圆心 OC 为半径的圆上，推出当 O、D、B 共线时，BD 的最小值=OB - OD；

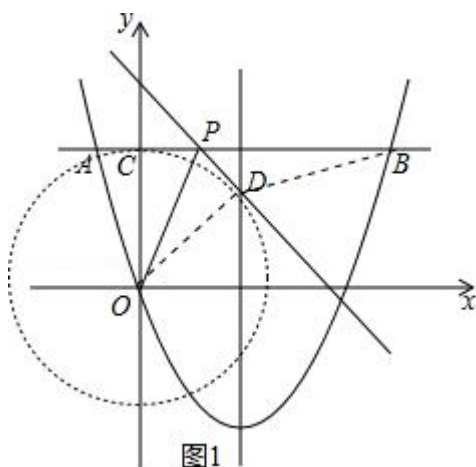
②当点 D 在对称轴上时，在 Rt△OD=OC=5，OE=4，可得 $DE=\sqrt{OD^2-OE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，求出 P、D 的坐标即可解决问题；

【解答】解：(1) 由题意 A (-2, 5)，对称轴 $x=-\frac{-2}{2 \times \frac{1}{4}}=4$ ，

∵A、B 关于对称轴对称，

∴B (10, 5)。

(2) ①如图 1 中，



由题意点 D 在以 O 为圆心 OC 为半径的圆上，

∴当 O、D、B 共线时，BD 的最小值=OB - OD= $\sqrt{5^2+10^2}-5=5\sqrt{5}-5$ 。

②如图 2 中,

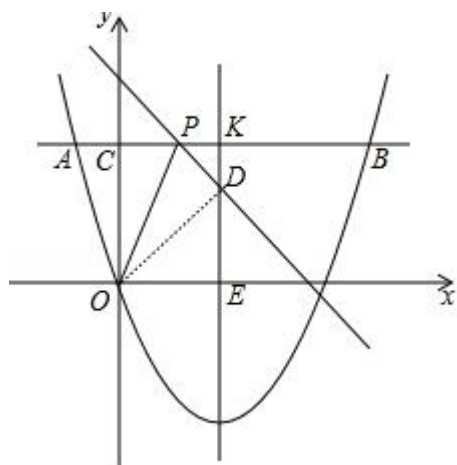


图 2

当点 D 在对称轴上时, 在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中, $OD=OC=5$, $OE=4$,

$$\therefore DE = \sqrt{OD^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(4, 3)$.

设 $PC=PD=x$, 在 $\text{Rt}\triangle PDK$ 中, $x^2 = (4-x)^2 + 2^2$,

$$\therefore x = \frac{5}{2},$$

$$\therefore P\left(-\frac{5}{2}, 5\right),$$

$$\therefore \text{直线 PD 的解析式为 } y = -\frac{4}{3}x + \frac{25}{3}.$$

【点评】 本题考查抛物线与 X 轴的交点、待定系数法、最短问题、勾股定理等知识, 解题的关键是熟练掌握二次函数的性质, 学会利用辅助圆解决最短问题, 属于中考常考题型.

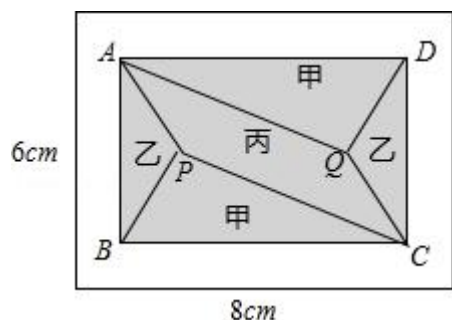
23. (12 分) 小黄准备给长 8m, 宽 6m 的长方形客厅铺设瓷砖, 现将其划分成一个长方形 ABCD 区域 I (阴影部分) 和一个环形区域 II (空白部分), 其中区域 I 用甲、乙、丙三种瓷砖铺设, 且满足 $PQ \parallel AD$, 如图所示.

(1) 若区域 I 的三种瓷砖均价为 300 元/ m^2 , 面积为 S (m^2), 区域 II 的瓷砖均价为 200 元/ m^2 , 且两区域的瓷砖总价为不超过 12000 元, 求 S 的最大值;

(2) 若区域 I 满足 $AB:BC=2:3$, 区域 II 四周宽度相等

①求 AB, BC 的长;

②若甲、丙两瓷砖单价之和为 300 元/ m^2 ，乙、丙瓷砖单价之比为 5: 3，且区域 I 的三种瓷砖总价为 4800 元，求丙瓷砖单价的取值范围.



【分析】(1) 根据题意可得 $300S + (48 - S) \cdot 200 \leq 12000$ ，解不等式即可；

(2) ①设区域 II 四周宽度为 a ，则由题意 $(6 - 2a) : (8 - 2a) = 2 : 3$ ，解得 $a = 1$ ，由此即可解决问题；

②设乙、丙瓷砖单价分别为 $5x$ 元/ m^2 和 $3x$ 元/ m^2 ，则甲的单价为 $(300 - 3x)$ 元/ m^2 ，由 $PQ \parallel AD$ ，可得甲的面积 = 矩形 ABCD 的面积的一半 = 12，设乙的面积为 s ，则丙的面积为 $(12 - s)$ ，由题意 $12(300 - 3x) + 5x \cdot s + 3x \cdot (12 - s) = 4800$ ，解得 $s = \frac{600}{x}$ ，由 $0 < s < 12$ ，可得 $0 < \frac{600}{x} < 12$ ，解不等式即可；

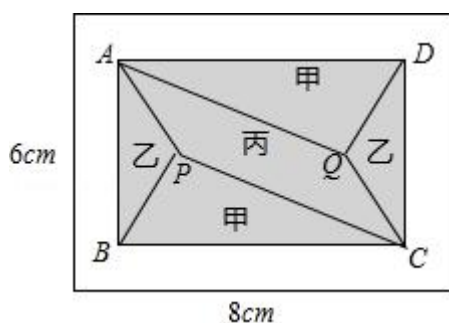
【解答】解：(1) 由题意 $300S + (48 - S) \cdot 200 \leq 12000$ ，
解得 $S \leq 24$.

$\therefore S$ 的最大值为 24.

(2) ①设区域 II 四周宽度为 a ，则由题意 $(6 - 2a) : (8 - 2a) = 2 : 3$ ，解得 $a = 1$ ，
 $\therefore AB = 6 - 2a = 4$ ， $CB = 8 - 2a = 6$.

②设乙、丙瓷砖单价分别为 $5x$ 元/ m^2 和 $3x$ 元/ m^2 ，则甲的单价为 $(300 - 3x)$ 元/ m^2 ，
 $\therefore PQ \parallel AD$ ，
 $\therefore$ 甲的面积 = 矩形 ABCD 的面积的一半 = 12，设乙的面积为 s ，则丙的面积为 $(12 - s)$ ，
由题意 $12(300 - 3x) + 5x \cdot s + 3x \cdot (12 - s) = 4800$ ，
解得 $s = \frac{600}{x}$ ，
 $\therefore 0 < s < 12$ ，
 $\therefore 0 < \frac{600}{x} < 12$ ，又 $\therefore 300 - 3x > 0$ ，
综上所述， $50 < x < 100$ ， $150 < 3x < 300$ ，

∴丙瓷砖单价 $3x$ 的范围为 $150 < 3x < 300$ 元/ m^2 .



【点评】本题考查不等式的应用、矩形的性质等知识，解题的关键是理解题意，学会构建方程或不等式解决实际问题，属于中考常考题型.

24. (14 分) 如图，已知线段 $AB=2$ ， $MN \perp AB$ 于点 M ，且 $AM=BM$ ， P 是射线 MN 上一动点， E ， D 分别是 PA ， PB 的中点，过点 A ， M ， D 的圆与 BP 的另一交点 C (点 C 在线段 BD 上)，连结 AC ， DE .

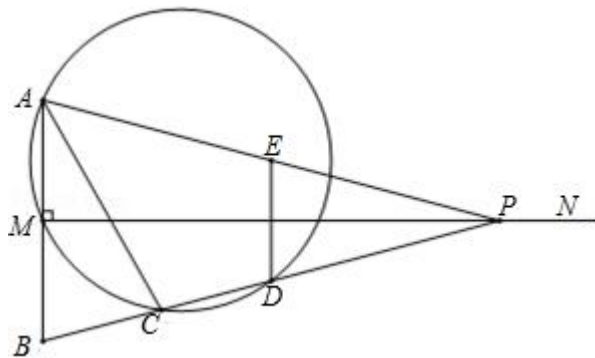
(1) 当 $\angle APB=28^\circ$ 时，求 $\angle B$ 和 $\widehat{CM}$ 的度数；

(2) 求证： $AC=AB$.

(3) 在点 P 的运动过程中

①当 $MP=4$ 时，取四边形 $ACDE$ 一边的两端点和线段 MP 上一点 Q ，若以这三点为顶点的三角形是直角三角形，且 Q 为锐角顶点，求所有满足条件的 MQ 的值；

②记 AP 与圆的另一个交点为 F ，将点 F 绕点 D 旋转 90° 得到点 G ，当点 G 恰好落在 MN 上时，连结 AG ， CG ， DG ， EG ，直接写出 $\triangle ACG$ 和 $\triangle DEG$ 的面积之比.



【分析】(1) 根据三角形 ABP 是等腰三角形，可得 $\angle B$ 的度数，再连接 MD ，根据 MD 为 $\triangle PAB$ 的中位线，可得 $\angle MDB=\angle APB=28^\circ$ ，进而得到 $\widehat{CM}=2\angle MDB=56^\circ$ ；

(2) 根据 $\angle BAP=\angle ACB$ ， $\angle BAP=\angle B$ ，即可得到 $\angle ACB=\angle B$ ，进而得出 $AC=AB$ ；

(3) ①记 MP 与圆的另一个交点为 R ，根据 $AM^2+MR^2=AR^2=AC^2+CR^2$ ，即可得到 $PR=\frac{13}{8}$ ，

∠QCD=90°时, 当∠QDC=90°时, 当∠AEQ=90°时, 即可求得MQ的值为 $\frac{19}{8}$ 或 $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{15}{8}$;

【解答】 解: (1) $\because MN \perp AB$, $AM=BM$,

$$\therefore \angle PAB = \angle B,$$
 $\therefore \angle APB = 28^\circ$,
$$\therefore \angle B = 76^\circ,$$

图 1

 $\therefore MD \parallel AP,$
$$\therefore \angle MDB = \angle APB = 28^\circ,$$
$$\therefore \widehat{CM} = 2 \angle MDB = 56^\circ;$$

又 $\because \angle BAP=180^{\circ}-\angle APB-\angle B$, $\angle ACB=180^{\circ}-\angle BAC-\angle B$,

$$\therefore \angle BAP = \angle ACB,$$
$$\therefore \angle BAP = \angle B,$$
$$\therefore \angle ACB = \angle B.$$
$$\therefore AC=AB;$$

$$\begin{aligned} \therefore MD & \text{ 是 } Rt\triangle MBP \text{ 的中线,} \\ \therefore DM & = DP, \\ \therefore \angle DPM & = \angle DMP = \angle RCD, \\ \therefore RC & = RP, \\ \therefore \angle ACR & = \angle AMR = 90^\circ, \\ \therefore AM^2 + MR^2 & = AR^2 = AC^2 + CR^2, \\ \therefore 1^2 + MR^2 & = 2^2 + PR^2, \\ \therefore 1^2 + (4 - PR)^2 & = 2^2 + PR^2, \\ \therefore PR & = \frac{13}{8}, \\ \therefore MR & = \frac{19}{8}, \end{aligned}$$

$\therefore Q$ 与 R 重合,

$$\therefore MQ=MR=\frac{19}{8};$$

数学试题卷 (WZ) 第 29 页 (共 4 页)

