

2017 年浙江省杭州市中考数学试卷

一. 选择题

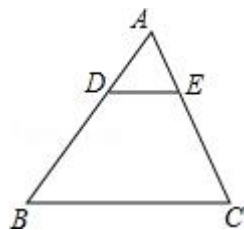
1. (3 分) $-2^2 =$ ()

A. -2 B. -4 C. 2 D. 4

2. (3 分) 太阳与地球的平均距离大约是 150 000 000 千米, 数据 150 000 000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.5×10^8 B. 1.5×10^9 C. 0.15×10^9 D. 15×10^7

3. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $DE \parallel BC$, 若 $BD = 2AD$, 则 ()



A. $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{AD}{EC} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

4. (3 分) $|1 + \sqrt{3}| + |1 - \sqrt{3}| =$ ()

A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

5. (3 分) 设 x, y, c 是实数, ()

A. 若 $x = y$, 则 $x + c = y - c$ B. 若 $x = y$, 则 $xc = yc$

C. 若 $x = y$, 则 $\frac{x}{c} = \frac{y}{c}$ D. 若 $\frac{x}{2c} = \frac{y}{3c}$, 则 $2x = 3y$

6. (3 分) 若 $x + 5 > 0$, 则 ()

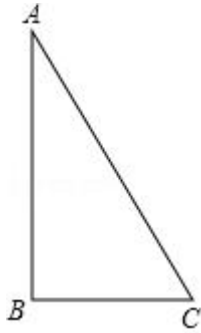
A. $x + 1 < 0$ B. $x - 1 < 0$ C. $\frac{x}{5} < -1$ D. $-2x < 12$

7. (3 分) 某景点的参观人数逐年增加, 据统计, 2014 年为 10.8 万人次, 2016 年为 16.8 万人次. 设参观人次的平均年增长率为 x, 则 ()

A. $10.8(1+x) = 16.8$ B. $16.8(1-x) = 10.8$

C. $10.8(1+x)^2 = 16.8$ D. $10.8[(1+x) + (1+x)^2] = 16.8$

8. (3 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2$, $BC = 1$. 把 $\triangle ABC$ 分别绕直线 AB 和 BC 旋转一周, 所得几何体的地面圆的周长分别记作 l_1, l_2 , 侧面积分别记作 S_1, S_2 , 则 ()

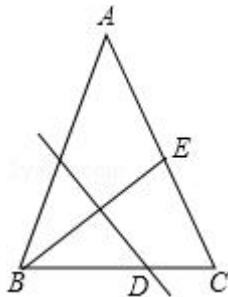


- A. $l_1: l_2=1: 2$, $S_1: S_2=1: 2$ B. $l_1: l_2=1: 4$, $S_1: S_2=1: 2$
 C. $l_1: l_2=1: 2$, $S_1: S_2=1: 4$ D. $l_1: l_2=1: 4$, $S_1: S_2=1: 4$

9. (3分) 设直线 $x=1$ 是函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是实数, 且 $a<0$) 的图象的对称轴, ()

- A. 若 $m>1$, 则 $(m-1)a+b>0$ B. 若 $m>1$, 则 $(m-1)a+b<0$
 C. 若 $m<1$, 则 $(m-1)a+b>0$ D. 若 $m<1$, 则 $(m-1)a+b<0$

10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=12$, E 为 AC 边的中点, 线段 BE 的垂直平分线交边 BC 于点 D . 设 $BD=x$, $\tan \angle ACB=y$, 则 ()

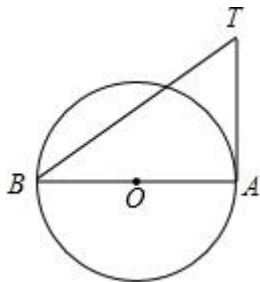


- A. $x-y^2=3$ B. $2x-y^2=9$ C. $3x-y^2=15$ D. $4x-y^2=21$

二. 填空题

11. (4分) 数据 2, 2, 3, 4, 5 的中位数是_____.

12. (4分) 如图, AT 切 $\odot O$ 于点 A , AB 是 $\odot O$ 的直径. 若 $\angle ABT=40^\circ$, 则 $\angle ATB=_____$.

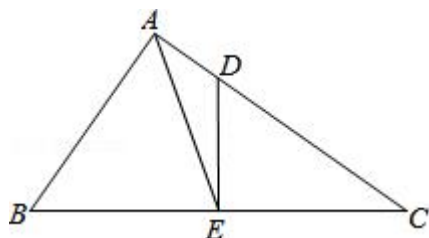


13. (4分) 一个仅装有球的不透明布袋里共有 3 个球 (只有颜色不同), 其中 2 个是红球, 1 个是白球, 从中任意摸出一个球, 记下颜色后放回, 搅匀, 再任意摸出一个球, 则两次摸

出都是红球的概率是_____.

14. (4分) 若 $\frac{m-3}{m-1} \cdot |m| = \frac{m-3}{m-1}$, 则 $m =$ _____.

15. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 15$, $AC = 20$, 点 D 在边 AC 上, $AD = 5$, $DE \perp BC$ 于点 E , 连结 AE , 则 $\triangle ABE$ 的面积等于_____.



16. (4分) 某水果点销售 50 千克香蕉, 第一天售价为 9 元/千克, 第二天降价 6 元/千克, 第三天再降为 3 元/千克. 三天全部售完, 共计所得 270 元. 若该店第二天销售香蕉 t 千克, 则第三天销售香蕉_____千克. (用含 t 的代数式表示.)

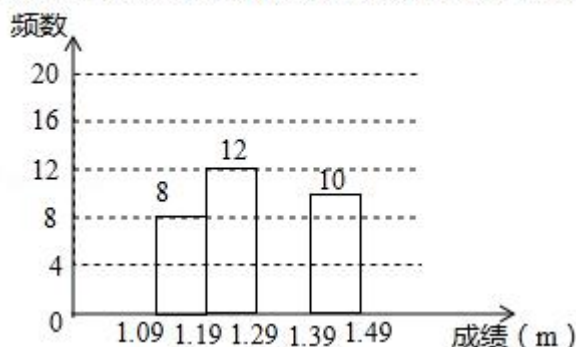
三. 解答题

17. (6分) 为了了解某校九年级学生的跳高水平, 随机抽取该年级 50 名学生进行跳高测试, 并把测试成绩绘制成如图所示的频数表和未完成的频数直方图 (每组含前一个边界值, 不含后一个边界值).

某校九年级 50 名学生跳高测试成绩的频数表

组别 (m)	频数
1.09 ~ 1.19	8
1.19 ~ 1.29	12
1.29 ~ 1.39	A
1.39 ~ 1.49	10

某校九年级 50 名学生跳高测试成绩的频数直方图



(1) 求 a 的值, 并把频数直方图补充完整;

(2) 该年级共有 500 名学生, 估计该年级学生跳高成绩在 1.29m (含 1.29m) 以上的人数.

18. (8 分) 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=kx+b$ (k, b 都是常数, 且 $k \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 0)$ 和 $(0, 2)$.

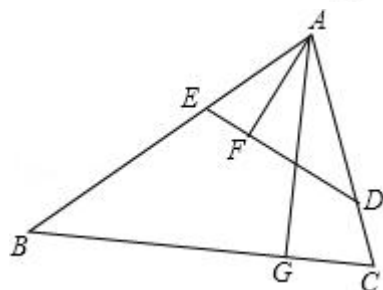
(1) 当 $-2 < x \leq 3$ 时, 求 y 的取值范围;

(2) 已知点 $P(m, n)$ 在该函数的图象上, 且 $m - n = 4$, 求点 P 的坐标.

19. (8 分) 如图, 在锐角三角形 ABC 中, 点 D, E 分别在边 AC, AB 上, $AG \perp BC$ 于点 G , $AF \perp DE$ 于点 F , $\angle EAF = \angle GAC$.

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

(2) 若 $AD=3$, $AB=5$, 求 $\frac{AF}{AG}$ 的值.



20. (10 分) 在面积都相等的所有矩形中, 当其中一个矩形的一边长为 1 时, 它的另一边长为 3.

(1) 设矩形的相邻两边长分别为 x, y .

①求 y 关于 x 的函数表达式;

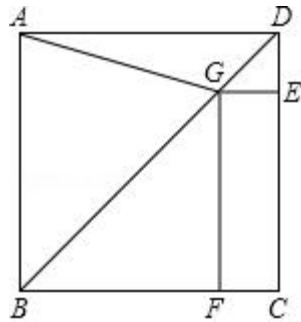
②当 $y \geq 3$ 时, 求 x 的取值范围;

(2) 圆圆说其中有一个矩形的周长为 6, 方方说有一个矩形的周长为 10, 你认为圆圆和方方的说法对吗? 为什么?

21. (10 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 G 在对角线 BD 上 (不与点 B, D 重合), $GE \perp$

DC 于点 E, $GF \perp BC$ 于点 F, 连结 AG.

- (1) 写出线段 AG, GE, GF 长度之间的数量关系, 并说明理由;
- (2) 若正方形 ABCD 的边长为 1, $\angle AGF = 105^\circ$, 求线段 BG 的长.



22. (12 分) 在平面直角坐标系中, 设二次函数 $y_1 = (x+a)(x-a-1)$, 其中 $a \neq 0$.

- (1) 若函数 y_1 的图象经过点 $(1, -2)$, 求函数 y_1 的表达式;
- (2) 若一次函数 $y_2 = ax+b$ 的图象与 y_1 的图象经过 x 轴上同一点, 探究实数 a, b 满足的关系式;
- (3) 已知点 $P(x_0, m)$ 和 $Q(1, n)$ 在函数 y_1 的图象上, 若 $m < n$, 求 x_0 的取值范围.

23. (12 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 C 在劣弧 AB 上 (不与点 A, B 重合), 点 D

(1) 点点同学通过画图和测量得到以下近似数据:

猜想: β 关于 α 的函数表达式, γ 关于 α 的函数表达式, 并给出证明:

2017 年浙江省杭州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题

1. (3 分) (2017•杭州) $-2^2=$ ()

A. -2 B. -4 C. 2 D. 4

【解答】解: $-2^2=-4$,

故选 B.

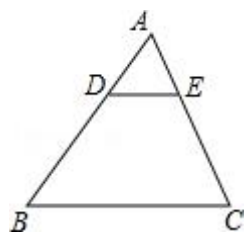
2. (3 分) (2017•杭州) 太阳与地球的平均距离大约是 150 000 000 千米, 数据 150 000 000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.5×10^8 B. 1.5×10^9 C. 0.15×10^9 D. 15×10^7

【解答】解: 将 150 000 000 用科学记数法表示为: 1.5×10^8 .

故选 A.

3. (3 分) (2017•杭州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $DE \parallel BC$, 若 $BD=2AD$, 则 ()



A. $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{AD}{EC} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

【解答】解: $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\because BD=2AD$,

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$,

则 $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ A, C, D 选项错误, B 选项正确,

故选: B.

4. (3 分) (2017•杭州) $|1+\sqrt{3}|+|1-\sqrt{3}|=$ ()

A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

【解答】解: 原式 $1+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}$.

故选: D.

5. (3 分) (2017•杭州) 设 x, y, c 是实数, ()

A. 若 $x=y$, 则 $x+c=y-c$ B. 若 $x=y$, 则 $xc=yc$

C. 若 $x=y$, 则 $\frac{x}{c}=\frac{y}{c}$ D. 若 $\frac{x}{2c}=\frac{y}{3c}$, 则 $2x=3y$

【解答】解：A、两边加不同的数，故 A 不符合题意；
B、两边都乘以 c ，故 B 符合题意；
C、 $c=0$ 时，两边都除以 c 无意义，故 C 不符合题意；
D、两边乘以不同的数，故 D 不符合题意；
故选：B.

6. (3 分) (2017•杭州) 若 $x+5>0$, 则 ()

A. $x+1<0$ B. $x-1<0$ C. $\frac{x}{5}<-1$ D. $-2x<12$

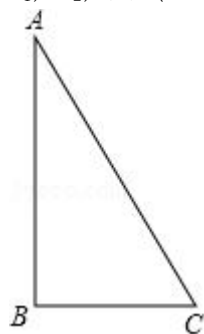
【解答】解： $\because x+5>0$,
 $\therefore x>-5$,
A、根据 $x+1<0$ 得出 $x<-1$ ，故本选项不符合题意；
B、根据 $x-1<0$ 得出 $x<1$ ，故本选项不符合题意；
C、根据 $\frac{x}{5}<-1$ 得出 $x<-5$ ，故本选项不符合题意；
D、根据 $-2x<12$ 得出 $x>-6$ ，故本选项符合题意；
故选 D.

7. (3 分) (2017•杭州) 某景点的参观人数逐年增加，据统计，2014 年为 10.8 万人次，2016 年为 16.8 万人次. 设参观人次的平均年增长率为 x , 则 ()

A. $10.8(1+x)=16.8$ B. $16.8(1-x)=10.8$
C. $10.8(1+x)^2=16.8$ D. $10.8[(1+x)+(1+x)^2]=16.8$

【解答】解：设参观人次的平均年增长率为 x ，由题意得：
 $10.8(1+x)^2=16.8$,
故选：C.

8. (3 分) (2017•杭州) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=2$ ， $BC=1$. 把 $\triangle ABC$ 分别绕直线 AB 和 BC 旋转一周，所得几何体的地面圆的周长分别记作 l_1 ， l_2 ，侧面积分别记作 S_1 ， S_2 ，则 ()



A. $l_1:l_2=1:2$, $S_1:S_2=1:2$ B. $l_1:l_2=1:4$, $S_1:S_2=1:2$
C. $l_1:l_2=1:2$, $S_1:S_2=1:4$ D. $l_1:l_2=1:4$, $S_1:S_2=1:4$

【解答】解： $\because l_1=2\pi \times BC=2\pi$,
 $l_2=2\pi \times AB=4\pi$,
 $\therefore l_1:l_2=1:2$,

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} \times 2\pi \times \sqrt{5} = \sqrt{5}\pi,$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 4\pi \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}\pi,$$

$$\therefore S_1 : S_2 = 1 : 2,$$

故选 A.

9. (3分) (2017•杭州) 设直线 $x=1$ 是函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是实数, 且 $a < 0$) 的图象的对称轴, ()

A. 若 $m > 1$, 则 $(m-1)a+b > 0$ B. 若 $m > 1$, 则 $(m-1)a+b < 0$

C. 若 $m < 1$, 则 $(m-1)a+b > 0$ D. 若 $m < 1$, 则 $(m-1)a+b < 0$

【解答】解: 由对称轴, 得

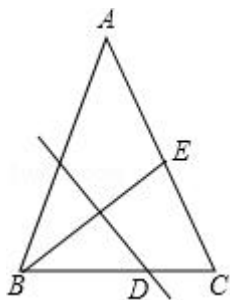
$$b = -2a.$$

$$(m-1)a+b = ma - a - 2a = (m-3)a$$

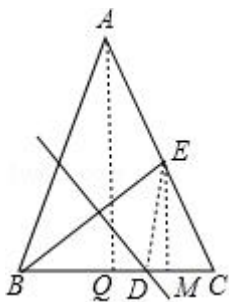
当 $m < 1$ 时, $(m-3)a > 0$,

故选: C.

10. (3分) (2017•杭州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=12$, E 为 AC 边的中点, 线段 BE 的垂直平分线交边 BC 于点 D . 设 $BD=x$, $\tan \angle ACB=y$, 则 ()



A. $x - y^2 = 3$ B. $2x - y^2 = 9$ C. $3x - y^2 = 15$ D. $4x - y^2 = 21$



【解答】解:

过 A 作 $AQ \perp BC$ 于 Q , 过 E 作 $EM \perp BC$ 于 M , 连接 DE ,

$\because BE$ 的垂直平分线交 BC 于 D , $BD=x$,

$$\therefore BD=DE=x,$$

$\because AB=AC$, $BC=12$, $\tan \angle ACB=y$,

$$\therefore \frac{EM}{MC} = \frac{AQ}{CQ} = y, \quad BQ=CQ=6,$$

$$\therefore AQ=6y,$$

$\because AQ \perp BC$, $EM \perp BC$,

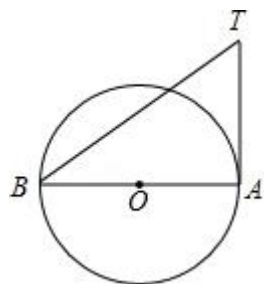
$\therefore AQ \parallel EM$,
 $\because E$ 为 AC 中点,
 $\therefore CM = QM = \frac{1}{2}CQ = 3$,
 $\therefore EM = 3y$,
 $\therefore DM = 12 - 3 - x = 9 - x$,
 在 $Rt\triangle EDM$ 中, 由勾股定理得: $x^2 = (3y)^2 + (9 - x)^2$,
 即 $2x - y^2 = 9$,
 故选 B.

二. 填空题

11. (4分) (2017•杭州) 数据 2, 2, 3, 4, 5 的中位数是 3.

【解答】 解: 从小到大排列为: 2, 2, 3, 4, 5,
 位于最中间的数是 3,
 则这组数的中位数是 3.
 故答案为: 3.

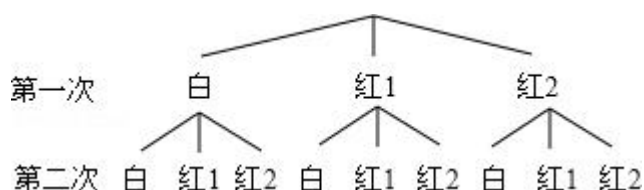
12. (4分) (2017•杭州) 如图, AT 切 $\odot O$ 于点 A , AB 是 $\odot O$ 的直径. 若 $\angle ABT = 40^\circ$, 则 $\angle ATB =$ 50° .



【解答】 解: $\because AT$ 切 $\odot O$ 于点 A , AB 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle BAT = 90^\circ$,
 $\because \angle ABT = 40^\circ$,
 $\therefore \angle ATB = 50^\circ$,
 故答案为: 50°

13. (4分) (2017•杭州) 一个仅装有球的不透明布袋里共有 3 个球 (只有颜色不同), 其中 2 个是红球, 1 个是白球, 从中任意摸出一个球, 记下颜色后放回, 搅匀, 再任意摸出一个球, 则两次摸出都是红球的概率是 $\frac{4}{9}$.

【解答】 解: 根据题意画出相应的树状图,



所以一共有 9 种情况, 两次摸到红球的有 4 种情况,

∴ 两次摸出都是红球的概率是 $\frac{4}{9}$.

故答案为: $\frac{4}{9}$.

14. (4分) (2017•杭州) 若 $\frac{m-3}{m-1} \cdot |m| = \frac{m-3}{m-1}$, 则 $m = \underline{3 \text{ 或 } -1}$.

【解答】解: 由题意得,

$$m-1 \neq 0,$$

则 $m \neq 1$,

$$(m-3) \cdot |m| = m-3,$$

$$\therefore (m-3) \cdot (|m|-1) = 0,$$

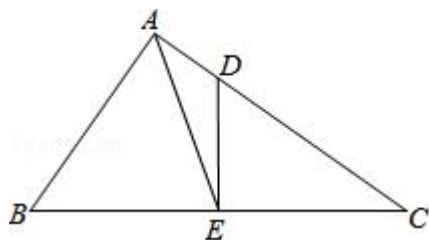
$$\therefore m=3 \text{ 或 } m=\pm 1,$$

$$\therefore m \neq 1,$$

$$\therefore m=3 \text{ 或 } m=-1,$$

故答案为: 3 或 -1.

15. (4分) (2017•杭州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=15$, $AC=20$, 点 D 在边 AC 上, $AD=5$, $DE \perp BC$ 于点 E , 连结 AE , 则 $\triangle ABE$ 的面积等于 78.



【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=15$, $AC=20$,

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 25, \quad \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 15 \times 20 = 150,$$

$$\therefore AD=5,$$

$$\therefore CD = AC - AD = 15,$$

$$\therefore DE \perp BC,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{CD}{CB}, \quad \text{即} \frac{CE}{20} = \frac{15}{25},$$

解得: $CE=12$,

$$\therefore BE = BC - CE = 13,$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的面积} : \triangle ABC \text{ 的面积} = BE : BC = 13 : 25,$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的面积} = \frac{13}{25} \times 150 = 78;$$

故答案为: 78.

16. (4分) (2017•杭州) 某水果店销售 50 千克香蕉, 第一天售价为 9 元/千克, 第二天降价

6 元/千克，第三天再降为 3 元/千克．三天全部售完，共计所得 270 元．若该店第二天销售香蕉 t 千克，则第三天销售香蕉 $30 - \frac{t}{2}$ 千克．（用含 t 的代数式表示．）

【解答】解：设第三天销售香蕉 x 千克，则第一天销售香蕉 $(50 - t - x)$ 千克，根据题意，得： $9(50 - t - x) + 6t + 3x = 270$ ，
 则 $x = \frac{450 - 270 - 3t}{6} = 30 - \frac{t}{2}$ ，
 故答案为： $30 - \frac{t}{2}$ ．

三. 解答题

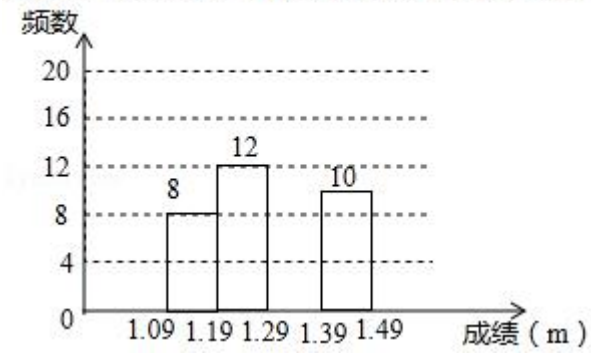
17. (6 分) (2017•杭州) 为了了解某校九年级学生的跳高水平，随机抽取该年级 50 名学生进行跳高测试，并把测试成绩绘制成如图所示的频数表和未完成的频数直方图（每组含前一个边界值，不含后一个边界值）．

某校九年级 50 名学生跳高测试成绩的频数表

组别 (m)	频数
1.09 ~ 1.19	8
1.19 ~ 1.29	12
1.29 ~ 1.39	A
1.39 ~ 1.49	10

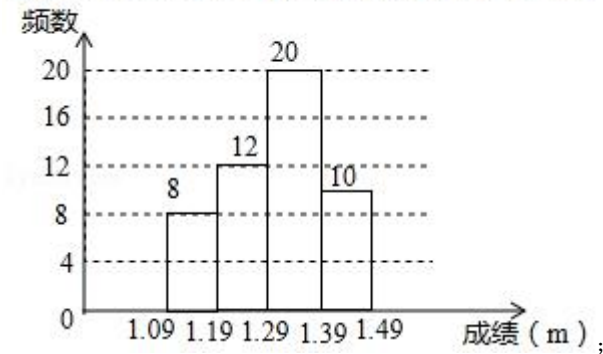
- (1) 求 a 的值，并把频数直方图补充完整；
- (2) 该年级共有 500 名学生，估计该年级学生跳高成绩在 1.29m（含 1.29m）以上的人数．

某校九年级50名学生跳高测试成绩的频数直方图



【解答】解：(1) $a = 50 - 8 - 12 - 10 = 20$ ，

某校九年级50名学生跳高测试成绩的频数直方图



(2) 该年级学生跳高成绩在 1.29m (含 1.29m) 以上的人数是: $500 \times \frac{20+10}{50} = 300$ (人).

18. (8 分) (2017•杭州) 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=kx+b$ (k, b 都是常数, 且 $k \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 0)$ 和 $(0, 2)$.

(1) 当 $-2 < x \leq 3$ 时, 求 y 的取值范围;

(2) 已知点 $P(m, n)$ 在该函数的图象上, 且 $m - n = 4$, 求点 P 的坐标.

【解答】解: 设解析式为: $y=kx+b$,

将 $(1, 0), (0, -2)$ 代入得: $\begin{cases} k+b=0 \\ b=2 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-2 \\ b=2 \end{cases}$,

$\therefore$ 这个函数的解析式为: $y=-2x+2$;

(1) 把 $x=-2$ 代入 $y=-2x+2$ 得, $y=6$,

把 $x=3$ 代入 $y=-2x+2$ 得, $y=-4$,

$\therefore y$ 的取值范围是 $-4 \leq y < 6$.

(2) $\because$ 点 $P(m, n)$ 在该函数的图象上,

$\therefore n = -2m + 2$,

$\because m - n = 4$,

$\therefore m - (-2m + 2) = 4$,

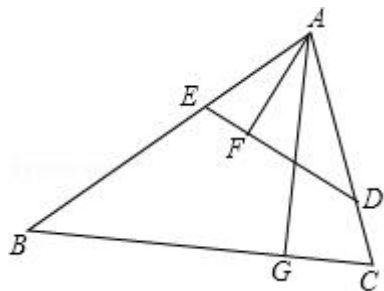
解得 $m=2, n=-2$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(2, -2)$.

19. (8 分) (2017•杭州) 如图, 在锐角三角形 ABC 中, 点 D, E 分别在边 AC, AB 上, $AG \perp BC$ 于点 $G, AF \perp DE$ 于点 $F, \angle EAF = \angle GAC$.

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

(2) 若 $AD=3, AB=5$, 求 $\frac{AF}{AG}$ 的值.



【解答】解: (1) $\because AG \perp BC, AF \perp DE$,

$\therefore \angle AFE = \angle AGC = 90^\circ$,

$\because \angle EAF = \angle GAC$,

$\therefore \angle AED = \angle ACB$,

$\because \angle EAD = \angle BAC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

(2) 由 (1) 可知: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$$

由 (1) 可知: $\angle AFE = \angle AGC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EAF = \angle GAC,$$

$$\therefore \triangle EAF \sim \triangle CAG,$$

$$\therefore \frac{AF}{AG} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{AF}{AG} = \frac{3}{5}$$

20. (10 分) (2017•杭州) 在面积都相等的所有矩形中, 当其中一个矩形的一边长为 1 时, 它的另一边长为 3.

(1) 设矩形的相邻两边长分别为 x , y .

①求 y 关于 x 的函数表达式;

②当 $y \geq 3$ 时, 求 x 的取值范围;

(2) 圆圆说其中有一个矩形的周长为 6, 方方说有一个矩形的周长为 10, 你认为圆圆和方方的说法对吗? 为什么?

【解答】 解: (1) ①由题意可得: $xy=3$,

$$\text{则 } y = \frac{3}{x};$$

$$\text{②当 } y \geq 3 \text{ 时, } \frac{3}{x} \geq 3$$

$$\text{解得: } x \leq 1;$$

(2) $\because$ 一个矩形的周长为 6,

$$\therefore x+y=3,$$

$$\therefore x + \frac{3}{x} = 3,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 3x + 3 = 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac = 9 - 12 = -3 < 0,$$

$\therefore$ 矩形的周长不可能是 6;

$\because$ 一个矩形的周长为 10,

$$\therefore x+y=5,$$

$$\therefore x + \frac{3}{x} = 5,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 5x + 3 = 0,$$

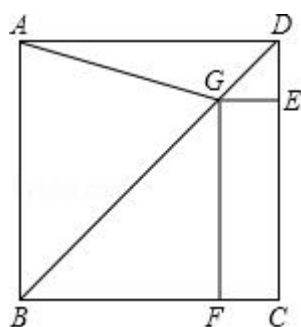
$$\therefore b^2 - 4ac = 25 - 12 = 13 > 0,$$

$\therefore$ 矩形的周长可能是 10.

21. (10 分) (2017•杭州) 如图, 在正方形 ABCD 中, 点 G 在对角线 BD 上 (不与点 B, D 重合), $GE \perp DC$ 于点 E, $GF \perp BC$ 于点 F, 连结 AG.

(1) 写出线段 AG, GE, GF 长度之间的数量关系, 并说明理由;

(2) 若正方形 ABCD 的边长为 1, $\angle AGF = 105^\circ$, 求线段 BG 的长.



【解答】解：(1) 结论： $AG^2 = GE^2 + GF^2$.

理由：连接 CG.

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore$ A、C 关于对角线 BD 对称,

$\therefore$ 点 G 在 BD 上,

$\therefore$ GA=GC,

$\because$ GE $\perp$ DC 于点 E, GF $\perp$ BC 于点 F,

$\therefore \angle GEC = \angle ECF = \angle CFG = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 EGFC 是矩形,

$\therefore$ CF=GE,

在 Rt $\triangle GFC$ 中, $\therefore CG^2 = GF^2 + CF^2$,

$\therefore AG^2 = GF^2 + GE^2$.

(2) 作 $BN \perp AG$ 于 N, 在 BN 上截取一点 M, 使得 $AM=BM$. 设 $AN=x$.

$\because \angle AGF = 105^\circ$, $\angle FBG = \angle FGB = \angle ABG = 45^\circ$,

$\therefore \angle AGB = 60^\circ$, $\angle GBN = 30^\circ$, $\angle ABM = \angle MAB = 15^\circ$,

$\therefore \angle AMN = 30^\circ$,

$\therefore AM=BM=2x$, $MN=\sqrt{3}x$,

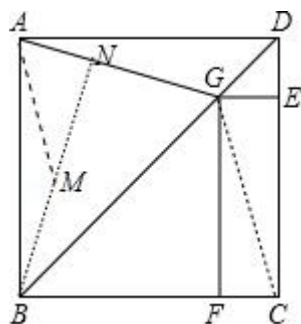
在 Rt $\triangle ABN$ 中, $\therefore AB^2 = AN^2 + BN^2$,

$\therefore 1 = x^2 + (2x + \sqrt{3}x)^2$,

解得 $x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$,

$\therefore BN = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$,

$\therefore BG = BN \div \cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{6}$.



22. (12 分) (2017•杭州) 在平面直角坐标系中, 设二次函数 $y_1 = (x+a)(x-a-1)$, 其中 a

≠0.

(1) 若函数 y_1 的图象经过点 $(1, -2)$, 求函数 y_1 的表达式;

(2) 若一次函数 $y_2=ax+b$ 的图象与 y_1 的图象经过 x 轴上同一点, 探究实数 a, b 满足的关系式;

(3) 已知点 $P(x_0, m)$ 和 $Q(1, n)$ 在函数 y_1 的图象上, 若 $m < n$, 求 x_0 的取值范围.

【解答】 解: (1) 函数 y_1 的图象经过点 $(1, -2)$, 得

$$(a+1)(-a) = -2,$$

解得 $a = -2, a = 1$,

函数 y_1 的表达式 $y = (x-2)(x+2-1)$, 化简, 得 $y = x^2 - x - 2$;

函数 y_1 的表达式 $y = (x+1)(x-2)$ 化简, 得 $y = x^2 - x - 2$,

综上所述: 函数 y_1 的表达式 $y = x^2 - x - 2$;

(2) 当 $y=0$ 时 $x^2 - x - 2=0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 2$,

y_1 的图象与 x 轴的交点是 $(-1, 0)(2, 0)$,

当 $y_2=ax+b$ 经过 $(-1, 0)$ 时, $-a+b=0$, 即 $a=b$;

当 $y_2=ax+b$ 经过 $(2, 0)$ 时, $2a+b=0$, 即 $b = -2a$;

(3) 当 P 在对称轴的左侧时, y 随 x 的增大而增大,

$(1, n)$ 与 $(0, n)$ 关于对称轴对称,

由 $m < n$, 得 $x_0 < 0$;

当时 P 在对称轴的右侧时, y 随 x 的增大而减小,

由 $m < n$, 得 $x_0 > 1$,

综上所述: $m < n$, 求 x_0 的取值范围 $x_0 < 0$ 或 $x_0 > 1$.

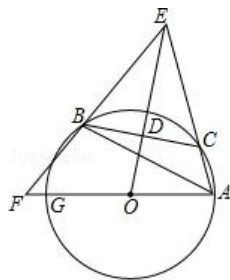
23. (12分) (2017•杭州) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 C 在劣弧 AB 上 (不与点 A, B 重合), 点 D 为弦 BC 的中点, $DE \perp BC$, DE 与 AC 的延长线交于点 E , 射线 AO 与射线 EB 交于点 F , 与 $\odot O$ 交于点 G , 设 $\angle GAB = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $\angle EAG + \angle EBA = \gamma$,

(1) 点点同学通过画图和测量得到以下近似数据:

α	30°	40°	50°	60°
β	120°	130°	140°	150°
γ	150°	140°	130°	120°

猜想: β 关于 α 的函数表达式, γ 关于 α 的函数表达式, 并给出证明:

(2) 若 $\gamma = 135^\circ$, $CD=3$, $\triangle ABE$ 的面积为 $\triangle ABC$ 的面积的 4 倍, 求 $\odot O$ 半径的长.



【解答】 解: (1) 猜想: $\beta = \alpha + 90^\circ$, $\gamma = -\alpha + 180^\circ$

连接 OB ,

$\therefore$ 由圆周角定理可知: $2\angle BCA = 360^\circ - \angle BOA$,

$\therefore OB=OA$,

$\therefore \angle OBA = \angle OAB = \alpha$,

$\therefore \angle BOA = 180^\circ - 2\alpha$,

$\therefore 2\beta = 360^\circ - (180^\circ - 2\alpha)$,

