

2017 年浙江省宁波市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 在 $\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}$, 0, -2 这四个数中，为无理数的是 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. -2

2. 下列计算正确的是 ()

A. $a^2+a^3=a^5$ B. $(2a)^2=4a$ C. $a^2 \cdot a^3=a^5$ D. $(a^2)^3=a^5$

3. 2017 年 2 月 13 日，宁波舟山港 45 万吨原油码头首次挂靠全球最大油轮——“泰欧”轮，其中 45 万吨用科学记数法表示为 ()

A. 0.45×10^6 吨 B. 4.5×10^5 吨 C. 45×10^4 吨 D. 4.5×10^4 吨

4. 要使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 3$ B. $x > 3$ C. $x \leq 3$ D. $x \geq 3$

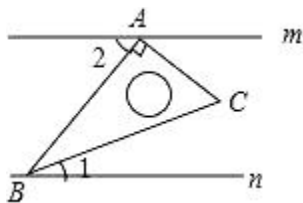
5. 如图所示的几何体的俯视图为 ()



6. 一个不透明的布袋里装有 5 个红球，2 个白球，3 个黄球，它们除颜色外其余都相同，从袋中任意摸出 1 个球，是黄球的概率为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{7}{10}$

7. 已知直线 $m \parallel n$ ，将一块含 30° 角的直角三角板 ABC 按如图方式放置 ($\angle ABC = 30^\circ$)，其中 A, B 两点分别落在直线 m, n 上，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



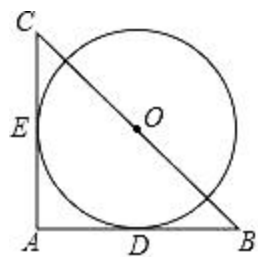
A. 20° B. 30° C. 45° D. 50°

8. 若一组数据 2, 3, x, 5, 7 的众数为 7，则这组数据的中位数为 ()

A. 2 B. 3 C. 5 D. 7

9. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $BC=2\sqrt{2}$, 以 BC 的中点 O 为圆心分别与 AB , AC

相切于 D , E 两点, 则 $\widehat{DE}$ 的长为 ()

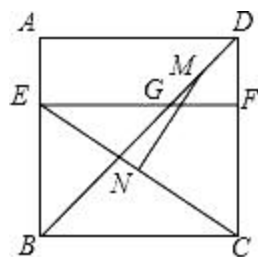


- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

10. 抛物线 $y=x^2-2x+m^2+2$ (m 是常数) 的顶点在 ()

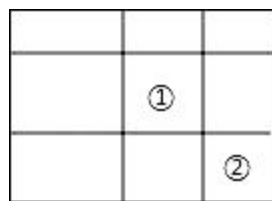
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

11. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 6 的正方形, 点 E 在边 AB 上, $BE=4$, 过点 E 作 $EF\parallel BC$, 分别交 BD , CD 于 G , F 两点. 若 M , N 分别是 DG , CE 的中点, 则 MN 的长为 ()



- A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. 4

12. 一个大矩形按如图方式分割成九个小矩形, 且只有标号为①和②的两个小矩形为正方形, 在满足条件的所有分割中. 若知道九个小矩形中 n 个小矩形的周长, 就一定能算出这个大矩形的面积, 则 n 的最小值是 ()



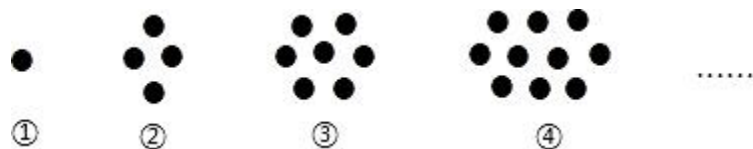
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题 (每题 4 分, 满分 24 分, 将答案填在答题纸上)

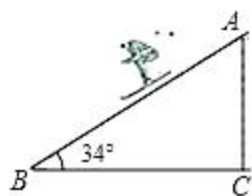
13. 实数 -8 的立方根是_____.

14. 分式方程 $\frac{2x+1}{3-x} = \frac{3}{2}$ 的解是_____.

15. 如图, 用同样大小的黑色棋子按如图所示的规律摆放: 则第⑦个图案有_____个黑色棋子.

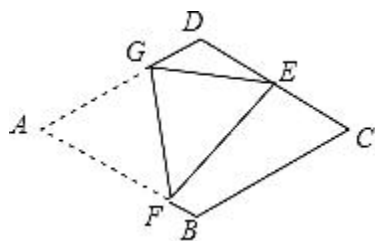


16. 如图, 一名滑雪运动员沿着倾斜角为 34° 的斜坡, 从 A 滑行至 B, 已知 $AB=500$ 米, 则这名滑雪运动员的高度下降了_____米. (参考数据: $\sin 34^\circ \approx 0.56$, $\cos 34^\circ \approx 0.83$, $\tan 34^\circ \approx 0.67$)



17. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点为 $A(-1, 1)$, $B(-1, 3)$, $C(-3, -3)$, 将 $\triangle ABC$ 向右平移 m ($m > 0$) 个单位后, $\triangle ABC$ 某一边的中点恰好落在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 则 m 的值为_____.

18. 如图, 在菱形纸片 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle A=60^\circ$, 将菱形纸片翻折, 使点 A 落在 CD 的中点 E 处, 折痕为 FG, 点 F, G 分别在边 AB, AD 上, 则 $\cos \angle EFG$ 的值为_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 78 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 先化简, 再求值: $(2+x)(2-x) + (x-1)(x+5)$, 其中 $x = \frac{3}{2}$.

20. 在 4×4 的方格纸中， $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上.

(1) 在图 1 中画出与 $\triangle ABC$ 成轴对称且与 $\triangle ABC$ 有公共边的格点三角形 (画出一个即可)；

(2) 将图 2 中的 $\triangle ABC$ 绕着点 C 按顺时针方向旋转 90° ，画出经旋转后的三角形.

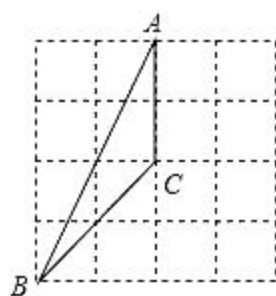


图1

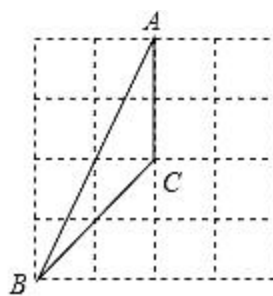


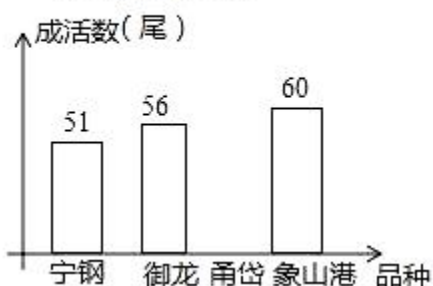
图2

21. 大黄鱼是中国特有的地方性鱼类，有“国鱼”之称，由于过去滥捕等多种因素，大黄鱼资源已基本枯竭，目前，我市已培育出十余种大黄鱼品种，某鱼苗人工养殖基地对其中的四个品种“宁港”、“御龙”、“甬岱”、“象山港”共 300 尾鱼苗进行成活实验，从中选出成活率最高的品种进行推广，通过实验得知“甬岱”品种鱼苗成活率为 80%，并把实验数据绘制成下列两幅统计图（部分信息未给出）：

300尾鱼苗中四个品种的鱼苗数扇形统计图



四个品种的鱼苗成活数条形统计图



(1) 求实验中“宁港”品种鱼苗的数量；

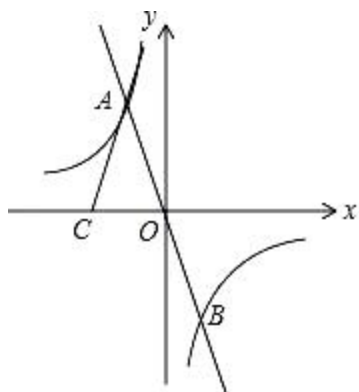
(2) 求实验中“甬岱”品种鱼苗的成活数，并补全条形统计图；

(3) 你认为应选哪一品种进行推广？请说明理由.

22. 如图，正比例函数 $y_1 = -3x$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A、B 两点. 点 C 在 x 轴负半轴上， $AC=AO$ ， $\triangle ACO$ 的面积为 12.

(1) 求 k 的值;

(2) 根据图象，当 $y_1 > y_2$ 时，写出 x 的取值范围.

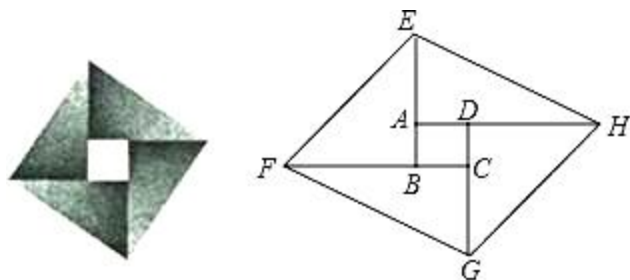


23. 2017 年 5 月 14 日至 15 日，“一带一路”国际合作高峰论坛在北京举行，本届论坛期间，中国同 30 多个国家签署经贸合作协议，某厂准备生产甲、乙两种商品共 8 万件销往“一带一路”沿线国家和地区. 已知 2 件甲种商品与 3 件乙种商品的销售收入相同，3 件甲种商品比 2 件乙种商品的销售收入多 1500 元.

(1) 甲种商品与乙种商品的销售单价各多少元?

(2) 若甲、乙两种商品的销售总收入不低于 5400 万元，则至少销售甲种商品多少万件?

24. 在一次课题学习中，老师让同学们合作编题，某学习小组受赵爽弦图的启发，编写了下面这道题，请你来解一解：



如图，将矩形 $ABCD$ 的四边 BA 、 CB 、 DC 、 AD 分别延长至 E 、 F 、 G 、 H ，使得 $AE=CG$ ， $BF=DH$ ，连接 EF ， FG ， GH ， HE 。

- (1) 求证：四边形 $EFGH$ 为平行四边形；
- (2) 若矩形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，且 $\angle FEB=45^\circ$ ， $\tan \angle AEH=2$ ，求 AE 的长。

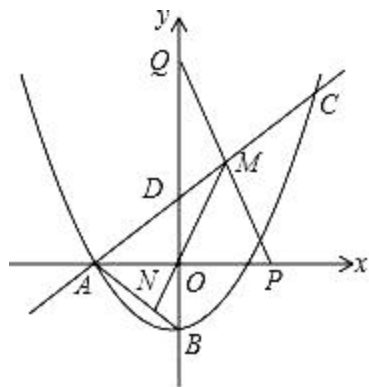
25. 如图，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + c$ 与 x 轴的负半轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，连结 AB ，点 $C(6, \frac{15}{2})$ 在抛物线上，直线 AC 与 y 轴交于点 D 。

(1) 求 c 的值及直线 AC 的函数表达式；

(2) 点 P 在 x 轴正半轴上，点 Q 在 y 轴正半轴上，连结 PQ 与直线 AC 交于点 M ，连结 MO 并延长交 AB 于点 N ，若 M 为 PQ 的中点。

①求证： $\triangle APM \sim \triangle AON$ ；

②设点 M 的横坐标为 m ，求 AN 的长（用含 m 的代数式表示）。



26. 有两个内角分别是它们对角的一半的四边形叫做半对角四边形.

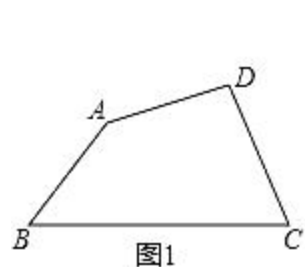


图1

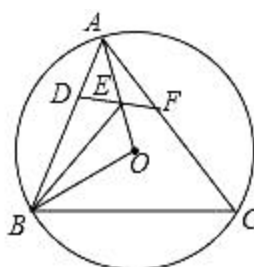


图2

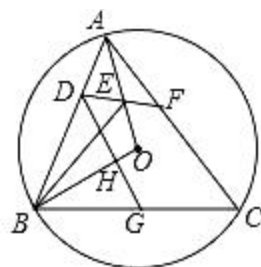


图3

(1) 如图 1, 在半对角四边形 ABCD 中, $\angle B = \frac{1}{2} \angle D$, $\angle C = \frac{1}{2} \angle A$, 求 $\angle B$ 与 $\angle C$ 的度数之和;

(2) 如图 2, 锐角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 若边 AB 上存在一点 D, 使得 $BD = BO$, $\angle OBA$ 的平分线交 OA 于点 E, 连结 DE 并延长交 AC 于点 F, $\angle AFE = 2\angle EAF$. 求证: 四边形 DBCF 是半对角四边形;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 过点 D 作 $DG \perp OB$ 于点 H, 交 BC 于点 G, 当 $DH = BG$ 时, 求 $\triangle BGH$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比.

2017 年浙江省宁波市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 在 $\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}$, 0, -2 这四个数中，为无理数的是 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. -2

【考点】26: 无理数.

【分析】分别根据无理数、有理数的定义即可判定选择项.

【解答】解: $\frac{1}{2}$, 0, -2 是有理数,

$\sqrt{3}$ 是无理数,

故选: A.

2. 下列计算正确的是 ()

A. $a^2+a^3=a^5$ B. $(2a)^2=4a$ C. $a^2 \cdot a^3=a^5$ D. $(a^2)^3=a^5$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法.

【分析】根据积的乘方等于乘方的积, 同底数幂的乘法底数不变指数相加, 可得答案.

【解答】解: A、不是同底数幂的乘法指数不能相加, 故 A 不符合题意;

B、积的乘方等于乘方的积, 故 B 不符合题意;

C、同底数幂的乘法底数不变指数相加, 故 C 符合题意;

D、幂的乘方底数不变指数相乘, 故 D 不符合题意;

故选: C.

3. 2017 年 2 月 13 日, 宁波舟山港 45 万吨原油码头首次挂靠全球最大油轮 -- “泰欧” 轮, 其中 45 万吨用科学记数法表示为 ()

A. 0.45×10^6 吨 B. 4.5×10^5 吨 C. 45×10^4 吨 D. 4.5×10^4 吨

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值

时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 45 万用科学记数法表示为： 4.5×10^5 ．

故选：B．

4. 要使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

A. $x \neq 3$ B. $x > 3$ C. $x \leq 3$ D. $x \geq 3$

【考点】72：二次根式有意义的条件．

【分析】二次根式有意义时，被开方数是非负数．

【解答】解：依题意得： $x - 3 \geq 0$ ，

解得 $x \geq 3$ ．

故选：D．

5. 如图所示的几何体的俯视图为（ ）



A.  B.  C.  D. 

【考点】U1：简单几何体的三视图．

【分析】根据从上边看得到的图形是俯视图，可得答案．

【解答】解：从上边看外边是正六边形，里面是圆，

故选：D．

6. 一个不透明的布袋里装有 5 个红球，2 个白球，3 个黄球，它们除颜色外其余都相同，从袋中任意摸出 1 个球，是黄球的概率为（ ）

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{7}{10}$

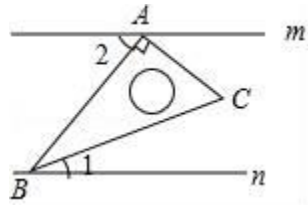
【考点】X4：概率公式．

【分析】让黄球的个数除以球的总个数即为所求的概率．

【解答】解：因为一共 10 个球，其中 3 个黄球，所以从袋中任意摸出 1 个球是黄球的概率是 $\frac{3}{10}$.

故选：C.

7. 已知直线 $m \parallel n$ ，将一块含 30° 角的直角三角板 ABC 按如图方式放置（ $\angle ABC = 30^\circ$ ），其中 A, B 两点分别落在直线 m, n 上，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



A. 20° B. 30° C. 45° D. 50°

【考点】JA：平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质即可得到结论.

【解答】解： $\because$ 直线 $m \parallel n$,

$$\therefore \angle 2 = \angle ABC + \angle 1 = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ,$$

故选 D.

8. 若一组数据 2, 3, x, 5, 7 的众数为 7，则这组数据的中位数为（ ）

A. 2 B. 3 C. 5 D. 7

【考点】W5：众数；W4：中位数.

【分析】根据众数的定义可得 x 的值，再依据中位数的定义即可得答案.

【解答】解： $\because$ 数据 2, 3, x, 5, 7 的众数为 7,

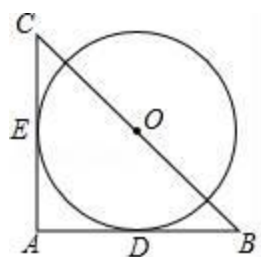
$$\therefore x = 7,$$

则这组数据为 2、3、5、7、7,

$\therefore$ 中位数为 5,

故选：C.

9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{2}$ ，以 BC 的中点 O 为圆心分别与 AB, AC 相切于 D, E 两点，则 $\widehat{DE}$ 的长为（ ）



- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

【考点】 MC: 切线的性质; MN: 弧长的计算.

【分析】 连接 OE、OD, 由切线的性质可知 $OE \perp AC$, $OD \perp AB$, 由于 O 是 BC 的中点, 从而可知 OD 是中位线, 所以可知 $\angle B = 45^\circ$, 从而可知半径 r 的值, 最后利用弧长公式即可求出答案.

【解答】 解: 连接 OE、OD,

设半径为 r,

$\because \odot O$ 分别与 AB, AC 相切于 D, E 两点,

$\therefore OE \perp AC$, $OD \perp AB$,

$\because O$ 是 BC 的中点,

$\therefore OD$ 是中位线,

$\therefore OD = AE = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore AC = 2r$,

同理可知: $AB = 2r$,

$\therefore AB = AC$,

$\therefore \angle B = 45^\circ$,

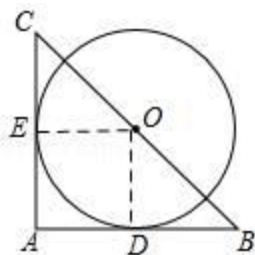
$\therefore BC = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ 由勾股定理可知 $AB = 2$,

$\therefore r = 1$,

$\therefore \widehat{DE} = \frac{90\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{2}$

故选 (B)



10. 抛物线 $y=x^2-2x+m^2+2$ (m 是常数) 的顶点在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】先根据抛物线的顶点式求出抛物线 $y=x^2-2x+m^2+2$ (m 是常数) 的顶点坐标, 再根据各象限内点的坐标特点进行解答.

【解答】解: $\because y=x^2-2x+m^2+2=(x-1)^2+(m^2+1)$,

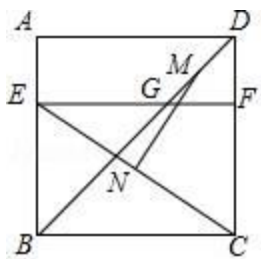
$\therefore$ 顶点坐标为: $(1, m^2+1)$,

$\because 1>0, m^2+1>0$,

$\therefore$ 顶点在第一象限.

故选 A.

11. 如图, 四边形 ABCD 是边长为 6 的正方形, 点 E 在边 AB 上, $BE=4$, 过点 E 作 $EF \parallel BC$, 分别交 BD, CD 于 G, F 两点. 若 M, N 分别是 DG, CE 的中点, 则 MN 的长为 ()



A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. 4

【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; KW: 等腰直角三角形; LE: 正方形的性质.

【分析】作辅助线, 构建全等三角形, 证明 $\triangle EMF \cong \triangle CMD$, 则 $EM=CM$, 利用勾股定理得:

$BD=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$, $EC=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$, 可得 $\triangle EBG$ 是等腰直角三角形, 分别求 $EM=CM$

的长, 利用勾股定理的逆定理可得 $\triangle EMC$ 是等腰直角三角形, 根据直角三角形斜边中线的性质得 MN 的长.

【解答】解：连接 FM、EM、CM，

∵ 四边形 ABCD 为正方形，

∴ $\angle ABC = \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ ， $BC = CD$ ，

∵ $EF \parallel BC$ ，

∴ $\angle GFD = \angle BCD = 90^\circ$ ， $EF = BC$ ，

∴ $EF = BC = DC$ ，

∵ $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle ADC = 45^\circ$ ，

∴ $\triangle GFD$ 是等腰直角三角形，

∵ M 是 DG 的中点，

∴ $FM = DM = MG$ ， $FM \perp DG$ ，

∴ $\angle GFM = \angle CDM = 45^\circ$ ，

∴ $\triangle EMF \cong \triangle CMD$ ，

∴ $EM = CM$ ，

过 M 作 $MH \perp CD$ 于 H，

由勾股定理得： $BD = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ ，

$EC = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$ ，

∵ $\angle EBG = 45^\circ$ ，

∴ $\triangle EBG$ 是等腰直角三角形，

∴ $EG = BE = 4$ ，

∴ $BG = 4\sqrt{2}$ ，

∴ $DM = \sqrt{2}$ ，

∴ $MH = DH = 1$ ，

∴ $CH = 6 - 1 = 5$ ，

∴ $CM = EM = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$ ，

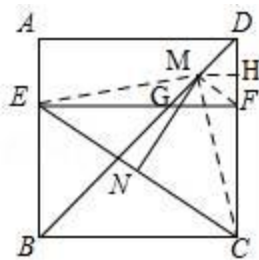
∵ $CE^2 = EM^2 + CM^2$ ，

∴ $\angle EMC = 90^\circ$ ，

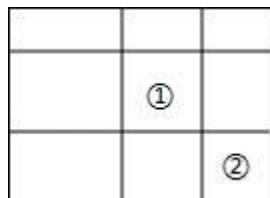
∵ N 是 EC 的中点，

∴ $MN = \frac{1}{2} EC = \sqrt{13}$ ；

故选 C.



12. 一个大矩形按如图方式分割成九个小矩形, 且只有标号为①和②的两个小矩形为正方形, 在满足条件的所有分割中. 若知道九个小矩形中 n 个小矩形的周长, 就一定能算出这个大矩形的面积, 则 n 的最小值是 ()



A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】O2: 推理与论证.

【分析】根据题意结合正方形的性质得出只有表示出矩形的各边长才可以求出面积, 进而得出符合题意的答案.

【解答】解: 如图所示: 设①的周长为: $4x$, ③的周长为 $4y$, ④的周长为 $4b$, 即可得出①的边长以及③和④的邻边和,

设②的周长为: $4a$, 则②的边长为 a , 可得③和④中都有一条边为 a ,

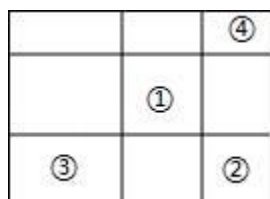
则③和④的另一条边长分别为: $y - a$, $b - a$,

故大矩形的边长分别为: $b - a + x + a = b + x$, $y - a + x + a = y + x$,

故大矩形的面积为: $(b + x)(y + x)$, 其中 b , x , y 都为已知数,

故 n 的最小值是 3.

故选: A.



二、填空题 (每题 4 分, 满分 24 分, 将答案填在答题纸上)

13. 实数 -8 的立方根是 -2 .

【考点】24: 立方根.

【分析】利用立方根的定义即可求解.

【解答】解: $\because (-2)^3 = -8$,

$\therefore -8$ 的立方根是 -2 .

故答案 -2 .

14. 分式方程 $\frac{2x+1}{3-x} = \frac{3}{2}$ 的解是 $x=1$.

【考点】B3: 解分式方程.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

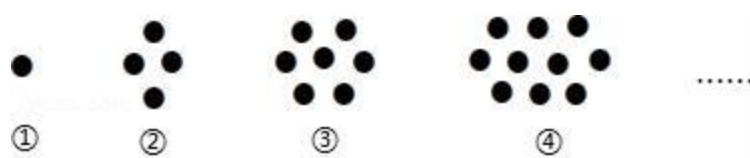
【解答】解: 去分母得: $4x+2=9-3x$,

解得: $x=1$,

经检验 $x=1$ 是分式方程的解,

故答案为: $x=1$

15. 如图, 用同样大小的黑色棋子按如图所示的规律摆放: 则第⑦个图案有 19 个黑色棋子.



【考点】38: 规律型: 图形的变化类.

【分析】根据图中所给的黑色棋子的颗数, 找出其中的规律, 根据规律列出式子, 即可求出答案.

【解答】解: 第一个图需棋子 1,

第二个图需棋子 $1+3$,

第三个图需棋子 $1+3 \times 2$,

第四个图需棋子 $1+3 \times 3$,

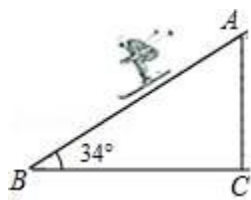
...

第 n 个图需棋子 $1+3(n-1)=3n-2$ 枚.

所以第⑦个图形有 19 颗黑色棋子.

故答案为: 19;

16. 如图, 一名滑雪运动员沿着倾斜角为 34° 的斜坡, 从 A 滑行至 B, 已知 $AB=500$ 米, 则这名滑雪运动员的高度下降了 280 米. (参考数据: $\sin 34^\circ \approx 0.56$, $\cos 34^\circ \approx 0.83$, $\tan 34^\circ \approx 0.67$)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

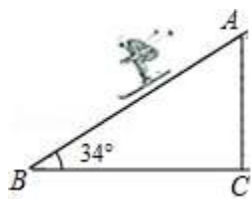
【分析】 如图在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=AB \cdot \sin 34^\circ = 500 \times 0.56 \approx 280\text{m}$, 可知这名滑雪运动员的高度下降了 280m.

【解答】 解: 如图在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$AC=AB \cdot \sin 34^\circ = 500 \times 0.56 \approx 280\text{m},$$

$\therefore$ 这名滑雪运动员的高度下降了 280m.

故答案为 280



17. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点为 $A(-1, 1)$, $B(-1, 3)$, $C(-3, -3)$, 将 $\triangle ABC$ 向右平移 m ($m > 0$) 个单位后, $\triangle ABC$ 某一边的中点恰好落在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 则 m 的值为 2.5.

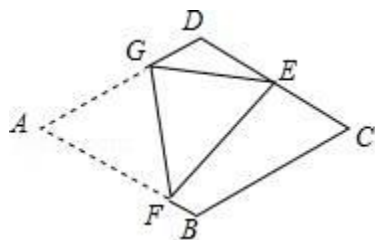
【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; Q3: 坐标与图形变化 - 平移.

【分析】 求得三角形三边中点的坐标, 然后根据平移规律可得 AB 边的中点 $(-1, 2)$, BC 边的中点 $(-2, 0)$, AC 边的中点 $(-2, -1)$, 然后分两种情况进行讨论: 一是 AB 边

的中点在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上，二是 AC 边的中点在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上，进而算出 m 的值.

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 的三个顶点为 A (-1, 1) , B (-1, 3) , C (-3, -3) ,
 ∴ AB 边的中点 (-1, 2) , BC 边的中点 (-2, 0) , AC 边的中点 (-2, -1) ,
 ∴ 将 $\triangle ABC$ 向右平移 m (m>0) 个单位后,
 ∴ AB 边的中点平移后的坐标为 (-1+m, 2) , AC 边的中点平移后的坐标为 (-2+m, -1).
 ∴ $\triangle ABC$ 某一边的中点恰好落在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上,
 ∴ $2(-1+m)=3$ 或 $-1 \times (-2+m)=3$.
 ∴ m=2.5 或 m=-1 (舍去) .
 故答案为 2.5.

18. 如图，在菱形纸片 ABCD 中，AB=2， $\angle A=60^\circ$ ，将菱形纸片翻折，使点 A 落在 CD 的中点 E 处，折痕为 FG，点 F, G 分别在边 AB, AD 上，则 $\cos \angle EFG$ 的值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题) ; L8: 菱形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】作 $EH \perp AD$ 于 H, 连接 BE、BD, 连接 AE 交 FG 于 O, 如图, 利用菱形的性质得 $\triangle BDC$ 为等边三角形, $\angle ADC=120^\circ$, 再在 $Rt\triangle BCE$ 中计算出 $BE=\sqrt{3}CE=\sqrt{3}$, 接着证明 $BE \perp AB$, 设 $AF=x$, 利用折叠的性质得到 $EF=AF$, FG 垂直平分 AE, $\angle EFG=\angle AFG$, 所以在 $Rt\triangle BEF$ 中利用勾股定理得 $(2-x)^2 + (\sqrt{3})^2 = x^2$, 解得 $x=\frac{7}{4}$, 接下来计算出 AE, 从而得到 OA 的长, 然后在 $Rt\triangle AOF$ 中利用勾股定理计算出 OF, 再利用余弦的定义求解.

【解答】解: 作 $EH \perp AD$ 于 H, 连接 BE、BD, 连接 AE 交 FG 于 O, 如图,

∵ 四边形 ABCD 为菱形, $\angle A=60^\circ$,
 ∴ $\triangle BDC$ 为等边三角形, $\angle ADC=120^\circ$,
 ∵ E 点为 CD 的中点,
 ∴ $CE=DE=1$, $BE \perp CD$,

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $BE=\sqrt{3}CE=\sqrt{3}$,

$\because AB\parallel CD$,

$\therefore BE\perp AB$,

设 $AF=x$,

$\because$ 菱形纸片翻折, 使点 A 落在 CD 的中点 E 处, 折痕为 FG , 点 F , G 分别在边 AB , AD 上,

$\therefore EF=AF$, FG 垂直平分 AE , $\angle EFG=\angle AFG$,

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $(2-x)^2+(\sqrt{3})^2=x^2$, 解得 $x=\frac{7}{4}$,

在 $\text{Rt}\triangle DEH$ 中, $DH=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}$, $HE=\sqrt{3}DH=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

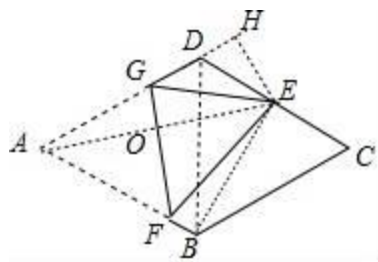
在 $\text{Rt}\triangle AEH$ 中, $AE=\sqrt{(2+\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\sqrt{7}$,

$\therefore AO=\frac{\sqrt{7}}{2}$,

在 $\text{Rt}\triangle AOF$ 中, $OF=\sqrt{(\frac{7}{4})^2-(\frac{\sqrt{7}}{2})^2}=\frac{\sqrt{21}}{4}$,

$\therefore \cos\angle AFO=\frac{\frac{\sqrt{21}}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 78 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 先化简, 再求值: $(2+x)(2-x) + (x-1)(x+5)$, 其中 $x=\frac{3}{2}$.

【考点】 4J: 整式的混合运算—化简求值.

【分析】 原式利用平方差公式, 以及多项式乘以多项式法则计算, 去括号合并得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解: 原式 $=4-x^2+x^2+4x-5=4x-1$,

当 $x=\frac{3}{2}$ 时，原式 $=6-1=5$.

20. 在 4×4 的方格纸中， $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上.

- (1) 在图 1 中画出与 $\triangle ABC$ 成轴对称且与 $\triangle ABC$ 有公共边的格点三角形 (画出一个即可)；
- (2) 将图 2 中的 $\triangle ABC$ 绕着点 C 按顺时针方向旋转 90° ，画出经旋转后的三角形.

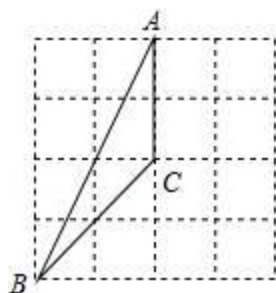


图1

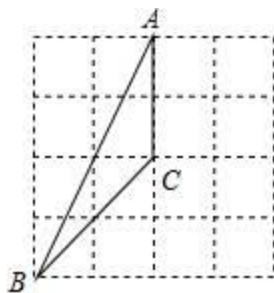


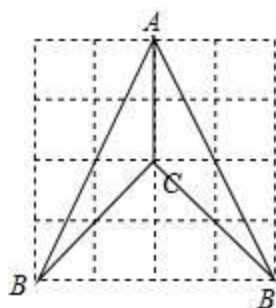
图2

【考点】 R8: 作图 - 旋转变换; P7: 作图 - 轴对称变换.

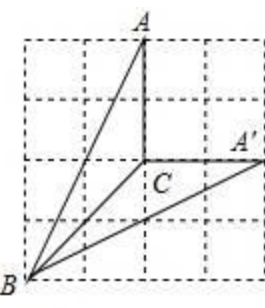
【分析】 (1) 根据成轴对称图形的概念，分别以边 AC 、 BC 所在的直线为对称轴作出图形即可；

(2) 根据网格结构找出点 A 、 B 绕着点 C 按顺时针方向旋转 90° 后的对应点的位置，再与点 C 顺次连接即可.

【解答】 解：如图所示.



(1) 题图



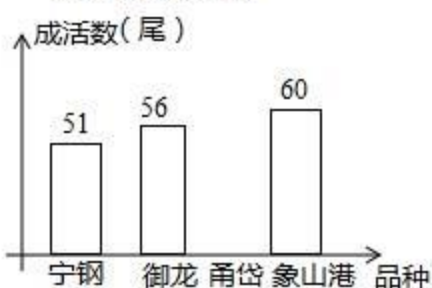
(2) 题图

21. 大黄鱼是中国特有的地方性鱼类，有“国鱼”之称，由于过去滥捕等多种因素，大黄鱼资源已基本枯竭，目前，我市已培育出十余种大黄鱼品种，某鱼苗人工养殖基地对其中的四个品种“宁港”、“御龙”、“甬岱”、“象山港”共 300 尾鱼苗进行成活实验，从中选出成活率最高的品种进行推广，通过实验得知“甬岱”品种鱼苗成活率为 80%，并把实验数据绘制成下列两幅统计图（部分信息未给出）：

300尾鱼苗中四个品种的鱼苗数扇形统计图



四个品种的鱼苗成活数条形统计图



- (1) 求实验中“宁港”品种鱼苗的数量；
- (2) 求实验中“甬道”品种鱼苗的成活数，并补全条形统计图；
- (3) 你认为应选哪一品种进行推广？请说明理由。

【考点】VC：条形统计图；VB：扇形统计图.

- 【分析】 (1) 求出“宁港”品种鱼苗的百分比，乘以300即可得到结果；
- (2) 求出“甬道”品种鱼苗的成活数，补全条形统计图即可；
- (3) 求出三种鱼苗成活率，比较即可得到结果.

【解答】解： (1) 根据题意得： $300 \times (1 - 30\% - 25\% - 25\%) = 60$ (尾)，

则实验中“宁港”品种鱼尾有60尾；

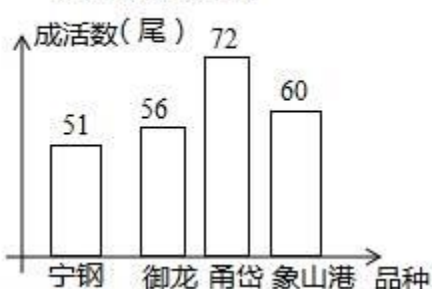
(2) 根据题意得： $300 \times 30\% \times 80\% = 72$ (尾)，

则实验中“甬道”品种鱼苗有72尾成活，补全条形统计图：

300尾鱼苗中四个品种的鱼苗数扇形统计图



四个品种的鱼苗成活数条形统计图



(3) “宁港”品种鱼苗的成活率为 $\frac{51}{60} \times 100\% = 85\%$ ；

“御龙”品种鱼苗的成活率为 $\frac{56}{75} \times 100\% = 74.6\%$ ；

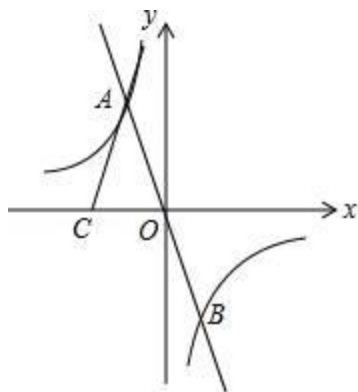
“象山港”品种鱼苗的成活率为 $\frac{60}{75} \times 100\% = 80\%$ ，

则“宁港”品种鱼苗的成活率最高，应选“宁港”品种进行推广。

22. 如图，正比例函数 $y_1 = -3x$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A、B 两点. 点 C 在 x 轴负半轴上， $AC=AO$ ， $\triangle ACO$ 的面积为 12.

(1) 求 k 的值;

(2) 根据图象，当 $y_1 > y_2$ 时，写出 x 的取值范围.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 过点 A 作 AD 垂直于 OC，由 $AC=AO$ ，得到 $CD=DO$ ，确定出三角形 ADO 与三角形 ACO 面积，即可求出 k 的值;

(2) 根据函数图象，找出满足题意 x 的范围即可.

【解答】 解：(1) 如图，过点 A 作 $AD \perp OC$,

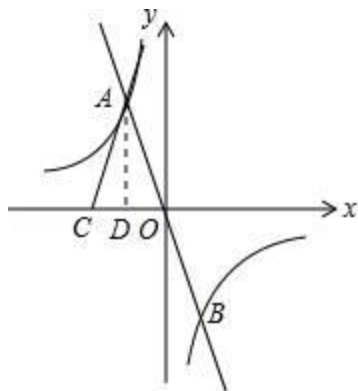
$$\because AC=AO,$$

$$\therefore CD=DO,$$

$$\therefore S_{\triangle ADO} = S_{\triangle ACO} = 6,$$

$$\therefore k=12;$$

(2) 根据图象得：当 $y_1 > y_2$ 时，x 的范围为 $x < -2$ 或 $0 < x < 2$.



23. 2017 年 5 月 14 日至 15 日，“一带一路”国际合作高峰论坛在北京举行，本届论坛期

间，中国同 30 多个国家签署经贸合作协议，某厂准备生产甲、乙两种商品共 8 万件销往“一带一路”沿线国家和地区. 已知 2 件甲种商品与 3 件乙种商品的销售收入相同，3 件甲种商品比 2 件乙种商品的销售收入多 1500 元.

(1) 甲种商品与乙种商品的销售单价各多少元？

(2) 若甲、乙两种商品的销售总收入不低于 5400 万元，则至少销售甲种商品多少万件？

【考点】 C9: 一元一次不等式的应用； 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 可设甲种商品的销售单价 x 元，乙种商品的销售单价 y 元，根据等量关系：

①2 件甲种商品与 3 件乙种商品的销售收入相同，②3 件甲种商品比 2 件乙种商品的销售收入多 1500 元，列出方程组求解即可；

(2) 可设销售甲种商品 x 万件，根据甲、乙两种商品的销售总收入不低于 5400 万元，列出不等式求解即可.

【解答】 解： (1) 设甲种商品的销售单价 x 元，乙种商品的销售单价 y 元，依题意有

$$\begin{cases} 2x=3y \\ 3x-2y=1500 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=900 \\ y=600 \end{cases}$.

答：甲种商品的销售单价 900 元，乙种商品的销售单价 600 元；

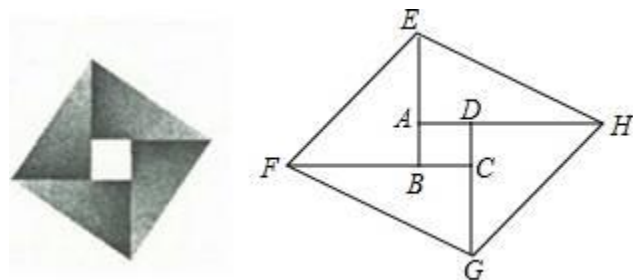
(2) 设销售甲种商品 x 万件，依题意有

$$900a+600(8-a) \geq 5400,$$

解得 $a \geq 2$.

答：至少销售甲种商品 2 万件.

24. 在一次课题学习中，老师让同学们合作编题，某学习小组受赵爽弦图的启发，编写了下面这道题，请你来解一解：



如图，将矩形 ABCD 的四边 BA、CB、DC、AD 分别延长至 E、F、G、H，使得 $AE=CG$ ， $BF=DH$ ，连接 EF，FG，GH，HE.

(1) 求证：四边形 EFGH 为平行四边形；

(2) 若矩形 ABCD 是边长为 1 的正方形，且 $\angle FEB=45^\circ$ ， $\tan \angle AEH=2$ ，求 AE 的长.

【考点】 LB: 矩形的性质; KR: 勾股定理的证明; L7: 平行四边形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 由矩形的性质得出 $AD=BC$ ， $\angle BAD=\angle BCD=90^\circ$ ，证出 $AH=CF$ ，在 $\text{Rt}\triangle AEH$ 和 $\text{Rt}\triangle CFG$ 中，由勾股定理求出 $EH=FG$ ，同理： $EF=HG$ ，即可得出四边形 EFGH 为平行四边形；

(2) 在正方形 ABCD 中， $AB=AD=1$ ，设 $AE=x$ ，则 $BE=x+1$ ，在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中， $\angle BEF=45^\circ$ ，得出 $BE=BF$ ，求出 $DH=BE=x+1$ ，得出 $AH=AD+DH=x+2$ ，在 $\text{Rt}\triangle AEH$ 中，由三角函数得出方程，解方程即可.

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore AD=BC, \quad \angle BAD=\angle BCD=90^\circ,$$

$$\therefore BF=DH,$$

$$\therefore AH=CF,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AEH \text{ 中, } EH=\sqrt{AE^2+AH^2},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle CFG \text{ 中, } FG=\sqrt{CG^2+CF^2},$$

$$\therefore AE=CG,$$

$$\therefore EH=FG,$$

同理： $EF=HG$ ，

$$\therefore \text{四边形 EFGH 为平行四边形；}$$

(2) 解： 在正方形 ABCD 中， $AB=AD=1$ ，

设 $AE=x$ ，则 $BE=x+1$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中， $\angle BEF=45^\circ$ ，

$$\therefore BE=BF,$$

$$\therefore BF=DH,$$

$$\therefore DH=BE=x+1,$$

$$\therefore AH=AD+DH=x+2,$$

在 $\text{Rt}\triangle AEH$ 中，

$$\tan \angle AEH=2,$$

$$\therefore AH=2AE,$$

$$\therefore 2+x=2x,$$

$$\text{解得: } x=2,$$

$$\therefore AE=2.$$

25. 如图, 抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}x+c$ 与 x 轴的负半轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 连结 AB , 点 C

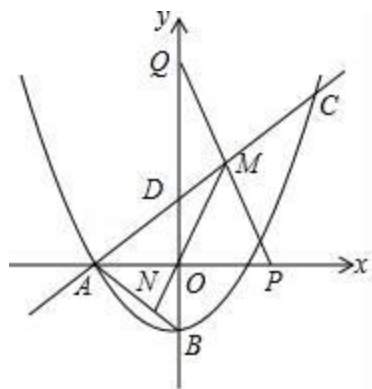
$(6, \frac{15}{2})$ 在抛物线上, 直线 AC 与 y 轴交于点 D .

(1) 求 c 的值及直线 AC 的函数表达式;

(2) 点 P 在 x 轴正半轴上, 点 Q 在 y 轴正半轴上, 连结 PQ 与直线 AC 交于点 M , 连结 MO 并延长交 AB 于点 N , 若 M 为 PQ 的中点.

①求证: $\triangle APM \sim \triangle AON$;

②设点 M 的横坐标为 m , 求 AN 的长 (用含 m 的代数式表示).



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 把 C 点坐标代入抛物线解析式可求得 c 的值, 令 $y=0$ 可求得 A 点坐标, 利用待定系数法可求得直线 AC 的函数表达式;

(2) ①在 $Rt\triangle AOB$ 和 $Rt\triangle AOD$ 中可求得 $\angle OAB=\angle OAD$, 在 $Rt\triangle OPQ$ 中可求得 $MP=MO$, 可求得 $\angle MPO=\angle MOP=\angle AON$, 则可证得 $\triangle APM \sim \triangle AON$;

②过 M 作 $ME \perp x$ 轴于点 E , 用 m 可表示出 AE 和 AP , 进一步可表示出 AM , 利用 $\triangle APM \sim \triangle AON$ 可表示出 AN .

【解答】 解:

(1) 把 C 点坐标代入抛物线解析式可得 $\frac{15}{2}=9+\frac{3}{2}+c$, 解得 $c=-3$,

∴ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - 3$,

令 $y=0$ 可得 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - 3 = 0$, 解得 $x = -4$ 或 $x = 3$,

∴ $A(-4, 0)$,

设直线 AC 的函数表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

把 A 、 C 坐标代入可得 $\begin{cases} 0 = -4k + b \\ \frac{15}{2} = 6k + b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}$,

∴ 直线 AC 的函数表达式为 $y = \frac{3}{4}x + 3$;

(2) ① ∵ 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{3}{4}$, 在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中, $\tan \angle OAD = \frac{OD}{OA} = \frac{3}{4}$,

∴ $\angle OAB = \angle OAD$,

∵ 在 $\text{Rt}\triangle POQ$ 中, M 为 PQ 的中点,

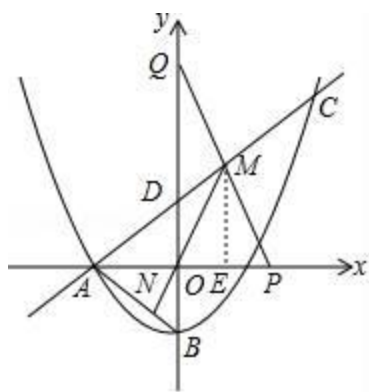
∴ $OM = MP$,

∴ $\angle MOP = \angle MPO$, 且 $\angle MOP = \angle AON$,

∴ $\angle APM = \angle AON$,

∴ $\triangle APM \sim \triangle AON$;

② 如图, 过点 M 作 $ME \perp x$ 轴于点 E , 则 $OE = EP$,



∵ 点 M 的横坐标为 m ,

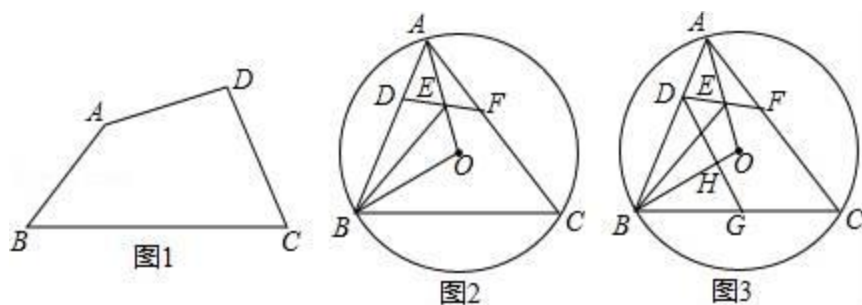
∴ $AE = m + 4$, $AP = 2m + 4$,

∵ $\tan \angle OAD = \frac{3}{4}$,

∴ $\cos \angle EAM = \cos \angle OAD = \frac{4}{5}$,

$$\begin{aligned}\therefore \frac{AE}{AM} &= \frac{4}{5}, \\ \therefore AM &= \frac{5}{4}AE = \frac{5(m+4)}{4}, \\ \therefore \triangle APM &\sim \triangle AON, \\ \therefore \frac{AM}{AN} &= \frac{AP}{AO}, \text{ 即 } \frac{\frac{5(m+4)}{4}}{AN} &= \frac{2m+4}{4}, \\ \therefore AN &= \frac{5m+20}{2m+4}.\end{aligned}$$

26. 有两个内角分别是它们对角的一半的四边形叫做半对角四边形.



(1) 如图 1, 在半对角四边形 ABCD 中, $\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, $\angle C = \frac{1}{2}\angle A$, 求 $\angle B$ 与 $\angle C$ 的度数之和;

(2) 如图 2, 锐角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 若边 AB 上存在一点 D, 使得 $BD=BO$, $\angle OBA$ 的平分线交 OA 于点 E, 连结 DE 并延长交 AC 于点 F, $\angle AFE=2\angle EAF$. 求证: 四边形 DBCF 是半对角四边形;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 过点 D 作 $DG \perp OB$ 于点 H, 交 BC 于点 G, 当 $DH=BG$ 时, 求 $\triangle BGH$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比.

【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 根据题意得出 $\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, $\angle C = \frac{1}{2}\angle A$, 代入 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$ 求出即可;

(2) 求出 $\triangle BED \cong \triangle BEO$, 根据全等得出 $\angle BDE = \angle BOE$, 连接 OC, 设 $\angle EAF = \alpha$, 则 $\angle AFE = 2\angle EAF = 2\alpha$, 求出 $\angle EFC = 180^\circ - 2\alpha$, $\angle AOC = 180^\circ - 2\alpha$, 即可得出等答案;

(3) 过点 O 作 $OM \perp BC$ 于 M, 求出 $\angle ABC + \angle ACB = 120^\circ$, 求出 $\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$, 根

据直角三角形的性质得出 $BC=2BM=\sqrt{3}BO=\sqrt{3}BD$ ，求出 $\triangle DBG \sim \triangle CBA$ ，根据相似三角形的性质得出即可。

【解答】解：（1）在半对角四边形 ABCD 中， $\angle B = \frac{1}{2}\angle D$ ， $\angle C = \frac{1}{2}\angle A$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ,$$

$$\therefore 3\angle B + 3\angle C = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 120^\circ,$$

即 $\angle B$ 与 $\angle C$ 的度数和为 120° ；

（2）证明： $\therefore$ 在 $\triangle BED$ 和 $\triangle BEO$ 中

$$\begin{cases} BD=BO \\ \angle EBO=\angle EBO \\ BE=BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BED \cong \triangle BEO,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BOE,$$

$$\therefore \angle BCF = \frac{1}{2}\angle BOE,$$

$$\therefore \angle BCF = \frac{1}{2}\angle BDE,$$

连接 OC，

设 $\angle EAF = \alpha$ ，则 $\angle AFE = 2\angle EAF = 2\alpha$ ，

$$\therefore \angle EFC = 180^\circ - \angle AFE = 180^\circ - 2\alpha,$$

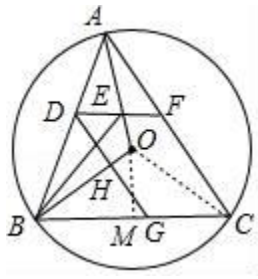
$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA = \alpha,$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle OAC - \angle OCA = 180^\circ - 2\alpha,$$

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2}\angle EFC,$$

$\therefore$ 四边形 DBCF 是半对角四边形；



(3) 解：过点 O 作 $OM \perp BC$ 于 M,

$\because$ 四边形 DBCF 是半对角四边形,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCO = 2\angle BAC = 120^\circ,$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = 2BM = \sqrt{3}BO = \sqrt{3}BD,$$

$$\because DG \perp OB,$$

$$\therefore \angle HGB = \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\because \angle DBG = \angle CBA,$$

$$\therefore \triangle DBG \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{\triangle DBG \text{ 的面积}}{\triangle ABC \text{ 的面积}} = \left(\frac{BD}{BC}\right)^2 = \frac{1}{3},$$

$$\because DH = BG, \quad BG = 2HG,$$

$$\therefore DG = 3HG,$$

$$\therefore \frac{\triangle BHG \text{ 的面积}}{\triangle BDG \text{ 的面积}} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{\triangle BHG \text{ 的面积}}{\triangle ABC \text{ 的面积}} = \frac{1}{9}.$$

2017 年 7 月 12 日