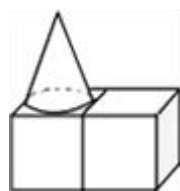


2016 年浙江省衢州市中考数学试卷

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

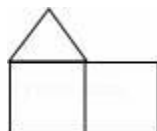
1. 在 $\sqrt{2}$, -1 , -3 , 0 这四个实数中, 最小的是 ()
A. $\sqrt{2}$ B. -1 C. -3 D. 0
2. 据统计, 2015 年“十·一”国庆长假期间, 衢州市共接待国内外游客约 319 万人次, 与 2014 年同比增长 16.43%, 数据 319 万用科学记数法表示为 ()
A. 3.19×10^5 B. 3.19×10^6 C. 0.319×10^7 D. 319×10^6
3. 如图, 是由两个相同的小正方体和一个圆锥体组成的立体图形, 其俯视图是 ()



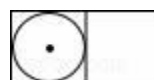
A.



B.



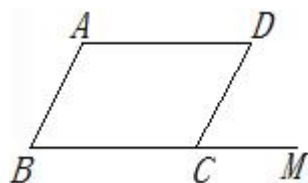
C.



D.



4. 下列计算正确的是 ()
A. $a^3 - a^2 = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(3a)^3 = 9a^3$ D. $(a^2)^2 = a^4$
5. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, M 是 BC 延长线上的一点, 若 $\angle A = 135^\circ$, 则 $\angle MCD$ 的度数是 ()

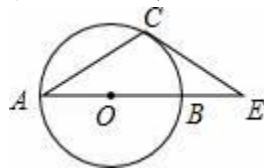


- A. 45° B. 55° C. 65° D. 75°
6. 在某校“我的中国梦”演讲比赛中, 有 7 名学生参加决赛, 他们决赛的最终成绩各不相同, 其中一名学生想要知道自己能否进入前 3 名, 他不仅要了解自己的成绩, 还要了解这 7 名学生成绩的 ()
A. 众数 B. 方差 C. 平均数 D. 中位数

7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象上部分点的坐标 (x, y) 对应值列表如下:

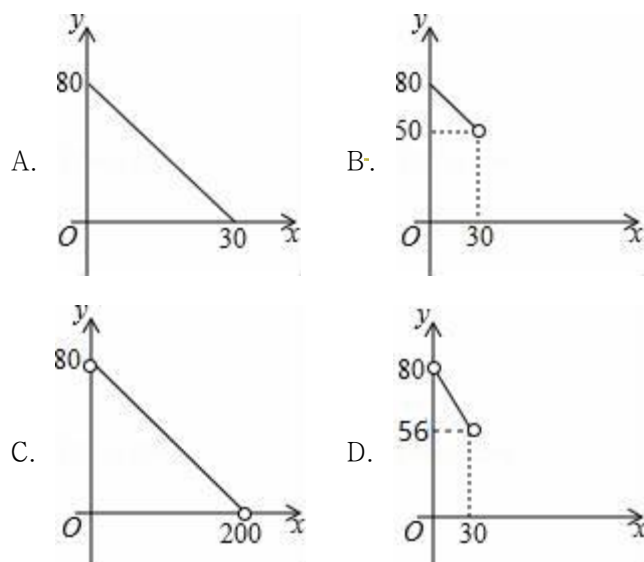
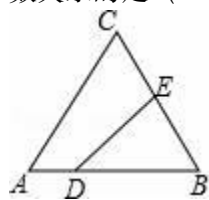
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	-2	-3	-6	-11	$\cdots$

- 则该函数图象的对称轴是 ()
A. 直线 $x = -3$ B. 直线 $x = -2$ C. 直线 $x = -1$ D. 直线 $x = 0$
8. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ()
A. $k \geq 1$ B. $k > 1$ C. $k \geq -1$ D. $k > -1$
9. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上的点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E , 若 $\angle A = 30^\circ$, 则 $\sin \angle E$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC=25$, $AB=30$, D 是 AB 上的一点 (不与 A 、 B 重合), $DE \perp BC$, 垂足是点 E , 设 $BD=x$, 四边形 $ACED$ 的周长为 y , 则下列图象能大致反映 y 与 x 之间的函数关系的是 ()



二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 当 $x=6$ 时, 分式 $\frac{5}{1-x}$ 的值等于_____.

12. 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 中字母 x 的取值范围是_____.

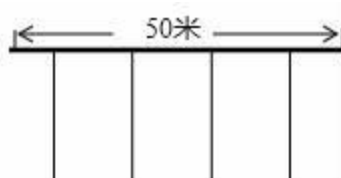
13. 某中学随机地调查了 50 名学生, 了解他们一周在校的体育锻炼时间, 结果如下表所示:

时间 (小时)	5	6	7	8
人数	10	15	20	5

则这 50 名学生这一周在校的平均体育锻炼时间是_____小时.

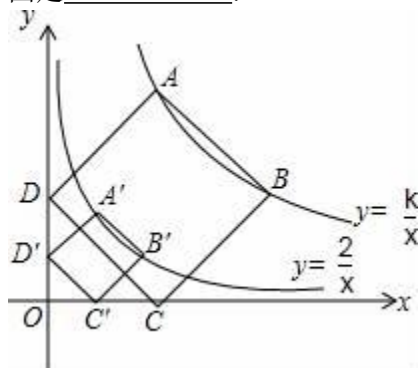
14. 已知直角坐标系内有四个点 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$, $B(1, 1)$, $C(x, 1)$, 若以 O , A , B , C 为顶点的四边形是平行四边形, 则 $x=$ _____.

15. 某农场拟建三间长方形种牛饲养室, 饲养室的一面靠墙 (墙长 50m), 中间用两道墙隔开 (如图). 已知计划中的建筑材料可建墙的总长度为 48m, 则这三间长方形种牛饲养室的总占地面积的最大值为_____ m^2 .



16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A , B 在函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 点 C , D 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上, 当 k 的值改变时, 正方形 $ABCD$ 的大小也随之改变.

- (1) 当 $k=2$ 时, 正方形 $A'B'C'D'$ 的边长等于_____.
- (2) 当变化的正方形 $ABCD$ 与 (1) 中的正方形 $A'B'C'D'$ 有重叠部分时, k 的取值范围是_____.



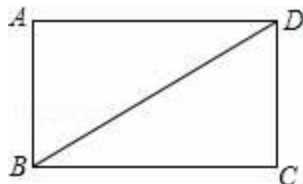
三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17-19 小题每小题 6 分, 第 20-21 小题每小题 6 分, 第 22-23 小题每小题 6 分, 第 24 小题 12 分, 共 66 分, 请务必写出解答过程)

17. 计算: $|-3| + \sqrt{9} - (-1)^2 + (-\frac{1}{2})^0$.

18. 如图, 已知 BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线.

(1) 用直尺和圆规作线段 BD 的垂直平分线, 分别交 AD 、 BC 于 E 、 F (保留作图痕迹, 不写作法和证明) .

(2) 连结 BE 、 DF , 问四边形 $BEDF$ 是什么四边形? 请说明理由.



19. 光伏发电惠民生, 据衢州晚报载, 某家庭投资 4 万元资金建造屋顶光伏发电站, 遇到晴天平均每天可发电 30 度, 其它天气平均每天可发电 5 度, 已知某月 (按 30 天计) 共发电 550 度.

(1) 求这个月晴天的天数.

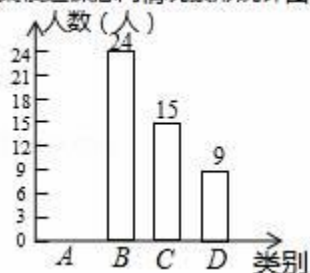
(2) 已知该家庭每月平均用电量为 150 度, 若按每月发电 550 度计, 至少需要几年才能收回成本 (不计其它费用, 结果取整数) .



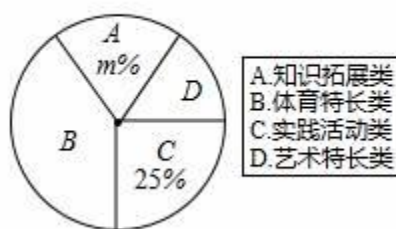
信息链接: 根据国家相关规定, 凡是屋顶光伏电站生产的电, 家庭用电后剩余部分可以 0.45 元/度卖给电力公司, 同时可获得政府补贴 0.52 元/度.

20. 为深化义务教育课程改革，满足学生的个性化学习需求，某校就“学生对知识拓展，体育特长、艺术特长和实践活动四类选课意向”进行了抽样调查（每人选报一类），绘制了如图所示的两幅统计图（不完整），请根据图中信息，解答下列问题：

某校选课意向情况条形统计图



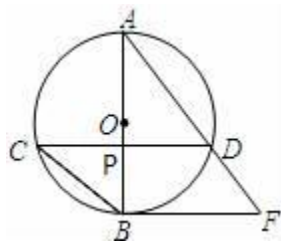
某校选课意向情况扇形统计图



- (1) 求扇形统计图中 m 的值，并补全条形统计图；
- (2) 在被调查的学生中，随机抽一人，抽到选“体育特长类”或“艺术特长类”的学生的概率是多少？
- (3) 已知该校有 800 名学生，计划开设“实践活动类”课程每班安排 20 人，问学校开设多少个“实践活动类”课程的班级比较合理？

21. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，垂足为点 P，直线 BF 与 AD 的延长线交于点 F，且 $\angle AFB = \angle ABC$ 。

- (1) 求证：直线 BF 是 $\odot O$ 的切线。
- (2) 若 $CD = 2\sqrt{3}$ ， $OP = 1$ ，求线段 BF 的长。

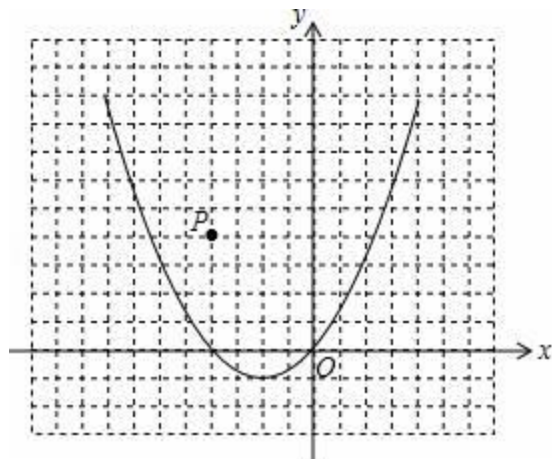


22. 已知二次函数 $y=x^2+x$ 的图象，如图所示

(1) 根据方程的根与函数图象之间的关系，将方程 $x^2+x=1$ 的根在图上近似地表示出来（描点），并观察图象，写出方程 $x^2+x=1$ 的根（精确到 0.1）。

(2) 在同一直角坐标系中画一次函数 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的图象，观察图象写出自变量 x 取值在什么范围时，一次函数的值小于二次函数的值。

(3) 如图，点 P 是坐标平面上的一点，并在网格的格点上，请选择一种适当的平移方法，使平移后二次函数图象的顶点落在 P 点上，写出平移后二次函数图象的函数表达式，并判断点 P 是否在函数 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的图象上，请说明理由。



23. 如图 1，我们把对角线互相垂直的四边形叫做垂美四边形。

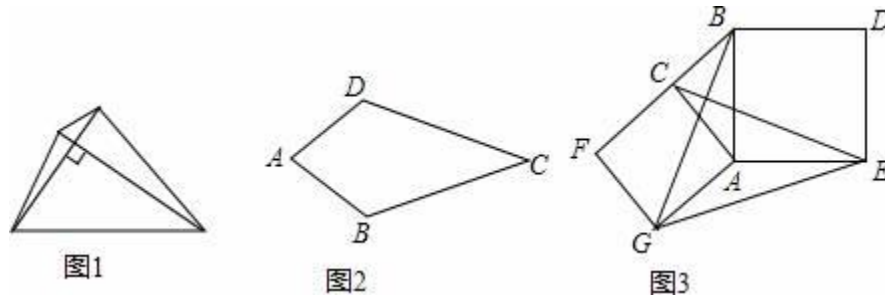
(1) 概念理解：如图 2，在四边形 $ABCD$ 中， $AB=AD$ ， $CB=CD$ ，问四边形 $ABCD$ 是垂美四边形吗？请说明理由。

(2) 性质探究：试探索垂美四边形 $ABCD$ 两组对边 AB ， CD 与 BC ， AD 之间的数量关系。

猜想结论：（要求用文字语言叙述）_____

写出证明过程（先画出图形，写出已知、求证）。

(3) 问题解决：如图 3，分别以 $\text{Rt}\triangle ACB$ 的直角边 AC 和斜边 AB 为边向外作正方形 $ACFG$ 和正方形 $ABDE$ ，连接 CE ， BG ， GE ，已知 $AC=4$ ， $AB=5$ ，求 GE 长。



24. 如图 1, 在直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y=kx+b$ 交 x 轴, y 轴于点 E, F , 点 B 的坐标是 $(2, 2)$, 过点 B 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足为 A, C , 点 D 是线段 CO 上的动点, 以 BD 为对称轴, 作与 $\triangle BCD$ 或轴对称的 $\triangle BC'D$.

(1) 当 $\angle CBD=15^\circ$ 时, 求点 C' 的坐标.

(2) 当图 1 中的直线 l 经过点 A , 且 $k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时 (如图 2), 求点 D 由 C 到 O 的运动过程中, 线段 BC' 扫过的图形与 $\triangle OAF$ 重叠部分的面积.

(3) 当图 1 中的直线 l 经过点 D, C' 时 (如图 3), 以 DE 为对称轴, 作 $\triangle DOE$ 或轴对称的 $\triangle DO'E$, 连结 $O'C, O'O$, 问是否存在点 D , 使得 $\triangle DO'E$ 与 $\triangle CO'O$ 相似? 若存在, 求出 k, b 的值; 若不存在, 请说明理由.

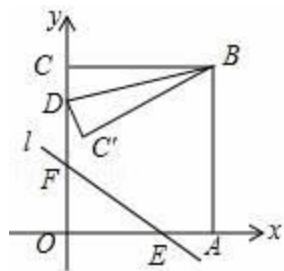


图1

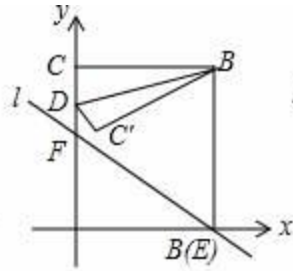


图2

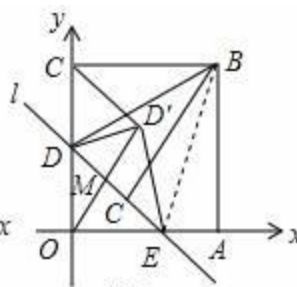


图3

2016 年浙江省衢州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 在 $\sqrt{2}$, -1 , -3 , 0 这四个实数中，最小的是 ()

A. $\sqrt{2}$ B. -1 C. -3 D. 0

【考点】实数大小比较.

【分析】根据实数的大小比较法则（正数都大于 0，负数都小于 0，正数大于一切负数，两个负数比较大小，绝对值大的反而小）比较即可.

【解答】解： $\because -3 < -1 < 0 < \sqrt{2}$,

$\therefore$ 最小的实数是 -3 ,

故选 C.

2. 据统计，2015 年“十·一”国庆长假期间，衢州市共接待国内外游客约 319 万人次，与 2014 年同比增长 16.43%，数据 319 万用科学记数法表示为 ()

A. 3.19×10^5 B. 3.19×10^6 C. 0.319×10^7 D. 319×10^6

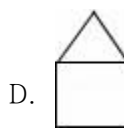
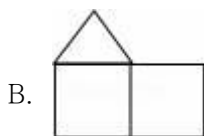
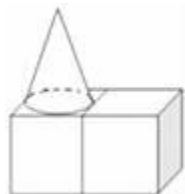
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 319 万有 7 位，所以可以确定 $n=7-1=6$.

【解答】解：319 万 $= 3\,190\,000 = 3.19 \times 10^6$.

故选 B.

3. 如图，是由两个相同的小正方体和一个圆锥体组成的立体图形，其俯视图是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

【解答】解：从上面看，圆锥看见的是：圆和点，两个正方体看见的是两个正方形.

故答案为：C.

4. 下列计算正确的是 ()

A. $a^3 - a^2 = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(3a)^3 = 9a^3$ D. $(a^2)^2 = a^4$

【考点】幂的乘方与积的乘方；合并同类项；同底数幂的乘法.

【分析】根据合并同类项法则，同底数幂相乘，底数不变指数相加；积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘；幂的乘方，底数不变指数相乘；对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 a^3 ， a^2 不能合并，故A错误；

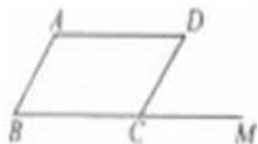
B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故B错误；

C、 $(3a)^3 = 27a^3$ ，故C错误；

D、 $(a^2)^2 = a^4$ ，故D正确．

故选：D．

5. 如图，在 $\square ABCD$ 中，M是BC延长线上的一点，若 $\angle A = 135^\circ$ ，则 $\angle MCD$ 的度数是（ ）



A. 45° B. 55° C. 65° D. 75°

【考点】平行四边形的性质．

【分析】根据平行四边形对角相等，求出 $\angle BCD$ ，再根据邻补角的定义求出 $\angle MCD$ 即可．

【解答】解： $\because$ 四边形ABCD是平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle BCD = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle MCD = 180^\circ - \angle DCB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

故选A．

6. 在某校“我的中国梦”演讲比赛中，有7名学生参加决赛，他们决赛的最终成绩各不相同，其中一名学生想要知道自己能否进入前3名，他不仅要了解自己的成绩，还要了解这7名学生成绩的（ ）

A. 众数 B. 方差 C. 平均数 D. 中位数

【考点】中位数．

【分析】由于其中一名学生想要知道自己能否进入前3名，共有7名选手参加，故应根据中位数的意义分析．

【解答】解：因为7名学生参加决赛的成绩肯定是7名学生中最高的，而且7个不同的分数按从小到大排序后，中位数之后的共有3个数，故只要知道自己的成绩和中位数就可以知道是否进入前3名．

故选：D．

7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象上部分点的坐标 (x, y) 对应值列表如下：

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-3	-2	-3	-6	-11	...

则该函数图象的对称轴是（ ）

A. 直线 $x = -3$ B. 直线 $x = -2$ C. 直线 $x = -1$ D. 直线 $x = 0$

【考点】二次函数的图象．

【分析】根据二次函数的对称性确定出二次函数的对称轴，然后解答即可．

【解答】解： $\because x = -3$ 和 -1 时的函数值都是 -3 相等，

$$\therefore \text{二次函数的对称轴为直线 } x = -2.$$

故选：B．

8. 已知关于x的一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数k的取值范围是（ ）

A. $k \geq 1$ B. $k > 1$ C. $k \geq -1$ D. $k > -1$

【考点】一元二次方程根的分布.

【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 + 4k > 0$, 然后解不等式即可.

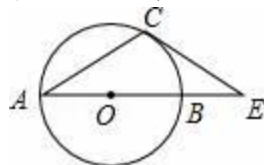
【解答】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 + 4k > 0,$$

解得 $k > -1$.

故选: D.

9. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上的点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E, 若 $\angle A = 30^\circ$, 则 $\sin \angle E$ 的值为 ()



A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】切线的性质.

【分析】首先连接 OC, 由 CE 是 $\odot O$ 切线, 可证得 $OC \perp CE$, 又由圆周角定理, 求得 $\angle BOC$ 的度数, 继而求得 $\angle E$ 的度数, 然后由特殊角的三角函数值, 求得答案.

【解答】解: 连接 OC,

$\because$ CE 是 $\odot O$ 切线,

$\therefore OC \perp CE$,

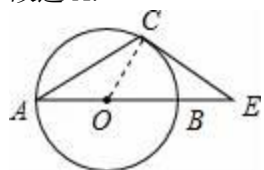
$\because \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 60^\circ$,

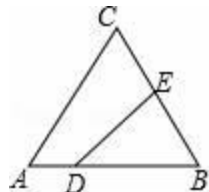
$\therefore \angle E = 90^\circ - \angle BOC = 30^\circ$,

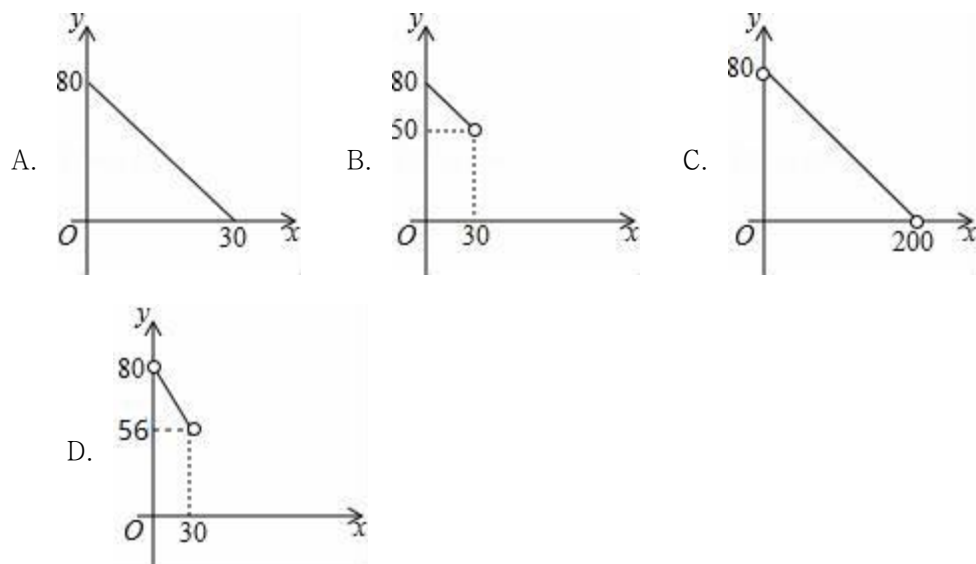
$$\therefore \sin \angle E = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

故选 A.



10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 25$, $AB = 30$, D 是 AB 上的一点 (不与 A、B 重合), $DE \perp BC$, 垂足是点 E, 设 $BD = x$, 四边形 ACED 的周长为 y , 则下列图象能大致反映 y 与 x 之间的函数关系的是 ()





【考点】函数的图象.

【分析】由 $\triangle DEB \sim \triangle CMB$, 得 $\frac{BD}{BC} = \frac{DE}{CM} = \frac{EB}{BM}$, 求出 DE、EB, 即可解决问题.

【解答】解: 如图, 作 $CM \perp AB$ 于 M.

$\because CA=CB$, $AB=20$, $CM \perp AB$,

$\therefore AM=BM=15$, $CM = \sqrt{AC^2 - BM^2} = 20$

$\because DE \perp BC$,

$\therefore \angle DEB = \angle CMB = 90^\circ$,

$\because \angle B = \angle B$,

$\therefore \triangle DEB \sim \triangle CMB$,

$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{DE}{CM} = \frac{EB}{BM}$.

$\therefore \frac{x}{25} = \frac{DE}{20} = \frac{EB}{15}$.

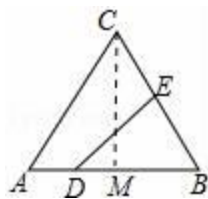
$\therefore DE = \frac{4}{5}x$, $EB = \frac{3}{5}x$,

$\therefore$ 四边形 ACED 的周长为 $y = 25 + (25 - \frac{3}{5}x) + \frac{4}{5}x + 30 - x = -\frac{4}{5}x + 80$.

$\because 0 < x < 30$,

$\therefore$ 图象是 D.

故选 D.



二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 当 $x=6$ 时, 分式 $\frac{5}{1-x}$ 的值等于 -1.

【考点】分式的值.

【分析】直接将 x 的值代入原式求出答案.

【解答】解: 当 $x=6$ 时, $\frac{5}{1-x} = \frac{5}{1-6} = -1$.

故答案为: -1.

12. 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 中字母 x 的取值范围是 $x \geq 3$.

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】由二次根式有意义的条件得不等式, 解不等式即可.

【解答】解: 当 $x-3 \geq 0$ 时, 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义, 则 $x \geq 3$;

故答案为: $x \geq 3$.

13. 某中学随机地调查了 50 名学生, 了解他们一周在校的体育锻炼时间, 结果如下表所示:

时间 (小时)	5	6	7	8
人数	10	15	20	5

则这 50 名学生这一周在校的平均体育锻炼时间是 6.4 小时.

【考点】加权平均数.

【分析】根据平均数的计算方法是求出所有数据的和, 然后除以数据的总个数进行计算.

【解答】解: $\frac{5 \times 10 + 6 \times 15 + 7 \times 20 + 8 \times 5}{50} = 6.4$.

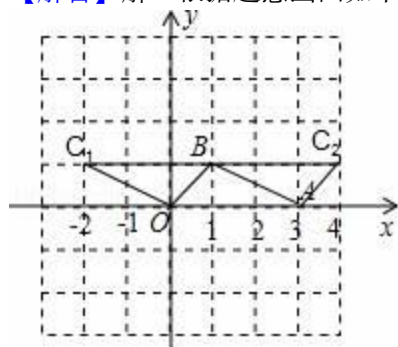
故答案为: 6.4.

14. 已知直角坐标系内有四个点 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$, $B(1, 1)$, $C(x, 1)$, 若以 O , A , B , C 为顶点的四边形是平行四边形, 则 $x =$ 4 或 -2.

【考点】平行四边形的判定; 坐标与图形性质.

【分析】分别在平面直角坐标系中确定出 A 、 B 、 O 的位置, 再根据两组对边分别平行的四边形是平行四边形可确定 C 的位置, 从而求出 x 的值.

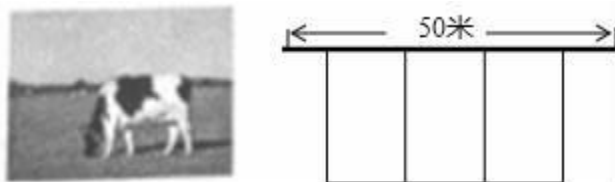
【解答】解: 根据题意画图如下:



以 O , A , B , C 为顶点的四边形是平行四边形, 则 $C(4, 1)$ 或 $(-2, 1)$, 则 $x=4$ 或 -2 ;

故答案为: 4 或 -2.

15. 某农场拟建三间长方形种牛饲养室，饲养室的一面靠墙（墙长 50m），中间用两道墙隔开（如图）。已知计划中的建筑材料可建墙的总长度为 48m，则这三间长方形种牛饲养室的总占地面积的最大值为 432 m^2 。



【考点】一元一次不等式的应用。

【分析】要求这三间长方形种牛饲养室的总占地面积的最大值，可设总占地面积为 S ，中间墙长为 x ，根据题目所给出的条件列出 S 与 x 的关系式，再根据函数的性质求出 S 的最大值。

【解答】解：如图，设总占地面积为 S (m^2)， CD 的长度为 x (m)，

由题意知： $AB=CD=EF=GH=x$ ，

$$\therefore BH=48-4x,$$

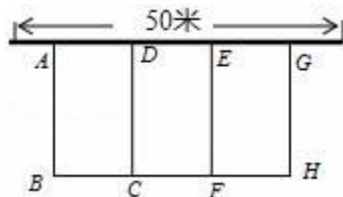
$$\because 0 < BH \leq 50, \quad CD > 0,$$

$$\therefore 0 < x < 12,$$

$$\therefore S=AB \cdot BH=x(48-x)=-\frac{1}{2}(x-24)^2+576$$

$\therefore x < 24$ 时， S 随 x 的增大而增大，

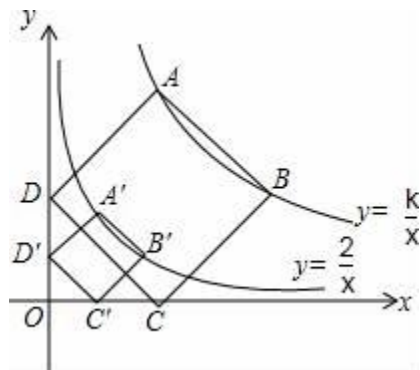
$\therefore x=12$ 时， S 可取得最大值，最大值为 $S=432$



16. 如图，正方形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上，点 C, D 分别在 x 轴， y 轴的正半轴上，当 k 的值改变时，正方形 $ABCD$ 的大小也随之改变。

(1) 当 $k=2$ 时，正方形 $A'B'C'D'$ 的边长等于 $\sqrt{2}$ 。

(2) 当变化的正方形 $ABCD$ 与 (1) 中的正方形 $A'B'C'D'$ 有重叠部分时， k 的取值范围是 $\frac{2}{9} \leq k \leq 18$ 。



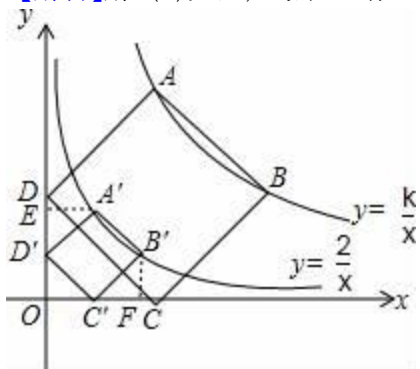
【考点】反比例函数图象上点的坐标特征；反比例函数的性质；正方形的性质。

【分析】(1) 过点 A' 作 $AE \perp y$ 轴于点 E ，过点 B' 作 $BF \perp x$ 轴于点 F ，由正方形的性质可得出“ $A'D'=D'C'$ ， $\angle A'D'C'=90^\circ$ ”，通过证 $\triangle A'ED' \cong \triangle D'OC'$ 可得出

“ $OD' = EA'$, $OC' = ED'$ ” , 设 $OD' = a$, $OC' = b$, 由此可表示出点 A' 的坐标, 同理可表示出 B' 的坐标, 利用反比例函数图象上点的坐标特征即可得出关于 a 、 b 的二元二次方程组, 解方程组即可得出 a 、 b 值, 再由勾股定理即可得出结论;

(2) 由 (1) 可知点 A' 、 B' 、 C' 、 D' 的坐标, 利用待定系数法即可求出直线 $A'B'$ 、 $C'D'$ 的解析式, 设点 A 的坐标为 $(m, 2m)$, 点 D 坐标为 $(0, n)$, 找出两正方形有重叠部分的临界点, 由点在直线上, 即可求出 m 、 n 的值, 从而得出点 A 的坐标, 再由反比例函数图象上点的坐标特征即可得出 k 的取值范围.

【解答】解: (1) 如图, 过点 A' 作 $AE \perp y$ 轴于点 E , 过点 $B' \perp x$ 轴于点 F , 则 $\angle A'ED' = 90^\circ$.



$\because$ 四边形 $A'B'C'D'$ 为正方形,
 $\therefore A'D' = D'C'$, $\angle A'D'C' = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OD'C' + \angle ED'A' = 90^\circ$.
 $\therefore \angle OD'C' + \angle OC'D' = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ED'A' = \angle OC'D'$.

在 $\triangle A'ED'$ 和 $\triangle D'OC'$ 中,

$$\begin{cases} \angle ED'A' = \angle OC'D' \\ \angle A'ED' = \angle D'OC' = 90^\circ \\ A'D' = D'C' \end{cases}$$

$\therefore \triangle A'ED' \cong \triangle D'OC'$ (AAS) .

$\therefore OD' = EA'$, $OC' = ED'$.

同理 $\triangle B'FC' \cong \triangle C'OD'$.

设 $OD' = a$, $OC' = b$, 则 $EA' = FC' = OD' = a$, $ED' = FB' = OC' = b$,

即点 A' $(a, a+b)$, 点 B' $(a+b, b)$.

$\therefore$ 点 A' 、 B' 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} a(a+b) = 2 \\ b(a+b) = 2 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \text{ (舍去)} .$$

在 $Rt\triangle C'OD'$ 中, $\angle C'OD' = 90^\circ$, $OD' = OC' = 1$,

$$\therefore C'D' = \sqrt{OC'^2 + OD'^2} = \sqrt{2} .$$

故答案为: $\sqrt{2}$.

(2) 设直线 $A'B'$ 解析式为 $y = k_1x + b_1$, 直线 $C'D'$ 解析式为 $y = k_2x + b_2$,

$\therefore$ 点 A' $(1, 2)$, 点 B' $(2, 1)$, 点 C' $(1, 0)$, 点 D' $(0, 1)$,

$$\therefore \text{有} \begin{cases} 2 = k_1 + b_1 \\ 1 = 2k_1 + b_1 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} 0 = k_2 + b_2 \\ 1 = b_2 \end{cases} ,$$

解得: $\begin{cases} k_1 = -1 \\ b_1 = 3 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} k_2 = -1 \\ b_2 = 1 \end{cases}$.

$\therefore$ 直线 $A'B'$ 解析式为 $y = -x + 3$, 直线 $C'D'$ 解析式为 $y = -x + 1$.

设点 A 的坐标为 $(m, 2m)$, 点 D 坐标为 $(0, n)$.

当 A 点在直线 $C'D'$ 上时, 有 $2m = -m + 1$, 解得: $m = \frac{1}{3}$.

此时点 A 的坐标为 $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$,

$$\therefore k = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9};$$

当点 D 在直线 $A'B'$ 上时, 有 $n = 3$,

此时点 A 的坐标为 $(3, 6)$,

$$\therefore k = 3 \times 6 = 18.$$

综上所述: 当变化的正方形 $ABCD$ 与 (1) 中的正方形 $A'B'C'D'$ 有重叠部分时, k 的取值范围为 $\frac{2}{9} \leq x \leq 18$.

故答案为: $\frac{2}{9} \leq x \leq 18$.

三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17-19 小题每小题 6 分, 第 20-21 小题每小题 6 分, 第 22-23 小题每小题 6 分, 第 24 小题 12 分, 共 66 分, 请务必写出解答过程)

17. 计算: $| -3 | + \sqrt{9} - (-1)^2 + (-\frac{1}{2})^0$.

【考点】 实数的运算; 零指数幂.

【分析】 根据绝对值和算术平方根、乘方以及零指数幂的定义进行计算, 即可得出结果.

【解答】 解: $| -3 | + \sqrt{9} - (-1)^2 + (-\frac{1}{2})^0$

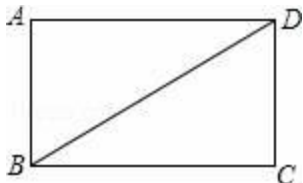
$$= 3 + 3 - 1 + 1$$

$$= 6.$$

18. 如图, 已知 BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线.

(1) 用直尺和圆规作线段 BD 的垂直平分线, 分别交 AD 、 BC 于 E 、 F (保留作图痕迹, 不写作法和证明).

(2) 连结 BE , DF , 问四边形 $BEDF$ 是什么四边形? 请说明理由.



【考点】 矩形的性质; 作图—基本作图.

【分析】 (1) 分别以 B 、 D 为圆心, 比 BD 的一半长为半径画弧, 交于两点, 确定出垂直平分线即可;

(2) 连接 BE, DF, 四边形 BEDF 为菱形, 理由为: 由 EF 垂直平分 BD, 得到 $BE=DE$, $\angle DEF=\angle BEF$, 再由 AD 与 BC 平行, 得到一对内错角相等, 等量代换及等角对等边得到 $BE=BF$, 再由 $BF=DF$, 等量代换得到四条边相等, 即可得证.

【解答】 解: (1) 如图所示, EF 为所求直线;

(2) 四边形 BEDF 为菱形, 理由为:

证明: $\because$ EF 垂直平分 BD,

$\therefore BE=DE$, $\angle DEF=\angle BEF$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DEF=\angle BFE$,

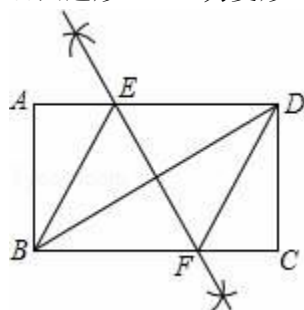
$\therefore \angle BEF=\angle BFE$,

$\therefore BE=BF$,

$\because BF=DF$,

$\therefore BE=ED=DF=BF$,

$\therefore$ 四边形 BEDF 为菱形.



19. 光伏发电惠民生, 据衢州晚报载, 某家庭投资 4 万元资金建造屋顶光伏发电站, 遇到晴天平均每天可发电 30 度, 其它天气平均每天可发电 5 度, 已知某月 (按 30 天计) 共发电 550 度.

(1) 求这个月晴天的天数.

(2) 已知该家庭每月平均用电量为 150 度, 若按每月发电 550 度计, 至少需要几年才能收回成本 (不计其它费用, 结果取整数).



【考点】 一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) 设这个月有 x 天晴天, 根据总电量 550 度列出方程即可解决问题.

(2) 需要 y 年才可以收回成本, 根据电费 ≥ 40000 , 列出不等式即可解决问题.

【解答】 解: (1) 设这个月有 x 天晴天, 由题意得

$$30x + 5(30 - x) = 550,$$

解得 $x=16$,

故这个月有 16 个晴天.

(2) 需要 y 年才可以收回成本，由题意得

$$(0.52+0.45) \cdot 12y \geq 40000,$$

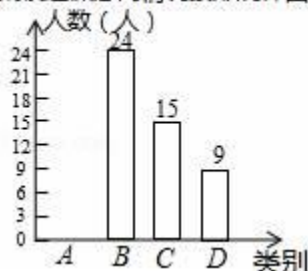
解得 $y \geq 8.6$,

$\therefore y$ 是整数,

$\therefore$ 至少需要 9 年才能收回成本.

20. 为深化义务教育课程改革，满足学生的个性化学习需求，某校就“学生对知识拓展，体育特长、艺术特长和实践活动四类选课意向”进行了抽样调查（每人选报一类），绘制了如图所示的两幅统计图（不完整），请根据图中信息，解答下列问题：

某校选课意向情况条形统计图



某校选课意向情况扇形统计图



(1) 求扇形统计图中 m 的值，并补全条形统计图；

(2) 在被调查的学生中，随机抽一人，抽到选“体育特长类”或“艺术特长类”的学生的概率是多少？

(3) 已知该校有 800 名学生，计划开设“实践活动类”课程每班安排 20 人，问学校开设多少个“实践活动类”课程的班级比较合理？

【考点】 条形统计图；扇形统计图；概率公式.

【分析】 (1) 根据 C 类人数有 15 人，占总人数的 25% 可得出总人数，求出 A 类人数，进而可得出结论；

(2) 直接根据概率公式可得出结论；

(3) 求出“实践活动类”的总人数，进而可得出结论.

【解答】 解：(1) 总人数 $= 15 \div 25\% = 60$ (人).

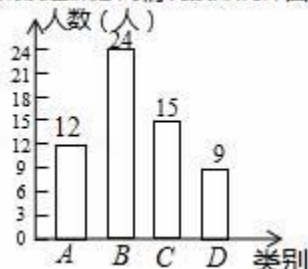
A 类人数 $= 60 - 24 - 15 - 9 = 12$ (人).

$$\therefore 12 \div 60 = 0.2 = 20\%,$$

$$\therefore m = 20.$$

条形统计图如图；

某校选课意向情况条形统计图



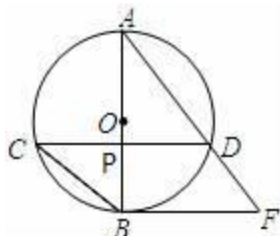
(2) 抽到选“体育特长类”或“艺术特长类”的学生的概率 $= \frac{24+9}{60} = \frac{11}{20}$;

(3) $\therefore 800 \times 25\% = 200$, $200 \div 20 = 10$,
 $\therefore$ 开设 10 个“实验活动类”课程的班级数比较合理.

21. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为点 P, 直线 BF 与 AD 的延长线交于点 F, 且 $\angle AFB = \angle ABC$.

(1) 求证: 直线 BF 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $CD = 2\sqrt{3}$, $OP = 1$, 求线段 BF 的长.



【考点】 切线的判定.

【分析】 (1) 欲证明直线 BF 是 $\odot O$ 的切线, 只要证明 $AB \perp BF$ 即可.

(2) 连接 OD, 在 $RT\triangle ODE$ 中, 利用勾股定理求出由 $\triangle APD \sim \triangle ABF$, $\frac{AP}{AB} = \frac{PD}{BF}$, 由此即可

解决问题.

【解答】 (1) 证明: $\because \angle AFB = \angle ABC$, $\angle ABC = \angle ADC$,

$$\therefore \angle AFB = \angle ADC,$$

$$\therefore CD \parallel BF,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle ABF,$$

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore AB \perp BF,$$

$\therefore$ 直线 BF 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: 连接 OD,

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore PD = \frac{1}{2}CD = \sqrt{3},$$

$$\because OP = 1,$$

$$\therefore OD = 2,$$

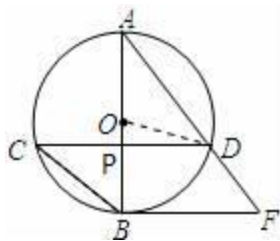
$$\because \angle PAD = \angle BAF, \angle APO = \angle ABF,$$

$$\therefore \triangle APD \sim \triangle ABF,$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{PD}{BF},$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3}}{BF},$$

$$\therefore BF = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

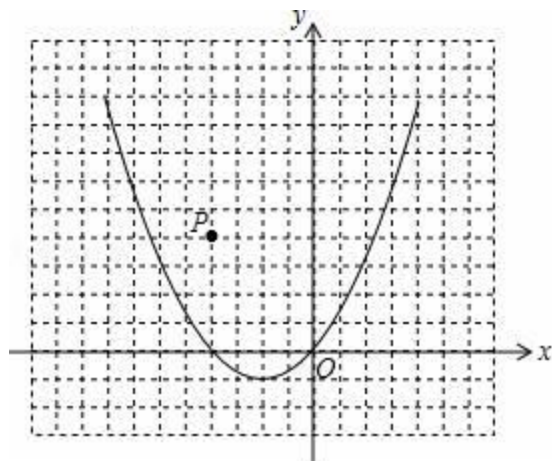


22. 已知二次函数 $y=x^2+x$ 的图象，如图所示

(1) 根据方程的根与函数图象之间的关系，将方程 $x^2+x=1$ 的根在图上近似地表示出来（描点），并观察图象，写出方程 $x^2+x=1$ 的根（精确到0.1）。

(2) 在同一直角坐标系中画一次函数 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的图象，观察图象写出自变量 x 取值在什么范围时，一次函数的值小于二次函数的值。

(3) 如图，点 P 是坐标平面上的一点，并在网格的格点上，请选择一种适当的平移方法，使平移后二次函数图象的顶点落在 P 点上，写出平移后二次函数图象的函数表达式，并判断点 P 是否在函数 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的图象上，请说明理由。



【考点】 二次函数综合题.

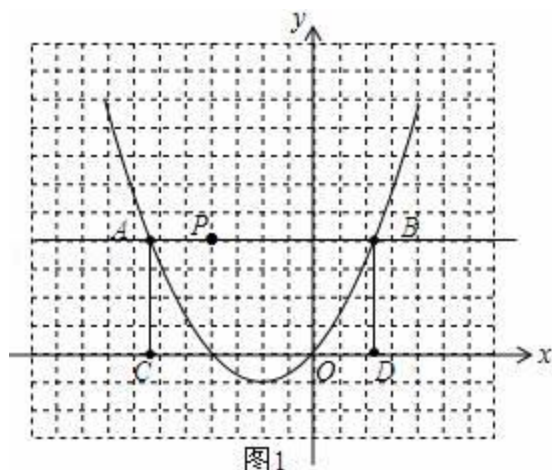
【分析】 (1) 令 $y=0$ 求得抛物线与 x 的交点坐标，从而可确定出 1 个单位长度等于小正方形边长的 4 倍，接下来作直线 $y=1$ ，找出直线 $y=1$ 与抛物线的交点，直线与抛物线的交点的横坐标即可方程的解；

(2) 先求得直线上任意两点的坐标，然后画出过这两点的直线即可得到直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的函数图象，然后找出一函数图象位于直线下方部分 x 的取值范围即可；

(3) 先依据抛物线的顶点坐标和点 P 的坐标，确定出抛物线移动的方向和距离，然后依据抛物线的顶点式写出抛物线的解析式即可，将点 P 的坐标代入函数解析式，如果点 P 的坐标符合函数解析式，则点 P 在直线上，否则点 P 不在直线上.

【解答】 解：(1) $\because$ 令 $y=0$ 得： $x^2+x=0$ ，解得： $x_1=0$ ， $x_2=-1$ ，
 $\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(0, 0)$ ， $(-1, 0)$ 。

作直线 $y=1$ ，交抛物线与 A 、 B 两点，分别过 A 、 B 两点，作 $AC \perp x$ 轴，垂足为 C ， $BD \perp x$ 轴，垂足为 D ，点 C 和点 D 的横坐标即为方程的根。

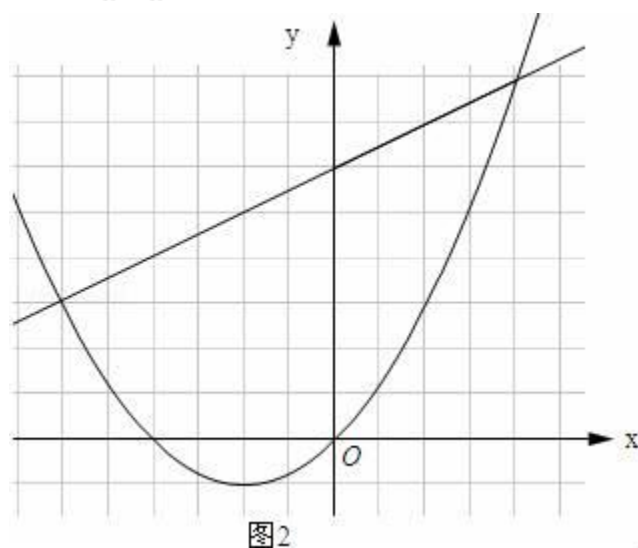


根据图形可知方程的解为 $x_1 \approx -1.6$, $x_2 \approx 0.6$.

(2) $\because$ 将 $x=0$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 得 $y=\frac{3}{2}$, 将 $x=1$ 代入得: $y=2$,

$\therefore$ 直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 经过点 $(0, \frac{3}{2})$, $(1, 2)$.

直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的图象如图所示:



由函数图象可知: 当 $x < -1.5$ 或 $x > 1$ 时, 一次函数的值小于二次函数的值.

(3) 先向上平移 $\frac{5}{4}$ 个单位, 再向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位, 平移后的顶点坐标为 $P(-1, 1)$.

平移后的表达式为 $y=(x+1)^2+1$, 即 $y=x^2+2x+2$.

点 P 在 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的函数图象上.

理由: $\because$ 把 $x=-1$ 代入得 $y=1$,

$\therefore$ 点 P 的坐标符合直线的解析式.

$\therefore$ 点 P 在直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 的函数图象上.

23. 如图 1, 我们把对角线互相垂直的四边形叫做垂美四边形.

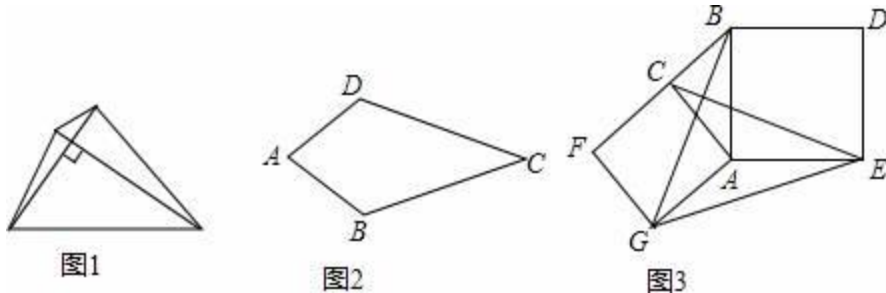
(1) 概念理解：如图 2，在四边形 ABCD 中， $AB=AD$ ， $CB=CD$ ，问四边形 ABCD 是垂美四边形吗？请说明理由。

(2) 性质探究：试探索垂美四边形 ABCD 两组对边 AB，CD 与 BC，AD 之间的数量关系。

猜想结论：（要求用文字语言叙述）垂美四边形两组对边的平方和相等

写出证明过程（先画出图形，写出已知、求证）。

(3) 问题解决：如图 3，分别以 $\text{Rt}\triangle ACB$ 的直角边 AC 和斜边 AB 为边向外作正方形 ACFG 和正方形 ABDE，连接 CE，BG，GE，已知 $AC=4$ ， $AB=5$ ，求 GE 长。



【考点】四边形综合题.

【分析】(1) 根据垂直平分线的判定定理证明即可；

(2) 根据垂直的定义和勾股定理解答即可；

(3) 根据垂美四边形的性质、勾股定理、结合 (2) 的结论计算.

【解答】解：(1) 四边形 ABCD 是垂美四边形.

证明： $\because AB=AD$,

$\therefore$ 点 A 在线段 BD 的垂直平分线上,

$\because CB=CD$,

$\therefore$ 点 C 在线段 BD 的垂直平分线上,

$\therefore$ 直线 AC 是线段 BD 的垂直平分线,

$\therefore AC \perp BD$, 即四边形 ABCD 是垂美四边形;

(2) 猜想结论：垂美四边形的两组对边的平方和相等.

如图 2，已知四边形 ABCD 中， $AC \perp BD$ ，垂足为 E，

求证： $AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2$

证明： $\because AC \perp BD$,

$\therefore \angle AED = \angle AEB = \angle BEC = \angle CED = 90^\circ$,

由勾股定理得， $AD^2 + BC^2 = AE^2 + DE^2 + BE^2 + CE^2$,

$AB^2 + CD^2 = AE^2 + BE^2 + CE^2 + DE^2$,

$\therefore AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2$;

(3) 连接 CG、BE，

$\because \angle CAG = \angle BAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAG + \angle BAC = \angle BAE + \angle BAC$, 即 $\angle GAB = \angle CAE$,

在 $\triangle GAB$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} AG=AC \\ \angle GAB=\angle CAE \\ AB=AE \end{cases}$$

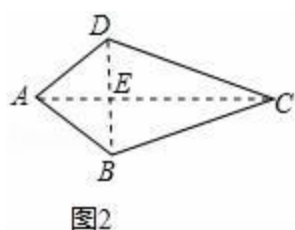
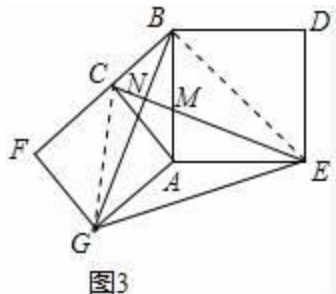
$\therefore \triangle GAB \cong \triangle CAE$,

$\therefore \angle ABG = \angle AEC$, 又 $\angle AEC + \angle AEM = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABG + \angle AEM = 90^\circ$, 即 $CE \perp BG$,

$\therefore$ 四边形 CGEB 是垂美四边形,

由 (2) 得, $CG^2 + BE^2 = CB^2 + GE^2$,
 $\because AC=4, AB=5$,
 $\therefore BC=3, CG=4\sqrt{2}, BE=5\sqrt{2}$,
 $\therefore GE^2 = CG^2 + BE^2 - CB^2 = 73$,
 $\therefore GE = \sqrt{73}$.

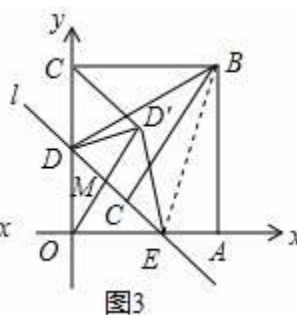
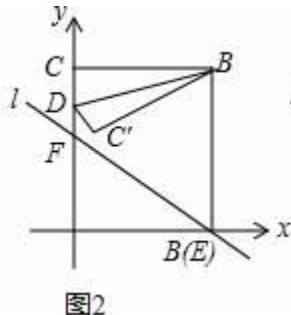
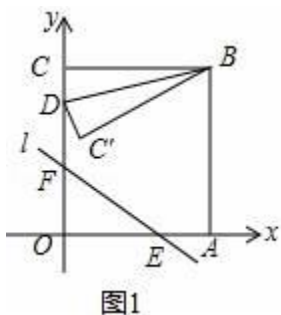


24. 如图 1, 在直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y=kx+b$ 交 x 轴, y 轴于点 E, F , 点 B 的坐标是 $(2, 2)$, 过点 B 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足为 A, C , 点 D 是线段 CO 上的动点, 以 BD 为对称轴, 作与 $\triangle BCD$ 或轴对称的 $\triangle BC'D$.

(1) 当 $\angle CBD=15^\circ$ 时, 求点 C' 的坐标.

(2) 当图 1 中的直线 l 经过点 A , 且 $k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时 (如图 2), 求点 D 由 C 到 O 的运动过程中, 线段 BC' 扫过的图形与 $\triangle OAF$ 重叠部分的面积.

(3) 当图 1 中的直线 l 经过点 D, C' 时 (如图 3), 以 DE 为对称轴, 作于 $\triangle DOE$ 或轴对称的 $\triangle DO'E$, 连结 $O'C, O'O$, 问是否存在点 D , 使得 $\triangle DO'E$ 与 $\triangle CO'O$ 相似? 若存在, 求出 k, b 的值; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 相似形综合题.

【分析】 (1) 利用翻折变换的性质得出 $\angle CBD = \angle C'BD = 15^\circ$, $C'B = CB = 2$, 进而得出 CH 的长, 进而得出答案;

(2) 首先求出直线 AF 的解析式, 进而得出当 D 与 O 重合时, 点 C' 与 A 重合, 且 BC' 扫过的图形与 $\triangle OAF$ 重合部分是弓形, 求出即可;

(3) 根据题意得出 $\triangle DO'E$ 与 $\triangle COO'$ 相似, 则 $\triangle COO'$ 必是 $Rt\triangle$, 进而得出 $Rt\triangle BAE \cong Rt\triangle BC'E$ (HL), 再利用勾股定理求出 EO 的长进而得出答案.

【解答】解: (1) $\because \triangle CBD \cong \triangle C'BD$,

$$\therefore \angle CBD = \angle C'BD = 15^\circ, C'B = CB = 2,$$

$$\therefore \angle CBC' = 30^\circ,$$

如图1, 作 $C'H \perp BC$ 于 H , 则 $C'H = 1$, $HB = \sqrt{3}$,

$$\therefore CH = 2 - \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } C' \text{ 的坐标为: } (2 - \sqrt{3}, 1);$$

$$(2) \text{ 如图2, } \because A(2, 0), k = -\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{代入直线AF的解析式为: } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b,$$

$$\therefore b = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{则直线AF的解析式为: } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle OAF = 30^\circ, \angle BAF = 60^\circ,$$

$\therefore$ 在点 D 由 C 到 O 的运动过程中, BC' 扫过的图形是扇形,

$\therefore$ 当 D 与 O 重合时, 点 C' 与 A 重合,

且 BC' 扫过的图形与 $\triangle OAF$ 重合部分是弓形,

当 C' 在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 上时, $BC' = BC = AB$,

$\therefore \triangle ABC'$ 是等边三角形, 这时 $\angle ABC' = 60^\circ$,

$$\therefore \text{重叠部分的面积是: } \frac{60\pi \times 2^2}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3};$$

(3) 如图3, 设 OO' 与 DE 交于点 M , 则 $O'M = OM$, $OO' \perp DE$,

若 $\triangle DO'E$ 与 $\triangle COO'$ 相似, 则 $\triangle COO'$ 必是 $Rt\triangle$,

在点 D 由 C 到 O 的运动过程中, $\triangle COO'$ 中显然只能 $\angle CO'O = 90^\circ$,

$$\therefore CO' \parallel DE,$$

$$\therefore CD = OD = 1,$$

$$\therefore b = 1,$$

连接 BE , 由轴对称性可知 $C'D = CD$, $BC' = BC = BA$,

$$\angle BC'E = \angle BCD = \angle BAE = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle BAE$ 和 $Rt\triangle BC'E$ 中

$$\therefore \begin{cases} BE = BE \\ AB = BC' \end{cases},$$

$$\therefore Rt\triangle BAE \cong Rt\triangle BC'E \text{ (HL)},$$

$$\therefore AE = C'E,$$

$$\therefore DE = DC' + C'E = DC + AE,$$

设 $OE = x$, 则 $AE = 2 - x$,

$$\therefore DE = DC + AE = 3 - x,$$

由勾股定理得: $x^2 + 1 = (3 - x)^2$,

解得: $x = \frac{4}{3}$,

$\therefore D(0, 1)$, $E(\frac{4}{3}, 0)$,

$\therefore \frac{4}{3}k + 1 = 0$,

解得: $k = -\frac{3}{4}$,

$\therefore$ 存在点 D , 使 $\triangle DO'E$ 与 $\triangle COO'$ 相似, 这时 $k = -\frac{3}{4}$, $b = 1$.

