

2016 年浙江省绍兴市中考数学试卷

一、选择题（本大题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，请选出每小题中一个最符合题意的选项，不选，多选，错选，均不给分）

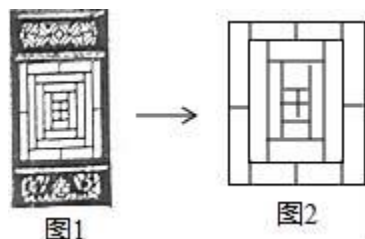
1. -8 的绝对值等于 ()

- A. 8 B. -8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

2. 据报道，目前我国“天河二号”超级计算机的运算速度位居全球第一，其运算速度达到了每秒 338 600 000 亿次，数字 338 600 000 用科学记数法可简洁表示为 ()

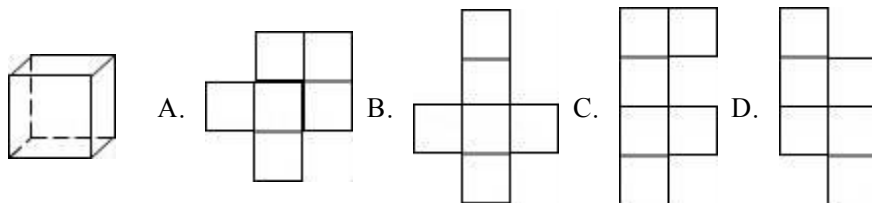
- A. 3.386×10^8 B. 0.3386×10^9 C. 33.86×10^7 D. 3.386×10^9

3. 我国传统建筑中，窗框（如图 1）的图案玲珑剔透、千变万化，窗框一部分如图 2，它是一个轴对称图形，其对称轴有 ()



- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

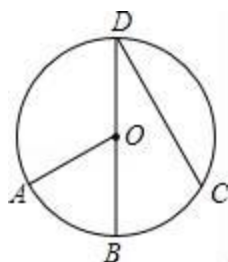
4. 如图是一个正方体，则它的表面展开图可以是 ()



5. 一枚质地均匀的骰子，其六个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6，投掷一次，朝上一面的数字是偶数的概率为 ()

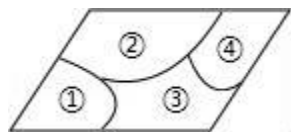
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

6. 如图，BD 是 $\odot O$ 的直径，点 A、C 在 $\odot O$ 上， $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数是 ()



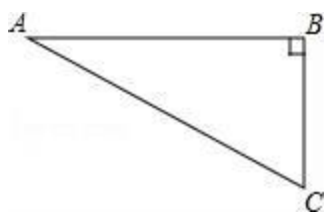
- A. 60° B. 45° C. 35° D. 30°

7. 小敏不慎将一块平行四边形玻璃打碎成如图的四块，为了能在商店配到一块与原来相同的平行四边形玻璃，他带了两块碎玻璃，其编号应该是（ ）



- A. ①, ② B. ①, ④ C. ③, ④ D. ②, ③

8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，以点 A 为圆心，BC 长为半径画弧交 AB 于点 D，分别以点 A、D 为圆心，AB 长为半径画弧，两弧交于点 E，连接 AE，DE，则 $\angle EAD$ 的余弦值是（ ）

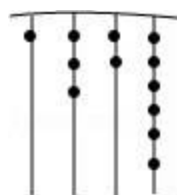


- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 抛物线 $y=x^2+bx+c$ (其中 b, c 是常数) 过点 A (2, 6)，且抛物线的对称轴与线段 $y=0$ ($1 \leq x \leq 3$) 有交点，则 c 的值不可能是（ ）

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

10. 我国古代《易经》一书中记载，远古时期，人们通过在绳子上打结来记录数量，即“结绳计数”。如图，一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结，满七进一，用来记录孩子自出生后的天数，由图可知，孩子自出生后的天数是（ ）



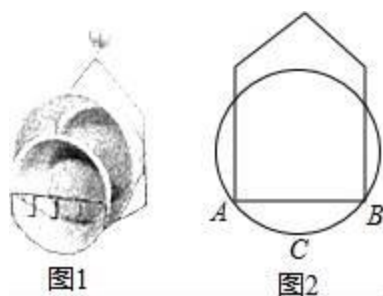
- A. 84 B. 336 C. 510 D. 1326

二、填空题 (本大题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分)

11. 分解因式: $a^3 - 9a =$ _____.

12. 不等式 $\frac{3x+13}{4} > \frac{x}{3} + 2$ 的解是_____.

13. 如图 1, 小敏利用课余时间制作了一个脸盆架, 图 2 是它的截面图, 垂直放置的脸盆与架子的交点为 A, B, $AB=40\text{cm}$, 脸盆的最低点 C 到 AB 的距离为 10cm , 则该脸盆的半径为_____cm.

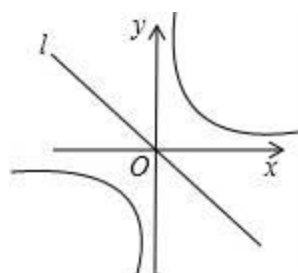


14. 书店举行购书优惠活动:

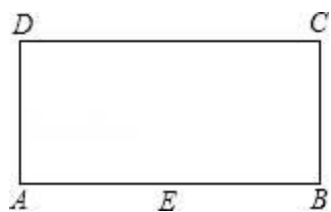
- ①一次性购书不超过 100 元, 不享受打折优惠;
- ②一次性购书超过 100 元但不超过 200 元一律打九折;
- ③一次性购书 200 元一律打七折.

小丽在这次活动中, 两次购书总共付款 229.4 元, 第二次购书原价是第一次购书原价的 3 倍, 那么小丽这两次购书原价的总和是_____元.

15. 如图, 已知直线 $l: y = -x$, 双曲线 $y = \frac{1}{x}$, 在 l 上取一点 $A(a, -a)$ ($a > 0$), 过 A 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B, 过 B 作 y 轴的垂线交 l 于点 C, 过 C 作 x 轴的垂线交双曲线于点 D, 过 D 作 y 轴的垂线交 l 于点 E, 此时 E 与 A 重合, 并得到一个正方形 ABCD, 若原点 O 在正方形 ABCD 的对角线上且分这条对角线为 1: 2 的两条线段, 则 a 的值为_____.



16. 如图, 矩形 ABCD 中, $AB=4$, $BC=2$, E 是 AB 的中点, 直线 l 平行于直线 EC, 且直线 l 与直线 EC 之间的距离为 2, 点 F 在矩形 ABCD 边上, 将矩形 ABCD 沿直线 EF 折叠, 使点 A 恰好落在直线 l 上, 则 DF 的长为_____.



三、解答题（本大题有 8 小题，第 17-20 小题每小题 8 分，第 21 小题 10 分，第 22、23 小题每小题 8 分，第 24 小题 14 分，共 80 分，解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

17. (1) 计算: $\frac{5}{\sqrt{5}} - (2 - \sqrt{5})^0 + (\frac{1}{2})^{-2}$.

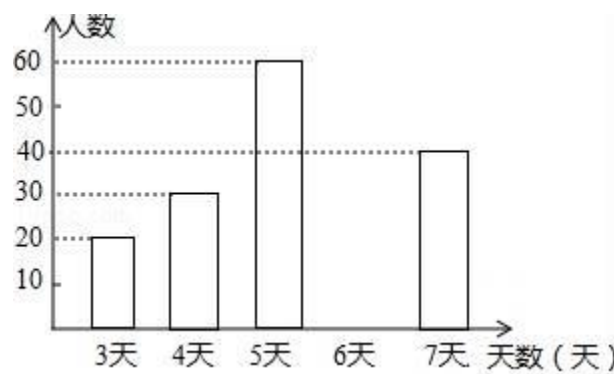
(2) 解分式方程: $\frac{x}{x-1} + \frac{2}{1-x} = 4$.

18. 为了解七年级学生上学期参加社会实践活动的情况，随机抽查 A 市七年级部分学生参加社会实践活动天数，并根据抽查结果制作了如下不完整的频数分布表和条形统计图.

A 市七年级部分学生参加社会实践活动天数的频数分布表

天数	频数	频率
3	20	0.10
4	30	0.15
5	60	0.30
6	a	0.25
7	40	0.20

A 市七年级部分学生参加社会实践活动天数的条形统计图



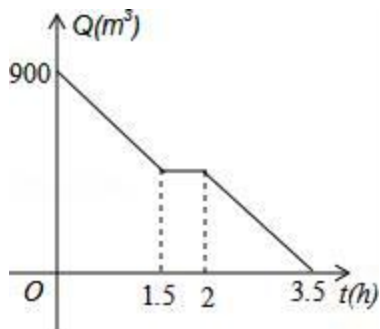
根据以上信息，解答下列问题；

(1) 求出频数分布表中 a 的值，并补全条形统计图.

(2) A 市有七年级学生 20000 人，请你估计该市七年级学生参加社会实践活动不少于 5 天的人数.

19. 根据卫生防疫部门要求，游泳池必须定期换水，清洗。某游泳池周五早上 8:00 打开排水孔开始排水，排水孔的排水速度保持不变，期间因清洗游泳池需要暂停排水，游泳池的水在 11:30 全部排完。游泳池内的水量 Q (m^3) 和开始排水后的时间 t (h) 之间的函数图象如图所示，根据图象解答下列问题：

- (1) 暂停排水需要多少时间？排水孔排水速度是多少？
- (2) 当 $2 \leq t \leq 3.5$ 时，求 Q 关于 t 的函数表达式。



20. 如图 1，某社会实践活动小组实地测量两岸互相平行的一段河的宽度，在河的南岸边点 A 处，测得河的北岸边点 B 在其北偏东 45° 方向，然后向西走 60m 到达 C 点，测得点 B 在点 C 的北偏东 60° 方向，如图 2.

- (1) 求 $\angle CBA$ 的度数.
- (2) 求出这段河的宽 (结果精确到 1m，备用数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



图1

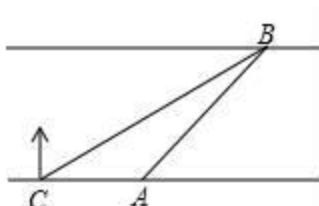


图2

21. 课本中有一个例题:

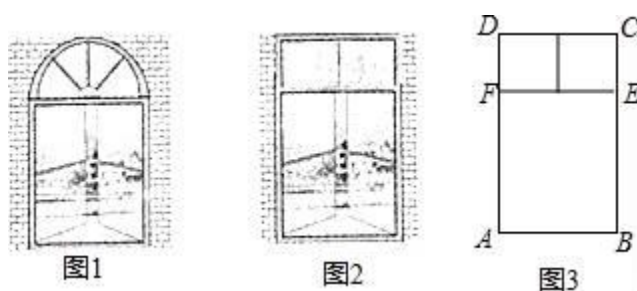
有一个窗户形状如图 1, 上部是一个半圆, 下部是一个矩形, 如果制作窗框的材料总长为 6m, 如何设计这个窗户, 使透光面积最大?

这个例题的答案是: 当窗户半圆的半径约为 0.35m 时, 透光面积最大值约为 1.05m^2 .

我们如果改变这个窗户的形状, 上部改为由两个正方形组成的矩形, 如图 2, 材料总长仍为 6m, 利用图 3, 解答下列问题:

(1) 若 AB 为 1m, 求此时窗户的透光面积?

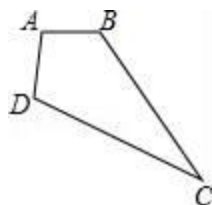
(2) 与课本中的例题比较, 改变窗户形状后, 窗户透光面积的最大值有没有变大? 请通过计算说明.



22. 如果将四根木条首尾相连, 在相连处用螺钉连接, 就能构成一个平面图形.

(1) 若固定三根木条 AB, BC, AD 不动, $AB=AD=2\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$, 如图, 量得第四根木条 $CD=5\text{cm}$, 判断此时 $\angle B$ 与 $\angle D$ 是否相等, 并说明理由.

(2) 若固定一根木条 AB 不动, $AB=2\text{cm}$, 量得木条 $CD=5\text{cm}$, 如果木条 AD, BC 的长度不变, 当点 D 移到 BA 的延长线上时, 点 C 也在 BA 的延长线上; 当点 C 移到 AB 的延长线上时, 点 A、C、D 能构成周长为 30cm 的三角形, 求出木条 AD, BC 的长度.



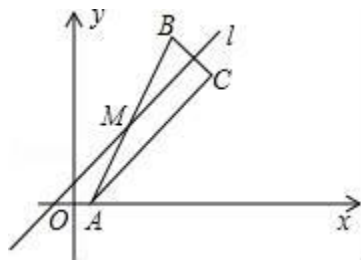
23. 对于坐标平面内的点，现将该点向右平移 1 个单位，再向上平移 2 的单位，这种点的运动称为点 A 的斜平移，如点 P (2, 3) 经 1 次斜平移后的点的坐标为 (3, 5)，已知点 A 的坐标为 (1, 0)。

(1) 分别写出点 A 经 1 次，2 次斜平移后得到的点的坐标。

(2) 如图，点 M 是直线 l 上的一点，点 A 关于点 M 的对称点的点 B，点 B 关于直线 l 的对称轴为点 C。

①若 A、B、C 三点不在同一条直线上，判断 $\triangle ABC$ 是否是直角三角形？请说明理由。

②若点 B 由点 A 经 n 次斜平移后得到，且点 C 的坐标为 (7, 6)，求出点 B 的坐标及 n 的值。

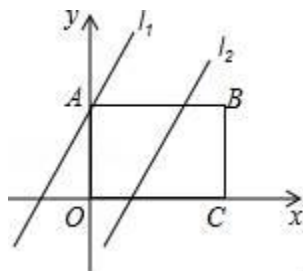


24. 如图，在矩形 ABCD 中，点 O 为坐标原点，点 B 的坐标为 (4, 3)，点 A、C 在坐标轴上，点 P 在 BC 边上，直线 $l_1: y=2x+3$ ，直线 $l_2: y=2x-3$ 。

(1) 分别求直线 l_1 与 x 轴，直线 l_2 与 AB 的交点坐标；

(2) 已知点 M 在第一象限，且是直线 l_2 上的点，若 $\triangle APM$ 是等腰直角三角形，求点 M 的坐标；

(3) 我们把直线 l_1 和直线 l_2 上的点所组成的图形为图形 F。已知矩形 ANPQ 的顶点 N 在图形 F 上，Q 是坐标平面内的点，且 N 点的横坐标为 x，请直接写出 x 的取值范围（不用说明理由）。



2016 年浙江省绍兴市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，请选出每小题中一个最符合题意的选项，不选，多选，错选，均不给分）

1. -8 的绝对值等于 ()

A. 8 B. -8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

【考点】绝对值.

【分析】根据绝对值的定义即可得出结果.

【解答】解: -8 的绝对值为 8,

故选 A.

2. 据报道, 目前我国“天河二号”超级计算机的运算速度位居全球第一, 其运算速度达到了每秒 338 600 000 亿次, 数字 338 600 000 用科学记数法可简洁表示为 ()

A. 3.386×10^8 B. 0.3386×10^9 C. 33.86×10^7 D. 3.386×10^9

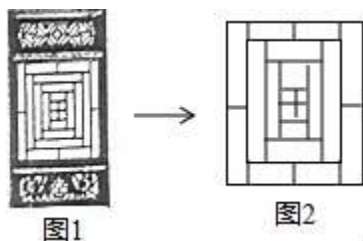
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 数字 338 600 000 用科学记数法可简洁表示为 3.386×10^8 .

故选: A.

3. 我国传统建筑中, 窗框 (如图 1) 的图案玲珑剔透、千变万化, 窗框一部分如图 2, 它是一个轴对称图形, 其对称轴有 ()

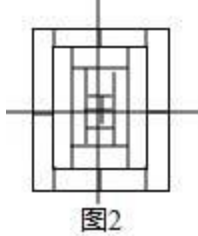


A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

【考点】轴对称图形.

【分析】直接利用轴对称图形的定义分析得出答案.

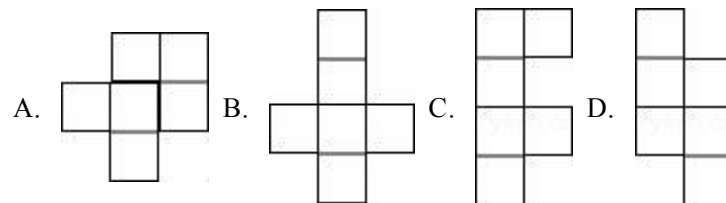
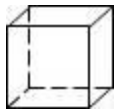
【解答】解：如图所示：



其对称轴有 2 条.

故选：B.

4. 如图是一个正方体，则它的表面展开图可以是（ ）



【考点】几何体的展开图.

【分析】根据含有田字形和凹字形的图形不能折成正方体可判断 A、C、D，故此可得到答案.

【解答】解：A、含有田字形，不能折成正方体，故 A 错误；

B、能折成正方体，故 B 正确；

C、凹字形，不能折成正方体，故 C 错误；

D、含有田字形，不能折成正方体，故 D 错误.

故选：B.

5. 一枚质地均匀的骰子，其六个面上分别标有数字 1，2，3，4，5，6，投掷一次，朝上一面的数字是偶数的概率为（ ）

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【考点】概率公式.

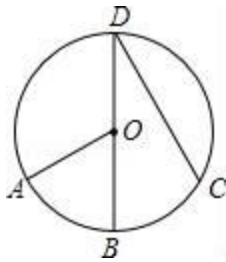
【分析】直接得出偶数的个数，再利用概率公式求出答案.

【解答】解：∵一枚质地均匀的骰子，其六个面上分别标有数字 1，2，3，4，5，6，投掷一次，

∴朝上一面的数字是偶数的概率为： $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故选：C.

6. 如图，BD 是⊙O 的直径，点 A、C 在⊙O 上， $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数是（ ）



A. 60° B. 45° C. 35° D. 30°

【考点】圆周角定理.

【分析】直接根据圆周角定理求解.

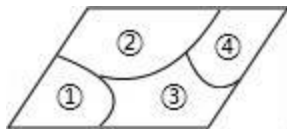
【解答】解：连结 OC，如图，

∵ $\widehat{AB} = \widehat{BC}$,

∴ $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$.

故选 D.

7. 小敏不慎将一块平行四边形玻璃打碎成如图的四块，为了能在商店配到一块与原来相同的平行四边形玻璃，他带了两块碎玻璃，其编号应该是（ ）



A. ①，② B. ①，④ C. ③，④ D. ②，③

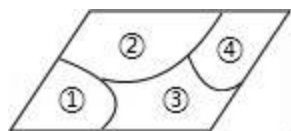
【考点】平行四边形的判定.

【分析】确定有关平行四边形，关键是确定平行四边形的四个顶点，由此即可解决问题.

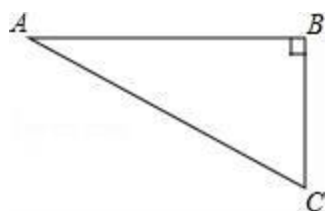
【解答】解：∵只有②③两块角的两边互相平行，角的两边的延长线的交点就是平行四边形的顶点，

∴带②③两块碎玻璃，就可以确定平行四边形的大小．

故选 D．



8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，以点 A 为圆心，BC 长为半径画弧交 AB 于点 D，分别以点 A、D 为圆心，AB 长为半径画弧，两弧交于点 E，连接 AE，DE，则 $\angle EAD$ 的余弦值是（ ）



- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】解直角三角形．

【分析】设 $BC=x$ ，由含 30° 角的直角三角形的性质得出 $AC=2BC=2x$ ，求出 $AB=\sqrt{3}BC=\sqrt{3}x$ ，根据题意得出 $AD=BC=x$ ， $AE=DE=AB=\sqrt{3}x$ ，作 $EM \perp AD$ 于 M，由等腰三角形的性质得出 $AM=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}x$ ，在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中，由三角函数的定义即可得出结果．

【解答】解：如图所示：设 $BC=x$ ，

∵在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，

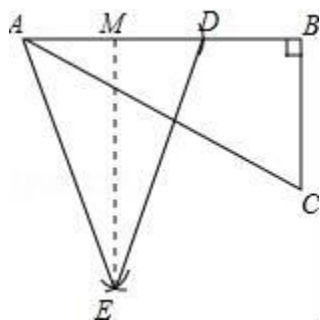
∴ $AC=2BC=2x$ ， $AB=\sqrt{3}BC=\sqrt{3}x$ ，

根据题意得： $AD=BC=x$ ， $AE=DE=AB=\sqrt{3}x$ ，

作 $EM \perp AD$ 于 M，则 $AM=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中， $\cos \angle EAD = \frac{AM}{AE} = \frac{\frac{1}{2}x}{\sqrt{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ；

故选：B．



9. 抛物线 $y=x^2+bx+c$ (其中 b, c 是常数) 过点 $A(2, 6)$, 且抛物线的对称轴与线段 $y=0$ ($1 \leq x \leq 3$) 有交点, 则 c 的值不可能是 ()

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【考点】二次函数的性质.

【分析】根据抛物线 $y=x^2+bx+c$ (其中 b, c 是常数) 过点 $A(2, 6)$, 且抛物线的对称轴与线段 $y=0$ ($1 \leq x \leq 3$) 有交点, 可以得到 c 的取值范围, 从而可以解答本题.

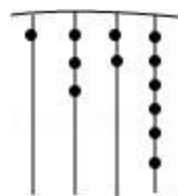
【解答】解: $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ (其中 b, c 是常数) 过点 $A(2, 6)$, 且抛物线的对称轴与线段 $y=0$ ($1 \leq x \leq 3$) 有交点,

$$\therefore \begin{cases} 4+2b+c=6 \\ 1 \leq -\frac{b}{2 \times 1} \leq 3 \end{cases}$$

解得 $6 \leq c \leq 14$,

故选 A.

10. 我国古代《易经》一书中记载, 远古时期, 人们通过在绳子上打结来记录数量, 即“结绳计数”. 如图, 一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结, 满七进一, 用来记录孩子自出生后的天数, 由图可知, 孩子自出生后的天数是 ()



A. 84 B. 336 C. 510 D. 1326

【考点】用数字表示事件.

【分析】类比于现在的十进制“满十进一”, 可以表示满七进一的数为: 千位上的数 $\times 7^3$ + 百位上的数 $\times 7^2$ + 十位上的数 $\times 7$ + 个位上的数.

【解答】解： $1 \times 7^3 + 3 \times 7^2 + 2 \times 7 + 6 = 510$,

故选 C.

二、填空题 (本大题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. 分解因式: $a^3 - 9a = \underline{a(a+3)(a-3)}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】本题应先提出公因式 a , 再运用平方差公式分解.

【解答】解: $a^3 - 9a = a(a^2 - 3^2) = a(a+3)(a-3)$.

12. 不等式 $\frac{3x+13}{4} > \frac{x}{3} + 2$ 的解是 $\underline{x > -3}$.

【考点】解一元一次不等式.

【分析】根据解一元一次不等式基本步骤: 去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 可得.

【解答】解: 去分母, 得: $3(3x+13) > 4x+24$,

去括号, 得: $9x+39 > 4x+24$,

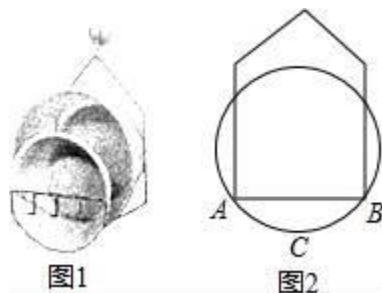
移项, 得: $9x - 4x > 24 - 39$,

合并同类项, 得: $5x > -15$,

系数化为 1, 得: $x > -3$,

故答案为: $x > -3$.

13. 如图 1, 小敏利用课余时间制作了一个脸盆架, 图 2 是它的截面图, 垂直放置的脸盆与架子的交点为 A, B, $AB=40\text{cm}$, 脸盆的最低点 C 到 AB 的距离为 10cm , 则该脸盆的半径为 $\underline{25}\text{cm}$.



【考点】垂径定理的应用.

【分析】设圆的圆心为 O , 连接 OA , OC , OC 与 AB 交于点 D , 设 $\odot O$ 半径为 R , 在 $RT\triangle AOD$ 中利用勾股定理即可解决问题.

【解答】解: 如图, 设圆的圆心为 O , 连接 OA , OC , OC 与 AB 交于点 D , 设 $\odot O$ 半径为 R ,

$\because OC \perp AB$,

$$\therefore AD = DB = \frac{1}{2}AB = 20,$$

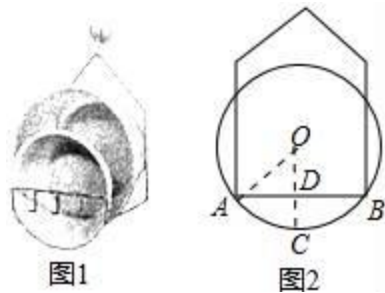
在 $RT\triangle AOD$ 中, $\because \angle ADO = 90^\circ$,

$$\therefore OA^2 = OD^2 + AD^2,$$

$$\therefore R^2 = 20^2 + (R - 10)^2,$$

$$\therefore R = 25.$$

故答案为 25.



14. 书店举行购书优惠活动:

- ①一次性购书不超过 100 元, 不享受打折优惠;
- ②一次性购书超过 100 元但不超过 200 元一律打九折;
- ③一次性购书 200 元一律打七折.

小丽在这次活动中, 两次购书总共付款 229.4 元, 第二次购书原价是第一次购书原价的 3 倍, 那么小丽这两次购书原价的总和是 248 或 296 元.

【考点】一元一次方程的应用.

【分析】设第一次购书的原价为 x 元, 则第二次购书的原价为 $3x$ 元. 根据 x 的取值范围分段考虑, 根据“付款金额=第一次付款金额+第二次付款金额”即可列出关于 x 的一元一次方程, 解方程即可得出结论.

【解答】解: 设第一次购书的原价为 x 元, 则第二次购书的原价为 $3x$ 元,

依题意得: ①当 $0 < x \leq \frac{100}{3}$ 时, $x + 3x = 229.4$,

解得: $x=57.35$ (舍去);

②当 $\frac{100}{3} < x \leq \frac{200}{3}$ 时, $x + \frac{9}{10} \times 3x = 229.4$,

解得: $x=62$,

此时两次购书原价总和为: $4x=4 \times 62=248$;

③当 $\frac{200}{3} < x \leq 100$ 时, $x + \frac{7}{10} \times 3x = 229.4$,

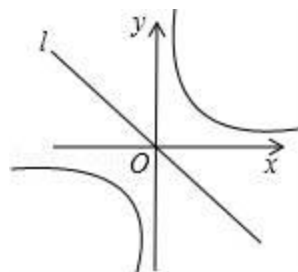
解得: $x=74$,

此时两次购书原价总和为: $4x=4 \times 74=296$.

综上所述: 小丽这两次购书原价的总和是 248 或 296 元.

故答案为: 248 或 296.

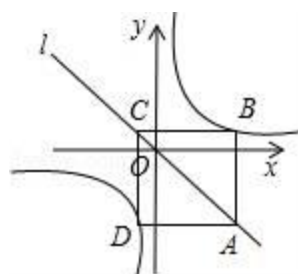
15. 如图, 已知直线 $l: y=-x$, 双曲线 $y=\frac{1}{x}$, 在 l 上取一点 $A(a, -a)$ ($a>0$), 过 A 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B , 过 B 作 y 轴的垂线交 l 于点 C , 过 C 作 x 轴的垂线交双曲线于点 D , 过 D 作 y 轴的垂线交 l 于点 E , 此时 E 与 A 重合, 并得到一个正方形 $ABCD$, 若原点 O 在正方形 $ABCD$ 的对角线上且分这条对角线为 1: 2 的两条线段, 则 a 的值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题; 正方形的性质.

【分析】根据点的选取方法找出点 B 、 C 、 D 的坐标, 由两点间的距离公式表示出线段 OA 、 OC 的长, 再根据两线段的关系可得出关于 a 的一元二次方程, 解方程即可得出结论.

【解答】解: 依照题意画出图形, 如图所示.



$\because$ 点 A 的坐标为 $(a, -a)$ ($a>0$),

∴ 点 B $(a, \frac{1}{a})$ 、点 C $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a})$ 、点 D $(-\frac{1}{a}, -a)$,

$$\therefore OA = \sqrt{(a-0)^2 + (-a-0)^2} = \sqrt{2}a, \quad OC = \sqrt{(-\frac{1}{a}-0)^2 + (\frac{1}{a}-0)^2} = \frac{\sqrt{2}}{a}.$$

又∵ 原点 O 分对角线 AC 为 1: 2 的两条线段,

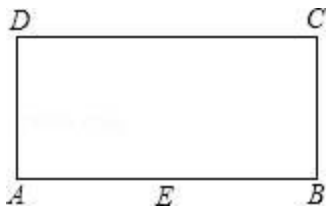
$$\therefore OA = 2OC \text{ 或 } OC = 2OA,$$

$$\text{即 } \sqrt{2}a = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{a} \text{ 或 } \frac{\sqrt{2}}{a} = 2\sqrt{2}a,$$

$$\text{解得: } a_1 = \sqrt{2}, \quad a_2 = -\sqrt{2} \text{ (舍去)}, \quad a_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad a_4 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (舍去)}.$$

故答案为: $\sqrt{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

16. 如图, 矩形 ABCD 中, AB=4, BC=2, E 是 AB 的中点, 直线 l 平行于直线 EC, 且直线 l 与直线 EC 之间的距离为 2, 点 F 在矩形 ABCD 边上, 将矩形 ABCD 沿直线 EF 折叠, 使点 A 恰好落在直线 l 上, 则 DF 的长为 $2\sqrt{2}$ 或 $4-2\sqrt{2}$.



【考点】 矩形的性质; 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 当直线 l 在直线 CE 上方时, 连接 DE 交直线 l 于 M, 只要证明 $\triangle DFM$ 是等腰直角三角形即可利用 $DF = \sqrt{2}DM$ 解决问题, 当直线 l 在直线 EC 下方时, 由

$$\angle DEF_1 = \angle BEF_1 = \angle DF_1E,$$

得到 $DF_1 = DE$, 由此即可解决问题.

【解答】 解: 如图, 当直线 l 在直线 CE 上方时, 连接 DE 交直线 l 于 M,

∵ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ, \quad AD = BC,$$

$$\therefore AB = 4, \quad AD = BC = 2,$$

$$\therefore AD = AE = EB = BC = 2,$$

∴ $\triangle ADE$ 、 $\triangle ECB$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle AED = \angle BEC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore l \parallel EC,$$

$\therefore ED \perp l$,

$\therefore EM = 2 = AE$,

$\therefore$ 点 A、点 M 关于直线 EF 对称,

$\therefore \angle MDF = \angle MFD = 45^\circ$,

$\therefore DM = MF = DE - EM = 2\sqrt{2} - 2$,

$\therefore DF = \sqrt{2}DM = 4 - 2\sqrt{2}$.

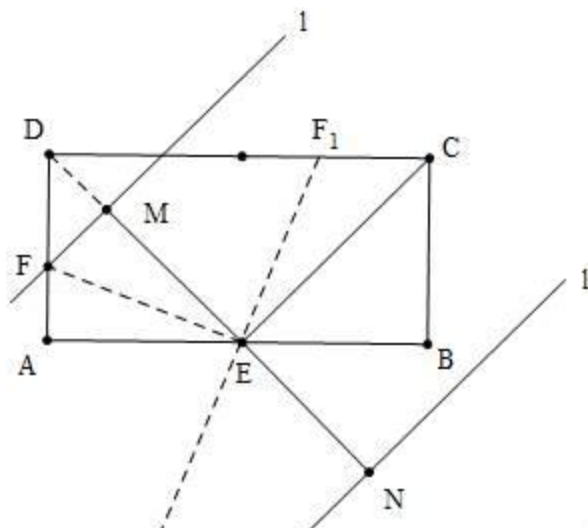
当直线 l 在直线 EC 下方时,

$\therefore \angle DEF_1 = \angle BEF_1 = \angle DF_1E$,

$\therefore DF_1 = DE = 2\sqrt{2}$.

综上所述 DF 的长为 $2\sqrt{2}$ 或 $4 - 2\sqrt{2}$.

故答案为 $2\sqrt{2}$ 或 $4 - 2\sqrt{2}$.



三、解答题 (本大题有 8 小题, 第 17-20 小题每小题 8 分, 第 21 小题 10 分, 第 22、23 小题每小题 8 分, 第 24 小题 14 分, 共 80 分, 解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程)

17. (1) 计算: $\frac{5}{\sqrt{5}} - (2 - \sqrt{5})^0 + (\frac{1}{2})^{-2}$.

(2) 解分式方程: $\frac{x}{x-1} + \frac{2}{1-x} = 4$.

【考点】 实数的运算; 解分式方程.

【分析】 (1) 本题涉及二次根式化简、零指数幂、负整数指数幂 3 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

(2) 观察可得方程最简公分母为 $(x-1)$ ，将方程去分母转化为整式方程即可求解.

【解答】解：(1) $\frac{5}{\sqrt{5}} - (2 - \sqrt{5})^0 + (\frac{1}{2})^{-2}$
 $=\sqrt{5} - 1 + 4$
 $=\sqrt{5} + 3;$

(2) 方程两边同乘 $(x-1)$,

得: $x - 2 = 4(x - 1),$

整理得: $-3x = -2,$

解得: $x = \frac{2}{3},$

经检验 $x = \frac{2}{3}$ 是原方程的解,

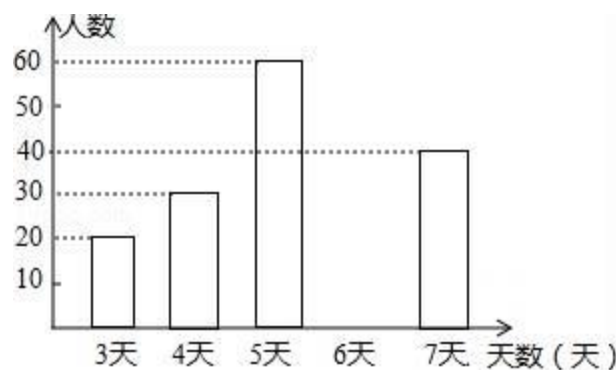
故原方程的解为 $x = \frac{2}{3}.$

18. 为了解七年级学生上学期参加社会实践活动的情况，随机抽查 A 市七年级部分学生参加社会实践活动天数，并根据抽查结果制作了如下不完整的频数分布表和条形统计图.

A 市七年级部分学生参加社会实践活动天数的频数分布表

天数	频数	频率
3	20	0.10
4	30	0.15
5	60	0.30
6	a	0.25
7	40	0.20

A 市七年级部分学生参加社会实践活动天数的条形统计图



根据以上信息，解答下列问题；

(1) 求出频数分布表中 a 的值，并补全条形统计图.

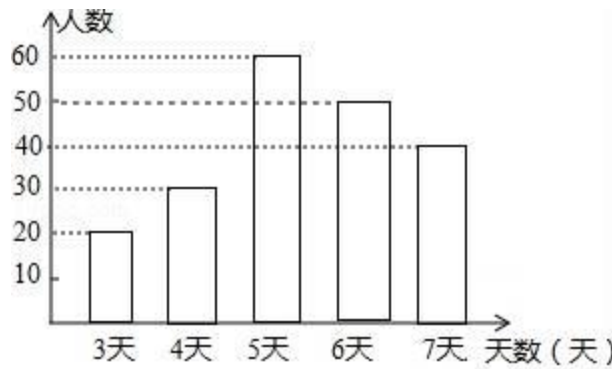
(2) A 市有七年级学生 20000 人，请你估计该市七年级学生参加社会实践活动不少于 5 天的人数.

【考点】 条形统计图；用样本估计总体；频数（率）分布表.

【分析】 (1) 利用表格中数据求出总人数，进而利用其频率求出频数即可，再补全条形图；

(2) 利用样本中不少于 5 天的人数所占频率，进而估计该市七年级学生参加社会实践活动不少于 5 天的人数.

【解答】 解：(1) 由题意可得： $a=20\div 0.1\times 0.25=50$ （人），如图所示：



(2) 由题意可得： $20000\times (0.30+0.25+0.20)$

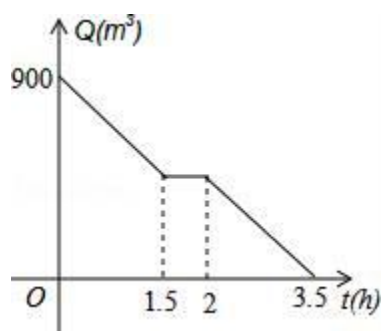
$=15000$ （人），

答：该市七年级学生参加社会实践活动不少于 5 天的人数约为 15000 人.

19. 根据卫生防疫部门要求，游泳池必须定期换水，清洗. 某游泳池周五早上 8: 00 打开排水孔开始排水，排水孔的排水速度保持不变，期间因清洗游泳池需要暂停排水，游泳池的水在 11: 30 全部排完. 游泳池内的水量 Q (m^2) 和开始排水后的时间 t (h) 之间的函数图象如图所示，根据图象解答下列问题：

(1) 暂停排水需要多少时间？排水孔排水速度是多少？

(2) 当 $2\leq t\leq 3.5$ 时，求 Q 关于 t 的函数表达式.



【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 暂停排水时, 游泳池内的水量 Q 保持不变, 图象为平行于横轴的一条线段, 由此得出暂停排水需要的时间; 由图象可知, 该游泳池 3 个小时排水 $900 \text{ (m}^3\text{)}$, 根据速度公式求出排水速度即可;

(2) 当 $2 \leq t \leq 3.5$ 时, 设 Q 关于 t 的函数表达式为 $Q=kt+b$, 易知图象过点 $(3.5, 0)$, 再求出 $(2, 450)$ 在直线 $y=kt+b$ 上, 然后利用待定系数法求出表达式即可.

【解答】解: (1) 暂停排水需要的时间为: $2 - 1.5 = 0.5$ (小时).

$\therefore$ 排水数据为: $3.5 - 0.5 = 3$ (小时), 一共排水 900 m^3 ,

$\therefore$ 排水孔排水速度是: $900 \div 3 = 300 \text{ m}^3/\text{h}$;

(2) 当 $2 \leq t \leq 3.5$ 时, 设 Q 关于 t 的函数表达式为 $Q=kt+b$, 易知图象过点 $(3.5, 0)$.

$\therefore t=1.5$ 时, 排水 $300 \times 1.5 = 450$, 此时 $Q = 900 - 450 = 450$,

$\therefore (2, 450)$ 在直线 $Q=kt+b$ 上;

把 $(2, 450)$, $(3.5, 0)$ 代入 $Q=kt+b$,

$$\text{得} \begin{cases} 2k+b=450 \\ 3.5k+b=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-300 \\ b=1050 \end{cases},$$

$\therefore Q$ 关于 t 的函数表达式为 $Q = -300t + 1050$.

20. 如图 1, 某社会实践活动小组实地测量两岸互相平行的一段河的宽度, 在河的南岸边点 A 处, 测得河的北岸边点 B 在其北偏东 45° 方向, 然后向西走 60 m 到达 C 点, 测得点 B 在点 C 的北偏东 60° 方向, 如图 2.

(1) 求 $\angle CBA$ 的度数.

(2) 求出这段河的宽 (结果精确到 1 m , 备用数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



图1

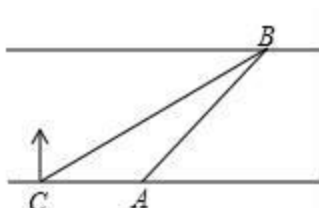


图2

【考点】解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】(1) 根据三角形的外角的性质、结合题意计算即可;

(2) 作 $BD \perp CA$ 交 CA 的延长线于 D , 设 $BD=xm$, 根据正切的定义用 x 表示出 CD 、 AD , 根据题意列出方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) 由题意得, $\angle BAD=45^\circ$, $\angle BCA=30^\circ$,

$$\therefore \angle CBA = \angle BAD - \angle BCA = 15^\circ;$$

(2) 作 $BD \perp CA$ 交 CA 的延长线于 D ,

设 $BD=xm$,

$$\because \angle BCA=30^\circ,$$

$$\therefore CD = \frac{BD}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x,$$

$$\because \angle BAD=45^\circ,$$

$$\therefore AD=BD=x,$$

$$\text{则 } \sqrt{3}x - x = 60,$$

$$\text{解得 } x = \frac{60}{\sqrt{3} - 1} \approx 82,$$

答: 这段河的宽约为 $82m$.

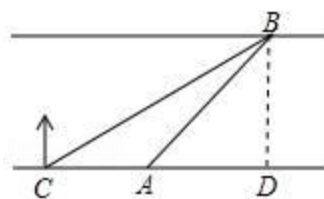


图2

21. 课本中有一个例题:

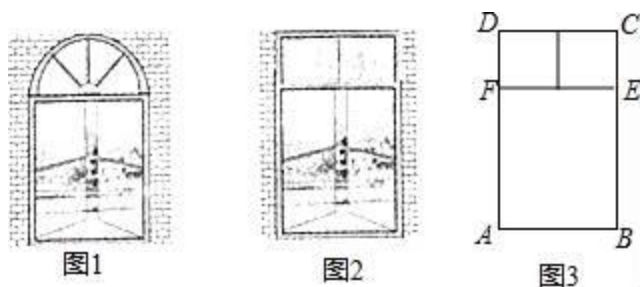
有一个窗户形状如图 1, 上部是一个半圆, 下部是一个矩形, 如果制作窗框的材料总长为 $6m$, 如何设计这个窗户, 使透光面积最大?

这个例题的答案是: 当窗户半圆的半径约为 $0.35m$ 时, 透光面积最大值约为 $1.05m^2$.

我们如果改变这个窗户的形状，上部改为由两个正方形组成的矩形，如图 2，材料总长仍为 6m，利用图 3，解答下列问题：

(1) 若 AB 为 1m，求此时窗户的透光面积？

(2) 与课本中的例题比较，改变窗户形状后，窗户透光面积的最大值有没有变大？请通过计算说明。



【考点】二次函数的应用。

【分析】(1) 根据矩形和正方形的周长进行解答即可；

(2) 设 AB 为 xcm，利用二次函数的最值解答即可。

【解答】解：(1) 由已知可得：AD = $\frac{6 - 1 - 1 - 1 - 1 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{5}{4}$ ，

$$\text{则 } S = 1 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \text{ m}^2,$$

(2) 设 AB = xm，则 AD = $3 - \frac{7}{4}x$ m，

$$\therefore 3 - \frac{7}{4}x > 0,$$

$$\therefore 0 < x < \frac{12}{7},$$

设窗户面积为 S，由已知得：

$$S = AB \cdot AD = x \left(3 - \frac{7}{4}x \right) = -\frac{7}{4}x^2 + 3x = -\frac{7}{4} \left(x - \frac{6}{7} \right)^2 + \frac{9}{7},$$

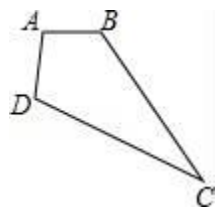
当 $x = \frac{6}{7}$ m 时，且 $x = \frac{6}{7}$ m 在 $0 < x < \frac{12}{7}$ 的范围内， $S_{\text{最大值}} = \frac{9}{7} \text{ m}^2 > 1.05 \text{ m}^2$ ，

$\therefore$ 与课本中的例题比较，现在窗户透光面积的最大值变大。

22. 如果将四根木条首尾相连，在相连处用螺钉连接，就能构成一个平面图形。

(1) 若固定三根木条 AB，BC，AD 不动，AB = AD = 2cm，BC = 5cm，如图，量得第四根木条 CD = 5cm，判断此时 $\angle B$ 与 $\angle D$ 是否相等，并说明理由。

(2) 若固定一根木条 AB 不动, $AB=2\text{cm}$, 量得木条 $CD=5\text{cm}$, 如果木条 AD, BC 的长度不变, 当点 D 移到 BA 的延长线上时, 点 C 也在 BA 的延长线上; 当点 C 移到 AB 的延长线上时, 点 A、C、D 能构成周长为 30cm 的三角形, 求出木条 AD, BC 的长度.



【考点】 全等三角形的应用; 二元一次方程组的应用; 三角形三边关系.

【分析】 (1) 相等. 连接 AC, 根据 SSS 证明两个三角形全等即可.

(2) 分两种情形①当点 C 在点 D 右侧时, ②当点 C 在点 D 左侧时, 分别列出方程组即可解决问题, 注意最后理由三角形三边关系定理, 检验是否符合题意.

【解答】 解: (1) 相等.

理由: 连接 AC,

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ACB$ 中,

$$\begin{cases} AC=AC \\ AD=AB, \\ CD=BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ACB,$$

$$\therefore \angle B = \angle D.$$

(2) 设 $AD=x$, $BC=y$,

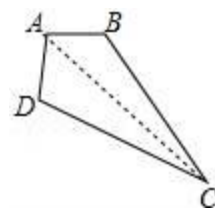
$$\text{当点 C 在点 D 右侧时, } \begin{cases} x+2=y+5 \\ x+(y+2)+5=30 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=13 \\ y=10 \end{cases},$$

$$\text{当点 C 在点 D 左侧时, } \begin{cases} y=x+5+2 \\ x+(y+2)+5=30 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=8 \\ y=15 \end{cases},$$

此时 $AC=17$, $CD=5$, $AD=8$, $5+8 < 17$,

$\therefore$ 不合题意,

$\therefore AD=13\text{cm}$, $BC=10\text{cm}$.



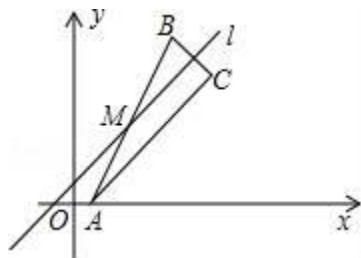
23. 对于坐标平面内的点，现将该点向右平移 1 个单位，再向上平移 2 的单位，这种点的运动称为点 A 的斜平移，如点 P (2, 3) 经 1 次斜平移后的点的坐标为 (3, 5)，已知点 A 的坐标为 (1, 0)。

(1) 分别写出点 A 经 1 次，2 次斜平移后得到的点的坐标。

(2) 如图，点 M 是直线 l 上的一点，点 A 关于点 M 的对称点的点 B，点 B 关于直线 l 的对称轴为点 C。

①若 A、B、C 三点不在同一条直线上，判断 $\triangle ABC$ 是否是直角三角形？请说明理由。

②若点 B 由点 A 经 n 次斜平移后得到，且点 C 的坐标为 (7, 6)，求出点 B 的坐标及 n 的值。



【考点】 几何变换综合题。

【分析】 (1) 根据平移的性质得出点 A 平移的坐标即可；

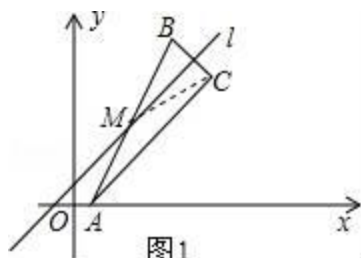
(2) ①连接 CM，根据中心和轴对称的性质和直角三角形的判定解答即可；

②延长 BC 交 x 轴于点 E，过 C 点作 $CF \perp AE$ 于点 F，根据待定系数法得出直线的解析式进而解答即可。

【解答】 解：(1) $\because$ 点 P (2, 3) 经 1 次斜平移后的点的坐标为 (3, 5)，点 A 的坐标为 (1, 0)，

$\therefore$ 点 A 经 1 次平移后得到的点的坐标为 (2, 2)，点 A 经 2 次平移后得到的点的坐标 (3, 4)；

(2) ①连接 CM，如图 1：



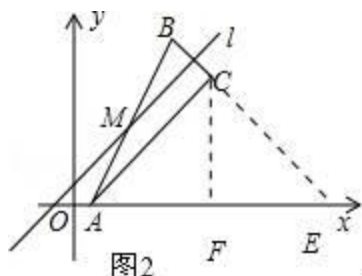
由中心对称可知， $AM=BM$ ，

由轴对称可知： $BM=CM$ ，

$\therefore AM=CM=BM$ ，

$\therefore \angle MAC = \angle ACM, \angle MBC = \angle MCB,$
 $\because \angle MAC + \angle ACM + \angle MBC + \angle MCB = 180^\circ,$
 $\therefore \angle ACM + \angle MCB = 90^\circ,$
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形;

② 延长 BC 交 x 轴于点 E, 过 C 点作 $CF \perp AE$ 于点 F, 如图 2:



$\because A(1, 0), C(7, 6),$
 $\therefore AF = CF = 6,$
 $\therefore \triangle ACF$ 是等腰直角三角形,
 由①得 $\angle ACE = 90^\circ,$
 $\therefore \angle AEC = 45^\circ,$
 $\therefore E$ 点坐标为 $(13, 0),$

设直线 BE 的解析式为 $y = kx + b,$

$\because C, E$ 点在直线上,

可得:
$$\begin{cases} 13k + b = 0 \\ 7k + b = 6 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k = -1 \\ b = 13 \end{cases},$$

$\therefore y = -x + 13,$

$\because$ 点 B 由点 A 经 n 次斜平移得到,

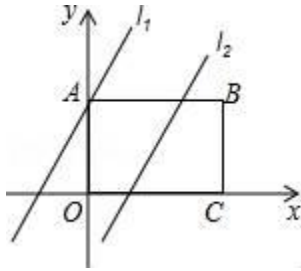
$\therefore$ 点 B $(n+1, 2n),$ 由 $2n = -n - 1 + 13,$

解得: $n = 4,$

$\therefore B(5, 8).$

24. 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 O 为坐标原点, 点 B 的坐标为 $(4, 3),$ 点 A、C 在坐标轴上, 点 P 在 BC 边上, 直线 $l_1: y = 2x + 3,$ 直线 $l_2: y = 2x - 3.$

- (1) 分别求直线 l_1 与 x 轴, 直线 l_2 与 AB 的交点坐标;
- (2) 已知点 M 在第一象限, 且是直线 l_2 上的点, 若 $\triangle APM$ 是等腰直角三角形, 求点 M 的坐标;
- (3) 我们把直线 l_1 和直线 l_2 上的点所组成的图形为图形 F . 已知矩形 $ANPQ$ 的顶点 N 在图形 F 上, Q 是坐标平面内的点, 且 N 点的横坐标为 x , 请直接写出 x 的取值范围 (不用说明理由).



【考点】四边形综合题.

【分析】(1) 根据坐标轴上点的坐标特征可求直线 l_1 与 x 轴, 直线 l_2 与 AB 的交点坐标;

(2) 分三种情况: ①若点 A 为直角顶点时, 点 M 在第一象限; 若点 P 为直角顶点时, 点 M 在第一象限; ③若点 M 为直角顶点时, 点 M 在第一象限; 进行讨论可求点 M 的坐标;

(3) 根据矩形的性质可求 N 点的横坐标 x 的取值范围.

【解答】解: (1) 直线 l_1 : 当 $y=0$ 时, $2x+3=0$, $x=-\frac{3}{2}$

则直线 l_1 与 x 轴坐标为 $(-\frac{3}{2}, 0)$

直线 l_2 : 当 $y=3$ 时, $2x-3=3$, $x=3$

则直线 l_2 与 AB 的交点坐标为 $(3, 3)$;

(2) ①若点 A 为直角顶点时, 点 M 在第一象限, 连结 AC ,

如图 1, $\angle APB > \angle ACB > 45^\circ$,

$\therefore \triangle APM$ 不可能是等腰直角三角形,

$\therefore$ 点 M 不存在;

②若点 P 为直角顶点时, 点 M 在第一象限, 如图 2,

过点 M 作 $MN \perp CB$, 交 CB 的延长线于点 N ,

则 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle PNM$,

$\therefore AB=PN=4$, $MN=BP$,

设 $M(x, 2x-3)$, 则 $MN=x-4$,

$$\therefore 2x-3=4+3-(x-4),$$

$$x=\frac{14}{3},$$

$$\therefore M\left(\frac{14}{3}, \frac{19}{3}\right);$$

③若点 M 为直角顶点时, 点 M 在第一象限, 如图 3,

设 $M_1(x, 2x-3)$,

过点 M_1 作 $M_1G_1 \perp OA$, 交 BC 于点 H_1 ,

则 $Rt\triangle AM_1G_1 \cong Rt\triangle PM_1H_1$,

$$\therefore AG_1=M_1H_1=3-(2x-3),$$

$$\therefore x+3-(2x-3)=4,$$

$$x=2$$

$$\therefore M_1(2, 1);$$

设 $M_2(x, 2x-3)$,

同理可得 $x+2x-3-3=4$,

$$\therefore x=\frac{10}{3},$$

$$\therefore M_2\left(\frac{10}{3}, \frac{11}{3}\right);$$

综上所述, 点 M 的坐标为 $\left(\frac{14}{3}, \frac{19}{3}\right)$, $(2, 1)$, $\left(\frac{10}{3}, \frac{11}{3}\right)$;

(3) x 的取值范围为 $-\frac{2}{5} \leq x < 0$ 或 $0 < x \leq \frac{4}{5}$ 或 $\frac{11+\sqrt{31}}{5} \leq x \leq \frac{18}{5}$ 或 $\frac{11-\sqrt{31}}{5} \leq x \leq 2$.

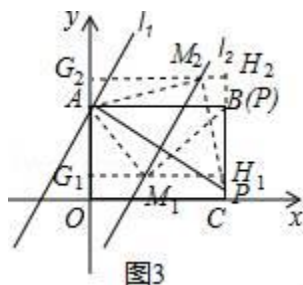


图3

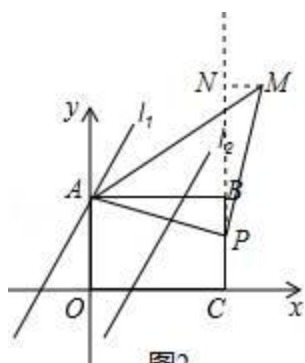


图2

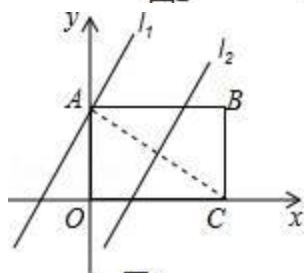


图1

2016 年 7 月 12 日