

2016 年浙江省湖州市中考数学试卷

一、选择题（本大题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请选出各题中一个最符合题意的选项，并在答题卷上将相应题次中对应字母的方框涂黑，不选、多选、错选均不给分

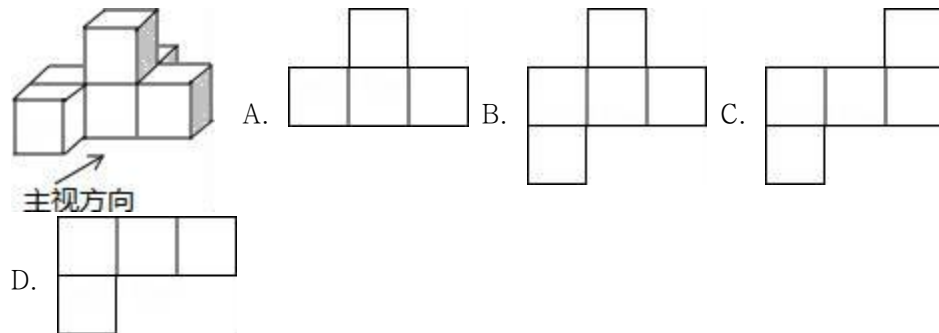
1. 计算 $(-20) + 16$ 的结果是 ()

A. -4 B. 4 C. -2016 D. 2016

2. 为了迎接杭州 G20 峰会，某校开展了设计“YJG20”图标的活动，下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. 由六个相同的立方体搭成的几何体如图所示，则它的主视图是 ()



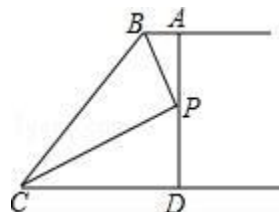
4. 受“乡村旅游第一市”的品牌效应和 2015 年国际乡村旅游大会的宣传效应的影响，2016 年湖州市在春节黄金周期间共接待游客约 2800000 人次，同比增长约 56%，将 2800000 用科学记数法表示应是 ()

A. 28×10^5 B. 2.8×10^6 C. 2.8×10^5 D. 0.28×10^5

5. 数据 1, 2, 3, 4, 4, 5 的众数是 ()

A. 5 B. 3 C. 3.5 D. 4

6. 如图， $AB \parallel CD$ ，BP 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$ ，AD 过点 P，且与 AB 垂直. 若 $AD=8$ ，则点 P 到 BC 的距离是 ()

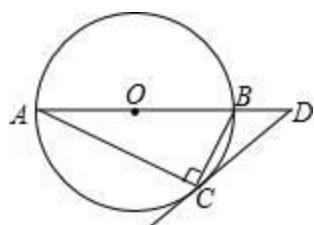


A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

7. 有一枚均匀的正方体骰子，骰子各个面上的点数分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 若任意抛掷一次骰子，朝上的面的点数记为 x ，计算 $|x - 4|$ ，则其结果恰为 2 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 如图，圆 O 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 25^\circ$ ，过点 C 作圆 O 的切线，交 AB 的延长线于点 D ，则 $\angle D$ 的度数是 ()



- A. 25° B. 40° C. 50° D. 65°

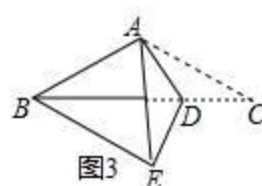
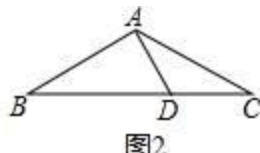
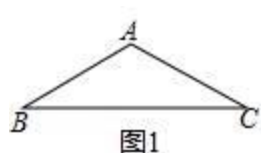
9. 定义：若点 $P(a, b)$ 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，将以 a 为二次项系数， b 为一次项系数构造的二次函数 $y = ax^2 + bx$ 称为函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“派生函数”。例如：点 $(2, \frac{1}{2})$ 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，则函数 $y = 2x^2 + \frac{1}{2}x$ 称为函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“派生函数”。现给出以下两个命题：

(1) 存在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“派生函数”，其图象的对称轴在 y 轴的右侧

(2) 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的所有“派生函数”，的图象都经过同一点，下列判断正确的是 ()

- A. 命题 (1) 与命题 (2) 都是真命题
B. 命题 (1) 与命题 (2) 都是假命题
C. 命题 (1) 是假命题，命题 (2) 是真命题
D. 命题 (1) 是真命题，命题 (2) 是假命题

10. 如图 1，在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC = 4$ ， $BC = 7$ 。如图 2，在底边 BC 上取一点 D ，连结 AD ，使得 $\angle DAC = \angle ACD$ 。如图 3，将 $\triangle ACD$ 沿着 AD 所在直线折叠，使得点 C 落在点 E 处，连结 BE ，得到四边形 $ABED$ 。则 BE 的长是 ()



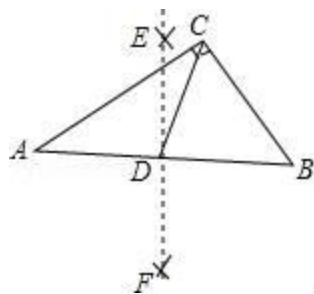
- A. 4 B. $\frac{17}{4}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 数 5 的相反数是_____.

12. 方程 $\frac{2x-1}{x-3}=1$ 的根是 $x=$ _____.

13. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=6$, $AC=8$, 分别以点 A, B 为圆心, 大于线段 AB 长度一半的长为半径作弧, 相交于点 E, F, 过点 E, F 作直线 EF, 交 AB 于点 D, 连结 CD, 则 CD 的长是_____.



14. 如图 1 是我们常用的折叠式小刀, 图 2 中刀柄外形是一个矩形挖去一个小半圆, 其中刀片的两条边缘线可看成两条平行的线段, 转动刀片时会形成如图 2 所示的 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, 则 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数和是_____度.

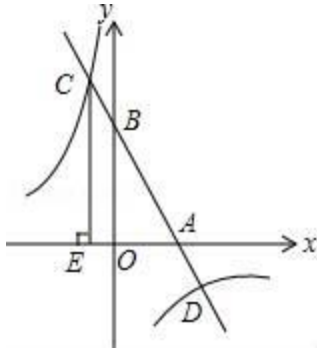


15. 已知四个有理数 a , b , x , y 同时满足以下关系式: $b > a$, $x+y=a+b$, $y-x < a-b$. 请将这四个有理数按从小到大的顺序用 “ $<$ ” 连接起来是_____.

16. 已知点 P 在一次函数 $y=kx+b$ (k , b 为常数, 且 $k < 0$, $b > 0$) 的图象上, 将点 P 向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位得到点 Q, 点 Q 也在该函数 $y=kx+b$ 的图象上.

(1) k 的值是_____;

(2) 如图, 该一次函数的图象分别与 x 轴、 y 轴交于 A, B 两点, 且与反比例函数 $y=\frac{-4}{x}$ 图象交于 C, D 两点 (点 C 在第二象限内), 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E, 记 S_1 为四边形 CEOB 的面积, S_2 为 $\triangle OAB$ 的面积, 若 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{7}{9}$, 则 b 的值是_____.



三、解答题（本题有 8 小题，共 66 分）

17. 计算： $\tan 45^\circ - \sin 30^\circ + (2 - \sqrt{2})^0$.

18. 当 $a=3$, $b=-1$ 时，求下列代数式的值.

(1) $(a+b)(a-b)$;

(2) $a^2+2ab+b^2$.

19. 湖州市菱湖镇某养鱼专业户准备挖一个面积为 2000 平方米的长方形鱼塘.

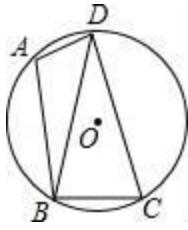
(1) 求鱼塘的长 y (米) 关于宽 x (米) 的函数表达式;

(2) 由于受场地的限制，鱼塘的宽最多只能挖 20 米，当鱼塘的宽是 20 米，鱼塘的长为多少米？

20. 如图，已知四边形 ABCD 内接于圆 O，连结 BD， $\angle BAD=105^\circ$ ， $\angle DBC=75^\circ$.

(1) 求证： $BD=CD$;

(2) 若圆 O 的半径为 3，求 $\widehat{BC}$ 的长.



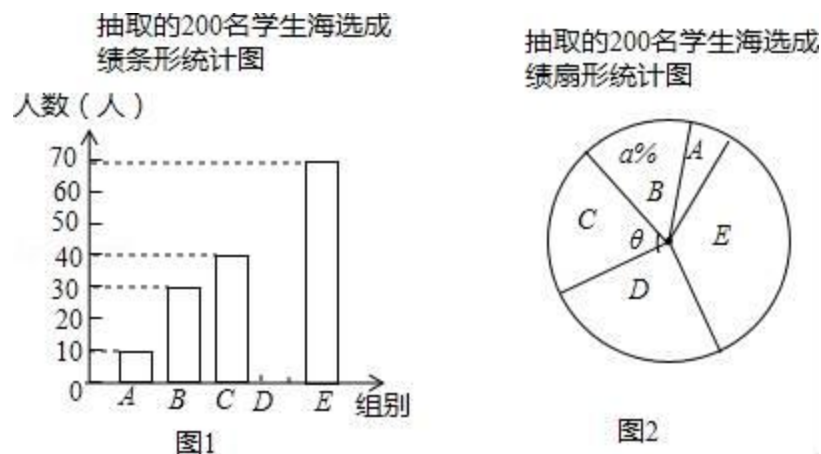
21. 中华文明，源远流长；中华诗词，寓意深广．为了传承优秀传统文化，我市某校团委组织了一次全校 2000 名学生参加的“中国诗词大会”海选比赛，赛后发现所有参赛学生的成绩均不低于 50 分，为了更好地了解本次海选比赛的成绩分布情况，随机抽取了其中 200 名学生的海选比赛成绩（成绩 x 取整数，总分 100 分）作为样本进行整理，得到下列统计图表：

抽取的 200 名学生海选成绩分组表

组别	海选成绩 x
A 组	$50 \leq x < 60$
B 组	$60 \leq x < 70$
C 组	$70 \leq x < 80$
D 组	$80 \leq x < 90$
E 组	$90 \leq x < 100$

请根据所给信息，解答下列问题：

- (1) 请把图 1 中的条形统计图补充完整；（温馨提示：请画在答题卷相对应的图上）
- (2) 在图 2 的扇形统计图中，记表示 B 组人数所占的百分比为 $a\%$ ，则 a 的值为_____，表示 C 组扇形的圆心角 θ 的度数为_____度；
- (3) 规定海选成绩在 90 分以上（包括 90 分）记为“优等”，请估计该校参加这次海选比赛的 2000 名学生中成绩“优等”的有多少人？

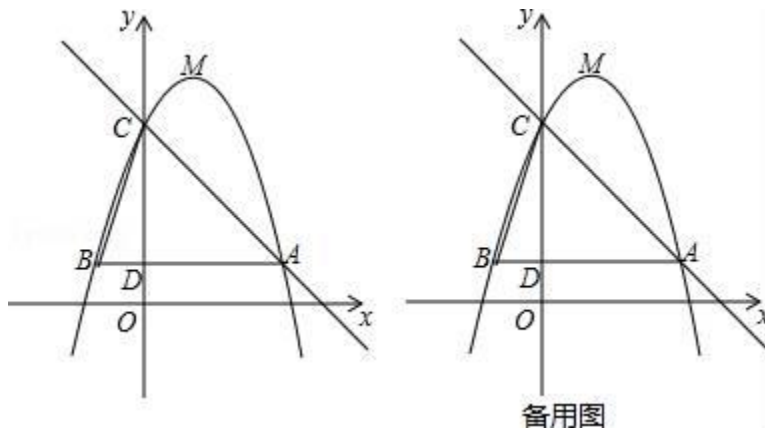


22. 随着某市养老机构（养老机构指社会福利院、养老院、社区养老中心等）建设稳步推进，拥有的养老床位不断增加.

- (1) 该市的养老床位数从 2013 年底的 2 万个增长到 2015 年底的 2.88 万个，求该市这两年（从 2013 年度到 2015 年底）拥有的养老床位数的平均年增长率；
- (2) 若该市某社区今年准备新建一养老中心，其中规划建造三类养老专用房间共 100 间，这三类养老专用房间分别为单人间（1 个养老床位），双人间（2 个养老床位），三人间（3 个养老床位），因实际需要，单人间房间数在 10 至 30 之间（包括 10 和 30），且双人间的房间数是单人间的 2 倍，设规划建造单人间的房间数为 t .
 - ①若该养老中心建成后可提供养老床位 200 个，求 t 的值；
 - ②求该养老中心建成后最多提供养老床位多少个？最少提供养老床位多少个？

23. 如图, 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ (b, c 为常数) 的图象经过点 $A(3, 1)$, 点 $C(0, 4)$, 顶点为点 M , 过点 A 作 $AB \parallel x$ 轴, 交 y 轴于点 D , 交该二次函数图象于点 B , 连结 BC .

- (1) 求该二次函数的解析式及点 M 的坐标;
- (2) 若将该二次函数图象向下平移 m ($m > 0$) 个单位, 使平移后得到的二次函数图象的顶点落在 $\triangle ABC$ 的内部 (不包括 $\triangle ABC$ 的边界), 求 m 的取值范围;
- (3) 点 P 是直线 AC 上的动点, 若点 P , 点 C , 点 M 所构成的三角形与 $\triangle BCD$ 相似, 请直接写出所有点 P 的坐标 (直接写出结果, 不必写解答过程).



24. 数学活动课上，某学习小组对有一内角为 120° 的平行四边形 $ABCD$ ($\angle BAD=120^\circ$) 进行探究：将一块含 60° 的直角三角板如图放置在平行四边形 $ABCD$ 所在平面内旋转，且 60° 角的顶点始终与点 C 重合，较短的直角边和斜边所在的两直线分别交线段 AB , AD 于点 E , F (不包括线段的端点).

(1) 初步尝试

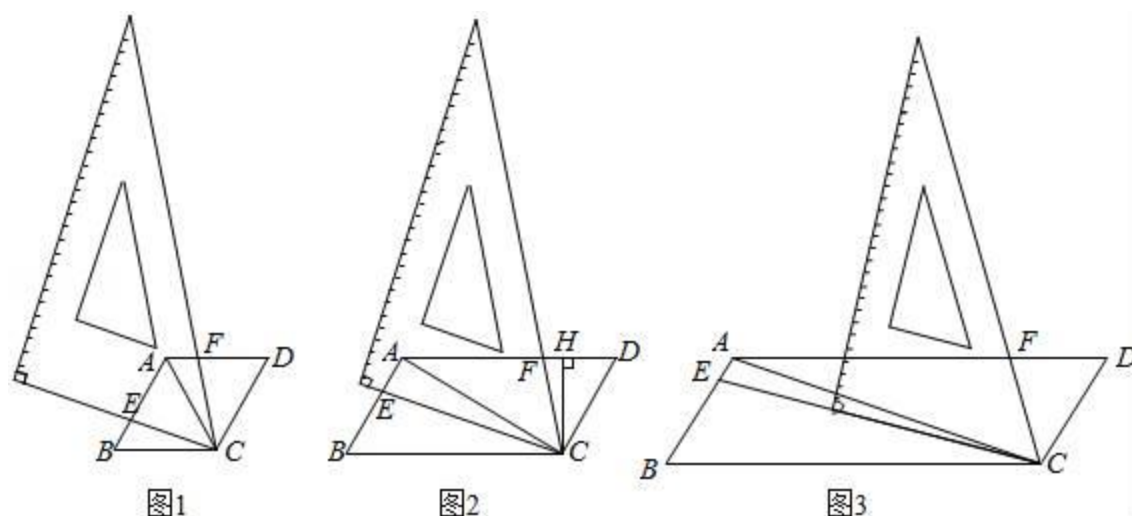
如图 1，若 $AD=AB$ ，求证：① $\triangle BCE \cong \triangle ACF$ ，② $AE+AF=AC$ ；

(2) 类比发现

如图 2，若 $AD=2AB$ ，过点 C 作 $CH \perp AD$ 于点 H ，求证： $AE=2FH$ ；

(3) 深入探究

如图 3，若 $AD=3AB$ ，探究得： $\frac{AE+3AF}{AC}$ 的值为常数 t ，则 $t=$ _____.



2016 年浙江省湖州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请选出各题中一个最符合题意的选项，并在答题卷上将相应题次中对应字母的方框涂黑，不选、多选、错选均不给分

1. 计算 $(-20) + 16$ 的结果是 ()

A. -4 B. 4 C. -2016 D. 2016

【考点】有理数的加法.

【分析】根据有理数的加法运算法则进行计算即可得解.

【解答】解: $(-20) + 16$,

$= -(20 - 16)$,

$= -4$.

故选 A.

2. 为了迎接杭州 G20 峰会，某校开展了设计“YJG20”图标的活动，下列图形中及时轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、是轴对称图形，不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180° 后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故错误；

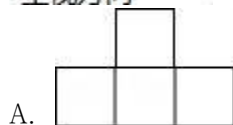
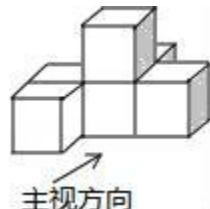
B、不是轴对称图形，因为找不到任何这样的一条直线，沿这条直线对折后它的两部分能够重合；即不满足轴对称图形的定义，也不是中心对称图形，故错误；

C、不是轴对称图形，因为找不到任何这样的一条直线，沿这条直线对折后它的两部分能够重合；即不满足轴对称图形的定义，也不是中心对称图形，故错误；

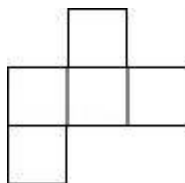
D、是轴对称图形，又是中心对称图形，故正确.

故选: D.

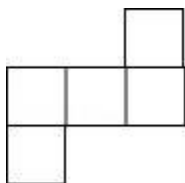
3. 由六个相同的立方体搭成的几何体如图所示，则它的主视图是 ()



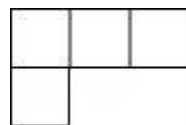
A.



B.



C.



D.

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据主视方向确定看到的平面图形即可.

【解答】解: 结合几何体发现: 从主视方向看到上面有一个正方形, 下面有 3 个正方形, 故选 A.

4. 受“乡村旅游第一市”的品牌效应和 2015 年国际乡村旅游大会的宣传效应的影响, 2016 年湖州市在春节黄金周期间共接待游客约 2800000 人次, 同比增长约 56%, 将 2800000 用科学记数法表示应是 ()

A. 28×10^5 B. 2.8×10^6 C. 2.8×10^5 D. 0.28×10^5

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】解: $2800000 = 2.8 \times 10^6$,

故选: B.

5. 数据 1, 2, 3, 4, 4, 5 的众数是 ()

A. 5 B. 3 C. 3.5 D. 4

【考点】众数.

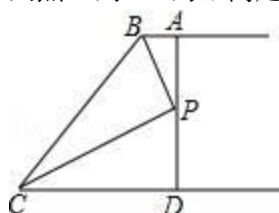
【分析】直接利用众数的定义分析得出答案.

【解答】解: $\because$ 数据 1, 2, 3, 4, 4, 5 中, 4 出现的次数最多,

$\therefore$ 这组数据的众数是: 4.

故选: D.

6. 如图, $AB \parallel CD$, BP 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$, AD 过点 P , 且与 AB 垂直. 若 $AD=8$, 则点 P 到 BC 的距离是 ()



A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

【考点】角平分线的性质.

【分析】过点 P 作 $PE \perp BC$ 于 E , 根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 $PA=PE$, $PD=PE$, 那么 $PE=PA=PD$, 又 $AD=8$, 进而求出 $PE=4$.

【解答】解: 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于 E ,

$\because AB \parallel CD$, $PA \perp AB$,

$\therefore PD \perp CD$,

$\because BP$ 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$,

$\therefore PA=PE$, $PD=PE$,

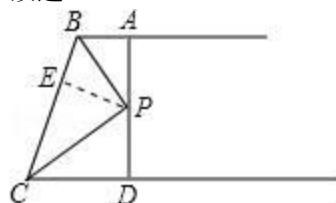
$\therefore PE=PA=PD$,

$\because PA+PD=AD=8$,

$\therefore PA=PD=4$,

$\therefore PE=4$.

故选 C.



7. 有一枚均匀的正方体骰子，骰子各个面上的点数分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 若任意抛掷一次骰子，朝上的面的点数记为 x ，计算 $|x - 4|$ ，则其结果恰为 2 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】列表法与树状图法；绝对值；概率的意义.

【分析】先求出绝对值方程 $|x - 4| = 2$ 的解，即可解决问题.

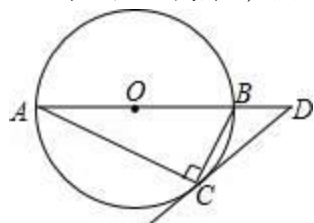
【解答】解： $\because |x - 4| = 2$,

$\therefore x = 2$ 或 6.

$\therefore$ 其结果恰为 2 的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故选 C.

8. 如图，圆 O 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 25^\circ$ ，过点 C 作圆 O 的切线，交 AB 的延长线于点 D，则 $\angle D$ 的度数是 ()



- A. 25° B. 40° C. 50° D. 65°

【考点】切线的性质；圆周角定理.

【分析】首先连接 OC，由 $\angle A = 25^\circ$ ，可求得 $\angle BOC$ 的度数，由 CD 是圆 O 的切线，可得 $OC \perp CD$ ，继而求得答案.

【解答】解：连接 OC，

$\because$ 圆 O 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore AB$ 是直径，

$\because \angle A = 25^\circ$ ，

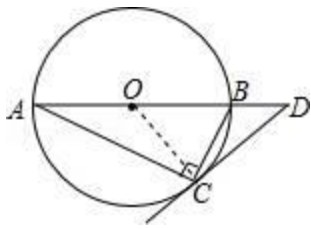
$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 50^\circ$ ，

$\because CD$ 是圆 O 的切线，

$\therefore OC \perp CD$ ，

$\therefore \angle D = 90^\circ - \angle BOC = 40^\circ$.

故选 B.



9. 定义：若点 $P(a, b)$ 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，将以 a 为二次项系数， b 为一次项系数构造的二次函数 $y = ax^2 + bx$ 称为函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“派生函数”. 例如：点 $(2, \frac{1}{2})$ 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，则函数 $y = 2x^2 + \frac{1}{2}x$ 称为函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“派生函数”. 现给出以下两个命题：

- (1) 存在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“派生函数”，其图象的对称轴在 y 轴的右侧
- (2) 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的所有“派生函数”，的图象都经过同一点，下列判断正确的是 ()

- A. 命题 (1) 与命题 (2) 都是真命题
- B. 命题 (1) 与命题 (2) 都是假命题
- C. 命题 (1) 是假命题，命题 (2) 是真命题
- D. 命题 (1) 是真命题，命题 (2) 是假命题

【考点】命题与定理.

【分析】(1) 根据二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的性质 a 、 b 同号对称轴在 y 轴左侧， a 、 b 异号对称轴在 y 轴右侧即可判断.

(2) 根据“派生函数” $y = ax^2 + bx$ ， $x=0$ 时， $y=0$ ，经过原点，不能得出结论.

【解答】解：(1) $\because P(a, b)$ 在 $y = \frac{1}{x}$ 上，

$\therefore a$ 和 b 同号，所以对称轴在 y 轴左侧，

$\therefore$ 存在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“派生函数”，其图象的对称轴在 y 轴的右侧是假命题.

(2) $\because$ 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的所有“派生函数”为 $y = ax^2 + bx$ ，

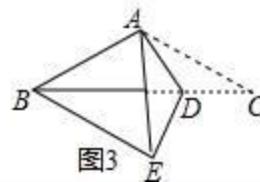
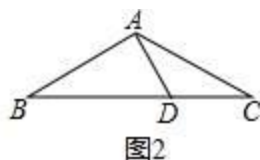
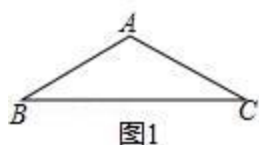
$\therefore x=0$ 时， $y=0$ ，

$\therefore$ 所有“派生函数”为 $y = ax^2 + bx$ 经过原点，

$\therefore$ 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的所有“派生函数”，的图象都经过同一点，是真命题.

故选 C.

10. 如图 1，在等腰三角形 ABC 中， $AB=AC=4$ ， $BC=7$. 如图 2，在底边 BC 上取一点 D ，连结 AD ，使得 $\angle DAC = \angle ACD$. 如图 3，将 $\triangle ACD$ 沿着 AD 所在直线折叠，使得点 C 落在点 E 处，连结 BE ，得到四边形 $ABED$. 则 BE 的长是 ()



A. 4 B. $\frac{17}{4}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$

【考点】翻折变换（折叠问题）；四点共圆；等腰三角形的性质；相似三角形的判定与性质.

【分析】只要证明 $\triangle ABD \sim \triangle MBE$ ，得 $\frac{AB}{BM} = \frac{BD}{BE}$ ，只要求出 BM、BD 即可解决问题.

【解答】解： $\because AB=AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle CAD \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{AC},$$

$$\therefore \frac{4}{7} = \frac{CD}{4},$$

$$\therefore CD = \frac{16}{7}, \quad BD = BC - CD = \frac{33}{7},$$

$$\therefore \angle DAM = \angle DAC = \angle DBA, \quad \angle ADM = \angle ADB,$$

$$\therefore \triangle ADM \sim \triangle BDA,$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{DM}{DA} = \frac{16}{7} = \frac{DM}{16},$$

$$\therefore DM = \frac{16^2}{33 \times 7}, \quad MB = BD - DM = \frac{33^2 - 16^2}{7 \times 33},$$

$$\therefore \angle ABM = \angle C = \angle MED,$$

$$\therefore A、B、E、D \text{ 四点共圆},$$

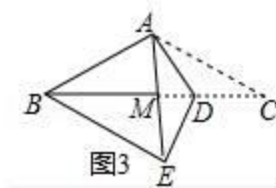
$$\therefore \angle ADB = \angle BEM, \quad \angle EBM = \angle EAD = \angle ABD,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle MBE,$$

$$\therefore \frac{AB}{BM} = \frac{BD}{BE},$$

$$\therefore BE = \frac{BM \cdot BD}{AB} = \frac{\frac{33^2 - 16^2}{7 \times 33} \times \frac{33}{7}}{4} = \frac{17}{4}.$$

故选 B.



二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 数 5 的相反数是 -5.

【考点】相反数.

【分析】直接利用相反数的概念: 只有符号不同的两个数叫做互为相反数, 进而得出答案.

【解答】解: 数 5 的相反数是: -5.

故答案为: -5.

12. 方程 $\frac{2x-1}{x-3}=1$ 的根是 $x=\underline{-2}$.

【考点】分式方程的解.

【分析】把分式方程转化成整式方程, 求出整式方程的解, 再代入 $x-3$ 进行检验即可.

【解答】解: 两边都乘以 $x-3$, 得: $2x-1=x-3$,

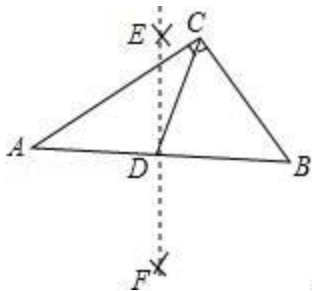
解得: $x=-2$,

检验: 当 $x=-2$ 时, $x-3=-5 \neq 0$,

故方程的解为 $x=-2$,

故答案为: -2.

13. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=6$, $AC=8$, 分别以点 A, B 为圆心, 大于线段 AB 长度一半的长为半径作弧, 相交于点 E, F, 过点 E, F 作直线 EF, 交 AB 于点 D, 连结 CD, 则 CD 的长是 5.



【考点】作图—基本作图; 直角三角形斜边上的中线; 勾股定理.

【分析】首先说明 $AD=DB$, 利用直角三角形斜边中线等于斜边一半, 即可解决问题.

【解答】解: 由题意 EF 是线段 AB 的垂直平分线,

$\therefore AD=DB$,

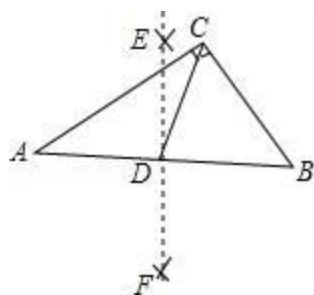
$\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB=90^\circ$, $BC=6$, $AC=8$,

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$,

$\therefore AD=DB$, $\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=5$.

故答案为 5.



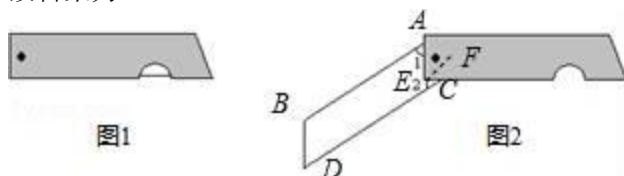
14. 如图 1 是我们常用的折叠式小刀，图 2 中刀柄外形是一个矩形挖去一个小半圆，其中刀片的两条边缘线可看成两条平行的线段，转动刀片时会形成如图 2 所示的 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ ，则 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数和是 90 度.



【考点】平行线的性质.

【分析】如图 2， $AB \parallel CD$ ， $\angle AEC = 90^\circ$ ，作 $EF \parallel AB$ ，根据平行线的传递性得到 $EF \parallel CD$ ，则根据平行线的性质得 $\angle 1 = \angle AEF$ ， $\angle 2 = \angle CEF$ ，所以 $\angle 1 + \angle 2 = \angle AEC = 90^\circ$.

【解答】解：如图 2， $AB \parallel CD$ ， $\angle AEC = 90^\circ$ ，
作 $EF \parallel AB$ ，则 $EF \parallel CD$ ，
所以 $\angle 1 = \angle AEF$ ， $\angle 2 = \angle CEF$ ，
所以 $\angle 1 + \angle 2 = \angle AEF + \angle CEF = \angle AEC = 90^\circ$.
故答案为 90.



15. 已知四个有理数 a ， b ， x ， y 同时满足以下关系式： $b > a$ ， $x + y = a + b$ ， $y - x < a - b$. 请将这四个有理数按从小到大的顺序用 “ $<$ ” 连接起来是 $y < a < b < x$.

【考点】有理数大小比较.

【分析】由 $x + y = a + b$ 得出 $y = a + b - x$ ， $x = a + b - y$ ，求出 $b < x$ ， $y < a$ ，即可得出答案.

【解答】解： $\because x + y = a + b$ ，

$$\therefore y = a + b - x, \quad x = a + b - y,$$

把 $y = a + b - x$ 代入 $y - x < a - b$ 得： $a + b - x - x < a - b$ ，

$$2b < 2x,$$

$$b < x \text{ ①},$$

把 $x = a + b - y$ 代入 $y - x < a - b$ 得： $y - (a + b - y) < a - b$ ，

$$2y < 2a,$$

$$y < a \text{ ②},$$

$$\therefore b > a \text{ ③},$$

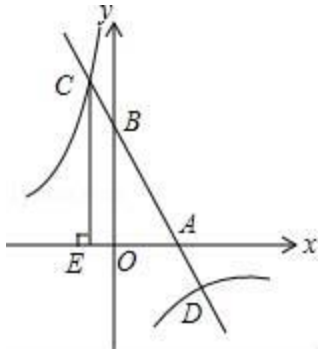
$$\therefore \text{由①②③得: } y < a < b < x,$$

故答案为： $y < a < b < x$.

16. 已知点 P 在一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k<0, b>0$) 的图象上, 将点 P 向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位得到点 Q, 点 Q 也在该函数 $y=kx+b$ 的图象上.

(1) k 的值是 -2;

(2) 如图, 该一次函数的图象分别与 x 轴、 y 轴交于 A, B 两点, 且与反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$ 图象交于 C, D 两点 (点 C 在第二象限内), 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E, 记 S_1 为四边形 CEOB 的面积, S_2 为 $\triangle OAB$ 的面积, 若 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{9}$, 则 b 的值是 $3\sqrt{2}$.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题; 反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】 (1) 设出点 P 的坐标, 根据平移的特性写出点 Q 的坐标, 由点 P、Q 均在一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k<0, b>0$) 的图象上, 即可得出关于 k, m, n, b 的四元一次方程组, 两式做差即可得出 k 值;

(2) 根据 $BO \perp x$ 轴, $CE \perp x$ 轴可以找出 $\triangle AOB \sim \triangle AEC$, 再根据给定图形的面积比即可得出 $\frac{AO}{AE} = \frac{BO}{CE} = \frac{3}{4}$, 根据一次函数的解析式可以用含 b 的代数式表示出来线段 AO、BO, 由此即可得出线段 CE、AE 的长度, 利用 $OE = AE - AO$ 求出 OE 的长度, 再借助于反比例函数系数 k 的几何意义即可得出关于 b 的一元二次方程, 解方程即可得出结论.

【解答】 解: (1) 设点 P 的坐标为 (m, n) , 则点 Q 的坐标为 $(m-1, n+2)$,

依题意得:
$$\begin{cases} n = km + b \\ n + 2 = k(m-1) + b \end{cases}$$

解得: $k = -2$.

故答案为: -2 .

(2) $\because BO \perp x$ 轴, $CE \perp x$ 轴,

$\therefore BO \parallel CE$,

$\therefore \triangle AOB \sim \triangle AEC$.

又 $\because \frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{9}$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{9}{7+9} = \frac{9}{16}.$$

令一次函数 $y = -2x + b$ 中 $x=0$, 则 $y=b$,

$\therefore BO=b$;

令一次函数 $y = -2x + b$ 中 $y = 0$, 则 $0 = -2x + b$,

解得: $x = \frac{b}{2}$, 即 $AO = \frac{b}{2}$.

$\because \triangle AOB \sim \triangle AEC$, 且 $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{9}{16}$,

$$\therefore \frac{AO}{AE} = \frac{BO}{CE} = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore AE = \frac{4}{3}AO = \frac{2}{3}b, \quad CE = \frac{4}{3}BO = \frac{4}{3}b, \quad OE = AE - AO = \frac{1}{6}b.$$

$$\because OE \cdot CE = 4, \text{ 即 } \frac{2}{9}b^2 = 4,$$

解得: $b = 3\sqrt{2}$, 或 $b = -3\sqrt{2}$ (舍去).

故答案为: $3\sqrt{2}$.

三、解答题 (本题有 8 小题, 共 66 分)

17. 计算: $\tan 45^\circ - \sin 30^\circ + (2 - \sqrt{2})^0$.

【考点】实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质分析得出答案.

【解答】解: 原式 $= 1 - \frac{1}{2} + 1$

$$= \frac{3}{2}.$$

18. 当 $a = 3$, $b = -1$ 时, 求下列代数式的值.

(1) $(a+b)(a-b)$;

(2) $a^2 + 2ab + b^2$.

【考点】代数式求值.

【分析】(1) 把 a 与 b 的值代入计算即可求出值;

(2) 原式利用完全平方公式变形, 将 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

【解答】解: (1) 当 $a = 3$, $b = -1$ 时, 原式 $= 2 \times 4 = 8$;

(2) 当 $a = 3$, $b = -1$ 时, 原式 $= (a+b)^2 = 2^2 = 4$.

19. 湖州市菱湖镇某养鱼专业户准备挖一个面积为 2000 平方米的长方形鱼塘.

(1) 求鱼塘的长 y (米) 关于宽 x (米) 的函数表达式;

(2) 由于受场地的限制, 鱼塘的宽最多只能挖 20 米, 当鱼塘的宽是 20 米, 鱼塘的长为多少米?

【考点】反比例函数的应用.

【分析】(1) 根据矩形的面积 = 长 $\times$ 宽, 列出 y 与 x 的函数表达式即可;

(2) 把 $x = 20$ 代入计算求出 y 的值, 即可得到结果.

【解答】解: (1) 由长方形面积为 2000 平方米, 得到 $xy = 2000$, 即 $y = \frac{2000}{x}$;

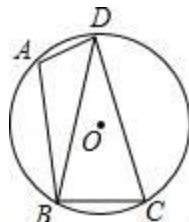
(2) 当 $x = 20$ (米) 时, $y = \frac{2000}{20} = 100$ (米),

则当鱼塘的宽是 20 米时，鱼塘的长为 100 米.

20. 如图，已知四边形 ABCD 内接于圆 O，连结 BD， $\angle BAD=105^\circ$ ， $\angle DBC=75^\circ$.

(1) 求证：BD=CD；

(2) 若圆 O 的半径为 3，求 $\widehat{BC}$ 的长.



【考点】 圆内接四边形的性质；弧长的计算.

【分析】 (1) 直接利用圆周角定理得出 $\angle DCB$ 的度数，再利用 $\angle DCB=\angle DBC$ 求出答案；

(2) 首先求出 $\widehat{BC}$ 的度数，再利用弧长公式直接求出答案.

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 ABCD 内接于圆 O，

$$\therefore \angle DCB+\angle BAD=180^\circ,$$

$$\because \angle BAD=105^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB=180^\circ-105^\circ=75^\circ,$$

$$\because \angle DBC=75^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB=\angle DBC=75^\circ,$$

$$\therefore BD=CD;$$

(2) 解： $\because \angle DCB=\angle DBC=75^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDC=30^\circ,$$

由圆周角定理，得， $\widehat{BC}$ 的度数为： 60° ，

$$\text{故 } \widehat{BC} = \frac{n\pi R}{180} = \frac{60\pi \times 3}{180} = \pi,$$

答： $\widehat{BC}$ 的长为 π .

21. 中华文明，源远流长；中华诗词，寓意深广. 为了传承优秀传统文化，我市某校团委组织了一次全校 2000 名学生参加的“中国诗词大会”海选比赛，赛后发现所有参赛学生的成绩均不低于 50 分，为了更好地了解本次海选比赛的成绩分布情况，随机抽取了其中 200 名学生的海选比赛成绩（成绩 x 取整数，总分 100 分）作为样本进行整理，得到下列统计图表：抽取的 200 名学生海选成绩分组表

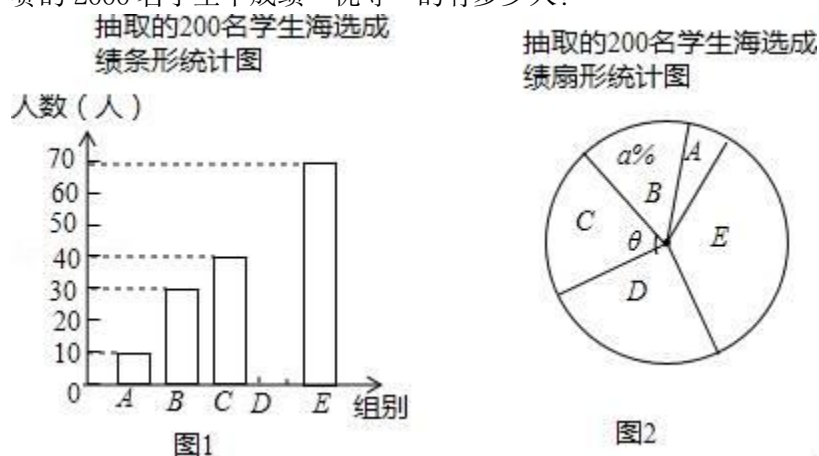
组别	海选成绩 x
A 组	$50 \leq x < 60$
B 组	$60 \leq x < 70$
C 组	$70 \leq x < 80$
D 组	$80 \leq x < 90$
E 组	$90 \leq x < 100$

请根据所给信息，解答下列问题：

(1) 请把图 1 中的条形统计图补充完整；（温馨提示：请画在答题卷相对应的图上）

(2) 在图 2 的扇形统计图中，记表示 B 组人数所占的百分比为 $a\%$ ，则 a 的值为 15，表示 C 组扇形的圆心角 θ 的度数为 72 度；

(3) 规定海选成绩在 90 分以上（包括 90 分）记为“优等”，请估计该校参加这次海选比赛的 2000 名学生中成绩“优等”的有多少人？



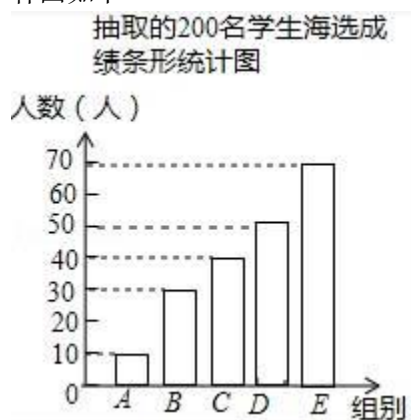
【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】 (1) 用随机抽取的总人数减去 A、B、C、E 组的人数，求出 D 组的人数，从而补全统计图；

(2) 用 B 组抽查的人数除以总人数，即可求出 a ；用 360 乘以 C 组所占的百分比，求出 C 组扇形的圆心角 θ 的度数；

(3) 用该校参加这次海选比赛的总人数乘以成绩在 90 分以上（包括 90 分）所占的百分比，即可得出答案.

【解答】 解：(1) D 的人数是： $200 - 10 - 30 - 40 - 70 = 50$ （人），补图如下：



(2) B 组人数所占的百分比是 $\frac{30}{200} \times 100\% = 15\%$,

则 a 的值是 15；

C 组扇形的圆心角 θ 的度数为 $360 \times \frac{40}{200} = 72^\circ$ ；

故答案为：15，72；

(3) 根据题意得：

$$2000 \times \frac{70}{200} = 700 \text{ (人)},$$

答：估计该校参加这次海选比赛的 2000 名学生中成绩“优秀”的有 700 人。

22. 随着某市养老机构（养老机构指社会福利院、养老院、社区养老中心等）建设稳步推进，拥有的养老床位不断增加。

(1) 该市的养老床位数从 2013 年底的 2 万个增长到 2015 年底的 2.88 万个，求该市这两年（从 2013 年度到 2015 年底）拥有的养老床位数的平均年增长率；

(2) 若该市某社区今年准备新建一养老中心，其中规划建造三类养老专用房间共 100 间，这三类养老专用房间分别为单人间（1 个养老床位），双人间（2 个养老床位），三人间（3 个养老床位），因实际需要，单人间房间数在 10 至 30 之间（包括 10 和 30），且双人间的房间数是单人间的 2 倍，设规划建造单人间的房间数为 t 。

①若该养老中心建成后可提供养老床位 200 个，求 t 的值；

②求该养老中心建成后最多提供养老床位多少个？最少提供养老床位多少个？

【考点】一次函数的应用；一元一次方程的应用；一元二次方程的应用。

【分析】(1) 设该市这两年（从 2013 年度到 2015 年底）拥有的养老床位数的平均年增长率为 x ，根据“2015 年的床位数=2013 年的床位数 $\times$ (1+增长率) 的平方”可列出关于 x 的一元二次方程，解方程即可得出结论；

(2) ①设规划建造单人间的房间数为 t ($10 \leq t \leq 30$)，则建造双人间的房间数为 $2t$ ，三人间的房间数为 $100 - 3t$ ，根据“可提供的床位数=单人间数+2 倍的双人间数+3 倍的三人间数”即可得出关于 t 的一元一次方程，解方程即可得出结论；

②设该养老中心建成后能提供养老床位 y 个，根据“可提供的床位数=单人间数+2 倍的双人间数+3 倍的三人间数”即可得出 y 关于 t 的函数关系式，根据一次函数的性质结合 t 的取值范围，即可得出结论。

【解答】解：(1) 设该市这两年（从 2013 年度到 2015 年底）拥有的养老床位数的平均年增长率为 x ，由题意可列出方程：

$$2(1+x)^2 = 2.88,$$

解得： $x_1 = 0.2 = 20\%$ ， $x_2 = -2.2$ （不合题意，舍去）。

答：该市这两年拥有的养老床位数的平均年增长率为 20%。

(2) ①设规划建造单人间的房间数为 t ($10 \leq t \leq 30$)，则建造双人间的房间数为 $2t$ ，三人间的房间数为 $100 - 3t$ ，

由题意得： $t + 4t + 3 = 200$ ，

解得： $t = 25$ 。

答： t 的值是 25。

②设该养老中心建成后能提供养老床位 y 个，

由题意得： $y = t + 4t + 3 = -4t + 300$ ($10 \leq t \leq 30$)，

$\because k = -4 < 0$ ，

$\therefore y$ 随 t 的增大而减小。

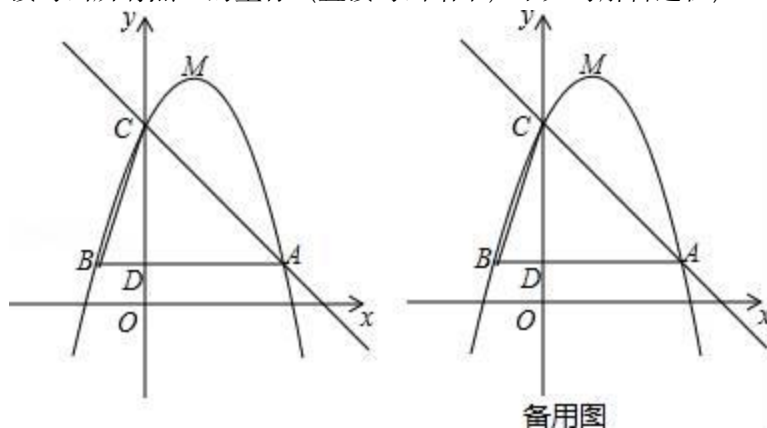
当 $t = 10$ 时， y 的最大值为 $300 - 4 \times 10 = 260$ (个)，

当 $t = 30$ 时， y 的最小值为 $300 - 4 \times 30 = 180$ (个)。

答：该养老中心建成后最多提供养老床位 260 个，最少提供养老床位 180 个。

23. 如图，已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ (b, c 为常数) 的图象经过点 A (3, 1)，点 C (0, 4)，顶点为点 M，过点 A 作 $AB \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 D，交该二次函数图象于点 B，连结 BC。

- (1) 求该二次函数的解析式及点 M 的坐标；
- (2) 若将该二次函数图象向下平移 m ($m > 0$) 个单位，使平移后得到的二次函数图象的顶点落在 $\triangle ABC$ 的内部 (不包括 $\triangle ABC$ 的边界)，求 m 的取值范围；
- (3) 点 P 是直线 AC 上的动点，若点 P，点 C，点 M 所构成的三角形与 $\triangle BCD$ 相似，请直接写出所有点 P 的坐标 (直接写出结果，不必写解答过程)。



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 将点 A、点 C 的坐标代入函数解析式，即可求出 b 、 c 的值，通过配方法得到点 M 的坐标；

(2) 点 M 是沿着对称轴直线 $x=1$ 向下平移的，可先求出直线 AC 的解析式，将 $x=1$ 代入求出点 M 在向下平移时与 AC、AB 相交时 y 的值，即可得到 m 的取值范围；

(3) 由题意分析可得 $\angle MCP=90^\circ$ ，则若 $\triangle PCM$ 与 $\triangle BCD$ 相似，则要进行分类讨论，分成 $\triangle PCM \sim \triangle BDC$ 或 $\triangle PCM \sim \triangle CDB$ 两种，然后利用边的对应比值求出点坐标.

【解答】 解：(1) 把点 A (3, 1)，点 C (0, 4) 代入二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 得，

$$\begin{cases} -3^2 + 3b + c = 1 \\ c = 4 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} b = 2 \\ c = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数解析式为 $y = -x^2 + 2x + 4$,

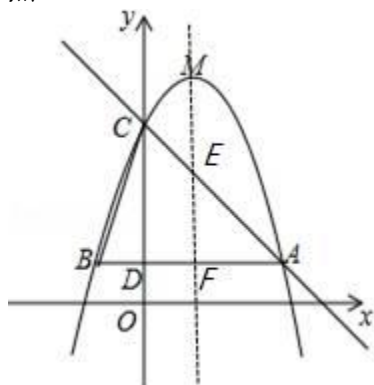
配方得 $y = -(x-1)^2 + 5$,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 (1, 5)；

(2) 设直线 AC 解析式为 $y = kx + b$ ，把点 A (3, 1)，C (0, 4) 代入得，

$$\begin{cases} 3k + b = 1 \\ b = 4 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} k = -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

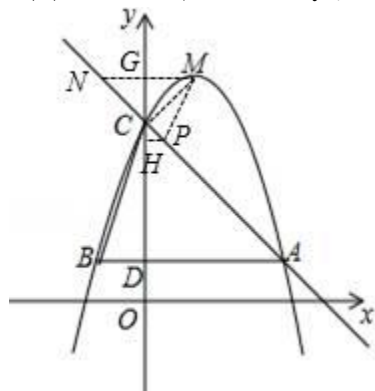
$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = -x + 4$ ，如图所示，对称轴直线 $x=1$ 与 $\triangle ABC$ 两边分别交于点 E、点 F



把 $x=1$ 代入直线 AC 解析式 $y=-x+4$ 解得 $y=3$, 则点 E 坐标为 $(1, 3)$, 点 F 坐标为 $(1, 1)$

$\therefore 1 < 5-m < 3$, 解得 $2 < m < 4$;

(3) 连接 MC, 作 $MG \perp y$ 轴并延长交 AC 于点 N, 则点 G 坐标为 $(0, 5)$



$\therefore MG=1, GC=5-4=1$

$\therefore MC = \sqrt{MG^2 + GC^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,

把 $y=5$ 代入 $y=-x+4$ 解得 $x=-1$, 则点 N 坐标为 $(-1, 5)$,

$\therefore NG=GC, GM=GC$,

$\therefore \angle NCG = \angle GCM = 45^\circ$,

$\therefore \angle NCM = 90^\circ$,

由此可知, 若点 P 在 AC 上, 则 $\angle MCP = 90^\circ$, 则点 D 与点 C 必为相似三角形对应点

①若有 $\triangle PCM \sim \triangle BDC$, 则有 $\frac{MC}{CP} = \frac{CD}{BD}$

$\therefore BD=1, CD=3$,

$\therefore CP = \frac{MC \cdot BD}{CD} = \frac{\sqrt{2} \times 1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}$,

$\therefore CD=DA=3$,

$\therefore \angle DCA = 45^\circ$,

若点 P 在 y 轴右侧, 作 $PH \perp y$ 轴,

$\therefore \angle PCH = 45^\circ, CP = \frac{\sqrt{2}}{3}$

$\therefore PH = \frac{\sqrt{2}}{3} \div \sqrt{2} = \frac{1}{3}$

把 $x = \frac{1}{3}$ 代入 $y = -x + 4$, 解得 $y = \frac{11}{3}$,

$\therefore P_1 \left(\frac{1}{3}, \frac{11}{3} \right)$;

同理可得, 若点 P 在 y 轴左侧, 则把 $x = -\frac{1}{3}$ 代入 $y = -x + 4$, 解得 $y = \frac{13}{3}$

$\therefore P_2 \left(-\frac{1}{3}, \frac{13}{3} \right)$;

②若有 $\triangle PCM \sim \triangle CDB$, 则有 $\frac{MC}{CP} = \frac{BD}{CD}$

$$\therefore CP = \frac{\sqrt{2} \times 3}{1} = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore PH = 3\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 3,$$

若点 P 在 y 轴右侧, 把 $x=3$ 代入 $y=-x+4$, 解得 $y=1$;

若点 P 在 y 轴左侧, 把 $x=-3$ 代入 $y=-x+4$, 解得 $y=7$

$$\therefore P_3(3, 1); P_4(-3, 7).$$

$\therefore$ 所有符合题意得点 P 坐标有 4 个, 分别为 $P_1(\frac{1}{3}, \frac{11}{3})$, $P_2(-\frac{1}{3}, \frac{13}{3})$, $P_3(3, 1)$,

$$P_4(-3, 7).$$

24. 数学活动课上, 某学习小组对有一内角为 120° 的平行四边形 ABCD ($\angle BAD=120^\circ$) 进行探究: 将一块含 60° 的直角三角板如图放置在平行四边形 ABCD 所在平面内旋转, 且 60° 角的顶点始终与点 C 重合, 较短的直角边和斜边所在的两直线分别交线段 AB, AD 于点 E, F (不包括线段的端点).

(1) 初步尝试

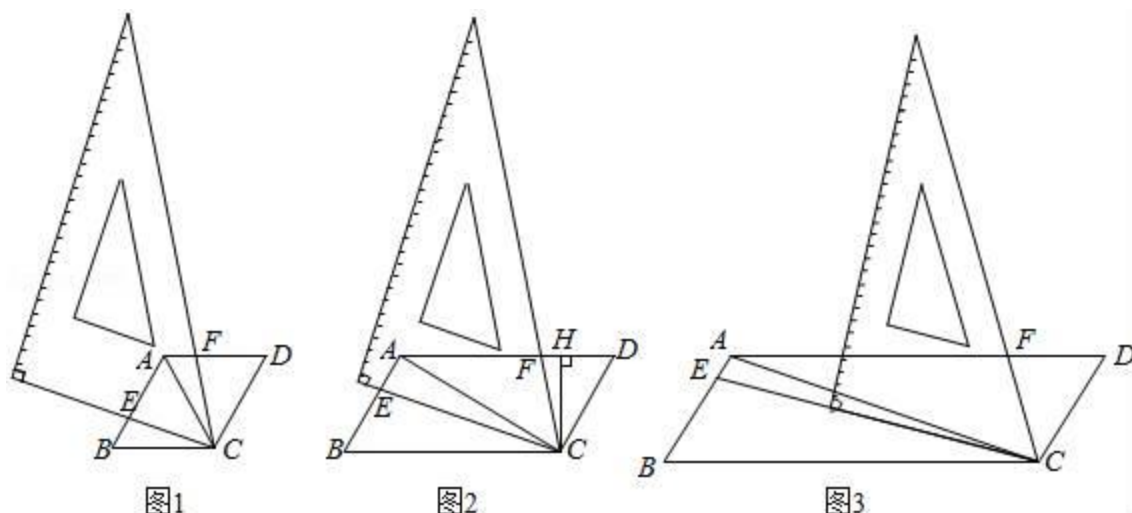
如图 1, 若 $AD=AB$, 求证: ① $\triangle BCE \cong \triangle ACF$, ② $AE+AF=AC$;

(2) 类比发现

如图 2, 若 $AD=2AB$, 过点 C 作 $CH \perp AD$ 于点 H, 求证: $AE=2FH$;

(3) 深入探究

如图 3, 若 $AD=3AB$, 探究得: $\frac{AE+3AF}{AC}$ 的值为常数 t, 则 $t = \frac{\sqrt{7}}{2}$.



【考点】 几何变换综合题.

【分析】 (1) ①先证明 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 都是等边三角形, 再证明 $\angle BCE = \angle ACF$ 即可解决问题. ②根据①的结论得到 $BE=AF$, 由此即可证明.

(2) 设 $DH=x$, 由由题意, $CD=2x$, $CH = \frac{\sqrt{3}}{2}x$, 由 $\triangle ACE \sim \triangle HCF$, 得 $\frac{AE}{FH} = \frac{AC}{CH}$ 此即可证明.

(3) 如图 3 中, 作 $CN \perp AD$ 于 N, $CM \perp BA$ 于 M, CM 与 AD 交于点 H. 先证明 $\triangle CFN \sim \triangle CEM$, 得 $\frac{CN}{CM} = \frac{FN}{EM}$, 由 $AB \cdot CM = AD \cdot CN$, $AD=3AB$, 推出 $CM=3CN$, 所以 $\frac{CN}{CM} = \frac{FN}{EM} = \frac{1}{3}$, 设 $CN=a$, $FN=b$,

则 $CM=3a$, $EM=3b$, 想办法求出 AC , $AE+3AF$ 即可解决问题.

【解答】 解: (1) ① $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形, $\angle BAD=120^\circ$,

$\therefore \angle D = \angle B = 60^\circ$,
 $\because AD = AB$,
 $\therefore \triangle ABC, \triangle ACD$ 都是等边三角形,
 $\therefore \angle B = \angle CAD = 60^\circ, \angle ACB = 60^\circ, BC = AC$,
 $\because \angle ECF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BCE + \angle ACE = \angle ACF + \angle ACE = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BCE = \angle ACF$,

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle ACF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle CAF \\ BC = AC \\ \angle BCE = \angle ACF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle ACF$.

② $\because \triangle BCE \cong \triangle ACF$,

$\therefore BE = AF$,
 $\therefore AE + AF = AE + BE = AB = AC$.

(2) 设 $DH = x$, 由题意, $CD = 2x, CH = \sqrt{3}x$,

$\therefore AD = 2AB = 4x$,
 $\therefore AH = AD - DH = 3x$,
 $\because CH \perp AD$,
 $\therefore AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = 2\sqrt{3}x$,

$\therefore AC^2 + CD^2 = AD^2$,
 $\therefore \angle ACD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = \angle ACD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CAD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ACH = 60^\circ$,
 $\because \angle ECF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle HCF = \angle ACE$,
 $\therefore \triangle ACE \sim \triangle HCF$,
 $\therefore \frac{AE}{FH} = \frac{AC}{CH} = 2$,

$\therefore AE = 2FH$.

(3) 如图 3 中, 作 $CN \perp AD$ 于 N , $CM \perp BA$ 于 M , CM 与 AD 交于点 H .

$\because \angle ECF + \angle EAF = 180^\circ$,
 $\therefore \angle AEC + \angle AFC = 180^\circ$,
 $\therefore \angle AFC + \angle CFN = 180^\circ$,
 $\therefore \angle CFN = \angle AEC, \because \angle M = \angle CNF = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle CFN \sim \triangle CEM$,
 $\therefore \frac{CN}{CM} = \frac{FN}{EM}$,

$\therefore AB \cdot CM = AD \cdot CN, AD = 3AB$,

$\therefore CM = 3CN$,

$\therefore \frac{CN}{CM} = \frac{FN}{EM} = \frac{1}{3}$, 设 $CN = a, FN = b$, 则 $CM = 3a, EM = 3b$,

$$\because \angle MAH = 60^\circ, \quad \angle M = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AHM = \angle CHN = 30^\circ,$$

$$\therefore HC=2a, HM=a, HN=\sqrt{3}a,$$

$$\therefore AM = \frac{\sqrt{3}}{3}a, \quad AH = \frac{2\sqrt{3}}{3}a,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AM^2 + CM^2} = \frac{2\sqrt{21}}{3}a,$$

$$AE+3AF= (EM-AM) +3 (AH+HN-FN) =EM-AM+3AH+3HN-3FN=3AH+3HN-$$

$$AM = \frac{14\sqrt{3}}{3}a,$$

$$\therefore \frac{\frac{AE+3AF}{AC} \cdot \frac{14\sqrt{3}}{3}a}{\frac{2\sqrt{21}}{3}a} = \sqrt{7}$$

故答案为 $\sqrt{7}$.

