

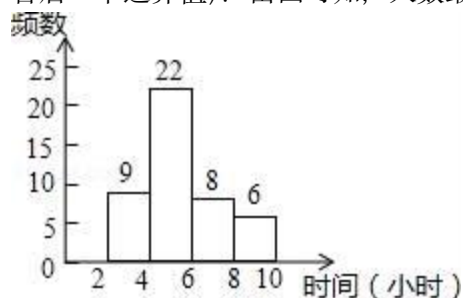
2016 年浙江省温州市中考数学试卷

一、(共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题意的，请把正确的选项填在题后的括号内)

1. 计算 $(+5) + (-2)$ 的结果是 ()

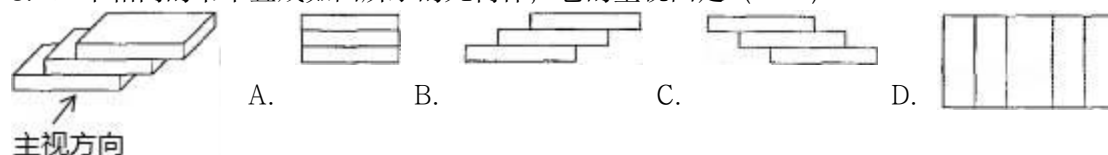
A. 7 B. -7 C. 3 D. -3

2. 如图是九 (1) 班 45 名同学每周课外阅读时间的频数直方图 (每组含前一个边界值，不含后一个边界值). 由图可知，人数最多的一组是 ()



A. 2~4 小时 B. 4~6 小时 C. 6~8 小时 D. 8~10 小时

3. 三本相同的书本叠成如图所示的几何体，它的主视图是 ()



4. 已知甲、乙两数的和是 7，甲数是乙数的 2 倍. 设甲数为 x ，乙数为 y ，根据题意，列方程组正确的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=7 \\ x=2y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=7 \\ y=2x \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+2y=7 \\ x=2y \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x+y=7 \\ y=2x \end{cases}$

5. 若分式 $\frac{x-2}{x+3}$ 的值为 0，则 x 的值是 ()

A. -3 B. -2 C. 0 D. 2

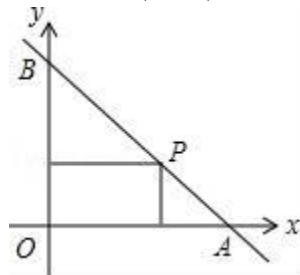
6. 一个不透明的袋中，装有 2 个黄球、3 个红球和 5 个白球，它们除颜色外都相同. 从袋中任意摸出一个球，是白球的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

7. 六边形的内角和是 ()

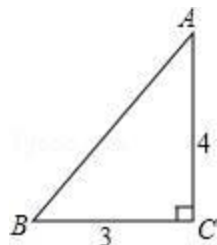
A. 540° B. 720° C. 900° D. 1080°

8. 如图，一直线与两坐标轴的正半轴分别交于 A, B 两点，P 是线段 AB 上任意一点 (不包括端点)，过 P 分别作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形的周长为 10，则该直线的函数表达式是 ()



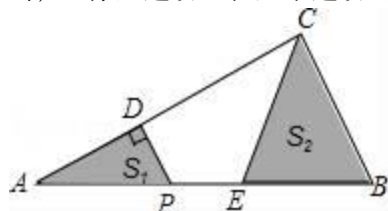
A. $y=x+5$ B. $y=x+10$ C. $y=-x+5$ D. $y=-x+10$

9. 如图，一张三角形纸片 ABC，其中 $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ 。现小林将纸片做三次折叠：第一次使点 A 落在 C 处；将纸片展平做第二次折叠，使点 B 落在 C 处；再将纸片展平做第三次折叠，使点 A 落在 B 处。这三次折叠的折痕长依次记为 a, b, c，则 a, b, c 的大小关系是 ()



A. $c > a > b$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=2$ 。P 是 AB 边上一动点， $PD \perp AC$ 于点 D，点 E 在 P 的右侧，且 $PE=1$ ，连结 CE。P 从点 A 出发，沿 AB 方向运动，当 E 到达点 B 时，P 停止运动。在整个运动过程中，图中阴影部分面积 S_1+S_2 的大小变化情况是 ()



A. 一直减小 B. 一直不变 C. 先减小后增大 D. 先增大后减小

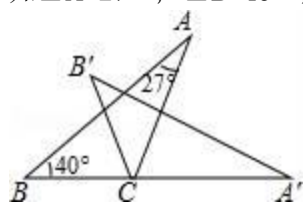
二、填空题 (共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分)

11. 因式分解： $a^2 - 3a =$ _____.

12. 某小组 6 名同学的体育成绩 (满分 40 分) 分别为：36, 40, 38, 38, 32, 35，这组数据的中位数是_____分.

13. 方程组 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$ 的解是_____.

14. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转至 $\triangle A'B'C$ ，使点 A' 落在 BC 的延长线上. 已知 $\angle A=27^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ，则 $\angle ACB' =$ _____度.



15. 七巧板是我们祖先的一项卓越创造，被誉为“东方魔板”，小明利用七巧板 (如图 1 所示) 中各板块的边长之间的关系拼成一个凸六边形 (如图 2 所示)，则该凸六边形的周长是_____cm.

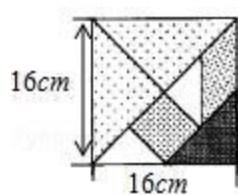


图1

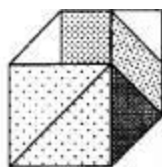
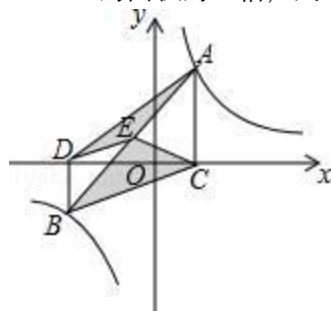


图2

16. 如图, 点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, $AC \perp x$ 轴, $BD \perp x$ 轴, 垂足 C, D 分别在 x 轴的正、负半轴上, $CD = k$, 已知 $AB = 2AC$, E 是 AB 的中点, 且 $\triangle BCE$ 的面积是 $\triangle ADE$ 的面积的 2 倍, 则 k 的值是_____.



三、解答题 (共 8 小题, 满分 80 分)

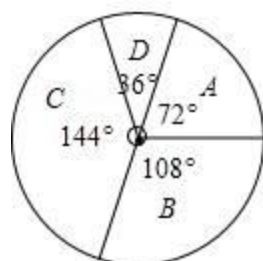
17. (1) 计算: $\sqrt{20} + (-3)^2 - (\sqrt{2} - 1)^0$.
 (2) 化简: $(2+m)(2-m) + m(m-1)$.

18. 为了解学生对“垃圾分类”知识的了解程度, 某学校对本校学生进行抽样调查, 并绘制统计图, 其中统计图中没有标注相应人数的百分比. 请根据统计图回答下列问题:

(1) 求“非常了解”的人数的百分比.

(2) 已知该校共有 1200 名学生, 请估计对“垃圾分类”知识达到“非常了解”和“比较了解”程度的学生共有多少人?

某学校学生“垃圾分类”知识了解程度的统计图

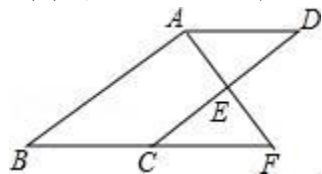


A 非常了解
 B 比较了解
 C 基本了解
 D 不大了解

19. 如图, E 是 $\square ABCD$ 的边 CD 的中点, 延长 AE 交 BC 的延长线于点 F.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle FCE$.

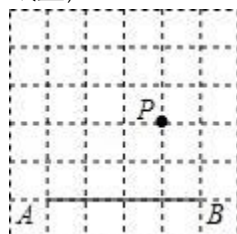
(2) 若 $\angle BAF = 90^\circ$, $BC = 5$, $EF = 3$, 求 CD 的长.



20. 如图, 在方格纸中, 点 A, B, P 都在格点上. 请按要求画出以 AB 为边的格点四边形, 使 P 在四边形内部 (不包括边界上), 且 P 到四边形的两个顶点的距离相等.

(1) 在图甲中画出一个 $\square ABCD$.

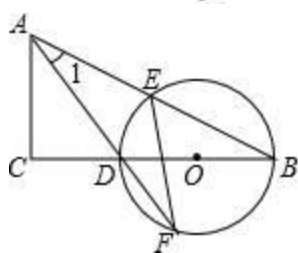
(2) 在图乙中画出一个四边形 ABCD, 使 $\angle D = 90^\circ$, 且 $\angle A \neq 90^\circ$. (注: 图甲、乙在答题纸上)



21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是 BC 边上一点, 以 DB 为直径的 $\odot O$ 经过 AB 的中点 E, 交 AD 的延长线于点 F, 连结 EF.

(1) 求证: $\angle 1 = \angle F$.

(2) 若 $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $EF = 2\sqrt{5}$, 求 CD 的长.



22. 有甲、乙、丙三种糖果混合而成的什锦糖 100 千克, 其中各种糖果的单价和千克数如表所示, 商家用加权平均数来确定什锦糖的单价.

	甲种糖果	乙种糖果	丙种糖果
单价 (元/千克)	15	25	30
千克数	40	40	20

(1) 求该什锦糖的单价.

(2) 为了使什锦糖的单价每千克至少降低 2 元, 商家计划在什锦糖中加入甲、丙两种糖果共 100 千克, 问其中最多可加入丙种糖果多少千克?

23. 如图，抛物线 $y=x^2-mx-3$ ($m>0$) 交 y 轴于点 C ， $CA \perp y$ 轴，交抛物线于点 A ，点 B 在抛物线上，且在第一象限内， $BE \perp y$ 轴，交 y 轴于点 E ，交 AO 的延长线于点 D ， $BE=2AC$ 。

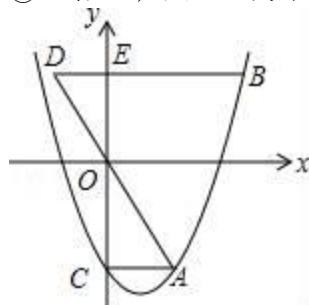
(1) 用含 m 的代数式表示 BE 的长。

(2) 当 $m=\sqrt{3}$ 时，判断点 D 是否落在抛物线上，并说明理由。

(3) 若 $AG \parallel y$ 轴，交 OB 于点 F ，交 BD 于点 G 。

①若 $\triangle DOE$ 与 $\triangle BGF$ 的面积相等，求 m 的值。

②连结 AE ，交 OB 于点 M ，若 $\triangle AMF$ 与 $\triangle BGF$ 的面积相等，则 m 的值是_____。

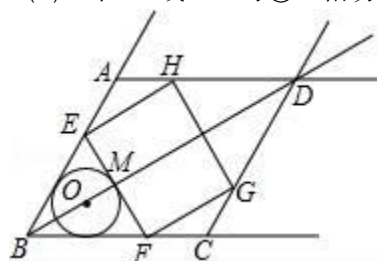


24. 如图，在射线 BA ， BC ， AD ， CD 围成的菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC=60^\circ$ ， $AB=6\sqrt{3}$ ， O 是射线 BD 上一点， $\odot O$ 与 BA ， BC 都相切，与 BO 的延长线交于点 M 。过 M 作 $EF \perp BD$ 交线段 BA (或射线 AD) 于点 E ，交线段 BC (或射线 CD) 于点 F 。以 EF 为边作矩形 $EFGH$ ，点 G ， H 分别在围成菱形的另外两条射线上。

(1) 求证： $BO=2OM$ 。

(2) 设 $EF > HE$ ，当矩形 $EFGH$ 的面积为 $24\sqrt{3}$ 时，求 $\odot O$ 的半径。

(3) 当 HE 或 HG 与 $\odot O$ 相切时，求出所有满足条件的 BO 的长。



2016 年浙江省温州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、(共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题意的, 请把正确的选项填在题后的括号内)

1. 计算 $(+5) + (-2)$ 的结果是 ()

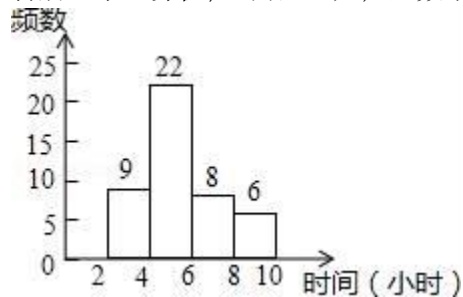
A. 7 B. -7 C. 3 D. -3

【考点】有理数的加法.

【分析】根据有理数的加法运算法则进行计算即可得解.

【解答】解: $(+5) + (-2)$,
 $=+(5-2)$,
 $=3$.
故选 C.

2. 如图是九(1)班 45 名同学每周课外阅读时间的频数直方图(每组含前一个边界值, 不含后一个边界值). 由图可知, 人数最多的一组是 ()



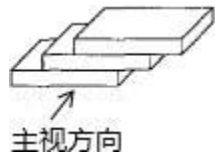
A. 2~4 小时 B. 4~6 小时 C. 6~8 小时 D. 8~10 小时

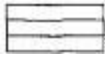
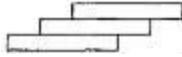
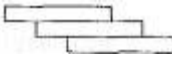
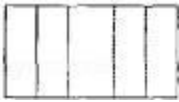
【考点】频数(率)分布直方图.

【分析】根据条形统计图可以得到哪一组的人数最多, 从而可以解答本题.

【解答】解: 由条形统计图可得,
人数最多的一组是 4~6 小时, 频数为 22,
故选 B.

3. 三本相同的书本叠成如图所示的几何体, 它的主视图是 ()

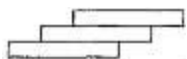


A.  B.  C.  D. 

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】主视图是分别从物体正面看, 所得到的图形.

【解答】解: 观察图形可知, 三本相同的书本叠成如图所示的几何体, 它的主视图是



故选: B.

4. 已知甲、乙两数的和是 7, 甲数是乙数的 2 倍. 设甲数为 x , 乙数为 y , 根据题意, 列方程组正确的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=7 \\ x=2y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=7 \\ y=2x \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+2y=7 \\ x=2y \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x+y=7 \\ y=2x \end{cases}$

【考点】由实际问题抽象出二元一次方程组.

【分析】根据题意可得等量关系: ①甲数+乙数=7, ②甲数=乙数 $\times$ 2, 根据等量关系列出方程组即可.

【解答】解: 设甲数为 x , 乙数为 y , 根据题意,

可列方程组, 得: $\begin{cases} x+y=7 \\ x=2y \end{cases}$,

故选: A.

5. 若分式 $\frac{x-2}{x+3}$ 的值为 0, 则 x 的值是 ()

A. -3 B. -2 C. 0 D. 2

【考点】分式的值为零的条件.

【分析】直接利用分式的值为 0, 则分子为 0, 进而求出答案.

【解答】解: $\because$ 分式 $\frac{x-2}{x+3}$ 的值为 0,

$$\therefore x-2=0,$$

$$\therefore x=2.$$

故选: D.

6. 一个不透明的袋中, 装有 2 个黄球、3 个红球和 5 个白球, 它们除颜色外都相同. 从袋中任意摸出一个球, 是白球的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

【考点】概率公式.

【分析】由题意可得, 共有 10 可能的结果, 其中从口袋中任意摸出一个球是白球的有 5 情况, 利用概率公式即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 从装有 2 个黄球、3 个红球和 5 个白球的袋中任意摸出一个球有 10 种等可能结果,

其中摸出的球是白球的结果有 5 种,

$$\therefore \text{从袋中任意摸出一个球, 是白球的概率是 } \frac{5}{10} = \frac{1}{2},$$

故选: A.

7. 六边形的内角和是 ()

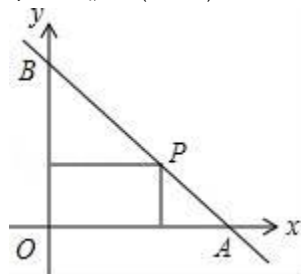
A. 540° B. 720° C. 900° D. 1080°

【考点】多边形内角与外角.

【分析】多边形内角和定理: n 变形的内角和等于 $(n-2) \times 180^\circ$ ($n \geq 3$, 且 n 为整数), 据此计算可得.

【解答】解：由内角和公式可得： $(6-2) \times 180^\circ = 720^\circ$ ，
故迭：B.

8. 如图，一直线与两坐标轴的正半轴分别交于 A, B 两点，P 是线段 AB 上任意一点（不包括端点），过 P 分别作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形的周长为 10，则该直线的函数表达式是（ ）



A. $y=x+5$ B. $y=x+10$ C. $y=-x+5$ D. $y=-x+10$

【考点】待定系数法求一次函数解析式；矩形的性质.

【分析】设 P 点坐标为 (x, y) ，由坐标的意义可知 $PC=x$ ， $PD=y$ ，根据题意可得到 x 、 y 之间的关系式，可得出答案.

【解答】解：

设 P 点坐标为 (x, y) ，如图，过 P 点分别作 $PD \perp x$ 轴， $PC \perp y$ 轴，垂足分别为 D、C，

$\because$ P 点在第一象限，

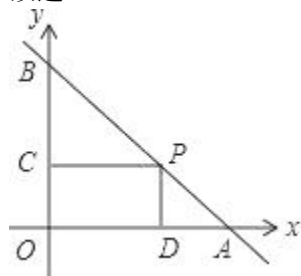
$\therefore PD=y$ ， $PC=x$ ，

$\because$ 矩形 PDOC 的周长为 10，

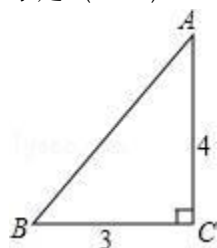
$\therefore 2(x+y) = 10$ ，

$\therefore x+y=5$ ，即 $y=-x+5$ ，

故迭 C.



9. 如图，一张三角形纸片 ABC，其中 $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ 。现小林将纸片做三次折叠：第一次使点 A 落在 C 处；将纸片展平做第二次折叠，使点 B 落在 C 处；再将纸片展平做第三次折叠，使点 A 落在 B 处。这三次折叠的折痕长依次记为 a, b, c，则 a, b, c 的大小关系是（ ）



A. $c > a > b$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

【考点】翻折变换（折叠问题）.

【分析】(1) 图1, 根据折叠得: DE 是线段 AC 的垂直平分线, 由中位线定理的推论可知: DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 得出 DE 的长, 即 a 的长;

(2) 图 2, 同理可得: MN 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 得出 MN 的长, 即 b 的长;

(3) 图 3, 根据折叠得: GH 是线段 AB 的垂直平分线, 得出 AG 的长, 再利用两角对应相等证 $\triangle ACB \sim \triangle AGH$, 利用比例式可求 GH 的长, 即 c 的长.

【解答】解: 第一次折叠如图 1, 折痕为 DE,

由折叠得: $AE=EC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 4=2$, $DE\perp AC$

$$\because \angle ACB=90^\circ$$

$$\therefore DE\parallel BC$$

$$\therefore a=DE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$$

第二次折叠如图 2, 折痕为 MN,

由折叠得: $BN=NC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$, $MN\perp BC$

$$\because \angle ACB=90^\circ$$

$$\therefore MN\parallel AC$$

$$\therefore b=MN=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 4=2$$

第三次折叠如图 3, 折痕为 GH,

由勾股定理得: $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$

由折叠得: $AG=BG=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 5=\frac{5}{2}$, $GH\perp AB$

$$\therefore \angle AGH=90^\circ$$

$$\because \angle A=\angle A, \angle AGH=\angle ACB$$

$$\therefore \triangle ACB\sim\triangle AGH$$

$$\therefore \frac{AC}{AG}=\frac{BC}{GH}$$

$$\therefore \frac{4}{\frac{5}{2}}=\frac{3}{GH}$$

$$\therefore GH=\frac{15}{8}, \text{ 即 } c=\frac{15}{8}$$

$$\because 2>\frac{15}{8}>\frac{3}{2}$$

$$\therefore b>c>a$$

故选 (D)

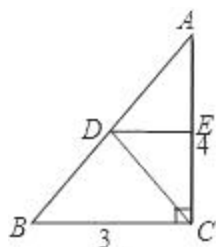


图1

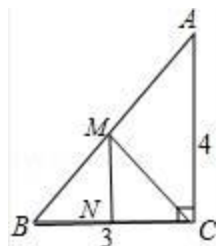


图2

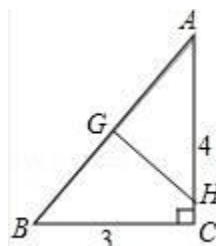
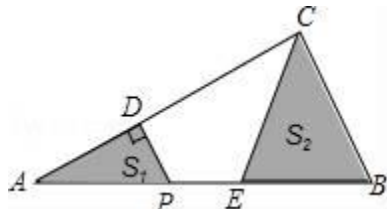


图3

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=2$ 。P是AB边上一动点， $PD \perp AC$ 于点D，点E在P的右侧，且 $PE=1$ ，连结CE。P从点A出发，沿AB方向运动，当E到达点B时，P停止运动。在整个运动过程中，图中阴影部分面积 S_1+S_2 的大小变化情况是（ ）



A. 一直减小 B. 一直不变 C. 先减小后增大 D. 先增大后减小

【考点】动点问题的函数图象.

【分析】设 $PD=x$ ，AB边上的高为 h ，想办法求出AD、 h ，构建二次函数，利用二次函数的性质解决问题即可.

【解答】解：在 $RT\triangle ABC$ 中， $\because \angle ACB=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=2$ ，
 $\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ，设 $PD=x$ ，AB边上的高为 h ，

$$h = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$\because PD \parallel BC$,

$$\therefore \frac{PD}{BC} = \frac{AD}{AC},$$

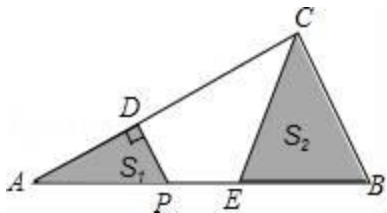
$$\therefore AD = 2x, \quad AP = \sqrt{5}x,$$

$$\therefore S_1+S_2=\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot x+\frac{1}{2}(2\sqrt{5}-1-\sqrt{5}x)\cdot \frac{4\sqrt{5}}{5}=x^2-2x+4-\frac{2\sqrt{5}}{5}=(x-1)^2+3-\frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$\therefore$ 当 $0 < x < 1$ 时, S_1+S_2 的值随 x 的增大而减小,

当 $1 \leq x \leq 2$ 时, S_1+S_2 的值随 x 的增大而增大.

故选 C.



二、填空题 (共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分)

11. 因式分解: $a^2 - 3a = \underline{a(a-3)}$.

【考点】因式分解-提公因式法.

【分析】直接把公因式 a 提出来即可.

【解答】解: $a^2 - 3a = a(a-3)$.

故答案为: $a(a-3)$.

12. 某小组 6 名同学的体育成绩 (满分 40 分) 分别为: 36, 40, 38, 38, 32, 35, 这组数据的中位数是 37 分.

【考点】中位数.

【分析】直接利用中位数的定义分析得出答案.

【解答】解: 数据按从小到大排列为: 32, 35, 36, 38, 38, 40,
则这组数据的中位数是: $(36+38) \div 2 = 37$.

故答案为: 37.

13. 方程组 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

【考点】二元一次方程组的解.

【分析】由于 y 的系数互为相反数, 直接用加减法解答即可.

【解答】解: 解方程组 $\begin{cases} x+2y=5 & \text{①} \\ 3x-2y=7 & \text{②} \end{cases}$,

①+②, 得: $4x=12$,

解得: $x=3$,

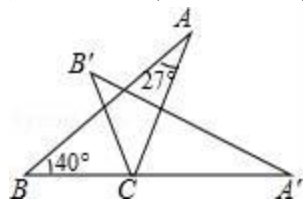
将 $x=3$ 代入①, 得: $3+2y=5$,

解得: $y=1$,

$$\therefore \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases},$$

故答案为: $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

14. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转至 $\triangle A'B'C$, 使点 A' 落在 BC 的延长线上. 已知 $\angle A=27^\circ$, $\angle B=40^\circ$, 则 $\angle ACB' =$ 46 度.



【考点】旋转的性质.

【分析】先根据三角形外角的性质求出 $\angle ACA' = 67^\circ$, 再由 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转至 $\triangle A'B'C$, 得到 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C$, 证明 $\angle BCB' = \angle ACA'$, 利用平角即可解答.

【解答】解: $\because \angle A=27^\circ$, $\angle B=40^\circ$,
 $\therefore \angle ACA' = \angle A + \angle B = 27^\circ + 40^\circ = 67^\circ$,
 $\because \triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转至 $\triangle A'B'C$,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C$,
 $\therefore \angle ACB = \angle A'CB'$,
 $\therefore \angle ACB - \angle B'CA = \angle A'CB - \angle B'CA$,
 即 $\angle BCB' = \angle ACA'$,
 $\therefore \angle BCB' = 67^\circ$,
 $\therefore \angle ACB' = 180^\circ - \angle ACA' - \angle BCB' = 180^\circ - 67^\circ - 67^\circ = 46^\circ$,
 故答案为: 46.

15. 七巧板是我们祖先的一项卓越创造, 被誉为“东方魔板”, 小明利用七巧板 (如图 1 所示) 中各板块的边长之间的关系拼成一个凸六边形 (如图 2 所示), 则该凸六边形的周长是 $(32\sqrt{2}+16)$ cm.

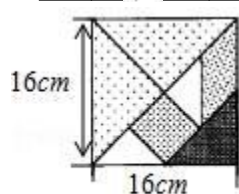


图1

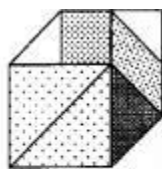
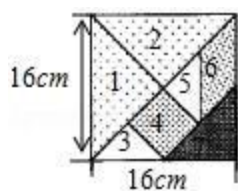


图2

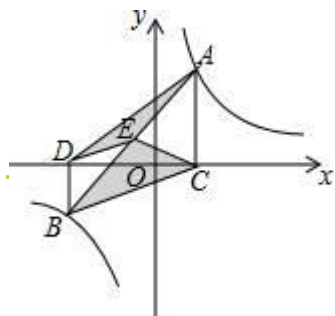
【考点】七巧板.

【分析】由正方形的性质和勾股定理求出各板块的边长, 即可求出凸六边形的周长.

【解答】解: 如图所示: 图形 1: 边长分别是: 16, $8\sqrt{2}$, $8\sqrt{2}$;
 图形 2: 边长分别是: 16, $8\sqrt{2}$, $8\sqrt{2}$;
 图形 3: 边长分别是: 8, $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$;
 图形 4: 边长是: $4\sqrt{2}$;
 图形 5: 边长分别是: 8, $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$;
 图形 6: 边长分别是: $4\sqrt{2}$, 8;
 图形 7: 边长分别是: 8, 8, $8\sqrt{2}$;
 $\therefore$ 凸六边形的周长 $=8+2 \times 8\sqrt{2}+8+4\sqrt{2} \times 4=32\sqrt{2}+16$ (cm);
 故答案为: $32\sqrt{2}+16$.



16. 如图, 点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, $AC \perp x$ 轴, $BD \perp x$ 轴, 垂足 C, D 分别在 x 轴的正、负半轴上, $CD = k$, 已知 $AB = 2AC$, E 是 AB 的中点, 且 $\triangle BCE$ 的面积是 $\triangle ADE$ 的面积 2 倍, 则 k 的值是 $-\frac{3\sqrt{7}}{2}$.



【考点】 反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】 根据三角形面积间的关系找出 $2S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BAC}$, 设点 A 的坐标为 $(m, \frac{k}{m})$, 点 B 的坐标为 $(n, \frac{k}{n})$, 结合 $CD = k$ 、面积公式以及 $AB = 2AC$ 即可得出关于 m、n、k 的三元二次方程组, 解方程组即可得出结论.

【解答】 解: $\because E$ 是 AB 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ADE}, \quad S_{\triangle BAC} = 2S_{\triangle BCE},$$

又 $\because \triangle BCE$ 的面积是 $\triangle ADE$ 的面积 2 倍,

$$\therefore 2S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BAC}.$$

设点 A 的坐标为 $(m, \frac{k}{m})$, 点 B 的坐标为 $(n, \frac{k}{n})$,

$$\text{则有 } \begin{cases} m - n = k \\ \frac{k}{m} = -2\frac{k}{n} \\ \sqrt{(m - n)^2 + (\frac{k}{m} - \frac{k}{n})^2} = 2\frac{k}{m} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{3\sqrt{7}}{2} \\ m = \frac{\sqrt{7}}{2} \\ n = -\sqrt{7} \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} k = -\frac{3\sqrt{7}}{2} \\ m = -\frac{\sqrt{7}}{2} \\ n = \sqrt{7} \end{cases} \quad (\text{舍去}).$$

故答案为: $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

三、解答题（共 8 小题，满分 80 分）

17. (1) 计算: $\sqrt{20} + (-3)^2 - (\sqrt{2}-1)^0$.

(2) 化简: $(2+m)(2-m) + m(m-1)$.

【考点】实数的运算; 单项式乘多项式; 平方差公式; 零指数幂.

【分析】(1) 直接利用二次根式的性质结合零指数幂的性质分别分析得出答案;

(2) 直接利用平方差公式计算, 进而去括号得出答案.

【解答】解: (1) 原式 $= 2\sqrt{5} + 9 - 1$
 $= 2\sqrt{5} + 8$;

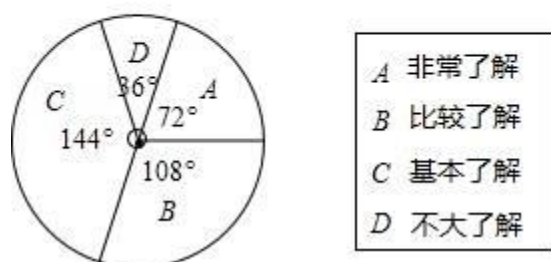
(2) $(2+m)(2-m) + m(m-1)$
 $= 4 - m^2 + m^2 - m$
 $= 4 - m$.

18. 为了解学生对“垃圾分类”知识的了解程度, 某学校对本校学生进行抽样调查, 并绘制统计图, 其中统计图中没有标注相应人数的百分比. 请根据统计图回答下列问题:

(1) 求“非常了解”的人数的百分比.

(2) 已知该校共有 1200 名学生, 请估计对“垃圾分类”知识达到“非常了解”和“比较了解”程度的学生共有多少人?

某学校学生“垃圾分类”知识了解程度的统计图



【考点】扇形统计图; 用样本估计总体.

【分析】(1) 根据扇形统计图可以求得“非常了解”的人数的百分比;

(2) 根据扇形统计图可以求得对“垃圾分类”知识达到“非常了解”和“比较了解”程度的学生共有多少人.

【解答】解: (1) 由题意可得,

“非常了解”的人数的百分比为: $\frac{72^\circ}{360^\circ} \times 100\% = 20\%$,

即“非常了解”的人数的百分比为 20%;

(2) 由题意可得,

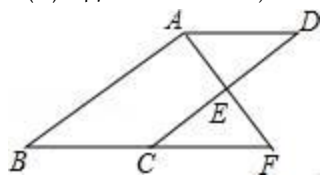
对“垃圾分类”知识达到“非常了解”和“比较了解”程度的学生共有:

$1200 \times \frac{72^\circ + 108^\circ}{360^\circ} = 600$ (人),

即对“垃圾分类”知识达到“非常了解”和“比较了解”程度的学生共有 600 人.

19. 如图, E 是 $\square ABCD$ 的边 CD 的中点, 延长 AE 交 BC 的延长线于点 F.

- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle FCE$.
 (2) 若 $\angle BAF = 90^\circ$, $BC = 5$, $EF = 3$, 求 CD 的长.



【考点】 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由平行四边形的性质得出 $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$, 证出 $\angle DAE = \angle F$, $\angle D = \angle ECF$, 由 AAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ 即可;

(2) 由全等三角形的性质得出 $AE = EF = 3$, 由平行线的性质证出 $\angle AED = \angle BAF = 90^\circ$, 由勾股定理求出 DE , 即可得出 CD 的长.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle DAE = \angle F$, $\angle D = \angle ECF$,

$\because E$ 是 $\square ABCD$ 的边 CD 的中点,

$\therefore DE = CE$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle F \\ \angle D = \angle ECF \\ DE = CE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS);

(2) 解: $\because \triangle ADE \cong \triangle FCE$,

$\therefore AE = EF = 3$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle AED = \angle BAF = 90^\circ$,

在 $\square ABCD$ 中, $AD = BC = 5$,

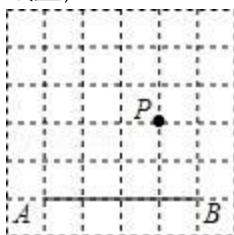
$$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$\therefore CD = 2DE = 8$.

20. 如图, 在方格纸中, 点 A , B , P 都在格点上. 请按要求画出以 AB 为边的格点四边形, 使 P 在四边形内部 (不包括边界上), 且 P 到四边形的两个顶点的距离相等.

(1) 在图甲中画出一个 $\square ABCD$.

(2) 在图乙中画出一个四边形 $ABCD$, 使 $\angle D = 90^\circ$, 且 $\angle A \neq 90^\circ$. (注: 图甲、乙在答题纸上)

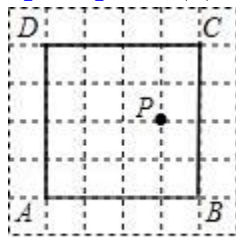


【考点】 平行四边形的性质.

【分析】 (1) 先以点 P 为圆心、 PB 长为半径作圆, 会得到 4 个格点, 再选取合适格点, 根据平行四边形的判定作出平行四边形即可;

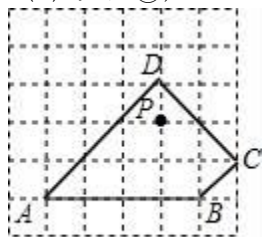
(2) 先以点 P 为圆心、PB 长为半径作圆，会得到 8 个格点，再选取合适格点记作点 C，再以 AC 为直径作圆，该圆与方格网的交点任取一个即为点 D，即可得.

【解答】解：(1) 如图①：



①

(2) 如图②，

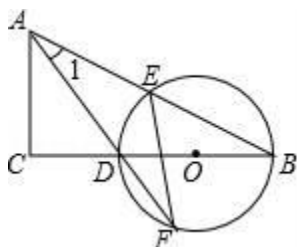


②

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，D 是 BC 边上一点，以 DB 为直径的 $\odot O$ 经过 AB 的中点 E，交 AD 的延长线于点 F，连结 EF.

(1) 求证： $\angle 1 = \angle F$.

(2) 若 $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $EF = 2\sqrt{5}$ ，求 CD 的长.



【考点】圆周角定理；解直角三角形.

【分析】(1) 连接 DE，由 DB 是 $\odot O$ 的直径，得到 $\angle DEB = 90^\circ$ ，由于 E 是 AB 的中点，得到 $DA = DB$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle 1 = \angle B$ 等量代换即可得到结论；

(2) 根据等腰三角形的判定定理得到 $AE = EF = 2\sqrt{5}$ ，推出 $AB = 2AE = 4\sqrt{5}$ ，在 $Rt\triangle ABC$ 中，根据勾股定理得到 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 8$ ，设 $CD = x$ ，则 $AD = BD = 8 - x$ ，根据勾股定理列方程即可得到结论.

【解答】解：(1) 证明：连接 DE，

$\because$ DB 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle DEB = 90^\circ$ ，

$\because$ E 是 AB 的中点，

$\therefore DA = DB$ ，

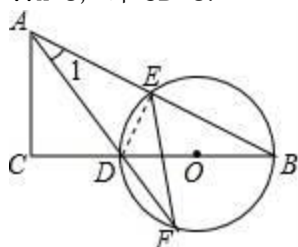
$\therefore \angle 1 = \angle B$ ，

$\because \angle B = \angle F$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle F$;

(2) $\because \angle 1 = \angle F$,
 $\therefore AE = EF = 2\sqrt{5}$,
 $\therefore AB = 2AE = 4\sqrt{5}$,
 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = AB \cdot \sin B = 4$,
 $\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 8$,

设 $CD = x$, 则 $AD = BD = 8 - x$,
 $\because AC^2 + CD^2 = AD^2$,
 即 $4^2 + x^2 = (8 - x)^2$,
 $\therefore x = 3$, 即 $CD = 3$.



22. 有甲、乙、丙三种糖果混合而成的什锦糖 100 千克, 其中各种糖果的单价和千克数如表所示, 商家用加权平均数来确定什锦糖的单价.

	甲种糖果	乙种糖果	丙种糖果
单价 (元/千克)	15	25	30
千克数	40	40	20

(1) 求该什锦糖的单价.

(2) 为了使什锦糖的单价每千克至少降低 2 元, 商家计划在什锦糖中加入甲、丙两种糖果共 100 千克, 问其中最多可加入丙种糖果多少千克?

【考点】一元一次不等式的应用; 加权平均数.

【分析】(1) 根据加权平均数的计算公式和三种糖果的单价和克数, 列出算式进行计算即可;

(2) 设加入丙种糖果 x 千克, 则加入甲种糖果 $100 - x$ 千克, 根据商家计划在什锦糖中加入甲、丙两种糖果共 100 千克和锦糖的单价每千克至少降低 2 元, 列出不等式进行求解即可.

【解答】解: (1) 根据题意得:

$$\frac{15 \times 40 + 25 \times 40 + 30 \times 20}{100} = 22 \text{ (元/千克)}.$$

答: 该什锦糖的单价是 22 元/千克;

(2) 设加入丙种糖果 x 千克, 则加入甲种糖果 $100 - x$ 千克, 根据题意得:

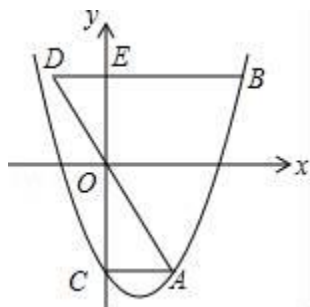
$$\frac{30x + 15(100 - x) + 22 \times 100}{200} \leq 20,$$

解得: $x \leq 20$.

答: 加入丙种糖果 20 千克.

23. 如图, 抛物线 $y = x^2 - mx - 3$ ($m > 0$) 交 y 轴于点 C, $CA \perp y$ 轴, 交抛物线于点 A, 点 B 在抛物线上, 且在第一象限内, $BE \perp y$ 轴, 交 y 轴于点 E, 交 AO 的延长线于点 D, $BE = 2AC$.

- (1) 用含 m 的代数式表示 BE 的长.
- (2) 当 $m=\sqrt{3}$ 时, 判断点 D 是否落在抛物线上, 并说明理由.
- (3) 若 $AG \parallel y$ 轴, 交 OB 于点 F , 交 BD 于点 G .
- ①若 $\triangle DOE$ 与 $\triangle BGF$ 的面积相等, 求 m 的值.
- ②连结 AE , 交 OB 于点 M , 若 $\triangle AMF$ 与 $\triangle BGF$ 的面积相等, 则 m 的值是 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.



【考点】二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据 A、C 两点纵坐标相同, 求出点 A 横坐标即可解决问题.

(2) 求出点 D 坐标, 然后判断即可.

(3) ①首先根据 $EO=2FG$, 证明 $BG=2DE$, 列出方程即可解决问题.

②求出直线 AE、BO 的解析式, 求出交点 M 的横坐标, 列出方程即可解决问题.

【解答】解: (1) $\because C(0, -3), AC \perp OC,$

∴ 点 A 纵坐标为 -3,

$y = -3$ 时, $-3 = x^2 - mx - 3$, 解得 $x = 0$ 或 m ,

$\therefore$ 点 A 坐标 $(m, -3)$,

$$\therefore AC=m,$$
$$\therefore BE = 2AC = 2m.$$

(2) $\because m = \sqrt{3}$,

∴ 点 A 坐标 $(\sqrt{3}, -3)$,

$\therefore$ 直线 OA 为 $y = -\sqrt{3}x$,

∴ 抛物线解析式为 $y = x^2 - \sqrt{3}x - 3$.

$\therefore$ 点 B 坐标 $(2\sqrt{3}, 3)$,

∴点 D 纵坐标为 3,

对于函数 $y = -\sqrt{3}x$, 当 $y=3$ 时, $x = -\sqrt{3}$,

∴点 D 坐标 $(-\sqrt{3}, 3)$.

$\therefore$ 对于函数 $y=x^2-\sqrt{3}x-3$, $x=-\sqrt{3}$ 时, $y=3$,

∴点 D 在落在抛物线上.

(3) ① $\because \angle ACE = \angle CEG = \angle EGA = 90^\circ$,

∴ 四边形 ECAG 是矩形.

$$\therefore EG=AC=BG,$$
 $\therefore \text{FG} \parallel \text{OE},$
$$\therefore OF=FB, \quad \therefore EG=BG,$$
$$\therefore EO=2FG,$$
$$\therefore \frac{1}{2} \cdot DE \cdot EO = \frac{1}{2} \cdot GB \cdot GF,$$
$$\therefore \text{BG} = 2\text{DE},$$

$\therefore DE \parallel AC$,

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{EO}{OC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 点 B 坐标 $(2m, 2m^2 - 3)$,

$\therefore OC = 2OE$,

$$\therefore 3 = 2(2m^2 - 3),$$

$\therefore m > 0$,

$$\therefore m = \frac{3}{2}.$$

② $\therefore A(m, -3)$, $B(2m, 2m^2 - 3)$, $E(0, 2m^2 - 3)$,

$\therefore$ 直线 AE 解析式为 $y = -2mx + 2m^2 - 3$, 直线 OB 解析式为 $y = \frac{2m^2 - 3}{2m}x$,

$$\text{由 } \begin{cases} y = -2mx + 2m^2 - 3 \\ y = \frac{2m^2 - 3}{2m}x \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 得到 } -2mx + 2m^2 - 3 = \frac{2m^2 - 3}{2m}x, \text{ 解得 } x = \frac{4m^3 - 6m}{6m^2 - 3},$$

$\therefore$ 点 M 横坐标为 $\frac{4m^3 - 6m}{6m^2 - 3}$,

$\therefore \triangle AMF$ 的面积 $= \triangle BFG$ 的面积,

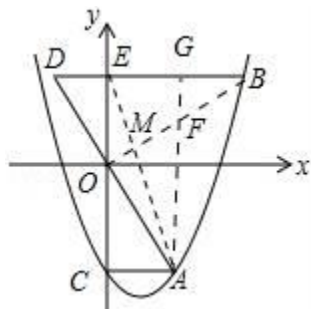
$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2m^2 - 3}{2} + 3 \right) \cdot \left(m - \frac{4m^3 - 6m}{6m^2 - 3} \right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{1}{2} \cdot (2m^2 - 3),$$

整理得到: $2m^4 - 9m^2 = 0$,

$\therefore m > 0$,

$$\therefore m = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

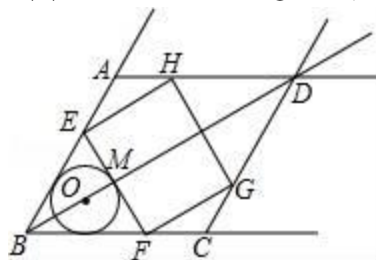
故答案为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.



24. 如图, 在射线 BA, BC, AD, CD 围成的菱形 ABCD 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 6\sqrt{3}$, O 是射线 BD 上一点, $\odot O$ 与 BA, BC 都相切, 与 BO 的延长线交于点 M. 过 M 作 $EF \perp BD$ 交线段 BA (或射线 AD) 于点 E, 交线段 BC (或射线 CD) 于点 F. 以 EF 为边作矩形 EFGH, 点 G, H 分别在围成菱形的另外两条射线上.

(1) 求证: $BO = 2OM$.

- (2) 设 $EF > HE$, 当矩形 EFGH 的面积为 $24\sqrt{3}$ 时, 求 $\odot O$ 的半径.
 (3) 当 HE 或 HG 与 $\odot O$ 相切时, 求出所有满足条件的 BO 的长.



【考点】 圆的综合题.

【分析】 (1) 设 $\odot O$ 切 AB 于点 P, 连接 OP, 由切线的性质可知 $\angle OPB = 90^\circ$. 先由菱形的性质求得 $\angle OBP$ 的度数, 然后依据含 30° 直角三角形的性质证明即可;

(2) 设 GH 交 BD 于点 N, 连接 AC, 交 BD 于点 Q. 先依据特殊锐角三角函数值求得 BD 的长, 设 $\odot O$ 的半径为 r, 则 $OB = 2r$, $MB = 3r$. 当点 E 在 AB 上时, 在 $Rt\triangle BEM$ 中, 依据特殊锐角三角函数值可得到 EM 的长 (用含 r 的式子表示), 由图形的对称性可得到 EF、ND、BM 的长 (用含 r 的式子表示, 从而得到 $MN = 18 - 6r$, 接下来依据矩形的面积列方程求解即可; 当点 E 在 AD 边上时, $BM = 3r$, 则 $MD = 18 - 3r$, 最后由 $MB = 3r = 12$ 列方程求解即可;

(3) 先根据题意画出符合题意的图形, ①如图 4 所示, 点 E 在 AD 上时, 可求得 $DM = \sqrt{3}r$, $BM = 3r$, 然后依据 $BM + MD = 18$, 列方程求解即可; ②如图 5 所示; 依据图形的对称性可知得到 $OB = \frac{1}{2}BD$; ③如图 6 所示, 可证明 D 与 O 重合, 从而可求得 OB 的长; ④如图 7 所示:

先求得 $DM = \sqrt{3}r$, $OMB = 3r$, 由 $BM - DM = DB$ 列方程求解即可.

【解答】 解: (1) 如图 1 所示: 设 $\odot O$ 切 AB 于点 P, 连接 OP, 则 $\angle OPB = 90^\circ$.

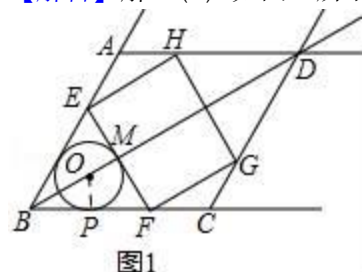


图1

$\because$ 四边形 ABCD 为菱形,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ.$$

$$\therefore OB = 2OP.$$

$$\because OP = OM,$$

$$\therefore BO = 2OP = 2OM.$$

(2) 如图 2 所示: 设 GH 交 BD 于点 N, 连接 AC, 交 BD 于点 Q.

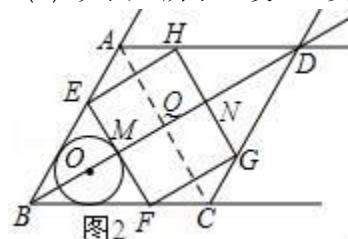


图2

$\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$.

$\therefore BD = 2BQ = 2AB \cdot \cos \angle ABQ = \sqrt{3}AB = 18$.

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OB = 2r$, $MB = 3r$.

$\therefore EF > HE$,

$\therefore$ 点 E, F, G, H 均在菱形的边上.

①如图 2 所示, 当点 E 在 AB 上时.

在 $Rt\triangle BEM$ 中, $EM = BM \cdot \tan \angle EBM = \sqrt{3}r$.

由对称性得: $EF = 2EM = 2\sqrt{3}r$, $ND = BM = 3r$.

$\therefore MN = 18 - 6r$.

$\therefore S_{\text{矩形} EFGH} = EF \cdot MN = 2\sqrt{3}r (18 - 6r) = 24\sqrt{3}$.

解得: $r_1 = 1$, $r_2 = 2$.

当 $r = 1$ 时, $EF < HE$,

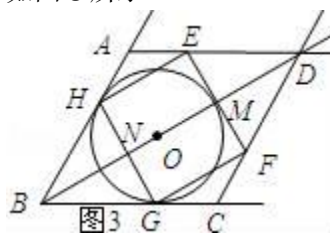
$\therefore r = 1$ 时, 不合题意舍

当 $r = 2$ 时, $EF > HE$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 2.

$\therefore BM = 3r = 6$.

如图 3 所示:



当点 E 在 AD 边上时. $BM = 3r$, 则 $MD = 18 - 3r$.

由对称性可知: $NB = MD = 6$.

$\therefore MB = 3r = 18 - 6 = 12$.

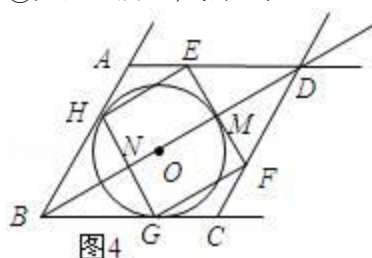
解得: $r = 4$.

综上所述, $\odot O$ 的半径为 2 或 4.

(3) 解设 GH 交 BD 于点 N , $\odot O$ 的半径为 r , 则 $BO = 2r$.

当点 E 在边 BA 上时, 显然不存在 HE 或 HG 与 $\odot O$ 相切.

①如图 4 所示, 点 E 在 AD 上时.



$\therefore HE$ 与 $\odot O$ 相切,

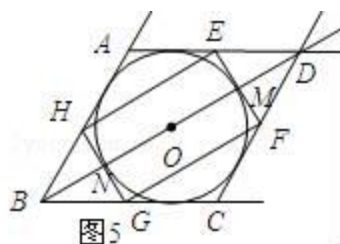
$\therefore ME = r$, $DM = \sqrt{3}r$.

$\therefore 3r + \sqrt{3}r = 18$.

解得: $r = 9 - 3\sqrt{3}$.

$\therefore OB = 18 - 6\sqrt{3}$.

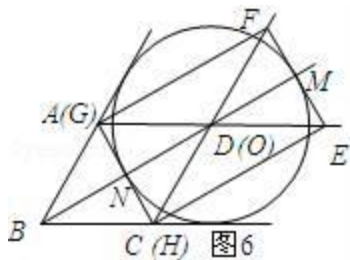
②如图 5 所示;



由图形的对称性得: $ON=OM$, $BN=DM$.

$$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = 9.$$

③如图 6 所示.



$\because HG$ 与 $\odot O$ 相切时, $MN=2r$.

$\because BN+MN=BM=3r$.

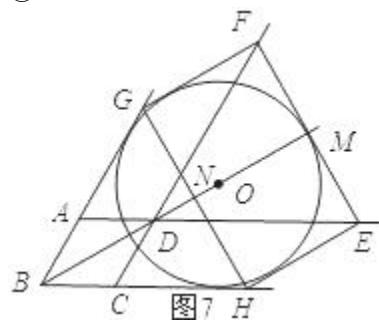
$\therefore BN=r$.

$\therefore DM=\sqrt{3}FM=\sqrt{3}GN=BN=r$.

$\therefore D$ 与 O 重合.

$\therefore BO=BD=18$.

④如图 7 所示:



$\because HE$ 与 $\odot O$ 相切,

$\therefore EM=r$, $DM=\sqrt{3}r$.

$\therefore 3r - \sqrt{3}r = 18$.

$\therefore r = 9 + 3\sqrt{3}$.

$\therefore OB = 2r = 18 + 6\sqrt{3}$.

综上所述, 当 HE 或 GH 与 $\odot O$ 相切时, OB 的长为 $18 - 6\sqrt{3}$ 或 9 或 18 或 $18 + 6\sqrt{3}$.