

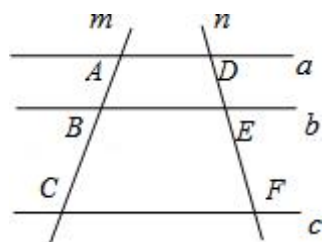
2016 年浙江省杭州市中考数学试卷

一、填空题 (每题 3 分)

1. (3 分) (2016•杭州) $\sqrt{9} = (\quad)$

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. (3 分) (2016•杭州) 如图, 已知直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 m 交直线 a, b, c 于点 A, B, C , 直线 n 交直线 a, b, c 于点 D, E, F , 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{DE}{EF} = (\quad)$



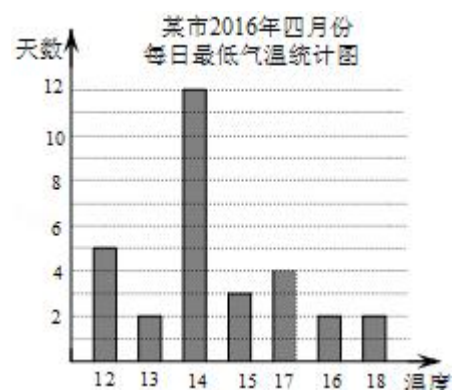
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

3. (3 分) (2016•杭州) 下列选项中, 如图所示的圆柱的三视图画法正确的是 ()



主视图 左视图 主视图 左视图 主视图 左视图 主视图 左视图
俯视图 俯视图 俯视图 俯视图 俯视图 俯视图 俯视图 俯视图
A. B. C. D.

4. (3 分) (2016•杭州) 如图是某市 2016 年四月每日的最低气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的统计图, 则在四月份每日的最低气温这组数据中, 中位数和众数分别是 ()



A. 14°C , 14°C B. 15°C , 15°C C. 14°C , 15°C D. 15°C , 14°C

5. (3 分) (2016•杭州) 下列各式变形中, 正确的是 ()

A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

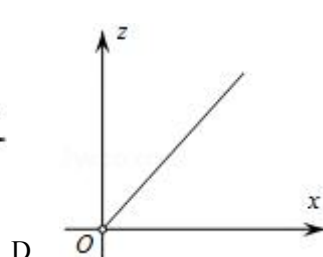
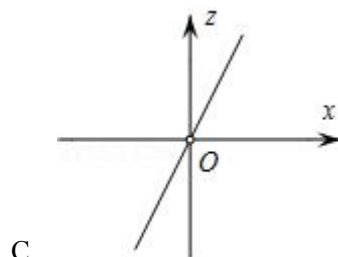
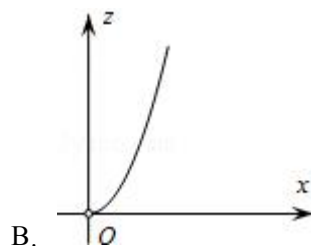
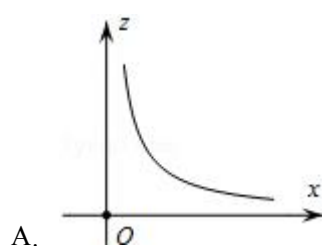
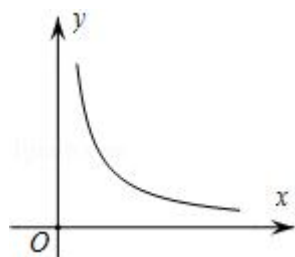
B. $\sqrt{x^2} = |x|$

C. $(x^2 - \frac{1}{x}) \div x = x - 1$ D. $x^2 - x + 1 = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$

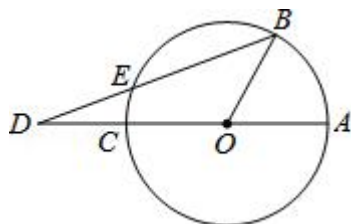
6. (3分) (2016•杭州) 已知甲煤场有煤 518 吨, 乙煤场有煤 106 吨, 为了使甲煤场存煤是乙煤场的 2 倍, 需要从甲煤场运煤到乙煤场, 设从甲煤场运煤 x 吨到乙煤场, 则可列方程为 ()

A. $518 = 2(106 + x)$ B. $518 - x = 2 \times 106$ C. $518 - x = 2(106 + x)$ D. $518 + x = 2(106 - x)$

7. (3分) (2016•杭州) 设函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图象如图所示, 若 $z = \frac{1}{y}$, 则 z 关于 x 的函数图象可能为 ()



8. (3分) (2016•杭州) 如图, 已知 AC 是 $\odot O$ 的直径, 点 B 在圆周上 (不与 A 、 C 重合), 点 D 在 AC 的延长线上, 连接 BD 交 $\odot O$ 于点 E , 若 $\angle AOB = 3\angle ADB$, 则 ()



A. $DE = EB$ B. $\sqrt{2}DE = EB$ C. $\sqrt{3}DE = DO$ D. $DE = OB$

9. (3分) (2016•杭州) 已知直角三角形纸片的两条直角边长分别为 m 和 n ($m < n$), 过锐角顶点把该纸片剪成两个三角形, 若这两个三角形都为等腰三角形, 则 ()

A. $m^2 + 2mn + n^2 = 0$ B. $m^2 - 2mn + n^2 = 0$ C. $m^2 + 2mn - n^2 = 0$ D. $m^2 - 2mn - n^2 = 0$

10. (3分) (2016•杭州) 设 a, b 是实数, 定义 $@$ 的一种运算如下: $a@b = (a+b)^2 - (a-b)^2$, 则下列结论: ①若 $a@b=0$, 则 $a=0$ 或 $b=0$ ② $a@ (b+c) = a@b + a@c$ ③不存在实数 a, b , 满足 $a@b = a^2 + 5b^2$ ④设 a, b 是矩形的长和宽, 若矩形的周长固定, 则当 $a=b$ 时, $a@b$ 最大. 其中正确的是 ()

A. ②③④ B. ①③④ C. ①②④ D. ①②③

二、填空题 (每题 4 分)

11. (4分) (2016•黔东南州) $\tan 60^\circ =$ _____.

12. (4分) (2016•杭州) 已知一包糖果共有 5 种颜色 (糖果只有颜色差别), 如图是这包糖果分布百分比的统计图, 在这包糖果中任意取一粒, 则取出糖果的颜色为绿色或棕色的概率是_____.



13. (4分) (2016•杭州) 若整式 $x^2 + ky^2$ (k 为不等于零的常数) 能在有理数范围内因式分解, 则 k 的值可以是_____ (写出一个即可).

14. (4分) (2016•杭州) 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 30^\circ$, 在同一平面内, 以对角线 BD 为底边作顶角为 120° 的等腰三角形 BDE , 则 $\angle EBC$ 的度数为_____.

15. (4分) (2016•杭州) 在平面直角坐标系中, 已知 $A(2, 3)$, $B(0, 1)$, $C(3, 1)$, 若线段 AC 与 BD 互相平分, 则点 D 关于坐标原点的对称点的坐标为_____.

16. (4分) (2016•杭州) 已知关于 x 的方程 $\frac{2}{x} = m$ 的解满足 $\begin{cases} x - y = 3 - n \\ x + 2y = 5n \end{cases}$ ($0 < n < 3$), 若 $y > 1$, 则 m 的取值范围是_____.

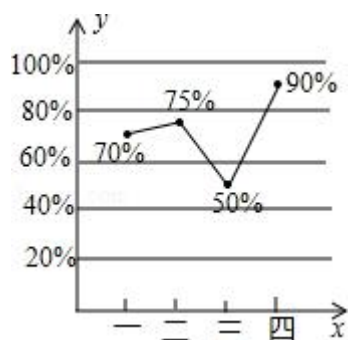
三、解答题

17. (6分) (2016•杭州) 计算 $6 \div (-\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$, 方方同学的计算过程如下, 原式 $= 6 \div (-\frac{1}{2}) + 6 \div \frac{1}{3} = -12 + 18 = 6$. 请你判断方方的计算过程是否正确, 若不正确, 请你写出正确的计算过程.

18. (8分) (2016•杭州) 某汽车厂去年每个季度汽车销售数量(辆)占当季汽车产量(辆)百分比的统计图如图所示. 根据统计图回答下列问题:

(1) 若第一季度的汽车销售量为 2100 辆, 求该季的汽车产量;

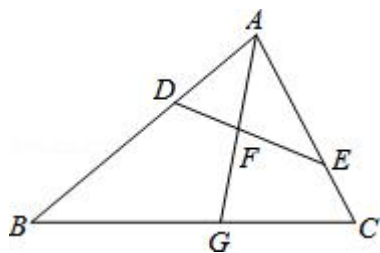
(2) 圆圆同学说: “因为第二, 第三这两个季度汽车销售数量占当季汽车产量是从 75% 降到 50%, 所以第二季度的汽车产量一定高于第三季度的汽车产量”, 你觉得圆圆说的对吗? 为什么?



19. (8分) (2016•杭州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $\angle AED = \angle B$, 射线 AG 分别交线段 DE, BC 于点 F, G, 且 $\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG}$.

(1) 求证: $\triangle ADF \sim \triangle ACG$;

(2) 若 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{AF}{FG}$ 的值.



20. (10 分) (2016•杭州) 把一个足球垂直水平地面向上踢, 时间为 t (秒) 时该足球距离地面的高度 h (米) 适用公式 $h=20t-5t^2$ ($0\leq t\leq 4$).

(1) 当 $t=3$ 时, 求足球距离地面的高度;

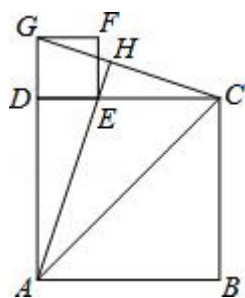
(2) 当足球距离地面的高度为 10 米时, 求 t ;

(3) 若存在实数 t_1, t_2 ($t_1\neq t_2$) 当 $t=t_1$ 或 t_2 时, 足球距离地面的高度都为 m (米), 求 m 的取值范围.

21. (10 分) (2016•杭州) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 和四边形 $DEFG$ 为正方形, 点 E 在线段 DE 上, 点 A, D, G 在同一直线上, 且 $AD=3, DE=1$, 连接 AC, CG, AE , 并延长 AE 交 CG 于点 H .

(1) 求 $\sin\angle EAC$ 的值.

(2) 求线段 AH 的长.



22. (12 分) (2016•杭州) 已知函数 $y_1=ax^2+bx$, $y_2=ax+b$ ($ab \neq 0$). 在同一平面直角坐标系中.

(1) 若函数 y_1 的图象过点 $(-1, 0)$, 函数 y_2 的图象过点 $(1, 2)$, 求 a, b 的值.

(2) 若函数 y_2 的图象经过 y_1 的顶点.

①求证: $2a+b=0$;

②当 $1 < x < \frac{3}{2}$ 时, 比较 y_1, y_2 的大小.

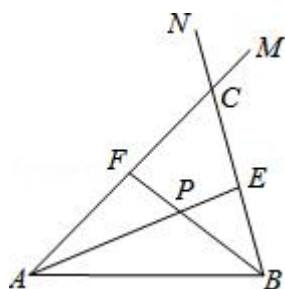
23. (12 分) (2016•杭州) 在线段 AB 的同侧作射线 AM 和 BN , 若 $\angle MAB$ 与 $\angle NBA$ 的平分线分别交射线 BN, AM 于点 E, F , AE 和 BF 交于点 P . 如图, 点点同学发现当射线 AM, BN 交于点 C ; 且 $\angle ACB=60^\circ$ 时, 有以下两个结论:

① $\angle APB=120^\circ$; ② $AF+BE=AB$.

那么, 当 $AM \parallel BN$ 时:

(1) 点点发现的结论还成立吗? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请求出 $\angle APB$ 的度数, 写出 AF, BE, AB 长度之间的等量关系, 并给予证明;

(2) 设点 Q 为线段 AE 上一点, $QB=5$, 若 $AF+BE=16$, 四边形 $ABEF$ 的面积为 $32\sqrt{3}$, 求 AQ 的长.



2016 年浙江省杭州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题 (每题 3 分)

1. (3 分) (2016•杭州) $\sqrt{9} = (\quad)$

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

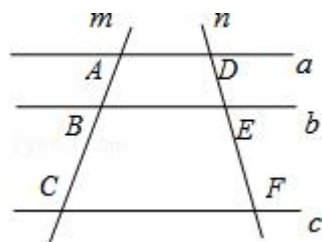
【分析】 算术平方根的概念：一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a ，即 $x^2=a$ ，那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根。依此即可求解。

【解答】 解： $\sqrt{9}=3$ 。

故选：B。

【点评】 考查了算术平方根，注意非负数 a 的算术平方根 a 有双重非负性：①被开方数 a 是非负数；②算术平方根 a 本身是非负数。

2. (3 分) (2016•杭州) 如图，已知直线 $a \parallel b \parallel c$ ，直线 m 交直线 a, b, c 于点 A, B, C ，直线 n 交直线 a, b, c 于点 D, E, F ，若 $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{DE}{EF} = (\quad)$



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

【分析】 直接根据平行线分线段成比例定理求解。

【解答】 解： $\because a \parallel b \parallel c$,

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}.$$

故选 B。

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例。

3. (3 分) (2016•杭州) 下列选项中，如图所示的圆柱的三视图画法正确的是 ()



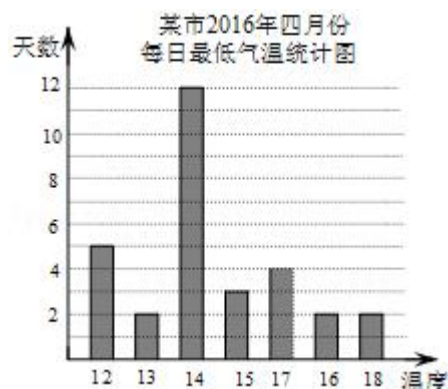
主视图 左视图	主视图 左视图	主视图 左视图	主视图 左视图
俯视图	俯视图	俯视图	俯视图
A.	B.	C.	D.

【分析】根据从正面看到的图叫做主视图，从左面看到的图叫做左视图，从上面看到的图叫做俯视图，可得答案.

【解答】解：该圆柱体的主视图、俯视图均为矩形，左视图为圆，
故选：A.

【点评】本题考查实物体的三视图. 在画图时一定要将物体的边缘、棱、顶点都体现出来，看得见的轮廓线都画成实线，看不见的画成虚线，不能漏掉.

4. (3分) (2016•杭州) 如图是某市 2016 年四月每日的最低气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的统计图，则在四月份每日的最低气温这组数据中，中位数和众数分别是 ()



A. 14°C , 14°C B. 15°C , 15°C C. 14°C , 15°C D. 15°C , 14°C

【分析】中位数，因图中是按从小到大的顺序排列的，所以只要找出最中间的一个数（或最中间的两个数）即可，本题是最中间的两个数；对于众数可由条形统计图中出现频数最大或条形最高的数据写出.

【解答】解：由条形统计图中出现频数最大条形最高的数据是在第三组， 14°C ，故众数是 14°C ；

因图中是按从小到大的顺序排列的，最中间的环数是 14°C 、 14°C ，故中位数是 14°C .

故选：A.

【点评】本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求. 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

5. (3分) (2016•杭州) 下列各式变形中，正确的是 ()

A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ B. $\sqrt{x^2} = |x|$

C. $(x^2 - \frac{1}{x}) \div x = x - 1$ D. $x^2 - x + 1 = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$

【分析】直接利用二次根式的性质以及同底数幂的乘法运算法则和分式的混合运算法则分别化简求出答案.

【解答】解：A、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，故此选项错误；

B、 $\sqrt{x^2} = |x|$ ，正确；

C、 $(x^2 - \frac{1}{x}) \div x = x - \frac{1}{x^2}$ ，故此选项错误；

D、 $x^2 - x + 1 = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了二次根式的性质以及同底数幂的乘法运算和分式的混合运算等知识，正确掌握相关运算是解题关键.

6. (3分) (2016•杭州) 已知甲煤场有煤 518 吨，乙煤场有煤 106 吨，为了使甲煤场存煤是乙煤场的 2 倍，需要从甲煤场运煤到乙煤场，设从甲煤场运煤 x 吨到乙煤场，则可列方程为 ()

A. $518 = 2(106 + x)$ B. $518 - x = 2 \times 106$ C. $518 - x = 2(106 + x)$ D. $518 + x = 2(106 - x)$

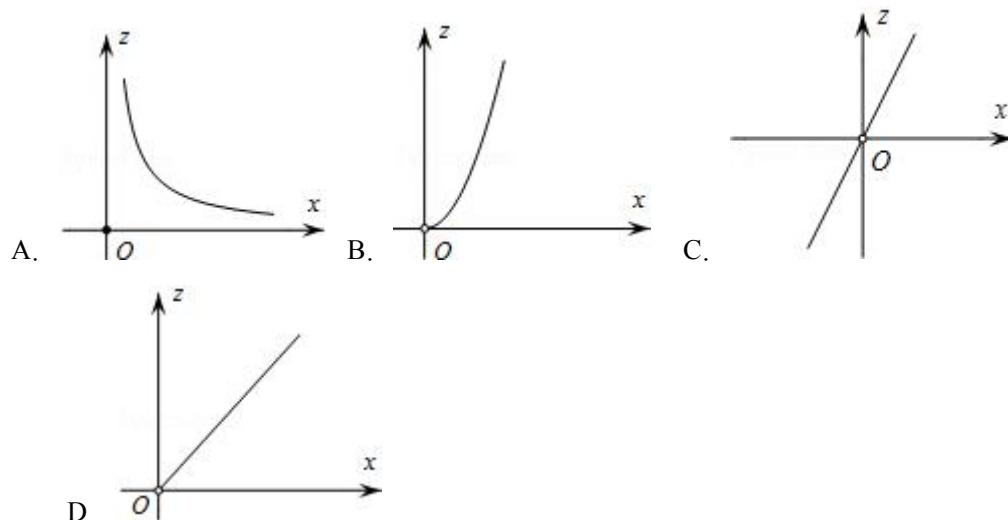
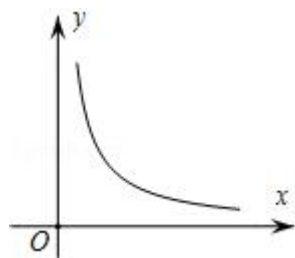
【分析】设从甲煤场运煤 x 吨到乙煤场，根据题意列出方程解答即可.

【解答】解：设从甲煤场运煤 x 吨到乙煤场，可得： $518 - x = 2(106 + x)$ ，

故选 C.

【点评】考查了由实际问题抽象出一元一次方程，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解.

7. (3分) (2016•杭州) 设函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图象如图所示，若 $z = \frac{1}{y}$ ，则 z 关于 x 的函数图象可能为 ()



【分析】根据反比例函数解析式以及 $z = \frac{1}{y}$ ，即可找出 z 关于 x 的函数解析式，再根据反比例函数图象在第一象限可得出 $k > 0$ ，结合 x 的取值范围即可得出结论.

【解答】解：∵ $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$),

$$\therefore z = \frac{1}{y} = \frac{1}{\frac{k}{x}} = \frac{x}{k} \quad (k \neq 0, x > 0).$$

∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图象在第一象限,

$$\therefore k > 0,$$

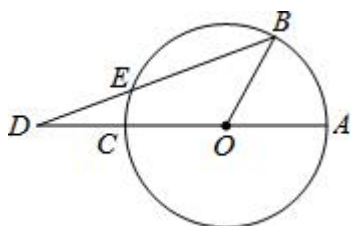
$$\therefore \frac{1}{k} > 0.$$

∴ z 关于 x 的函数图象为第一象限内, 且不包括原点的正比例的函数图象.

故选 D.

【点评】本题考查了反比例函数的图象以及正比例函数的图象, 解题的关键是找出 z 关于 x 的函数解析式. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据分式的变换找出 z 关于 x 的函数关系式是关键.

8. (3分) (2016•杭州) 如图, 已知 AC 是 $\odot O$ 的直径, 点 B 在圆周上 (不与 A 、 C 重合), 点 D 在 AC 的延长线上, 连接 BD 交 $\odot O$ 于点 E , 若 $\angle AOB = 3\angle ADB$, 则 ()



- A. $DE = EB$ B. $\sqrt{2}DE = EB$ C. $\sqrt{3}DE = DO$ D. $DE = OB$

【分析】连接 EO , 只要证明 $\angle D = \angle EOD$ 即可解决问题.

【解答】解: 连接 EO .

$$\because OB = OE,$$

$$\therefore \angle B = \angle OEB,$$

$$\because \angle OEB = \angle D + \angle DOE, \quad \angle AOB = 3\angle D,$$

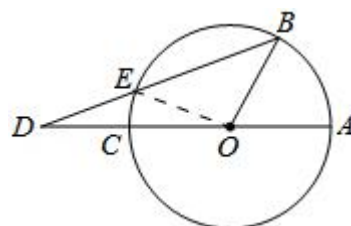
$$\therefore \angle B + \angle D = 3\angle D,$$

$$\therefore \angle D + \angle DOE + \angle D = 3\angle D,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle D,$$

$$\therefore ED = EO = OB,$$

故选 D.



【点评】本题考查圆的有关知识、三角形的外角等知识, 解题的关键是添加除以辅助线, 利用等腰三角形的判定方法解决问题, 属于中考常考题型.

9. (3分) (2016•杭州) 已知直角三角形纸片的两条直角边长分别为 m 和 n ($m < n$), 过锐角顶点把该纸片剪成两个三角形, 若这两个三角形都为等腰三角形, 则 ()

A. $m^2 + 2mn + n^2 = 0$ B. $m^2 - 2mn + n^2 = 0$ C. $m^2 + 2mn - n^2 = 0$ D. $m^2 - 2mn - n^2 = 0$

【分析】如图, 根据等腰三角形的性质和勾股定理可得 $m^2 + m^2 = (n - m)^2$, 整理即可求解

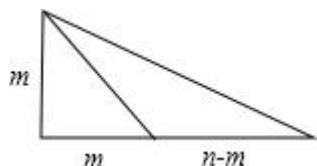
【解答】解: 如图,

$$m^2 + m^2 = (n - m)^2,$$

$$2m^2 = n^2 - 2mn + m^2,$$

$$m^2 + 2mn - n^2 = 0.$$

故选: C.



【点评】考查了等腰直角三角形, 等腰三角形的性质, 勾股定理, 关键是熟练掌握等腰三角形的性质, 根据勾股定理得到等量关系.

10. (3分) (2016•杭州) 设 a, b 是实数, 定义 $@$ 的一种运算如下: $a@b = (a+b)^2 - (a-b)^2$, 则下列结论:

①若 $a@b=0$, 则 $a=0$ 或 $b=0$

② $a@ (b+c) = a@b + a@c$

③不存在实数 a, b , 满足 $a@b = a^2 + 5b^2$

④设 a, b 是矩形的长和宽, 若矩形的周长固定, 则当 $a=b$ 时, $a@b$ 最大.

其中正确的是 ()

A. ②③④ B. ①③④ C. ①②④ D. ①②③

【分析】根据新定义可以计算出各个小题中的结论是否成立, 从而可以判断各个小题中的说法是否正确, 从而可以得到哪个选项是正确的.

【解答】解: ①根据题意得: $a@b = (a+b)^2 - (a-b)^2$

$$\therefore (a+b)^2 - (a-b)^2 = 0,$$

整理得: $(a+b+a-b)(a+b-a+b) = 0$, 即 $4ab = 0$,

解得: $a=0$ 或 $b=0$, 正确;

$$\text{②} \because a@ (b+c) = (a+b+c)^2 - (a-b-c)^2 = 4ab + 4ac$$

$$a@b + a@c = (a+b)^2 - (a-b)^2 + (a+c)^2 - (a-c)^2 = 4ab + 4ac,$$

$\therefore a@ (b+c) = a@b + a@c$ 正确;

$$\text{③} a@b = a^2 + 5b^2, a@b = (a+b)^2 - (a-b)^2,$$

$$\text{令 } a^2 + 5b^2 = (a+b)^2 - (a-b)^2,$$

解得: $a=0, b=0$, 故错误;

$$\text{④} \because a@b = (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab,$$

$$(a-b)^2 \geq 0, \text{ 则 } a^2 - 2ab + b^2 \geq 0, \text{ 即 } a^2 + b^2 \geq 2ab,$$

$$\therefore a^2 + b^2 + 2ab \geq 4ab,$$

$$\therefore 4ab \text{ 的最大值是 } a^2 + b^2 + 2ab, \text{ 此时 } a^2 + b^2 + 2ab = 4ab,$$

解得: $a=b$,

$\therefore a@b$ 最大时, $a=b$, 故④正确,

故选 C.

【点评】本题考查因式分解的应用、整式的混合运算、二次函数的最值，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

二、填空题 (每题 4 分)

11. (4 分) (2016•黔东南州) $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

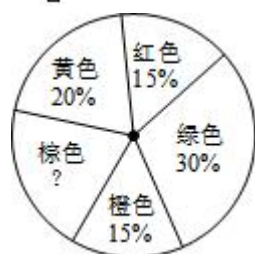
【分析】根据特殊角的三角函数值直接得出答案即可.

【解答】解: $\tan 60^\circ$ 的值为 $\sqrt{3}$.

故答案为: $\sqrt{3}$.

【点评】本题考查的是特殊角的三角函数值, 熟记各特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

12. (4 分) (2016•杭州) 已知一包糖果共有 5 种颜色 (糖果只有颜色差别), 如图是这包糖果分布百分比的统计图, 在这包糖果中任意取一粒, 则取出糖果的颜色为绿色或棕色的概率是 $\frac{1}{2}$.



【分析】先求出棕色所占的百分比, 再根据概率公式列式计算即可得解.

【解答】解: 棕色所占的百分比为: $1 - 20\% - 15\% - 30\% - 15\% = 1 - 80\% = 20\%$,

所以, $P(\text{绿色或棕色}) = 30\% + 20\% = 50\% = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了概率的知识. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

13. (4 分) (2016•杭州) 若整式 $x^2 + ky^2$ (k 为不等于零的常数) 能在有理数范围内因式分解, 则 k 的值可以是 -1 (写出一个即可).

【分析】令 $k = -1$, 使其能利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 令 $k = -1$, 整式为 $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$,

故答案为: -1 .

【点评】此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

14. (4 分) (2016•杭州) 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 30^\circ$, 在同一平面内, 以对角线 BD 为底边作顶角为 120° 的等腰三角形 BDE , 则 $\angle EBC$ 的度数为 45° 或 105° .

【分析】如图当点 E 在 BD 右侧时, 求出 $\angle EBD$, $\angle DBC$ 即可解决问题, 当点 E 在 BD 左侧时, 求出 $\angle DBE'$ 即可解决问题.

【解答】解: 如图, $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

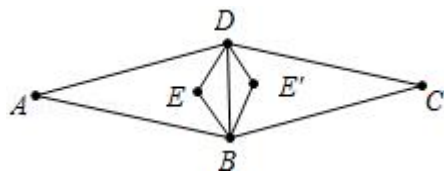
$\therefore AB = AD = BC = CD$, $\angle A = \angle C = 30^\circ$,

$\angle ABC = \angle ADC = 150^\circ$,

$\therefore \angle DBA = \angle DBC = 75^\circ$,

$\because ED = EB$, $\angle DEB = 120^\circ$,

$\therefore \angle EBD = \angle EDB = 30^\circ$,
 $\therefore \angle EBC = \angle EBD + \angle DBC = 105^\circ$,
 当点 E' 在 BD 左侧时, $\therefore \angle DBE' = 30^\circ$,
 $\therefore \angle E'BC = \angle DBC - \angle DBE' = 45^\circ$,
 $\therefore \angle EBC = 105^\circ$ 或 45° ,
 故答案为 105° 或 45° .

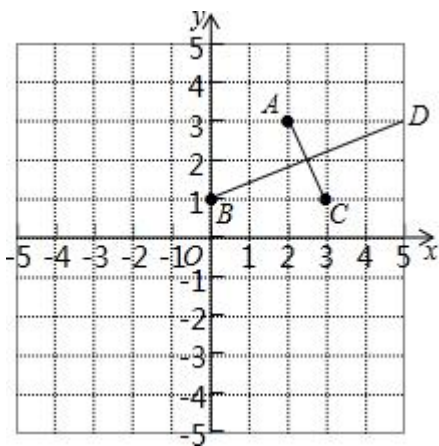


【点评】 本题考查菱形的性质、等腰三角形的性质等知识，解题的关键是正确画出图形，考虑问题要全面，属于中考常考题型.

15. (4 分) (2016•杭州) 在平面直角坐标系中，已知 $A(2, 3)$, $B(0, 1)$, $C(3, 1)$ ，若线段 AC 与 BD 互相平分，则点 D 关于坐标原点的对称点的坐标为 $(-5, -3)$.

【分析】 直接利用平行四边形的性质得出 D 点坐标，进而利用关于原点对称点的性质得出答案.

【解答】 解：如图所示： $\because A(2, 3)$, $B(0, 1)$, $C(3, 1)$ ，线段 AC 与 BD 互相平分，
 $\therefore D$ 点坐标为： $(5, 3)$ ，
 $\therefore$ 点 D 关于坐标原点的对称点的坐标为： $(-5, -3)$.
 故答案为： $(-5, -3)$.



【点评】 此题主要考查了平行四边形的性质以及关于原点对称点的性质，正确得出 D 点坐标是解题关键.

16. (4 分) (2016•杭州) 已知关于 x 的方程 $\frac{2}{x} = m$ 的解满足 $\begin{cases} x - y = 3 - n \\ x + 2y = 5n \end{cases}$ ($0 < n < 3$)，若 y

> 1 ，则 m 的取值范围是 $\frac{2}{5} < m < \frac{2}{3}$.

【分析】先解方程组 $\begin{cases} x-y=3-n \\ x+2y=5n \end{cases}$ ，求得 x 和 y ，再根据 $y>1$ 和 $0<n<3$ ，求得 x 的取值范围，最后根据 $\frac{2}{x}=m$ ，求得 m 的取值范围。

【解答】解：解方程组 $\begin{cases} x-y=3-n \\ x+2y=5n \end{cases}$ ，得

$$\begin{cases} x=n+2 \\ y=2n-1 \end{cases}$$

$$\because y>1$$

$$\therefore 2n-1>1, \text{ 即 } n>1$$

$$\text{又 } \because 0<n<3$$

$$\therefore 1<n<3$$

$$\therefore n=x-2$$

$$\therefore 1<x-2<3, \text{ 即 } 3<x<5$$

$$\therefore \frac{1}{5}<\frac{1}{x}<\frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{2}{5}<\frac{2}{x}<\frac{2}{3}$$

$$\text{又 } \because \frac{2}{x}=m$$

$$\therefore \frac{2}{5}<m<\frac{2}{3}$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{5}<m<\frac{2}{3}$$

【点评】本题主要考查了分式方程的解以及二元一次方程组的解，解题时需要掌握解二元一次方程和一元一次不等式的方法。根据 x 取值范围得到 $\frac{1}{x}$ 的取值范围是解题的关键。

三、解答题

17. (6分) (2016•杭州) 计算 $6 \div (-\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$ ，方方同学的计算过程如下，原式

$=6 \div (-\frac{1}{2}) + 6 \div \frac{1}{3} = -12 + 18 = 6$ 。请你判断方方的计算过程是否正确，若不正确，请你写出正确的计算过程。

【分析】根据有理数的混合运算顺序，先算括号里面的，再根据除法法则进行计算即可。

【解答】解：方方的计算过程不正确，
正确的计算过程是：

$$\text{原式} = 6 \div (-\frac{3}{6} + \frac{2}{6})$$

$$= 6 \div (-\frac{1}{6})$$

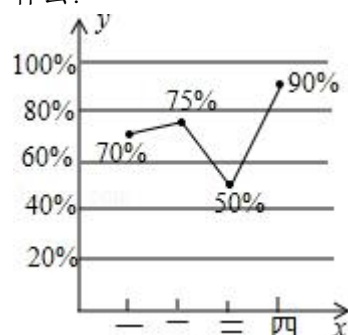
$$=6 \times (-6)$$

$$=-36.$$

【点评】此题考查了有理数的除法，用到的知识点是有理数的除法、通分、有理数的加法，关键是掌握运算顺序和结果的符号.

18. (8分) (2016•杭州) 某汽车厂去年每个季度汽车销售数量(辆)占当季汽车产量(辆)百分比的统计图如图所示. 根据统计图回答下列问题:

- (1) 若第一季度的汽车销售量为 2100 辆, 求该季的汽车产量;
- (2) 圆圆同学说: “因为第二, 第三这两个季度汽车销售数量占当季汽车产量是从 75% 降到 50%, 所以第二季度的汽车产量一定高于第三季度的汽车产量”, 你觉得圆圆说的对吗? 为什么?



【分析】(1) 根据每个季度汽车销售数量(辆)占当季汽车产量(辆)百分比的统计图, 可以求得第一季度的汽车销售量为 2100 辆时, 该季的汽车产量;

- (2) 首先判断圆圆的说法错误, 然后说明原因即可解答本题.

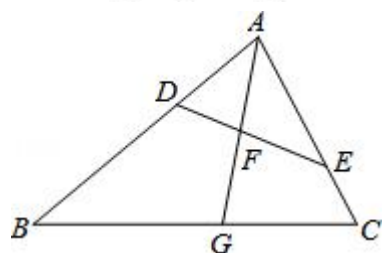
【解答】解: (1) 由题意可得,
 $2100 \div 70\% = 3000$ (辆),
 即该季的汽车产量是 3000 辆;

(2) 圆圆的说法不对,
 因为百分比仅能够表示所要考查的数据在总量中所占的比例, 并不能反映总量的大小.

【点评】本题考查折线统计图, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.

19. (8分) (2016•杭州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $\angle AED = \angle B$, 射线 AG 分别交线段 DE, BC 于点 F, G, 且 $\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG}$.

- (1) 求证: $\triangle ADF \sim \triangle ACG$;
- (2) 若 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{AF}{FG}$ 的值.



【分析】(1) 欲证明 $\triangle ADF \sim \triangle ACG$, 由 $\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG}$ 可知, 只要证明 $\angle ADF = \angle C$ 即可.

(2) 利用相似三角形的性质得到 $\frac{AF}{AG} = \frac{1}{2}$, 由此即可证明.

【解答】 (1) 证明: $\because \angle AED = \angle B, \angle DAE = \angle DAE$,

$\therefore \angle ADF = \angle C$,

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG},$$

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACG$.

(2) 解: $\because \triangle ADF \sim \triangle ACG$,

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AG},$$

$$\text{又} \because \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AF}{AG} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AF}{FG} = 1.$$

【点评】 本题考查相似三角形的性质和判定、三角形内角和定理等知识, 记住相似三角形的判定方法是解决问题的关键, 属于基础题中考常考题型.

20. (10 分) (2016•杭州) 把一个足球垂直水平地面向上踢, 时间为 t (秒) 时该足球距离地面的高度 h (米) 适用公式 $h=20t-5t^2$ ($0 \leq t \leq 4$).

(1) 当 $t=3$ 时, 求足球距离地面的高度;

(2) 当足球距离地面的高度为 10 米时, 求 t ;

(3) 若存在实数 t_1, t_2 ($t_1 \neq t_2$) 当 $t=t_1$ 或 t_2 时, 足球距离地面的高度都为 m (米), 求 m 的取值范围.

【分析】 (1) 将 $t=3$ 代入解析式可得;

(2) 根据 $h=10$ 可得关于 t 的一元二次方程, 解方程即可;

(3) 由题意可得方程 $20t-t^2=m$ 的两个不相等的实数根, 由根的判别式即可得 m 的范围.

【解答】 解: (1) 当 $t=3$ 时, $h=20t-5t^2=20 \times 3-5 \times 9=15$ (米),

$\therefore$ 当 $t=3$ 时, 足球距离地面的高度为 15 米;

(2) $\because h=10$,

$$\therefore 20t-5t^2=10, \text{ 即 } t^2-4t+2=0,$$

$$\text{解得: } t=2+\sqrt{2} \text{ 或 } t=2-\sqrt{2},$$

故经过 $2+\sqrt{2}$ 或 $2-\sqrt{2}$ 时, 足球距离地面的高度为 10 米;

(3) $\because m \geq 0$, 由题意得 t_1, t_2 是方程 $20t-5t^2=m$ 的两个不相等的实数根,

$$\therefore b^2-4ac=20^2-20m > 0,$$

$$\therefore m < 20,$$

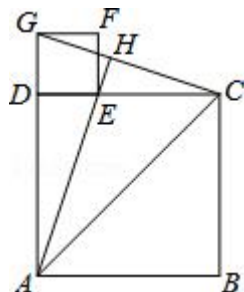
故 m 的取值范围是 $0 \leq m < 20$.

【点评】 本题主要考查二次函数背景下的求值及一元二次方程的应用、根的判别式, 根据题意得到相应的方程及将实际问题转化为方程问题是解题的关键.

21. (10分) (2016•杭州) 如图, 已知四边形 ABCD 和四边形 DEFG 为正方形, 点 E 在线段 DE 上, 点 A, D, G 在同一直线上, 且 AD=3, DE=1, 连接 AC, CG, AE, 并延长 AE 交 CG 于点 H.

(1) 求 $\sin \angle EAC$ 的值.

(2) 求线段 AH 的长.



【分析】(1) 作 $EM \perp AC$ 于 M, 根据 $\sin \angle EAM = \frac{EM}{AE}$ 求出 EM、AE 即可解决问题.

(2) 先证明 $\triangle GDC \cong \triangle EDA$, 得 $\angle GCD = \angle EAD$, 推出 $AH \perp GC$, 再根据

$$S_{\triangle AGC} = \frac{1}{2} \cdot AG \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot GC \cdot AH, \text{ 即可解决问题.}$$

【解答】解: (1) 作 $EM \perp AC$ 于 M.

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, AD = DC = 3, \angle DCA = 45^\circ,$$

$\therefore$ 在 $RT\triangle ADE$ 中, $\because \angle ADE = 90^\circ, AD = 3, DE = 1,$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{10},$$

在 $RT\triangle EMC$ 中, $\because \angle EMC = 90^\circ, \angle ECM = 45^\circ, EC = 2,$

$$\therefore EM = CM = \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{在 } RT\triangle AEM \text{ 中, } \sin \angle EAM = \frac{EM}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

(2) 在 $\triangle GDC$ 和 $\triangle EDA$ 中,

$$\begin{cases} DG = DE \\ \angle GDC = \angle EDA, \\ DC = DA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GDC \cong \triangle EDA,$$

$$\therefore \angle GCD = \angle EAD, GC = AE = \sqrt{10},$$

$$\therefore \angle EHC = \angle EDA = 90^\circ,$$

$$\therefore AH \perp GC,$$

$$\therefore S_{\triangle AGC} = \frac{1}{2} \cdot AG \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot GC \cdot AH,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times AH,$$

$$\therefore AH = \frac{6}{5} \sqrt{10}.$$

当 $a < 0$ 时, $a(x-1)(x-1) > 0$, $y_1 > y_2$.

【点评】 本题考查了二次函数的综合应用, 解题的关键是: (1) 结合点的坐标利用待定系数法求出函数系数; (2) ①函数 y_1 的顶点坐标代入 y_2 中, 找出 a 、 b 间的关系; ②分 $a > 0$ 或 $a < 0$ 两种情况考虑. 本题属于中档题, 难度不大, 解决该题时, 利用配方法找出函数 y_1 的顶点坐标, 再代入 y_2 中找出 a 、 b 间的关系是关键.

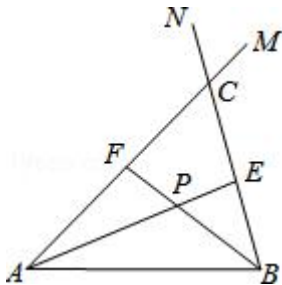
23. (12 分) (2016·杭州) 在线段 AB 的同侧作射线 AM 和 BN , 若 $\angle MAB$ 与 $\angle NBA$ 的平分线分别交射线 BN , AM 于点 E , F , AE 和 BF 交于点 P . 如图, 点点同学发现当射线 AM , BN 交于点 C ; 且 $\angle ACB = 60^\circ$ 时, 有以下两个结论:

① $\angle APB = 120^\circ$; ② $AF + BE = AB$.

那么, 当 $AM \parallel BN$ 时:

(1) 点点发现的结论还成立吗? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请求出 $\angle APB$ 的度数, 写出 AF , BE , AB 长度之间的等量关系, 并给出证明;

(2) 设点 Q 为线段 AE 上一点, $QB = 5$, 若 $AF + BE = 16$, 四边形 $ABEF$ 的面积为 $32\sqrt{3}$, 求 AQ 的长.



【分析】 (1) 由角平分线和平行线整体求出 $\angle MAB + \angle NBA$, 从而得到 $\angle APB = 90^\circ$, 最后用等边对等角, 即可.

(2) 先根据条件求出 AF , FG , 求出 $\angle FAG = 60^\circ$, 最后分两种情况讨论计算.

【解答】 解: (1) 原命题不成立, 新结论为: $\angle APB = 90^\circ$, $AF + BE = 2AB$ (或 $AF = BE = AB$), 理由: $\because AM \parallel BN$,

$$\therefore \angle MAB + \angle NBA = 180^\circ,$$

$$\because AE, BF \text{ 分别平分 } \angle MAB, \angle NBA,$$

$$\therefore \angle EAB = \frac{1}{2} \angle MAB, \quad \angle FBA = \frac{1}{2} \angle NBA,$$

$$\therefore \angle EAB + \angle FBA = \frac{1}{2} (\angle MAB + \angle NBA) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 90^\circ,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle MAB,$$

$$\therefore \angle MAE = \angle BAE,$$

$$\because AM \parallel BN,$$

$$\therefore \angle MAE = \angle BAE,$$

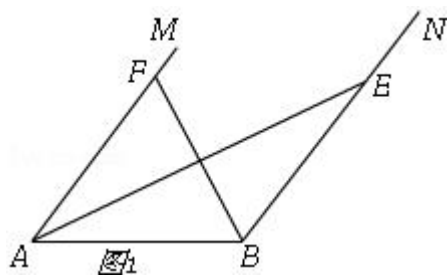
$$\therefore \angle BAE = \angle BEA,$$

$$\therefore AB = BE,$$

同理: $AF = AB$,

$$\therefore AF + BE = 2AB \text{ (或 } AF = BE = AB);$$

(2) 如图 1,



过点 F 作 $FG \perp AB$ 于 G,

$\because AF=BE, AF \parallel BE,$

$\therefore$ 四边形 ABEF 是平行四边形,

$\therefore AF+BE=16,$

$\therefore AB=AF=BE=8,$

$\therefore 32\sqrt{3}=8 \times FG,$

$\therefore FG=4\sqrt{3},$

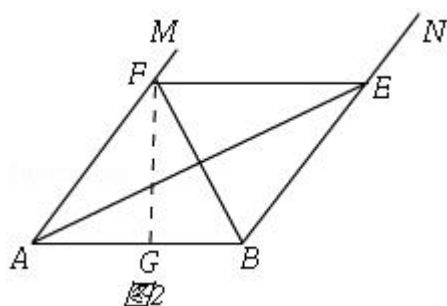
在 $Rt\triangle FAG$ 中, $AF=8,$

$\therefore \angle FAG=60^\circ,$

当点 G 在线段 AB 上时, $\angle FAB=60^\circ,$

当点 G 在线段 BA 延长线时, $\angle FAB=120^\circ,$

①如图 2,



当 $\angle FAB=60^\circ$ 时, $\angle PAB=30^\circ,$

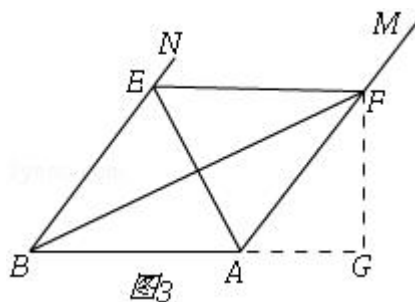
$\therefore PB=4, PA=4\sqrt{3},$

$\therefore BQ=5, \angle BPA=90^\circ,$

$\therefore PQ=3,$

$\therefore AQ=4\sqrt{3}-3$ 或 $AQ=4\sqrt{3}+3.$

②如图 3,



当 $\angle FAB=120^\circ$ 时, $\angle PAB=60^\circ, \angle FBG=30^\circ,$

$\therefore PB=4\sqrt{3},$

$\therefore PB=4\sqrt{3}>5,$

∴ 线段 AE 上不存在符合条件的点 Q,

∴ 当 $\angle FAB=60^\circ$ 时, $AQ=4\sqrt{3}-3$ 或 $4\sqrt{3}+3$.

【点评】 此题是四边形综合题, 主要考查了平行线的性质, 角平分线的性质, 直角三角形的性质, 勾股定理, 解本题的关键是用勾股定理计算线段.

参与本试卷答题和审题的老师有：HJJ；gsls；三界无我；sjzx；sd2011；1987483819；曹先生；弯弯的小河；zgm666；lantin；星期八；sks；szl；星月相随（排名不分先后）

菁优网

2016年9月8日