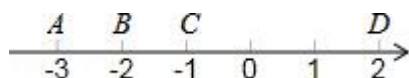


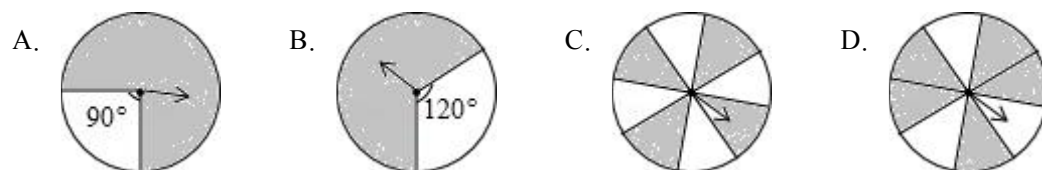
2015 年浙江省金华市中考数学试卷

一、选择题：本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. (3 分) (2015•金华) 计算 $(a^2)^3$ 的结果是 ()
 A. a^5 B. a^6 C. a^8 D. $3a^2$
2. (3 分) (2015•金华) 要使分式 $\frac{1}{x+2}$ 有意义，则 x 的取值应满足 ()
 A. $x = -2$ B. $x \neq 2$ C. $x > -2$ D. $x \neq -2$
3. (3 分) (2015•金华) 点 $P(4, 3)$ 所在的象限是 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. (3 分) (2015•金华) 已知 $\angle \alpha = 35^\circ$ ，则 $\angle \alpha$ 的补角的度数是 ()
 A. 55° B. 65° C. 145° D. 165°
5. (3 分) (2015•金华) 一元二次方程 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ，则 $x_1 \cdot x_2$ 的值是 ()
 A. 4 B. -4 C. 3 D. -3
6. (3 分) (2015•金华) 如图，数轴上的 A、B、C、D 四点中，与数 $-\sqrt{3}$ 表示的点最接近的是 ()



- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D
7. (3 分) (2015•金华) 如图的四个转盘中，C、D 转盘分成 8 等分，若让转盘自由转动一次，停止后，指针落在阴影区域内的概率最大的转盘是 ()



8. (3 分) (2015•金华) 图 2 是图 1 中拱形大桥的示意图，桥拱与桥面的交点为 O, B ，以点 O 为原点，水平直线 OB 为 x 轴，建立平面直角坐标系，桥的拱形可近似看成抛物线 $y = -\frac{1}{400}(x - 80)^2 + 16$ ，桥拱与桥墩 AC 的交点 C 恰好在水面，有 $AC \perp x$ 轴，若 $OA = 10$ 米，则桥面离水面的高度 AC 为 ()

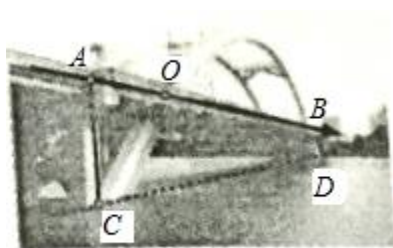


图1

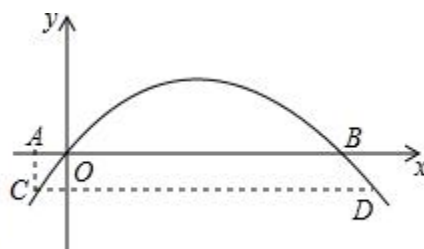


图2

- A. $16\frac{9}{40}$ 米 B. $\frac{17}{4}$ 米 C. $16\frac{7}{40}$ 米 D. $\frac{15}{4}$ 米

9. (3分) (2015•金华) 以下四种沿 AB 折叠的方法中, 不一定能判定纸带两条边线 a, b 互相平行的是 ()

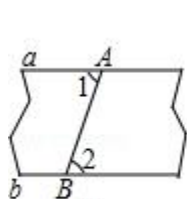


图1

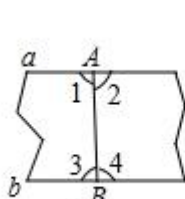


图2

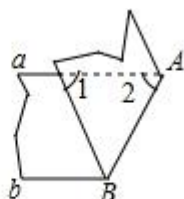


图3

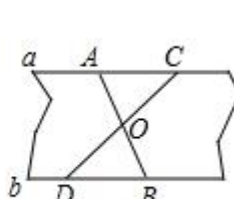
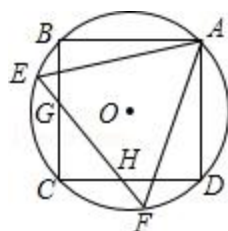


图4

- A. 如图 1, 展开后测得 $\angle 1 = \angle 2$
 B. 如图 2, 展开后测得 $\angle 1 = \angle 2$ 且 $\angle 3 = \angle 4$
 C. 如图 3, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
 D. 如图 4, 展开后再沿 CD 折叠, 两条折痕的交点为 O, 测得 $OA = OB$, $OC = OD$

10. (3分) (2015•金华) 如图, 正方形 ABCD 和正 $\triangle AEF$ 都内接于 $\odot O$, EF 与 BC、CD 分别相交于点 G、H, 则 $\frac{EF}{GH}$ 的值是 ()

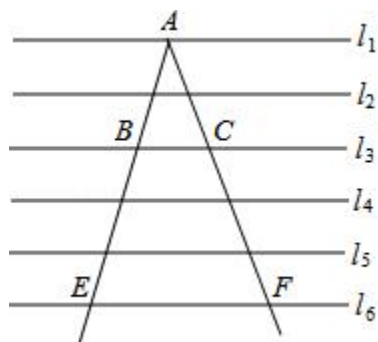


- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

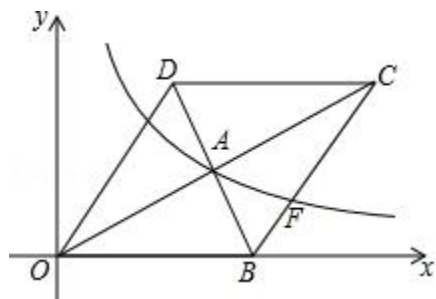
二、填空题: 本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。

11. (4分) (2015•金华) 实数 -3 的相反数是_____。
 12. (4分) (2015•金华) 数据 6, 5, 7, 7, 9 的众数是_____。
 13. (4分) (2015•金华) 已知 $a+b=3$, $a-b=5$, 则代数式 a^2-b^2 的值是_____。

14. (4分) (2015•金华) 如图, 直线 $l_1, l_2, \dots, l_6$ 是一组等距的平行线, 过直线 l_1 上的点 A 作两条射线, 分别与直线 l_3, l_6 相交于点 B, E, C, F . 若 $BC=2$, 则 EF 的长是_____.

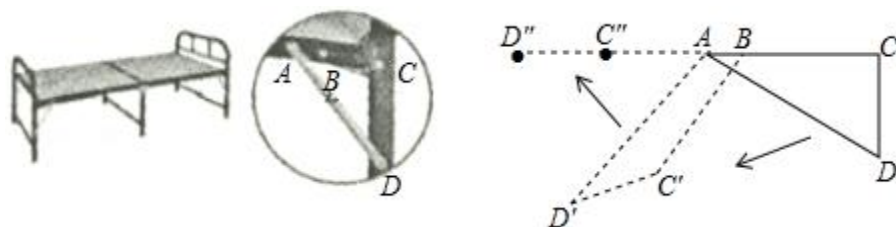


15. (4分) (2015•金华) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OBCD$ 的边 OB 在 x 轴正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过该菱形对角线的交点 A , 且与边 BC 交于点 F . 若点 D 的坐标为 $(6, 8)$, 则点 F 的坐标是_____.



16. (4分) (2015•金华) 图 1 是一张可以折叠的小床展开后支撑起来放在地面的示意图, 此时点 A, B, C 在同一直线上, 且 $\angle ACD = 90^\circ$, 图 2 是小床支撑脚 CD 折叠的示意图, 在折叠过程中, $\triangle ACD$ 变形为四边形 $ABC'D'$, 最后折叠形成一条线段 BD'' .

- (1) 小床这样设计应用的数学原理是_____.
- (2) 若 $AB:BC=1:4$, 则 $\tan \angle CAD$ 的值是_____.



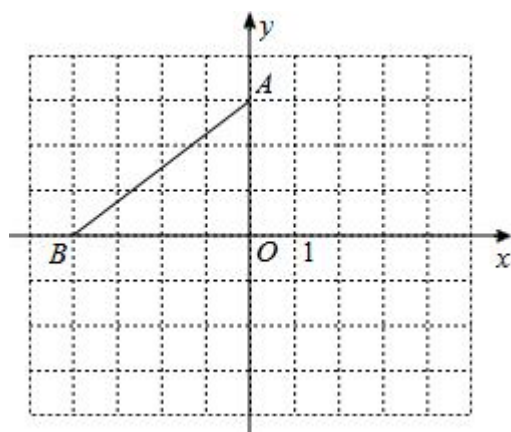
三、解答题: 本题有 8 小题, 共 66 分, 各小题都必须写出解答过程.

17. (6分) (2015•金华) 计算: $\sqrt{12} + 2^{-1} - 4\cos 30^\circ + \left| -\frac{1}{2} \right|$.

18. (6分) (2015•金华) 解不等式组
$$\begin{cases} 5x - 3 < 4x \\ 4(x - 1) + 3 \geq 2x \end{cases}$$

19. (6分) (2015•金华) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 (0, 3), 点 B 在 x 轴上, 将 $\triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle AEF$, 点 O、B 的对应点分别是点 E、F.

- (1) 若点 B 的坐标是 (-4, 0), 请在图中画出 $\triangle AEF$, 并写出点 E、F 的坐标.
- (2) 当点 F 落在 x 轴的上方时, 试写出一个符合条件的点 B 的坐标.



20. (8分) (2015•金华) 小明随机调查了若干市民租用公共自行车的骑车时间 t (单位: 分), 将获得的数据分成四组, 绘制了如图统计图, 请根据图中信息, 解答下列问题:

各组人数的条形统计图

各组人数占被调查总人数的百分比统计图

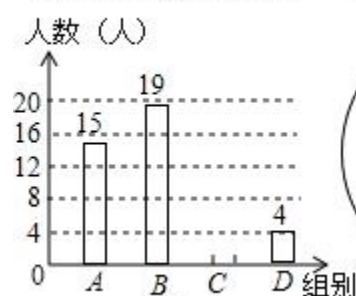


图1

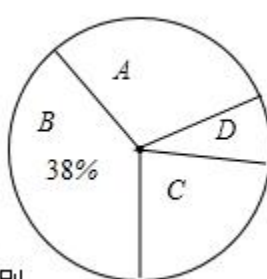


图2

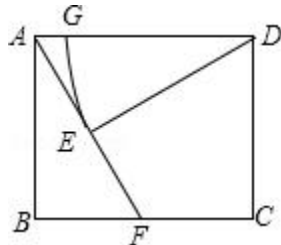
A: $t \leq 10$ 分
B: $10 < t \leq 20$ 分
C: $20 < t \leq 30$ 分
D: $t > 30$ 分

- (1) 这次被调查的总人数是多少?
- (2) 试求表示 A 组的扇形圆心角的度数, 并补全条形统计图.
- (3) 如果骑自行车的平均速度为 12km/h , 请估算, 在租用公共自行车的市民中, 骑车路程不超过 6km 的人数所占的百分比.

21. (8 分) (2015•金华) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 F 在边 BC 上, 且 $AF=AD$, 过点 D 作 $DE \perp AF$, 垂足为点 E .

(1) 求证: $DE=AB$.

(2) 以 D 为圆心, DE 为半径作圆弧交 AD 于点 G . 若 $BF=FC=1$, 试求 $\widehat{EG}$ 的长.

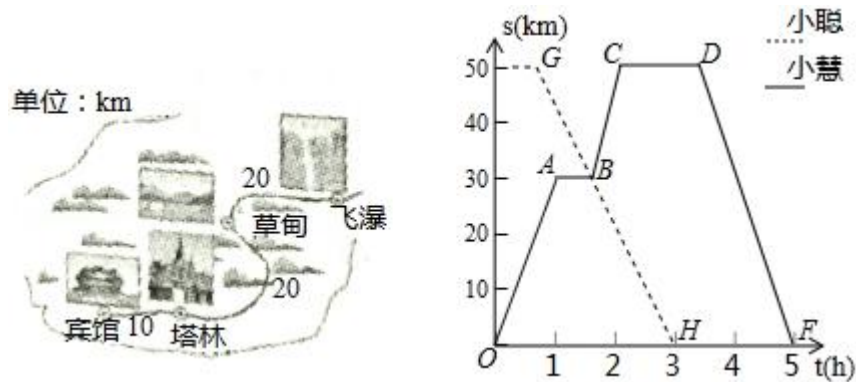


22. (10 分) (2015•金华) 小慧和小聪沿图 1 中的景区公路游览. 小慧乘坐车速为 30km/h 的电动汽车, 早上 7:00 从宾馆出发, 游玩后中午 12:00 回到宾馆. 小聪骑车从飞瀑出发前往宾馆, 速度为 20km/h , 途中遇见小慧时, 小慧恰好游完一景点后乘车前往下一景点. 上午 10:00 小聪到达宾馆. 图 2 中的图象分别表示两人离宾馆的路程 s (km) 与时间 t (h) 的函数关系. 试结合图中信息回答:

(1) 小聪上午几点钟从飞瀑出发?

(2) 试求线段 AB 、 GH 的交点 B 的坐标, 并说明它的实际意义.

(3) 如果小聪到达宾馆后, 立即以 30km/h 的速度按原路返回, 那么返回途中他几点钟遇见小慧?



23. (10 分) (2015•金华) 图 1、图 2 为同一长方体房间的示意图, 图 3 为该长方体的表面展开图.

(1) 蜘蛛在顶点 A' 处.

①苍蝇在顶点 B 处时, 试在图 1 中画出蜘蛛为捉住苍蝇, 沿墙面爬行的最近路线.

②苍蝇在顶点 C 处时, 图 2 中画出了蜘蛛捉住苍蝇的两条路线, 往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 和往墙面 $BB'C'C$ 爬行的最近路线 $A'HC$, 试通过计算判断哪条路线更近.

(2) 在图 3 中, 半径为 10dm 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切, 圆心 M 到边 CC' 的距离为 15dm , 蜘蛛 P 在线段 AB 上, 苍蝇 Q 在 $\odot M$ 的圆周上, 线段 PQ 为蜘蛛爬行路线, 若 PQ 与 $\odot M$ 相切, 试求 PQ 长度的范围.

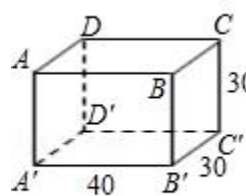


图1

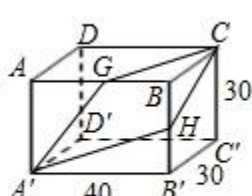


图2

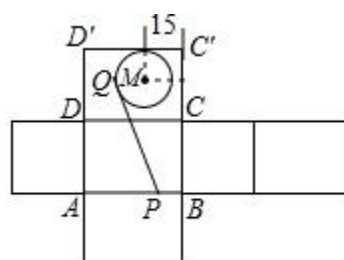


图3

24. (12 分) (2015•金华) 如图, 抛物线 $y=ax^2+c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于 B , C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4, 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E , 其顶点为 F , 对称轴与 x 轴的交点为 H .

(1) 求 a 、 c 的值.

(2) 连接 OF , 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由.

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E , 另一直角边与 y 轴相交于点 P , 是否存在这样的点 Q , 使以点 P 、 Q 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

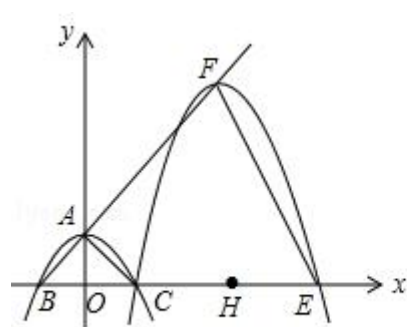


图1

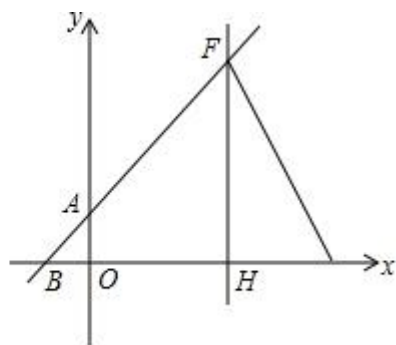


图2

2015 年浙江省金华市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. (3 分) (2015•金华) 计算 $(a^2)^3$ 的结果是 ()

- A. a^5 B. a^6 C. a^8 D. $3a^2$

考点：幂的乘方与积的乘方.

分析：根据幂的乘方，底数不变，指数相乘，计算后直接选取答案.

解答：解： $(a^2)^3 = a^6$.

故选：B.

点评：本题考查了幂的乘方的性质，熟练掌握性质是解题的关键.

2. (3 分) (2015•金华) 要使分式 $\frac{1}{x+2}$ 有意义，则 x 的取值应满足 ()

- A. $x = -2$ B. $x \neq 2$ C. $x > -2$ D. $x \neq -2$

考点：分式有意义的条件.

分析：根据分式有意义的条件是分母不等于零，可得 $x+2 \neq 0$ ，据此求出 x 的取值范围即可.

解答：解： $\because$ 分式 $\frac{1}{x+2}$ 有意义，

$$\therefore x+2 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq -2,$$

即 x 的取值应满足： $x \neq -2$.

故选：D.

点评：此题主要考查了分式有意义的条件，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：(1) 分式有意义的条件是分母不等于零。(2) 分式无意义的条件是分母等于零。(3) 分式的值为正数的条件是分子、分母同号。(4) 分式的值为负数的条件是分子、分母异号.

3. (3 分) (2015•金华) 点 P (4, 3) 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

考点: 点的坐标.

分析: 根据点在第一象限的坐标特点解答即可.

解答: 解: 因为点 P (4, 3) 的横坐标是正数, 纵坐标是正数, 所以点 P 在平面直角坐标系的第一象限.

故选: A.

点评: 本题考查了点的坐标, 解答本题的关键是掌握好四个象限的点的坐标的特征: 第一象限正正, 第二象限负正, 第三象限负负, 第四象限正负.

4. (3 分) (2015•金华) 已知 $\angle \alpha = 35^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的补角的度数是 ()

- A. 55° B. 65° C. 145° D. 165°

考点: 余角和补角.

分析: 根据互补即两角的和为 180° , 由此即可得出 $\angle \alpha$ 的补角度数.

解答: 解: $\angle \alpha$ 的补角 $= 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$.

故选: C.

点评: 本题考查了补角的知识, 掌握互为补角的两角之和为 180° 度是关键, 比较简单.

5. (3 分) (2015•金华) 一元二次方程 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两根为 x_1 、 x_2 , 则 $x_1 \cdot x_2$ 的值是 ()

- A. 4 B. -4 C. 3 D. -3

考点: 根与系数的关系.

专题: 计算题.

分析: 根据根与系数的关系求解.

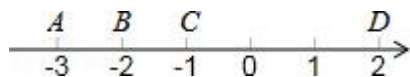
解答: 解: $x_1 \cdot x_2 = -3$.

故选 D.

点评: 本题考查了根与系数的关系: 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1 , x_2 是一元

二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

6. (3分) (2015•金华) 如图, 数轴上的 A、B、C、D 四点中, 与数 $-\sqrt{3}$ 表示的点最近的是 ()



- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

考点: 实数与数轴; 估算无理数的大小.

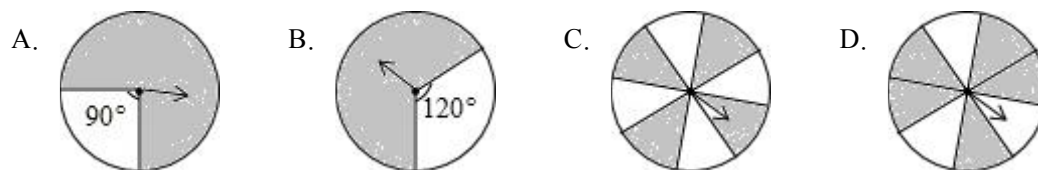
分析: 先估算出 $\sqrt{3} \approx 1.732$, 所以 $-\sqrt{3} \approx -1.732$, 根据点 A、B、C、D 表示的数分别为 -3、-2、-1、2, 即可解答.

解答: 解: $\because \sqrt{3} \approx 1.732$,
 $\therefore -\sqrt{3} \approx -1.732$,
 $\because$ 点 A、B、C、D 表示的数分别为 -3、-2、-1、2,
 $\therefore$ 与数 $-\sqrt{3}$ 表示的点最近的是点 B.

故选: B.

点评: 本题考查的是实数与数轴, 熟知实数与数轴上各点是一一对应关系是解答此题的关键.

7. (3分) (2015•金华) 如图的四个转盘中, C、D 转盘分成 8 等分, 若让转盘自由转动一次, 停止后, 指针落在阴影区域内的概率最大的转盘是 ()



考点: 几何概率.

分析: 利用指针落在阴影区域内的概率是: $\frac{\text{阴影面积}}{\text{总面积}}$, 分别求出概率比较即可.

解答: 解: A、如图所示: 指针落在阴影区域内的概率为: $\frac{360-90}{360}=\frac{3}{4}$;

B、如图所示: 指针落在阴影区域内的概率为: $\frac{360-120}{360}=\frac{2}{3}$;

C、如图所示：指针落在阴影区域内的概率为： $\frac{1}{2}$;

D、如图所示：指针落在阴影区域内的概率为： $\frac{5}{8}$;

$$\therefore \frac{3}{4} > \frac{5}{8} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 指针落在阴影区域内的概率最大的转盘是： $\frac{3}{4}$.

故选：A.

点评：此题考查了几何概率，计算阴影区域的面积在总面积中占的比例是解题关键.

8. (3分) (2015•金华) 图2是图1中拱形大桥的示意图，桥拱与桥面的交点为O，B，以点O为原点，水平直线OB为x轴，建立平面直角坐标系，桥的拱形可近似看成抛物线 $y = -\frac{1}{400}(x-80)^2 + 16$ ，桥拱与桥墩AC的交点C恰好在水面，有 $AC \perp x$ 轴，若 $OA=10$ 米，则桥面离水面的高度AC为（ ）

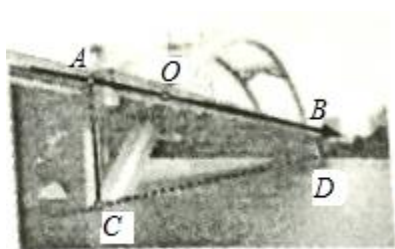


图1

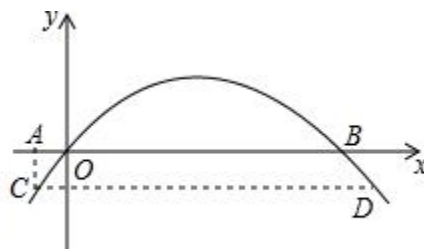


图2

- A. $16\frac{9}{40}$ 米 B. $\frac{17}{4}$ 米 C. $16\frac{7}{40}$ 米 D. $\frac{15}{4}$ 米

考点：二次函数的应用.

专题：计算题.

分析：先确定C点的横坐标，然后根据抛物线上点的坐标特征求出C点的纵坐标，从而可得到AC的长.

解答：解： $\because AC \perp x$ 轴， $OA=10$ 米，

$\therefore$ 点C的横坐标为-10，

$$\text{当 } x = -10 \text{ 时, } y = -\frac{1}{400}(x-80)^2 + 16 = -\frac{1}{400}(-10-80)^2 + 16 = -\frac{17}{4},$$

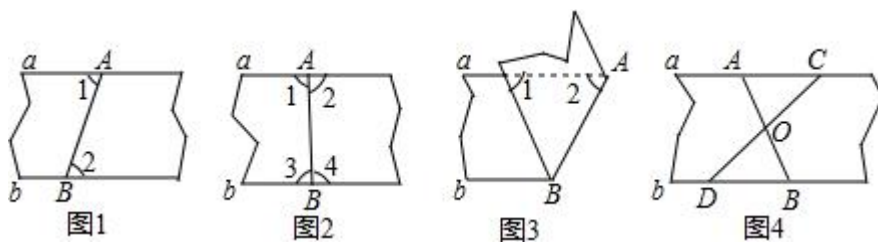
$$\therefore C(-10, -\frac{17}{4}),$$

$\therefore$ 桥面离水面的高度AC为 $\frac{17}{4}$ m.

故选 B.

点评: 本题考查了二次函数的应用: 利用二次函数解决抛物线形的隧道、大桥和拱门等实际问题时, 要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上, 从而确定抛物线的解析式, 通过解析式可解决一些测量问题或其他问题.

9. (3 分) (2015•金华) 以下四种沿 AB 折叠的方法中, 不一定能判定纸带两条边线 a, b 互相平行的是 ()



- A. 如图 1, 展开后测得 $\angle 1 = \angle 2$
- B. 如图 2, 展开后测得 $\angle 1 = \angle 2$ 且 $\angle 3 = \angle 4$
- C. 如图 3, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
- D. 如图 4, 展开后再沿 CD 折叠, 两条折痕的交点为 O, 测得 $OA = OB$, $OC = OD$

考点: 平行线的判定; 翻折变换 (折叠问题).

分析: 根据平行线的判定定理, 进行分析, 即可解答.

解答: 解: A、 $\angle 1 = \angle 2$, 根据内错角相等, 两直线平行进行判定, 故正确;

B、 $\because \angle 1 = \angle 2$ 且 $\angle 3 = \angle 4$, 由图可知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$,

$\therefore a \parallel b$ (内错角相等, 两直线平行),

故正确;

C、测得 $\angle 1 = \angle 2$,

$\because \angle 1$ 与 $\angle 2$ 即不是内错角也不是同位角,

$\therefore$ 不一定能判定两直线平行, 故错误;

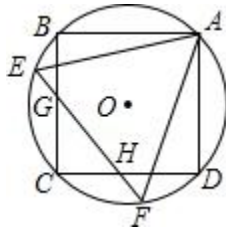
D、在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中,

$$\begin{cases} OA=OB \\ \angle AOB=\angle COD, \\ OC=OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$,
 $\therefore \angle CAO = \angle DBO$,
 $\therefore a \parallel b$ (内错角相等, 两直线平行),
 故正确.
 故选: C.

点评: 本题考查了平行线的判定, 解决本题的关键是熟记平行线的判定定理.

10. (3 分) (2015•金华) 如图, 正方形 ABCD 和正 $\triangle AEF$ 都内接于 $\odot O$, EF 与 BC、CD 分别相交于点 G、H, 则 $\frac{EF}{GH}$ 的值是 ()



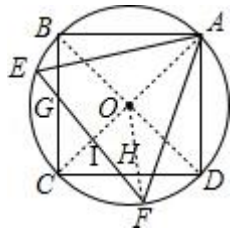
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

考点: 正多边形和圆.

专题: 计算题.

分析: 首先设 $\odot O$ 的半径是 r , 则 $OF=r$, 根据 AO 是 $\angle EAF$ 的平分线, 求出 $\angle COF=60^\circ$, 在 $Rt\triangle OIF$ 中, 求出 FI 的值是多少; 然后判断出 OI 、 CI 的关系, 再根据 $GH \parallel BD$, 求出 GH 的值是多少, 再用 EF 的值比上 GH 的值, 求出 $\frac{EF}{GH}$ 的值是多少即可.

解答:



解: 如图, 连接 AC 、 BD 、 OF ,

设 $\odot O$ 的半径是 r ,

则 $OF=r$,

$\therefore AO$ 是 $\angle EAF$ 的平分线,

$\therefore \angle OAF=60^\circ \div 2=30^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\because OA=OF, \\
&\therefore \angle OFA=\angle OAF=30^\circ, \\
&\therefore \angle COF=30^\circ+30^\circ=60^\circ, \\
&\therefore FI=r\cdot\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}r, \\
&\therefore EF=\frac{\sqrt{3}}{2}r\times 2=\sqrt{3}r, \\
&\because AO=2OI, \\
&\therefore OI=\frac{1}{2}r, \quad CI=r-\frac{1}{2}r=\frac{1}{2}r, \\
&\therefore \frac{GH}{BD}=\frac{CI}{CO}=\frac{1}{2}, \\
&\therefore GH=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 2r=r, \\
&\therefore \frac{EF}{GH}=\frac{\sqrt{3}r}{r}=\sqrt{3}, \\
&\text{即则}\frac{EF}{GH}\text{的值是}\sqrt{3}.
\end{aligned}$$

故选：C.

点评：此题主要考查了正多边形与圆的关系，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确正多边形的有关概念：①中心：正多边形的外接圆的圆心叫做正多边形的中心．②正多边形的半径：外接圆的半径叫做正多边形的半径．③中心角：正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的中心角．④边心距：中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距．

二、填空题：本题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．

11. (4 分) (2015•金华) 实数 - 3 的相反数是 3 .

考点：实数的性质.

分析：根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

解答：解：实数 - 3 的相反数是 3，

故答案为：3.

点评：本题考查了实数的性质，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

12. (4分) (2015•金华) 数据 6, 5, 7, 7, 9 的众数是 7.

考点: 众数.

分析: 根据众数的定义, 找数据中出现最多的数即可.

解答: 解: 数字 7 出现了 2 次, 为出现次数最多的数, 故众数为 7,

故答案为: 7.

点评: 本题考查了众数的概念. 众数是数据中出现次数最多的数. 众数不唯一.

13. (4分) (2015•金华) 已知 $a+b=3$, $a-b=5$, 则代数式 a^2-b^2 的值是 15.

考点: 平方差公式.

专题: 计算题.

分析: 原式利用平方差公式化简, 将已知等式代入计算即可求出值.

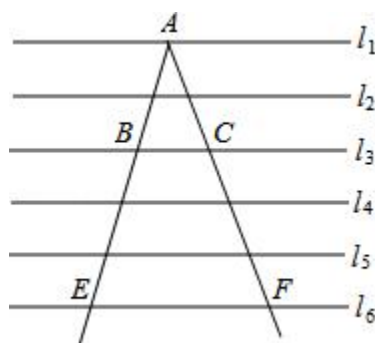
解答: 解: $\because a+b=3$, $a-b=5$,

$\therefore$ 原式 $= (a+b)(a-b) = 15$,

故答案为: 15

点评: 此题考查了平方差公式, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

14. (4分) (2015•金华) 如图, 直线 $l_1, l_2, \dots, l_6$ 是一组等距的平行线, 过直线 l_1 上的点 A 作两条射线, 分别与直线 l_3, l_6 相交于点 B、E、C、F. 若 $BC=2$, 则 EF 的长是 5.



考点: 相似三角形的判定与性质.

分析: 由直线 $l_1, l_2, \dots, l_6$ 是一组等距的平行线, 得到 $\triangle ABC \sim \triangle AEF$, 推出比例式求得结

果.

解答: 解: $\because l_3 \parallel l_6$,

$$\therefore BC \parallel EF,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AEF,$$

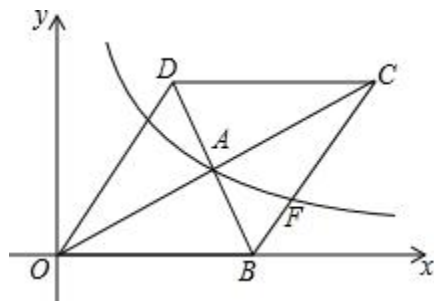
$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF} = \frac{2}{5},$$

$$\because BC=2,$$

$$\therefore EF=5.$$

点评: 本题考查了相似三角形的判定和性质, 平行线等分线段定理, 熟记定理是解题的关键.

15. (4分) (2015•金华) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 OBCD 的边 OB 在 x 轴正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过该菱形对角线的交点 A, 且与边 BC 交于点 F. 若点 D 的坐标为 (6, 8), 则点 F 的坐标是 $(12, \frac{8}{3})$.



考点: 菱形的性质; 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析: 首先过点 D 作 $DM \perp x$ 轴于点 M, 过点 F 作 $FE \perp x$ 于点 E, 由点 D 的坐标为 (6, 8), 可求得菱形 OBCD 的边长, 又由点 A 是 BD 的中点, 求得点 A 的坐标, 利用待定系数法即可求得反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的解析式, 然后由 $\tan \angle FBE = \tan \angle DOM = \frac{DM}{OM} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$, 可设 $EF=4a$, $BE=3a$, 则点 F 的坐标为: $(10+3a, 4a)$, 即可得方程 $4a(10+3a) = 32$, 继而求得 a 的值, 则可求得答案.

解答: 解: 过点 D 作 $DM \perp x$ 轴于点 M, 过点 F 作 $FE \perp x$ 于点 E,

$$\because \text{点 D 的坐标为 } (6, 8),$$

$$\therefore OD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\because \text{四边形 OBCD 是菱形},$$

$$\therefore OB=OD=10,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为: } (10, 0),$$

$$\because AB=AD, \text{ 即 } A \text{ 是 } BD \text{ 的中点},$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为: } (8, 4),$$

$$\because \text{点 } A \text{ 在反比例函数 } y=\frac{k}{x} \text{ 上},$$

$$\therefore k=xy=8 \times 4=32,$$

$$\because OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DOM = \angle FBE,$$

$$\therefore \tan \angle FBE = \tan \angle DOM = \frac{DM}{OM} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3},$$

$$\text{设 } EF=4a, \text{ } BE=3a,$$

$$\text{则点 } F \text{ 的坐标为: } (10+3a, 4a),$$

$$\because \text{点 } F \text{ 在反比例函数 } y=\frac{32}{x} \text{ 上},$$

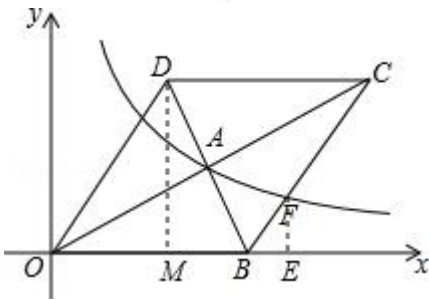
$$\therefore 4a(10+3a) = 32,$$

$$\text{即 } 3a^2 + 10a - 8 = 0,$$

$$\text{解得: } a_1 = \frac{2}{3}, \quad a_2 = -4 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 的坐标为: } (12, \frac{8}{3}).$$

$$\text{故答案为: } (12, \frac{8}{3}).$$



点评: 此题考查了菱形的性质、反比例函数的性质以及三角函数等知识. 注意准确作出辅助

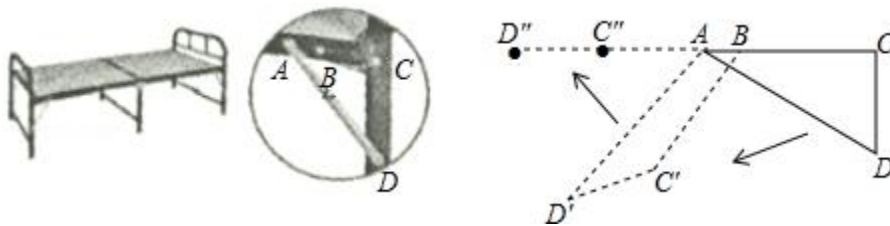
线, 求得反比例函数的解析式, 得到 $\tan \angle FBE = \tan \angle DOM = \frac{DM}{OM} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$, 从而得到方程

$4a(10+3a) = 32$ 是关键.

16. (4分) (2015•金华) 图1是一张可以折叠的小床展开后支撑起来放在地面的示意图, 此时点A、B、C在同一直线上, 且 $\angle ACD=90^\circ$, 图2是小床支撑脚CD折叠的示意图, 在折叠过程中, $\triangle ACD$ 变形为四边形 $ABC'D'$, 最后折叠形成一条线段 BD'' .

(1) 小床这样设计应用的数学原理是三角形具有稳定性.

(2) 若 $AB:BC=1:4$, 则 $\tan \angle CAD$ 的值是 $\frac{8}{15}$.



考点: 翻折变换 (折叠问题); 解直角三角形的应用.

专题: 计算题.

分析: (1) 直接利用三角形的稳定性得出答案;

(2) 根据题意表示出各线段的长, 进而利用勾股定理表示出 DC 的长, 再利用锐角三角函数关系得出答案.

解答: 解: (1) 小床这样设计应用的数学原理是: 三角形具有稳定性;

故答案为: 三角形具有稳定性;

(2) $\because AB:BC=1:4$,

$\therefore$ 设 $AB=x$, $DC=y$, 则 $BC=4x$, $C'D''=y$,

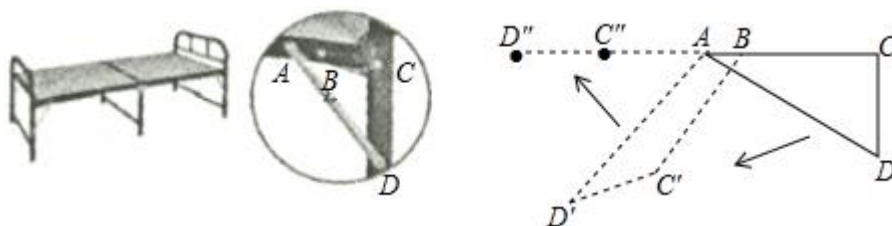
由图形可得: $BC''=4x$, 则 $AC''=3x$, $AD=AD''=3x+y$,

故 $AC^2+DC^2=AD^2$, 即 $(5x)^2+y^2=(3x+y)^2$,

解得: $y=\frac{8}{3}x$,

则 $\tan \angle CAD$ 的值是: $\frac{DC}{AC}=\frac{\frac{8}{3}x}{5x}=\frac{8}{15}$.

故答案为: $\frac{8}{15}$.



点评: 此题主要考查了翻折变换以及解直角三角形的应用，根据题意用同一未知数表示出 AC，CD 的长是解题关键.

三、解答题: 本题有 8 小题，共 66 分，各小题都必须写出解答过程.

17. (6 分) (2015•金华) 计算: $\sqrt{12} + 2^{-1} - 4\cos 30^\circ + \left| -\frac{1}{2} \right|$.

考点: 实数的运算; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

分析: 首先根据算术平方根、负整数指数幂的运算方法，以及 30° 的三角函数值，还有绝对值的求法计算，然后根据加法交换律和加法结合律，求出算式

$\sqrt{12} + 2^{-1} - 4\cos 30^\circ + \left| -\frac{1}{2} \right|$ 的值是多少即可.

解答: 解: $\sqrt{12} + 2^{-1} - 4\cos 30^\circ + \left| -\frac{1}{2} \right|$

$$= 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} - 2\sqrt{3} + \frac{1}{2}$$

$$= (2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= 0 + 1$$

$$= 1$$

点评: (1) 此题主要考查了算术平方根的含义以及求法，以及绝对值的含义和求法，要熟练掌握.

(2) 此题还考查了负整数指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确: (1)

$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数); (2) 计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂的意义计算; (3) 当底数是分数时，只要把分子、分母颠倒，负指数就可变为正指数.

(3) 此题还考查了特殊角的三角函数值，要牢记 30° 、 45° 、 60° 等特殊角的三角函数值.

18. (6分) (2015•金华) 解不等式组 $\begin{cases} 5x - 3 < 4x \\ 4(x - 1) + 3 \geq 2x \end{cases}$.

考点: 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

解答: 解: $\begin{cases} 5x - 3 < 4x \text{ ①} \\ 4(x - 1) + 3 \geq 2x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $x < 3$,

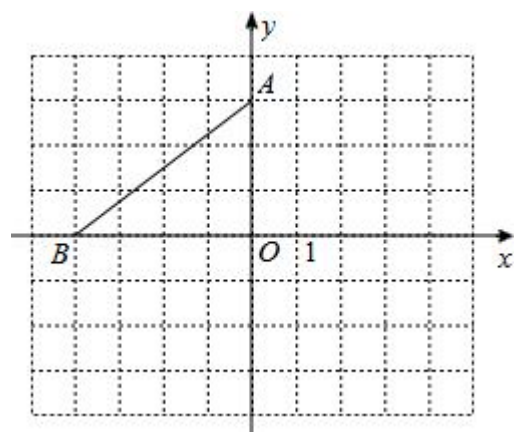
由②得: $x \geq \frac{1}{2}$,

则不等式组的解集为 $\frac{1}{2} \leq x < 3$.

点评: 此题考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (6分) (2015•金华) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 (0, 3), 点 B 在 x 轴上, 将 $\triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle AEF$, 点 O、B 的对应点分别是点 E、F.

- (1) 若点 B 的坐标是 (-4, 0), 请在图中画出 $\triangle AEF$, 并写出点 E、F 的坐标.
- (2) 当点 F 落在 x 轴的上方时, 试写出一个符合条件的点 B 的坐标.



考点: 作图-旋转变换.

分析: (1) $\triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle AEF$, 所以 $AO \perp AE$, $AB \perp AF$, $BO \perp EF$,

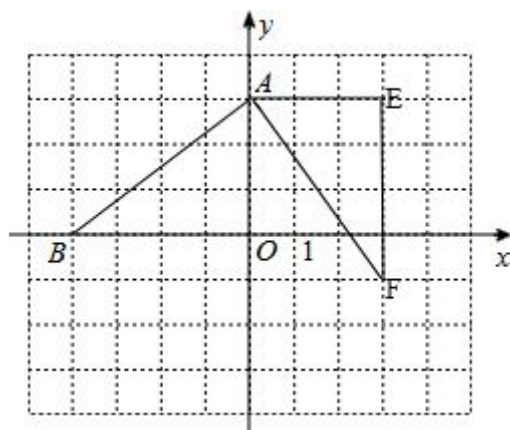
$AO=AE$, $AB=AF$, $BO=EF$, 据此在图中画出 $\triangle AEF$, 并写出点 E、F 的坐标即可.

(2) 根据点 F 落在 x 轴的上方, 可得 $EF < AO$; 然后根据 $EF=OB$, 判断出 $OB < 3$, 即可求出一个符合条件的点 B 的坐标是多少.

解答: 解: (1) $\because \triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle AEF$,

$\therefore AO \perp AE$, $AB \perp AF$, $BO \perp EF$, $AO=AE$, $AB=AF$, $BO=EF$,

$\therefore \triangle AEF$ 在图中表示为:



$\therefore AO \perp AE$, $AO=AE$,

$\therefore$ 点 E 的坐标是 $(3, 3)$,

$\therefore EF=OB=4$,

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(3, -1)$.

(2) $\because$ 点 F 落在 x 轴的上方,

$\therefore EF < AO$,

又 $\because EF=OB$,

$\therefore OB < AO$, $AO=3$,

$\therefore OB < 3$,

$\therefore$ 一个符合条件的点 B 的坐标是 $(-2, 0)$.

点评: 此题主要考查了作图 - 旋转变换问题, 解答此题的关键是要熟练掌握旋转图形的作法: 根据旋转的性质可知, 对应角都相等都等于旋转角, 对应线段也相等, 由此可以通过作相等的角, 在角的边上截取相等的线段的方法, 找到对应点, 顺次连接得出旋转后的图形.

20. (8分) (2015•金华) 小明随机调查了若干市民租用公共自行车的骑车时间 t (单位: 分), 将获得的数据分成四组, 绘制了如图统计图, 请根据图中信息, 解答下列问题:

各组人数的条形统计图

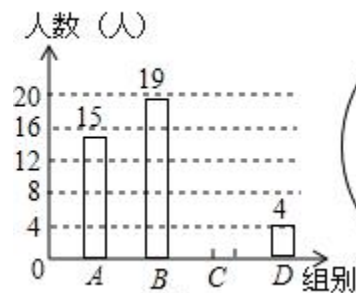


图1

各组人数占被调查总人数的百分比统计图

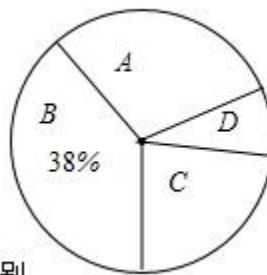


图2

A: $t \leq 10$ 分
B: $10 < t \leq 20$ 分
C: $20 < t \leq 30$ 分
D: $t > 30$ 分

(1) 这次被调查的总人数是多少?

(2) 试求表示 A 组的扇形圆心角的度数, 并补全条形统计图.

(3) 如果骑自行车的平均速度为 12km/h , 请估算, 在租用公共自行车的市民中, 骑车路程不超过 6km 的人数所占的百分比.

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 根据 B 类人数是 19, 所占的百分比是 38%, 据此即可求得调查的总人数;

(2) 利用 360° 乘以对应的百分比即可求解;

(3) 求得路程是 6km 时所用的时间, 根据百分比的意义可求得路程不超过 6km 的人数所占的百分比.

解答: 解: (1) 调查的总人数是: $19 \div 38\% = 50$ (人);

(2) A 组所占圆心角的度数是: $360 \times \frac{15}{50} = 108^\circ$,

C 组的人数是: $50 - 15 - 19 - 4 = 12$.

各组人数的条形统计图

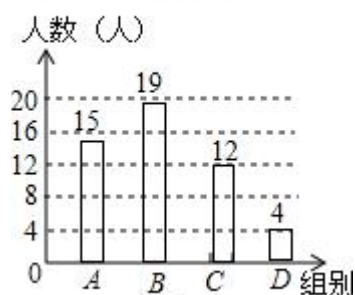


图1

(3) 路程是 6km 时所用的时间是: $6 \div 12 = 0.5$ (小时) = 30 (分钟),

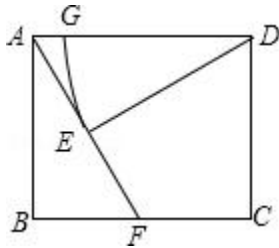
则骑车路程不超过 6km 的人数所占的百分比是: $\frac{50 - 4}{50} \times 100\% = 92\%$.

点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

21. (8 分) (2015•金华) 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 F 在边 BC 上, 且 $AF=AD$, 过点 D 作 $DE \perp AF$, 垂足为点 E.

(1) 求证: $DE=AB$.

(2) 以 D 为圆心, DE 为半径作圆弧交 AD 于点 G. 若 $BF=FC=1$, 试求 $\widehat{EG}$ 的长.



考点: 全等三角形的判定与性质; 含 30 度角的直角三角形; 矩形的性质; 弧长的计算.

分析: (1) 由矩形的性质得出 $\angle B = \angle C = 90^\circ$, $AB=BC=AD=DC$, $AD \parallel BC$, 得出

$\angle EAD = \angle AFB$, 由 AAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle FAB$, 得出对应边相等即可;

(2) 连接 DF, 先证明 $\triangle DCF \cong \triangle ABF$, 得出 $DF=AF$, 再证明 $\triangle ADF$ 是等边三角形, 得出 $\angle DAE = 60^\circ$, $\angle ADE = 30^\circ$, 由 $AE=BF=1$, 根据三角函数得出 DE, 由弧长公式即可求出 $\widehat{EG}$ 的长.

解答: (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ$, $AB=BC=AD=DC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EAD = \angle AFB$,

$\because DE \perp AF$,

$\therefore \angle AED = 90^\circ$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FAB$ 中,
$$\begin{cases} \angle AED = \angle B = 90^\circ \\ \angle EAD = \angle AFB \\ AD = AB \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FAB$ (AAS),

$\therefore DE=AB$;

(2) 解: 连接 DF, 如图所示:

$$\text{在} \triangle DCF \text{ 和 } \triangle ABF \text{ 中, } \begin{cases} DC=AB \\ \angle C=\angle B \\ FC=BF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DCF \cong \triangle ABF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore DF=AF,$$

$$\because AF=AD,$$

$$\therefore DF=AF=AD,$$

$$\therefore \triangle ADF \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle DAE=60^\circ,$$

$$\because DE \perp AF,$$

$$\therefore \angle AED=90^\circ,$$

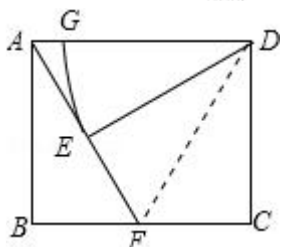
$$\therefore \angle ADE=30^\circ,$$

$$\because \triangle ADE \cong \triangle FAB,$$

$$\therefore AE=BF=1,$$

$$\therefore DE=\sqrt{3}AE=\sqrt{3},$$

$$\therefore \widehat{EG} \text{ 的长} = \frac{30 \times \pi \times \sqrt{3}}{180} = \frac{\sqrt{3}\pi}{6}.$$



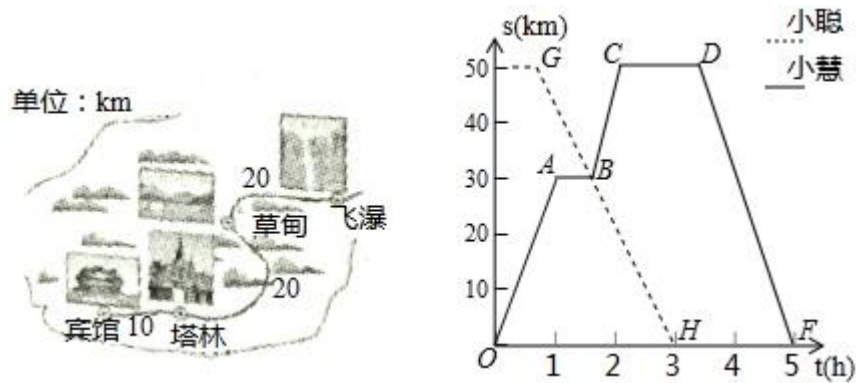
点评: 本题考查了矩形的性质、全等三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、三角函数以及弧长公式；熟练掌握矩形的性质，并能进行推理论证与计算是解决问题的关键.

22. (10 分) (2015•金华) 小慧和小聪沿图 1 中的景区公路游览. 小慧乘坐车速为 30km/h 的电动汽车, 早上 7:00 从宾馆出发, 游玩后中午 12:00 回到宾馆. 小聪骑车从飞瀑出发前往宾馆, 速度为 20km/h, 途中遇见小慧时, 小慧恰好游玩完一景点后乘车前往下一景点. 上午 10:00 小聪到达宾馆. 图 2 中的图象分别表示两人离宾馆的路程 s (km) 与时间 t (h) 的函数关系. 试结合图中信息回答:

(1) 小聪上午几点钟从飞瀑出发?

(2) 试求线段 AB、GH 的交点 B 的坐标，并说明它的实际意义.

(3) 如果小聪到达宾馆后，立即以 30km/h 的速度按原路返回，那么返回途中他几点钟遇见小慧？



考点：一次函数的应用.

分析： (1) 根据时间=路程÷速度，可得小聪骑车从飞瀑出发到宾馆所用时间为：50÷20=2.5 (小时)，从 10 点往前推 2.5 小时，即可解答；

(2) 利用待定系数法求 GH 的解析式，当 s=30 时，求出 t 的值，即可确定点 B 的坐标；

(3) 根据 $50 \div 30 = \frac{5}{3}$ (小时) = 1 小时 40 分钟，确定当小慧在 D 点时，对应的时间点是 10: 20，而小聪到达宾馆返回的时间是 10: 00，设小聪返回 x 小时后两人相遇，根据题意得： $30x + 30(x - \frac{1}{3}) = 50$ ，解得： x=1，10+1=11 点，即可解答.

解答： 解：(1) 小聪骑车从飞瀑出发到宾馆所用时间为：50÷20=2.5 (小时)，

∴ 上午 10: 00 小聪到达宾馆，

∴ 小聪上午 7 点 30 分从飞瀑出发.

(2) $3 - 2.5 = 0.5$,

∴ 点 G 的坐标为 (0.5, 50),

设 GH 的解析式为 $s = kt + b$,

把 G (0.5, 50), H (3, 0) 代入得： $\begin{cases} 0.5k + b = 50 \\ 3k + b = 0 \end{cases}$,

解得： $\begin{cases} k = -20 \\ b = 60 \end{cases}$,

∴ $s = -20t + 60$,

当 $s=30$ 时, $t=1.5$,

$\therefore B$ 点的坐标为 $(1.5, 30)$,

点 B 的实际意义是当小慧出发 1.5 小时时, 小慧与小聪相遇, 且离宾馆的路程为 30km.

$$(3) 50 \div 30 = \frac{5}{3} \text{ (小时)} = 1 \text{ 小时 } 40 \text{ 分钟}, 12 - \frac{5}{3} = 10\frac{1}{3},$$

$\therefore$ 当小慧在 D 点时, 对应的时间点是 10: 20,

而小聪到达宾馆返回的时间是 10: 00,

设小聪返回 x 小时后两人相遇, 根据题意得: $30x + 30(x - \frac{1}{3}) = 50$,

解得: $x=1$,

$10+1=11=11$ 点,

$\therefore$ 小聪到达宾馆后, 立即以 30km/h 的速度按原路返回, 那么返回途中他 11 点遇见小慧.

点评: 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是根据题意结合图象说出其图象表示的实际意义, 这样便于理解题意及正确的解题.

23. (10 分) (2015•金华) 图 1、图 2 为同一长方体房间的示意图, 图 3 为该长方体的表面展开图.

(1) 蜘蛛在顶点 A' 处.

①苍蝇在顶点 B 处时, 试在图 1 中画出蜘蛛为捉住苍蝇, 沿墙面爬行的最近路线.

②苍蝇在顶点 C 处时, 图 2 中画出了蜘蛛捉住苍蝇的两条路线, 往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 和往墙面 $BB'C'C$ 爬行的最近路线 $A'HC$, 试通过计算判断哪条路线更近.

(2) 在图 3 中, 半径为 10dm 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切, 圆心 M 到边 CC' 的距离为 15dm, 蜘蛛 P 在线段 AB 上, 苍蝇 Q 在 $\odot M$ 的圆周上, 线段 PQ 为蜘蛛爬行路线, 若 PQ 与 $\odot M$ 相切, 试求 PQ 长度的范围.

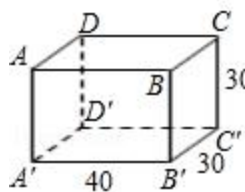


图1

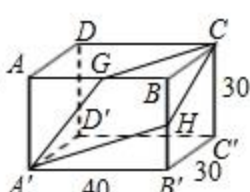


图2

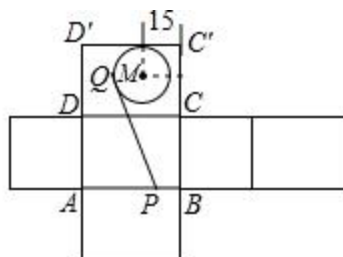


图3

考点: 圆的综合题；几何体的展开图；线段的性质：两点之间线段最短；勾股定理；切线的性质.

专题: 综合题；转化思想.

分析: (1) ①根据“两点之间，线段最短”可知：线段 $A'B$ 为最近路线；

②I. 将长方体展开，使得长方形 $ABB'A'$ 和长方形 $ABCD$ 在同一平面内，如图 2①，运用勾股定理求出 AC 长；II. 将长方体展开，使得长方形 $ABB'A'$ 和长方形 $BCC'B'$ 在同一平面内，如图 2②，运用勾股定理求出 $A'C$ 长，然后将两个长度进行比较，就可解决问题；

(2) 过点 M 作 $MH \perp AB$ 于 H ，连接 MQ 、 MP 、 MA 、 MB ，如图 3. 由 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切于点 Q 可得 $MQ \perp PQ$ ，即 $\angle MQP = 90^\circ$ ，根据勾股定理可得

$PQ = \sqrt{MP^2 - MQ^2} = \sqrt{MP^2 - 100}$. 要求 PQ 的取值范围，只需先求出 MP 的取值范围，就可解决问题.

解答: 解：(1) ①根据“两点之间，线段最短”可知：

线段 $A'B$ 为最近路线，如图 1 所示.

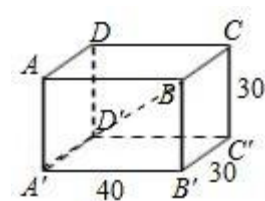


图1

②I. 将长方体展开，使得长方形 $ABB'A'$ 和长方形 $ABCD$ 在同一平面内，如图 2①.

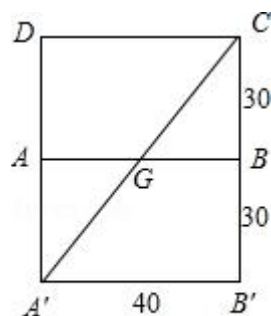


图2①

在 $Rt\triangle A'B'C$ 中，

$\angle B' = 90^\circ$, $A'B' = 40$, $B'C = 60$,

$$\therefore AC = \sqrt{40^2 + 60^2} = \sqrt{5200} = 20\sqrt{13}.$$

II. 将长方体展开，使得长方形 $ABB'A'$ 和长方形 $BCC'B'$ 在同一平面内，如图 2②.

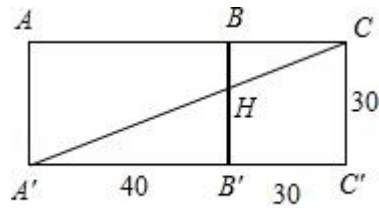


图2②

在 $Rt\triangle A'C'C$ 中,

$$\angle C' = 90^\circ, A'C' = 70, C'C = 30,$$

$$\therefore A'C = \sqrt{70^2 + 30^2} = \sqrt{5800} = 10\sqrt{58}.$$

$$\therefore \sqrt{5200} < \sqrt{5800},$$

$\therefore$ 往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 更近;

(2) 过点 M 作 $MH \perp AB$ 于 H , 连接 MQ 、 MP 、 MA 、 MB , 如图 3.

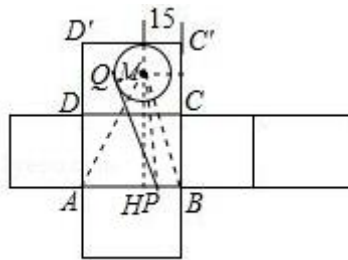


图3

$\therefore$ 半径为 10dm 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切，圆心 M 到边 CC' 的距离为 15dm , $BC' = 60\text{dm}$,

$$\therefore MH = 60 - 10 = 50, HB = 15, AH = 40 - 15 = 25,$$

$$\text{根据勾股定理可得 } AM = \sqrt{AH^2 + MH^2} = \sqrt{25^2 + 50^2} = \sqrt{3125},$$

$$MB = \sqrt{BH^2 + MH^2} = \sqrt{15^2 + 50^2} = \sqrt{2725},$$

$$\therefore 50 \leq MP \leq \sqrt{3125}.$$

$\therefore \odot M$ 与 $D'C'$ 相切于点 Q ,

$$\therefore MQ \perp PQ, \angle MQP = 90^\circ,$$

$$\therefore PQ = \sqrt{MP^2 - MQ^2} = \sqrt{MP^2 - 100}.$$

$$\text{当 } MP = 50 \text{ 时, } PQ = \sqrt{2400} = 20\sqrt{6};$$

$$\text{当 } MP = \sqrt{3125} \text{ 时, } PQ = \sqrt{3025} = 55.$$

$$\therefore PQ \text{ 长度的范围是 } 20\sqrt{6}\text{dm} \leq PQ \leq 55\text{dm}.$$

点评: 本题主要考查了两点之间线段最短、点到直线之间垂线段最短、切线的性质、长方体的展开图、勾股定理等知识, 把空间图形的最短距离问题转化为到同一平面内最短距离问题是解决 (1) ②小题的关键, 根据 $PQ = \sqrt{MP^2 - MQ^2}$ 把求 PQ 的取值范围转化为求 MP 的取值范围是解决第 (2) 小题的关键.

24. (12 分) (2015•金华) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A, 与 x 轴交于 B, C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4, 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E, 其顶点为 F, 对称轴与 x 轴的交点为 H.

(1) 求 a、c 的值.

(2) 连接 OF, 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由.

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E, 另一直角边与 y 轴相交于点 P, 是否存在这样的点 Q, 使以点 P、Q、E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

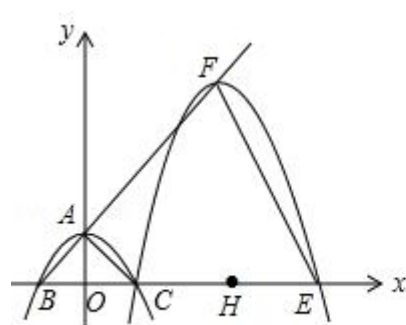


图1

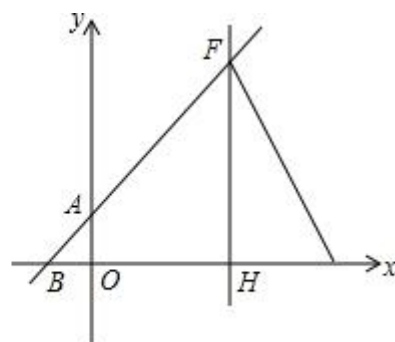


图2

考 二次函数综合题.

点:

专 计算题.

题:

分 (1) 先求出 A (0, c), 则 OA=c, 再根据等腰直角三角形的性质得 OA=OB=OC=c, 理

析: 由三角形面积公式得 $\frac{1}{2} \cdot c \cdot 2c = 4$, 解得 c=2, 接着把 C (2, 0) 代入 $y = ax^2 + 2$ 可求出 a 的值;

(2) 如图 1, 先利用待定系数法求出直线 AB 的解析式为 $y = x + 2$, 设 F (t, t+2), 利用抛

物线平移的规律可设平移后的抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x-t)^2+t+2$, 再把 C (2, 0) 代入得 $-\frac{1}{2}(2-t)^2+t+2=0$, 可解得 $t=6$, 则平移后的抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x-6)^2+8$, 所以 F (6, 8), 利用勾股定理计算出 $OF=10$, 接着根据抛物线与 x 轴的交点问题确定 E (10, 0), 则 $OE=OF=10$, 于是可判断 $\triangle OEF$ 为等腰三角形;

(3) 分类讨论: 当点 Q 在射线 HF 上, 如图 2, 利用三角形全等的判定方法, 当 $EQ=EO=10$ 时, $\triangle EQP \cong \triangle EOP$, 则可根据勾股定理计算出 $QH=2\sqrt{21}$, 于是可得 Q 点坐标为 (6, $2\sqrt{21}$); 当点 Q 在射线 AF 上, 如图 3, 利用三角形全等的判定方法, 当 $EQ=EO=10$ 时, $\triangle EQP \cong \triangle EOP$, 设 Q (m, m+2), 利用两点间的距离公式得到 $(m-10)^2+(m+2)^2=10^2$, 解方程求出 m 的值即可得到 Q 点坐标.

解 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A,

答: $\therefore A$ (0, c), 则 $OA=c$,

$\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore OA=OB=OC=c$,

$\therefore \frac{1}{2} \cdot c \cdot 2c=4$, 解得 $c=2$,

$\therefore C$ (2, 0),

把 C (2, 0) 代入 $y=ax^2+2$ 得 $4a+2=0$, 解得 $a=-\frac{1}{2}$,

(2) $\triangle OEF$ 是等腰三角形. 理由如下: 如图 1,

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$,

把 A (0, 2)、B (-2, 0) 代入得 $\begin{cases} b=2 \\ -2k+b=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}$,

则直线 AB 的解析式为 $y=x+2$,

设 F (t, t+2),

$\because$ 抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+2$ 沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线过点 C 时, 顶点为 F,

$\therefore$ 平移后的抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x-t)^2+t+2$,

把 C (2, 0) 代入得 $-\frac{1}{2}(2-t)^2+t+2=0$, 解得 $t=6$,

$\therefore$ 平移后的抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x-6)^2+8$,

$\therefore F$ (6, 8),

$$\therefore OF = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\text{令 } y=0, -\frac{1}{2}(x-6)^2 + 8 = 0, \text{ 解得 } x_1=2, x_2=10,$$

$$\therefore OE = 10,$$

$$\therefore OE = OF,$$

$\therefore \triangle OEF$ 为等腰三角形;

(3) 存在. 点 Q 的位置分两种情形.

情形一: 点 Q 在射线 HF 上,

当点 P 在 x 轴上方时, 如图 2,

$$\because \angle EQP = 90^\circ, EP = EP,$$

$$\therefore \text{当 } EQ = EO = 10 \text{ 时, } \triangle EQP \cong \triangle EOP,$$

$$\text{而 } HE = 10 - 6 = 4,$$

$$\therefore QH = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21},$$

此时 Q 点坐标为 $(6, 2\sqrt{21})$;

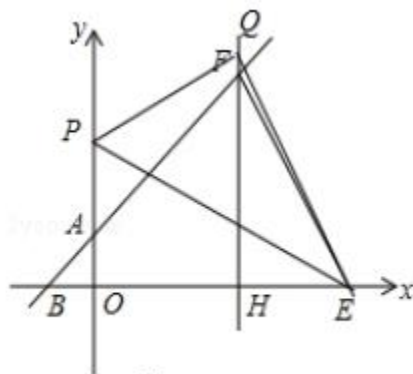


图2

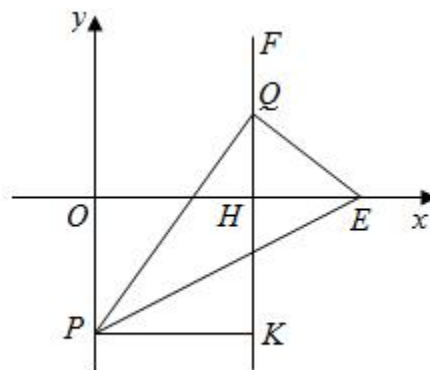


图3

当点 P 在 x 轴下方时, 如图 3, 有 $PQ = OE = 10$, 过 P 点作 $PK \perp HF$ 于点 K, 则有 $PK = 6$,

$$\text{在 Rt}\triangle POK \text{ 中, } QK = \sqrt{PQ^2 - PK^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\because \angle PQE = 90^\circ, \therefore \angle POK + HQE = 90^\circ,$$

$$\because \angle PKQ = \angle QHE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PKQ \sim \triangle QHE,$$

$$\therefore \frac{PK}{QH} = \frac{QK}{HE}, \therefore \frac{6}{QH} = \frac{8}{4}, \text{ 解得 } QH = 3,$$

$$\therefore Q(6, 3).$$

情形二、点 Q 在射线 AF 上,

当 $PQ=OE=10$ 时, 如图 4, 有 $QE=PO$,

$\therefore$ 四边形 POEQ 为矩形, $\therefore$ Q 的横坐标为 10,

当 $x=10$ 时, $y=x+2=12$, $\therefore Q(10, 12)$.

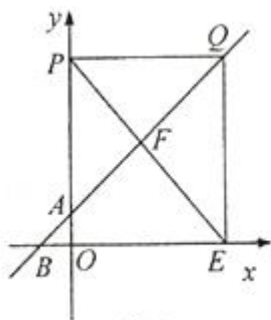


图 4

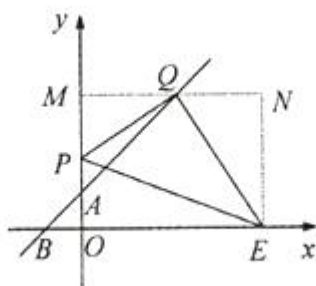


图 5

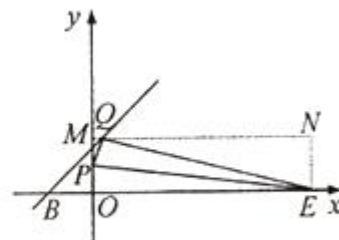


图 6

当 $QE=OE=10$ 时, 如图 5,

过 Q 作 $QM \perp y$ 轴于点 M, 过 E 点作 x 轴的垂线交 QM 于点 N.

设 Q 的坐标为 $(x, x+2)$, $\therefore MQ=x$, $QN=10-x$, $EN=x+2$,

在 $Rt\triangle QEN$ 中, 有 $QE^2=QN^2+EN^2$, 即 $10^2=(10-x)^2+(x+2)^2$, 解得 $x=4\pm\sqrt{14}$,

当 $x=4+\sqrt{14}$ 时, 如图 5, $y=x+2=6+\sqrt{14}$, $\therefore Q(4+\sqrt{14}, 6+\sqrt{14})$,

当 $x=4-\sqrt{14}$ 时, 如图 5, $y=x+2=6-\sqrt{14}$, $\therefore Q(4-\sqrt{14}, 6-\sqrt{14})$,

综上所述, Q 点的坐标为 $(6, 2\sqrt{21})$ 或 $(6, 3)$ 或 $(10, 12)$ 或 $(4+\sqrt{14}, 6+\sqrt{14})$

或 $(4-\sqrt{14}, 6-\sqrt{14})$, 使 P, Q, E 三点为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等.

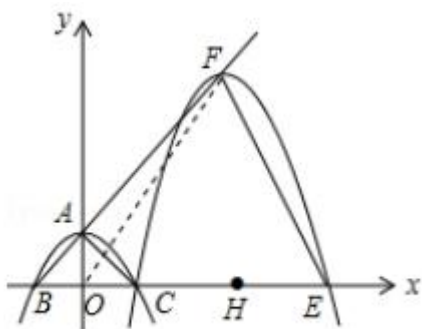


图 1

点 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数的性质、二次函数平移的规律和三角形

评: 全等的判定与性质; 会利用待定系数法求函数解析式; 记住两点间的距离公式.