

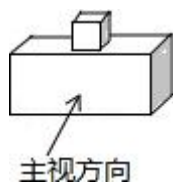
2015 年浙江省衢州市中考数学试卷

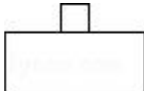
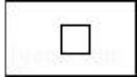
一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2015•衢州) -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) (2015•衢州) 一个几何体零件如图所示，则它的俯视图是 ()

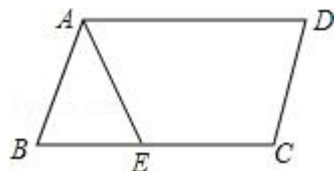


- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•衢州) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 + a^3 = 2a^6$ B. $(x^2)^3 = x^5$ C. $2a^6 \div a^3 = 2a^2$ D. $x^3 \cdot x^2 = x^5$

4. (3 分) (2015•衢州) 如图，在 $\square ABCD$ 中，已知 $AD=12\text{cm}$ ， $AB=8\text{cm}$ ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 边于点 E ，则 CE 的长等于 ()

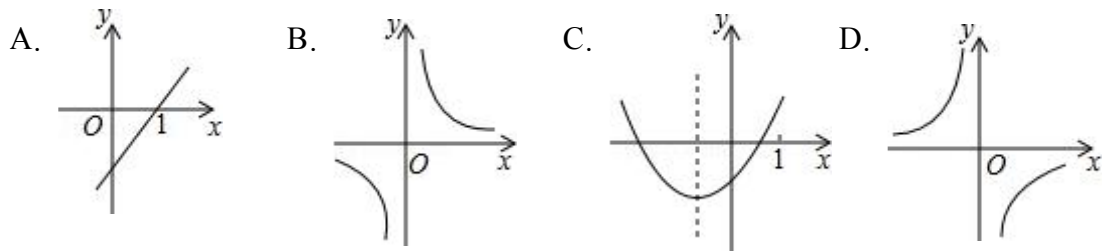


- A. 8cm B. 6cm C. 4cm D. 2cm

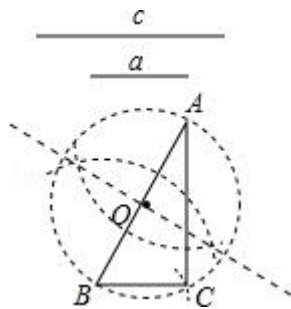
5. (3 分) (2015•衢州) 某班七个兴趣小组人数分别为 4, 4, 5, x , 6, 6, 7. 已知这组数据的平均数是 5，则这组数据的中位数是 ()

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

6. (3 分) (2015•衢州) 下列四个函数图象中，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小的是 ()

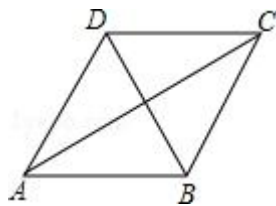


7. (3 分) (2015•衢州) 数学课上，老师让学生尺规作图画 $Rt\triangle ABC$ ，使其斜边 $AB=c$ ，一条直角边 $BC=a$ 。小明的作法如图所示，你认为这种作法中判断 $\angle ACB$ 是直角的依据是 ()



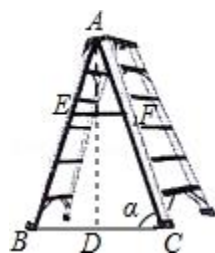
- A. 勾股定理
- B. 直径所对的圆心角是直角
- C. 勾股定理的逆定理
- D. 90° 的圆周角所对的弦是直径

8. (3 分) (2015•衢州) 如图，已知某广场菱形花坛 $ABCD$ 的周长是 24 米， $\angle BAD=60^\circ$ ，则花坛对角线 AC 的长等于 ()



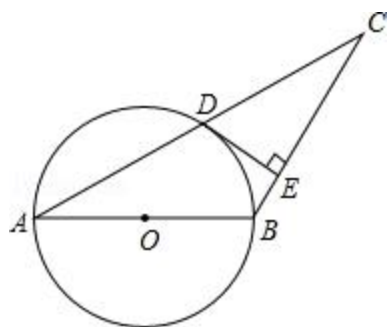
- A. $6\sqrt{3}$ 米
- B. 6 米
- C. $3\sqrt{3}$ 米
- D. 3 米

9. (3 分) (2015•衢州) 如图，已知“人字梯”的 5 个踩档把梯子等分成 6 份，从上往下的第二个踩档与第三个踩档的正中间处有一条 60cm 长的绑绳 EF ， $\tan\alpha = \frac{5}{2}$ ，则“人字梯”的顶端离地面的高度 AD 是 ()



- A. 144cm B. 180cm C. 240cm D. 360cm

10. (3分) (2015•衢州) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB=BC$, 以 AB 为直径的圆交 AC 于点 D , 过点 D 的 $\odot O$ 的切线交 BC 于点 E . 若 $CD=5$, $CE=4$, 则 $\odot O$ 的半径是 ()

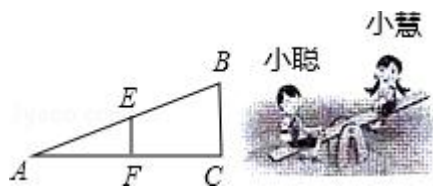


- A. 3 B. 4 C. $\frac{25}{6}$ D. $\frac{25}{8}$

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

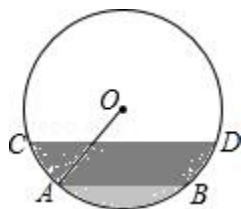
11. (4分) (2015•衢州) 从小明、小聪、小惠和小颖四人中随机选取 1 人参加学校组织的敬老活动, 则小明被选中的概率是_____.

12. (4分) (2015•衢州) 如图, 小聪与小慧玩跷跷板, 跷跷板支架高 EF 为 0.6 米, E 是 AB 的中点, 那么小聪能将小慧翘起的最大高度 BC 等于_____米.

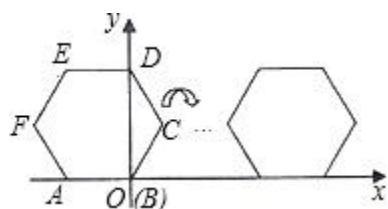


13. (4分) (2015•衢州) 写出一个解集为 $x > 1$ 的一元一次不等式: _____.

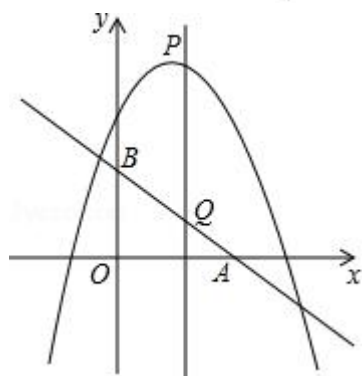
14. (4分) (2015•衢州) 一条排水管的截面如图所示, 已知排水管的半径 $OA=1\text{m}$, 水面宽 $AB=1.2\text{m}$, 某天下雨后, 水管水面上升了 0.2m , 则此时排水管水面宽 CD 等于_____m.



15. (4分) (2015•衢州) 已知, 正六边形 $ABCDEF$ 在直角坐标系内的位置如图所示, $A(-2, 0)$, 点 B 在原点, 把正六边形 $ABCDEF$ 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° , 经过 2015 次翻转之后, 点 B 的坐标是_____.



16. (4分) (2015•衢州) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B , P 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ 的一个动点, 其横坐标为 a , 过点 P 且平行于 y 轴的直线交直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 于点 Q , 则当 $PQ=BQ$ 时, a 的值是_____.



三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17-19 小题每小题 6 分, 第 20-21 小题每小题 6 分, 第 22-23 小题每小题 6 分, 第 24 小题 12 分, 共 66 分. 请务必写出解答过程)

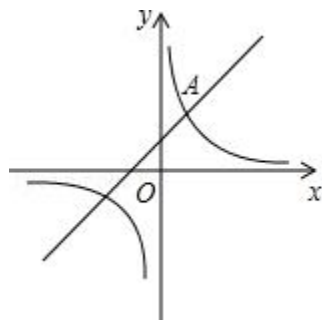
17. (6分) (2015•衢州) 计算: $\sqrt{12} - |-2| + (1 - \sqrt{2})^0 - 4\sin 60^\circ$.

18. (6分) (2015•衢州) 先化简, 再求值: $(x^2 - 9) \div \frac{x-3}{x}$, 其中 $x = -1$.

19. (6分) (2015•衢州) 如图, 已知点 A (a, 3) 是一次函数 $y_1 = x + b$ 图象与反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 图象的一个交点.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 在 y 轴的右侧, 当 $y_1 > y_2$ 时, 直接写出 x 的取值范围.



20. (8分) (2015•衢州) 某校在开展读书交流活动中全体师生积极捐书. 为了解所捐书籍的种类, 对部分书籍进行了抽样调查, 李老师根据调查数据绘制了如图

所示不完整统计图．请根据统计图回答下面问题：

某校师生捐书种类情况扇形统计图

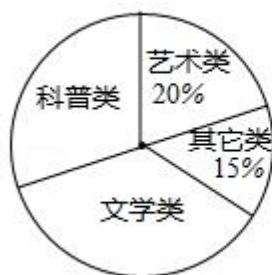


图1

某校师生捐书种类情况条形统计图

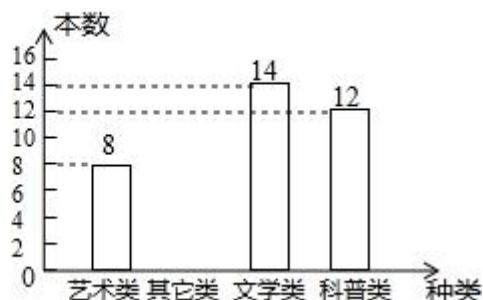


图2

- (1) 本次抽样调查的书籍有多少本？请补全条形统计图；
- (2) 求出图 1 中表示文学类书籍的扇形圆心角度数；
- (3) 本次活动师生共捐书 1200 本，请估计有多少本科普类书籍？

21. (8 分) (2015•衢州) 如图 1，将矩形 ABCD 沿 DE 折叠，使顶点 A 落在 DC 上的点 A'处，然后将矩形展平，沿 EF 折叠，使顶点 A 落在折痕 DE 上的点 G 处．再将矩形 ABCD 沿 CE 折叠，此时顶点 B 恰好落在 DE 上的点 H 处．如图 2．

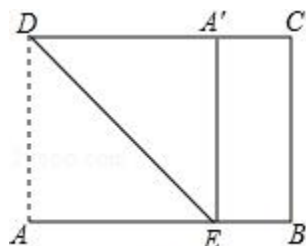


图1

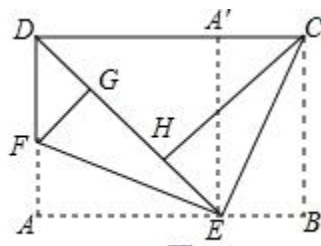


图2

- (1) 求证：EG=CH；
- (2) 已知 $AF=\sqrt{2}$ ，求 AD 和 AB 的长．

22. (10 分) (2015•衢州) 小明在课外学习时遇到这样一个问题:

定义: 如果二次函数 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ ($a_1 \neq 0$, a_1, b_1, c_1 是常数) 与 $y=a_2x^2+b_2x+c_2$ ($a_2 \neq 0$, a_2, b_2, c_2 是常数) 满足 $a_1+a_2=0$, $b_1=b_2$, $c_1+c_2=0$, 则称这两个函数互为“旋转函数”.

求函数 $y=-x^2+3x-2$ 的“旋转函数”.

小明是这样思考的: 由函数 $y=-x^2+3x-2$ 可知, $a_1=-1$, $b_1=3$, $c_1=-2$, 根据 $a_1+a_2=0$, $b_1=b_2$, $c_1+c_2=0$, 求出 a_2 , b_2 , c_2 , 就能确定这个函数的“旋转函数”.

请参考小明的方法解决下面问题:

(1) 写出函数 $y=-x^2+3x-2$ 的“旋转函数”;

(2) 若函数 $y=-x^2+\frac{4}{3}mx-2$ 与 $y=x^2-2nx+n$ 互为“旋转函数”, 求 $(m+n)^{2015}$ 的值;

(3) 已知函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 的图象与 x 轴交于点 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 A 、 B 、 C 关于原点的对称点分布是 A_1 , B_1 , C_1 , 试证明经过点 A_1 , B_1 , C_1 的二次函数与函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 互为“旋转函数.”

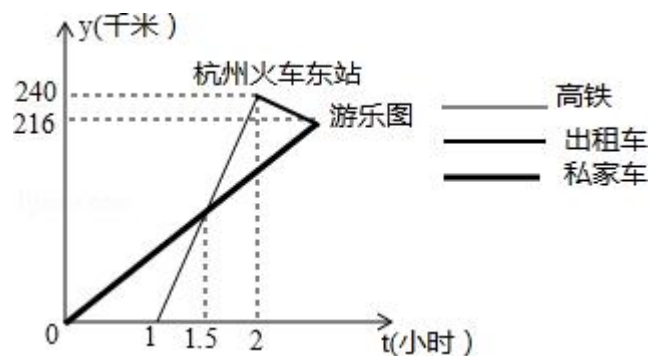
23. (10 分) (2015•衢州) 高铁的开通, 给衢州市民出行带来了极大的方便, “五一”期间, 乐乐和颖颖相约到杭州市的某游乐园游玩, 乐乐乘私家车从衢州出发 1 小时后, 颖颖乘坐高铁从衢州出发, 先到杭州火车站, 然后再转车出租车取游乐园 (换车时间忽略不计), 两人恰好同时到达游乐园, 他们离开衢州的距离 y (千米) 与乘车时间 t (小时) 的关系如图所示.

请结合图象解决下面问题:

(1) 高铁的平均速度是每小时多少千米?

(2) 当颖颖达到杭州火车东站时, 乐乐距离游乐园还有多少千米?

(3) 若乐乐要提前 18 分钟到达游乐园, 问私家车的速度必须达到多少千米/小时?

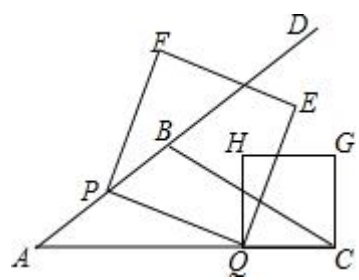


24. (12 分) (2015•衢州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=9$, $S_{\triangle ABC}=\frac{27}{2}$, 动点 P 从 A 点出发, 沿射线 AB 方向以每秒 5 个单位的速度运动, 动点 Q 从 C 点出发, 以相同的速度在线段 AC 上由 C 向 A 运动, 当 Q 点运动到 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动, 以 PQ 为边作正方形 $PQEF$ (P 、 Q 、 E 、 F 按逆时针排序), 以 CQ 为边在 AC 上方作正方形 $QCGH$.

(1) 求 $\tan A$ 的值;

(2) 设点 P 运动时间为 t , 正方形 $PQEF$ 的面积为 S , 请探究 S 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值, 若不存在, 请说明理由;

(3) 当 t 为何值时, 正方形 $PQEF$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在正方形 $QCGH$ 的边上, 请直接写出 t 的值.



2015 年浙江省衢州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2015•衢州) -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

考点：相反数.

专题：常规题型.

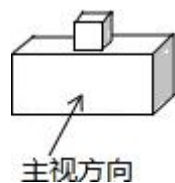
分析：根据相反数的概念解答即可.

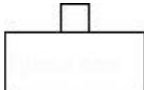
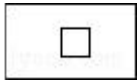
解答：解： -3 的相反数是 3，

故选：A.

点评：本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0.

2. (3 分) (2015•衢州) 一个几何体零件如图所示，则它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点：简单组合体的三视图.

分析：根据从上面看得到的视图是俯视图，再结合几何体零件的实物图观察，即可判断出这个几何体零件的俯视图是哪个.

解答： 解：这个几何体零件的俯视图是一个正中间有一个小正方形的矩形，所以它的俯视图是选项 C 中的图形.

故选：C.

点评： 此题主要考查了简单组合体的三视图，要熟练掌握，考查了对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

3. (3 分) (2015•衢州) 下列运算正确的是 ()

A. $a^3+a^3=2a^6$ B. $(x^2)^3=x^5$ C. $2a^6\div a^3=2a^2$ D. $x^3\cdot x^2=x^5$

考点： 整式的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

分析： 根据合并同类项的法则，幂的乘方，单项式乘单项式，单项式除以单项式的法则进行解答..

解答： 解：A、应为 $a^3+a^3=2a^3$ ，故本选项错误；

B、应为 $(x^2)^3=x^6$ ，故本选项错误；

C、应为 $2a^6\div a^3=2a^3$ ，故本选项错误；

D、 $x^3\cdot x^2=x^5$ 正确.

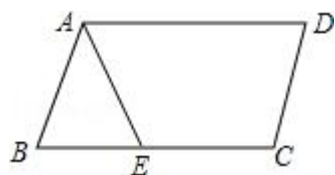
故选 D.

点评： 本题考查合并同类项，只需把系数相加减，字母和字母的指数不变；单项式乘单项式，应把系数，同底数幂分别相乘.

单项式除以单项式，应把系数，同底数幂分别相除.

4. (3 分) (2015•衢州) 如图，在 $\square ABCD$ 中，已知 $AD=12\text{cm}$ ， $AB=8\text{cm}$ ，AE

平分 $\angle BAD$ 交 BC 边于点 E，则 CE 的长等于 ()



A. 8cm

B. 6cm

C. 4cm

D. 2cm

考点： 平行四边形的性质.

分析： 由平行四边形的性质得出 $BC=AD=12\text{cm}$, $AD \parallel BC$, 得出 $\angle DAE=\angle BEA$, 证出 $\angle BEA=\angle BAE$, 得出 $BE=AB$, 即可得出 CE 的长.

解答： 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BC=AD=12\text{cm}, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAE=\angle BEA,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAE=\angle DAE,$$

$$\therefore \angle BEA=\angle BAE,$$

$$\therefore BE=AB=8\text{cm},$$

$$\therefore CE=BC - BE=4\text{cm};$$

故答案为： C.

点评： 本题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的判定；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键.

5. (3 分) (2015•衢州) 某班七个兴趣小组人数分别为 4, 4, 5, x , 6, 6, 7. 已知这组数据的平均数是 5, 则这组数据的中位数是 ()

A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

考点： 中位数；算术平均数.

分析： 本题可先算出 x 的值, 再把数据按从小到大的顺序排列, 找出最中间的数, 即为中位数.

解答： 解： $\because$ 某班七个兴趣小组人数分别为 4, 4, 5, x , 6, 6, 7. 已知这组数据的平均数是 5,

$$\therefore x = 5 \times 7 - 4 - 4 - 5 - 6 - 6 - 7 = 3,$$

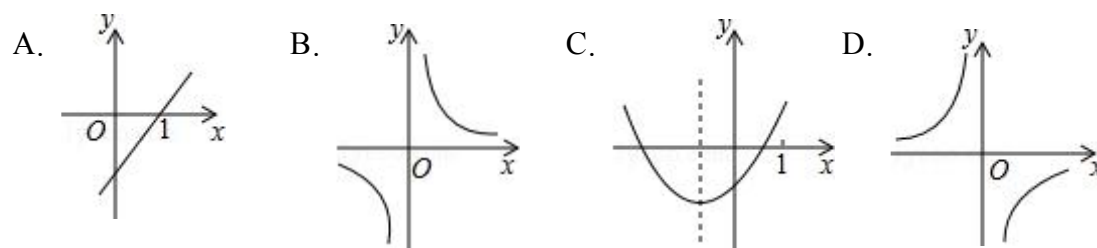
$\therefore$ 这一组数从小到大排列为：3, 4, 4, 5, 6, 6, 7,

$\therefore$ 这组数据的中位数是：5.

故选 C.

点评： 本题考查的是中位数，熟知中位数的定义是解答此题的关键.

6. (3 分) (2015•衢州) 下列四个函数图象中，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小的是 ()

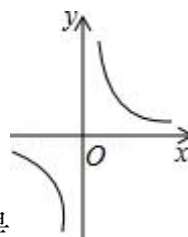


考点： 二次函数的图象；一次函数的图象；反比例函数的图象.

专题： 计算题.

分析： 利用一次函数，二次函数，以及反比例函数的性质判断即可.

解答：

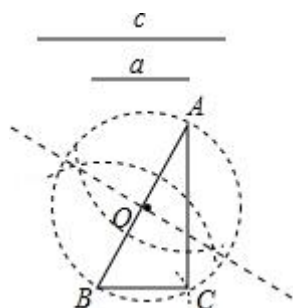


解：当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小的是

故选 B

点评： 此题考查了二次函数的图象，一次函数的图象，以及反比例函数的图象，熟练掌握各自的图象与性质是解本题的关键.

7. (3 分) (2015•衢州) 数学课上, 老师让学生尺规作图画 $Rt\triangle ABC$, 使其斜边 $AB=c$, 一条直角边 $BC=a$. 小明的作法如图所示, 你认为这种作法中判断 $\angle ACB$ 是直角的依据是 ()



- A. 勾股定理
- B. 直径所对的圆心角是直角
- C. 勾股定理的逆定理
- D. 90° 的圆周角所对的弦是直径

考点: 作图—复杂作图; 勾股定理的逆定理; 圆周角定理.

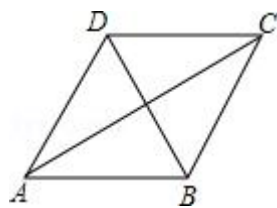
分析: 由作图痕迹可以看出 AB 是直径, $\angle ACB$ 是直径所对的圆周角, 即可作出判断.

解答: 解: 由作图痕迹可以看出 O 为 AB 的中点, 以 O 为圆心, AB 为半径作圆, 然后以 B 为圆心 $BC=a$ 为半径作弧与圆 O 交于一点 C, 故 $\angle ACB$ 是直径所对的圆周角, 所以这种作法中判断 $\angle ACB$ 是直角的依据是: 直径所对的圆周角是直角.

故选: B.

点评: 本题主要考查了尺规作图以及圆周角定理的推论, 能够看懂作图过程是解决问题的关键.

8. (3 分) (2015•衢州) 如图, 已知某广场菱形花坛 ABCD 的周长是 24 米, $\angle BAD=60^\circ$, 则花坛对角线 AC 的长等于 ()



A. $6\sqrt{3}$ 米

B. 6 米

C. $3\sqrt{3}$ 米

D. 3 米

考点：菱形的性质.

专题：应用题.

分析：由四边形 ABCD 为菱形，得到四条边相等，对角线垂直且互相平分，根据 $\angle BAD=60^\circ$ 得到三角形 ABD 为等边三角形，在直角三角形 ABO 中，利用勾股定理求出 OA 的长，即可确定出 AC 的长.

解答：解： $\because$ 四边形 ABCD 为菱形，

$\therefore AC \perp BD$ ， $OA=OC$ ， $OB=OD$ ， $AB=BC=CD=AD=24 \div 4=6$ （米），

$\because \angle BAD=60^\circ$ ，

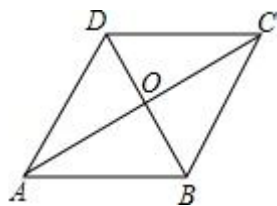
$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形，

$\therefore BD=AB=6$ （米）， $OD=OB=3$ （米），

在 $Rt\triangle AOB$ 中，根据勾股定理得： $OA=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ （米），

则 $AC=2OA=6\sqrt{3}$ 米，

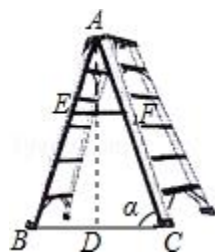
故选 A.



点评：此题考查了勾股定理，菱形的性质，以及等边三角形的判定与性质，熟练掌握菱形的性质是解本题的关键.

9. (3分) (2015•衢州) 如图, 已知“人字梯”的5个踩档把梯子等分成6份, 从上往下的第二个踩档与第三个踩档的正中间处有一条60cm长的绑绳EF,

$\tan\alpha = \frac{5}{2}$, 则“人字梯”的顶端离地面的高度AD是 ()

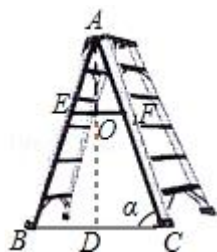


- A. 144cm B. 180cm C. 240cm D. 360cm

考点: 解直角三角形的应用.

分析: 根据题意可知: $\triangle AEO \sim \triangle ABD$, 从而可求得 BD 的长, 然后根据锐角三角函数的定义可求得 AD 的长.

解答: 解: 如图:



根据题意可知: $\triangle AFO \sim \triangle ABD$, $OF = \frac{1}{2}EF = 30\text{cm}$

$$\therefore \frac{OF}{DC} = \frac{AF}{AC},$$

$$\therefore \frac{30}{DC} = \frac{2.5}{6}$$

$$\therefore CD = 72\text{cm},$$

$$\therefore \tan\alpha = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{5}{2}$$

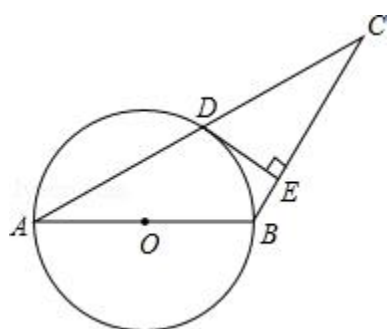
$$\therefore AD = \frac{5}{2} \times 72 = 180\text{cm}.$$

故选: B.

点评: 此题考查了三角函数的基本概念, 主要是余弦概念及运算, 关键把实际

问题转化为数学问题加以计算.

10. (3分) (2015•衢州) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB=BC$, 以 AB 为直径的圆交 AC 于点 D , 过点 D 的 $\odot O$ 的切线交 BC 于点 E . 若 $CD=5$, $CE=4$, 则 $\odot O$ 的半径是 ()



- A. 3 B. 4 C. $\frac{25}{6}$ D. $\frac{25}{8}$

考点: 切线的性质.

分析: 首先连接 OD 、 BD , 根据 $DE \perp BC$, $CD=5$, $CE=4$, 求出 DE 的长度是多少; 然后根据 AB 是 $\odot O$ 的直径, 可得 $\angle ADB=90^\circ$, 判断出 BD 、 AC 的关系; 最后在 $Rt\triangle BCD$ 中, 求出 BC 的值是多少, 再根据 $AB=BC$, 求出 AB 的值是多少, 即可求出 $\odot O$ 的半径是多少.

解答: 解: 如图 1, 连接 OD 、 BD ,

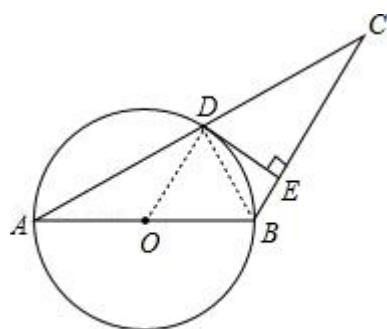


图1

$\because DE \perp BC$, $CD=5$, $CE=4$,

$$\therefore DE = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = BD \cdot CD \div 2 = BC \cdot DE \div 2,$$

$$\therefore 5BD = 3BC,$$

$$\therefore BD = \frac{3}{5}BC,$$

$$\therefore BD^2 + CD^2 = BC^2,$$

$$\therefore \left(\frac{3}{5}BC\right)^2 + 5^2 = BC^2,$$

$$\text{解得 } BC = \frac{25}{4},$$

$$\therefore AB = BC,$$

$$\therefore AB = \frac{25}{4},$$

$\therefore \odot O$ 的半径是;

$$\frac{25}{4} \div 2 = \frac{25}{8}.$$

故选: D.

点评: 此题主要考查了切线的性质, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确:

①圆的切线垂直于经过切点的半径. ②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点. ③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. (4 分) (2015•衢州) 从小明、小聪、小惠和小颖四人中随机选取 1 人参加学校组织的敬老活动, 则小明被选中的概率是 $\frac{1}{4}$.

考点: 概率公式.

分析: 根据题意可得: 从小明、小聪、小惠和小颖四人中随机选取 1 人参加学

校组织的敬老活动，可以求出小明被选中的概率.

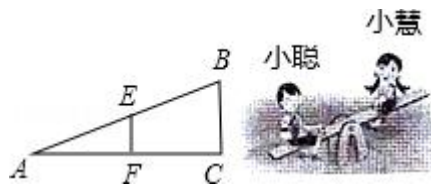
解答: 解: $\because$ 从小明、小聪、小惠和小颖四人中随机选取 1 人参加学校组织的敬老活动,

$\therefore$ 小明被选中的概率是: $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.

点评: 本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

12. (4 分) (2015•衢州) 如图, 小聪与小慧玩跷跷板, 跷跷板支架高 EF 为 0.6 米, E 是 AB 的中点, 那么小聪能将小慧翘起的最大高度 BC 等于 1.2 米.



考点: 三角形中位线定理.

专题: 应用题.

分析: 先求出 F 为 AC 的中点, 根据三角形的中位线求出 $BC=2EF$, 代入求出即可.

解答: 解: $\because EF \perp AC$, $BC \perp AC$,

$\therefore EF \parallel BC$,

$\because E$ 是 AB 的中点,

$\therefore F$ 为 AC 的中点,

$\therefore BC=2EF$,

$\because EF=0.6$ 米,

$\therefore BC=1.2$ 米,

故答案为：1.2.

点评： 本题考查了三角形的中位线性质，平行线的性质和判定的应用，解此题的关键是求出 $BC=2EF$ ，注意：垂直于同一直线的两直线平行.

13. (4 分) (2015•衢州) 写出一个解集为 $x > 1$ 的一元一次不等式： $x - 1 > 0$.

考点： 不等式的解集.

专题： 开放型.

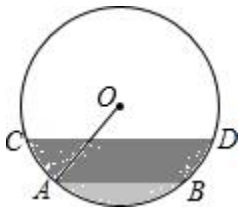
分析： 根据一元一次不等式的求解逆用，把 1 进行移项就可以得到一个；也可以对原不等式进行其它变形，所以答案不唯一.

解答： 解：移项，得 $x - 1 > 0$ (答案不唯一).

故答案为 $x - 1 > 0$.

点评： 本题考查不等式的求解的逆用；写出的不等式只需符合条件，越简单越好.

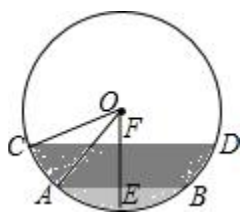
14. (4 分) (2015•衢州) 一条排水管的截面如图所示，已知排水管的半径 $OA=1\text{m}$ ，水面宽 $AB=1.2\text{m}$ ，某天下雨后，水管水面上升了 0.2m ，则此时排水管水面宽 CD 等于 1.6 m.



考点： 垂径定理的应用；勾股定理.

分析： 先根据勾股定理求出 OE 的长，再根据垂径定理求出 CF 的长，即可得出结论.

解答： 解：如图：



$\because AB=1.2\text{m}$, $OE \perp AB$, $OA=1\text{m}$,

$\therefore AE=0.8\text{m}$,

$\because$ 水管水面上升了 0.2m ,

$\therefore AF=0.8 - 0.2=0.6\text{m}$,

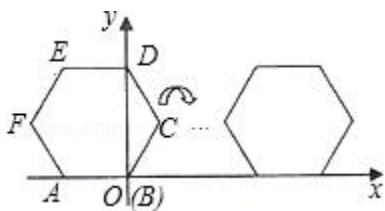
$\therefore CF=\sqrt{OC^2 - OF^2}=\sqrt{1^2 - 0.6^2}=0.8\text{m}$,

$\therefore CD=1.6\text{m}$.

故答案为: 1.6.

点评: 本题考查的是垂径定理的应用, 熟知平分弦 (不是直径) 的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的两条弧是解答此题的关键.

15. (4 分) (2015•衢州) 已知, 正六边形 ABCDEF 在直角坐标系内的位置如图所示, $A(-2, 0)$, 点 B 在原点, 把正六边形 ABCDEF 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° , 经过 2015 次翻转之后, 点 B 的坐标是 $(4031, \sqrt{3})$.



考点: 坐标与图形变化-旋转.

专题: 规律型.

分析: 根据正六边形的特点, 每 6 次翻转为一个循环组循环, 用 2015 除以 6, 根据商和余数的情况确定出点 B 的位置, 然后求出翻转前进的距离, 过点 B 作 $BG \perp x$ 于 G, 求出 $\angle BAG=60^\circ$, 然后求出 AG、BG, 再求出 OG, 然后写出点 B 的坐标即可.

解答: 解: $\because$ 正六边形 ABCDEF 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° ,

$\therefore$ 每 6 次翻转为一个循环组循环,

$\therefore 2015 \div 6 = 335$ 余 5,

$\therefore$ 经过 2015 次翻转为第 336 循环组的第 5 次翻转, 点 B 在开始时点 C 的位置,

$\therefore A(-2, 0)$,

$\therefore AB=2$,

$\therefore$ 翻转前进的距离 $= 2 \times 2015 = 4030$,

如图, 过点 B 作 $BG \perp x$ 于 G, 则 $\angle BAG = 60^\circ$,

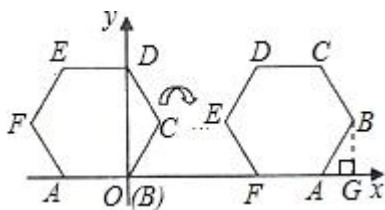
所以, $AG = 2 \times \frac{1}{2} = 1$,

$BG = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$,

所以, $OG = 4030 + 1 = 4031$,

所以, 点 B 的坐标为 $(4031, \sqrt{3})$.

故答案为: $(4031, \sqrt{3})$.

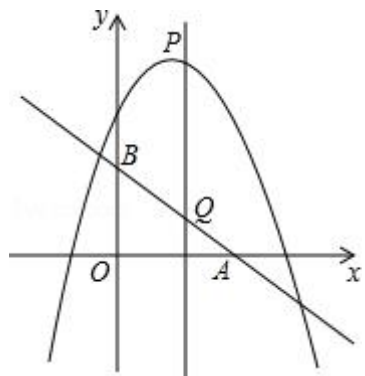


点评: 本题考查了坐标与图形变化 – 旋转, 正六边形的性质, 确定出最后点 B 所在的位置是解题的关键, 难点在于作辅助线构造出直角三角形.

16. (4 分) (2015•衢州) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 轴、y 轴于点 A、

B, P 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ 的一个动点, 其横坐标为 a, 过点 P 且平行于 y 轴

的直线交直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 于点 Q, 则当 $PQ=BQ$ 时, a 的值是 $-1, 4, 4+2\sqrt{5},$
 $4-2\sqrt{5}$.



考点: 二次函数综合题.

分析: 设点 P 的坐标为 $(a, -\frac{1}{2}a^2+2a+5)$, 分别表示出 B、Q 的坐标, 然后根据 $PQ=BQ$, 列方程求出 a 的值.

解答: 解: 设点 P 的坐标为 $(a, -\frac{1}{2}a^2+2a+5)$,

则点 Q 为 $(a, -\frac{3}{4}a+3)$, 点 B 为 $(0, 3)$,

当点 P 在点 Q 上方时, $BQ = \sqrt{a^2 + (\frac{3}{4}a)^2} = \frac{5}{4}a$,

$PQ = -\frac{1}{2}a^2+2a+5 - (-\frac{3}{4}a+3) = -\frac{1}{2}a^2+\frac{11}{4}a+2$,

$\because PQ=BQ$,

$\therefore \frac{5}{4}a = -\frac{1}{2}a^2+\frac{11}{4}a+2$,

整理得: $a^2 - 3a - 4 = 0$,

解得: $a = -1$ 或 $a = 4$,

当点 P 在点 Q 下方时, $BQ = \sqrt{a^2 + (\frac{3}{4}a)^2} = \frac{5}{4}a$,

$PQ = -\frac{3}{4}a+3 - (-\frac{1}{2}a^2+2a+5) = \frac{1}{2}a^2 - \frac{11}{4}a - 2$,

$\because PQ=BQ$,

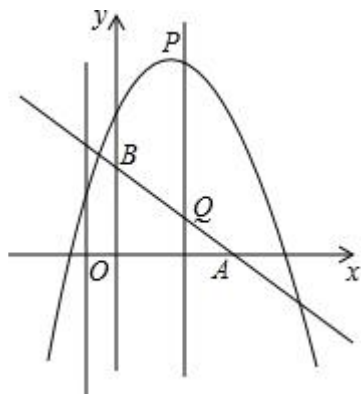
$\therefore \frac{5}{4}a = \frac{1}{2}a^2 - \frac{11}{4}a - 2$,

整理得: $a^2 - 8a - 4 = 0$,

解得： $a=4+2\sqrt{5}$ 或 $a=4-2\sqrt{5}$.

综上所述， a 的值为： $-1, 4, 4+2\sqrt{5}, 4-2\sqrt{5}$.

故答案为： $-1, 4, 4+2\sqrt{5}, 4-2\sqrt{5}$.



点评： 本题考查了二次函数的综合题，涉及了二次函数与一次函数的交点问题，以及两点间的距离，解答本题的关键是设出点 P 的坐标，表示出 PQ 、 BQ 的长度，然后根据 $PQ=BQ$ ，分情况讨论并求解，难度一般.

三、解答题 (本题有 8 小题，第 17-19 小题每小题 6 分，第 20-21 小题每小题 6 分，第 22-23 小题每小题 6 分，第 24 小题 12 分，共 66 分。请务必写出解答过程)

17. (6 分) (2015•衢州) 计算： $\sqrt{12} - |-2| + (1 - \sqrt{2})^0 - 4\sin 60^\circ$.

考点： 实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值.

分析： 先化简二次根式，绝对值，计算 0 指数幂以及代入特殊角的三角函数值，再进一步计算加减即可.

解答： 解：原式 $= 2\sqrt{3} - 2 + 1 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= -1$.

点评： 此题考查实数的混合运算，掌握运算顺序与计算方法是解决问题的关键.

18. (6 分) (2015•衢州) 先化简，再求值： $(x^2 - 9) \div \frac{x-3}{x}$ ，其中 $x = -1$.

考点： 分式的化简求值.

专题：计算题.

分析：原式利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

解答：解：原式 $= (x+3)(x-3) \cdot \frac{x}{x-3} = x(x+3) = x^2 + 3x$,

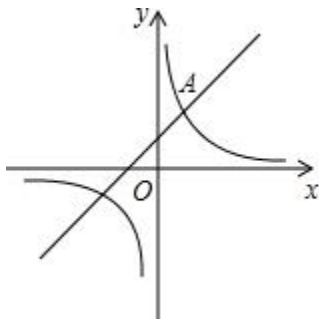
当 $x = -1$ 时，原式 $= 1 - 3 = -2$.

点评：此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (6分) (2015•衢州) 如图，已知点 $A(a, 3)$ 是一次函数 $y_1 = x + b$ 图象与反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 图象的一个交点.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 在 y 轴的右侧，当 $y_1 > y_2$ 时，直接写出 x 的取值范围.



考点：反比例函数与一次函数的交点问题.

分析：(1) 将点 A 的坐标代入反比例函数的解析式，求得 a 值后代入一次函数求得 b 的值后即可确定一次函数的解析式;

(2) $y_1 > y_2$ 时 y_1 的图象位于 y_2 的图象的上方，据此求解.

解答：解：(1) 将 $A(a, 3)$ 代入 $y_2 = \frac{6}{x}$ 得 $a = 2$,

$\therefore A(2, 3)$,

将 $A(2, 3)$ 代入 $y_1 = x + b$ 得 $b = 1$,

$\therefore y_1 = x + 1$;

(2) $\because A(2, 3)$,

∴根据图象得在 y 轴的右侧，当 $y_1 > y_2$ 时， $x > 2$.

点评： 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，能正确的确定点 A 的坐标是解答本题的关键，难度不大.

20. (8 分) (2015•衢州) 某校在开展读书交流活动中全体师生积极捐书. 为了解所捐书籍的种类，对部分书籍进行了抽样调查，李老师根据调查数据绘制了如图所示不完整统计图. 请根据统计图回答下面问题:

某校师生捐书种类情况扇形统计图

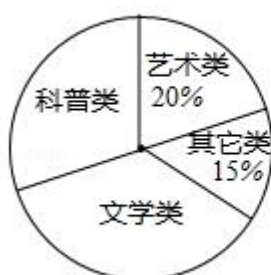


图1

某校师生捐书种类情况条形统计图

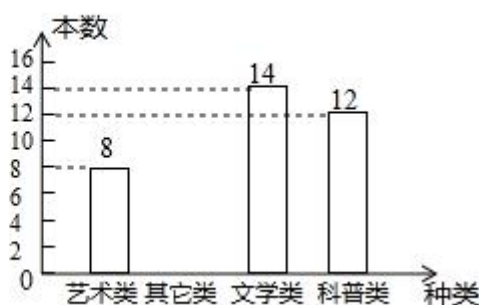


图2

- (1) 本次抽样调查的书籍有多少本？请补全条形统计图；
- (2) 求出图 1 中表示文学类书籍的扇形圆心角度数；
- (3) 本次活动师生共捐书 1200 本，请估计有多少本科普类书籍？

考点： 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

分析： (1) 根据已知条件列式计算即可，如图 2 所示，先计算出其它类的频数，再画条形统计图即可；

(2) 根据已知条件列式计算即可；

(3) 根据已知条件列式计算即可.

解答： 解：(1) $8 \div 20\% = 40$ (本)，

其它类： $40 \times 15\% = 6$ (本)，

补全条形统计图，如图 2 所示：

(2) 文学类书籍的扇形圆心角度数为： $360 \times \frac{14}{40} = 126^\circ$ ；

(3) 普类书籍有： $\frac{12}{40} \times 1200 = 360$ (本)。

某校师生捐书种类情况条形统计图

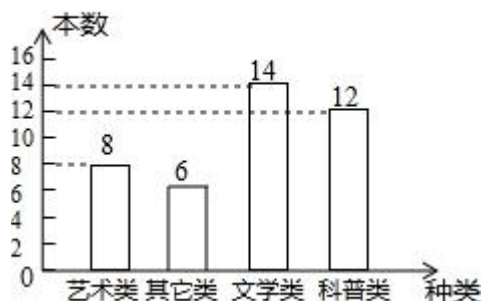


图2

点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

21. (8分) (2015•衢州) 如图1，将矩形ABCD沿DE折叠，使顶点A落在DC上的点A'处，然后将矩形展平，沿EF折叠，使顶点A落在折痕DE上的点G处，再将矩形ABCD沿CE折叠，此时顶点B恰好落在DE上的点H处，如图

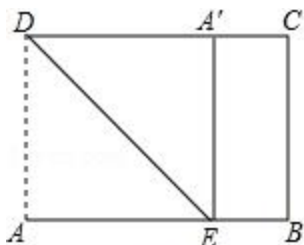


图1

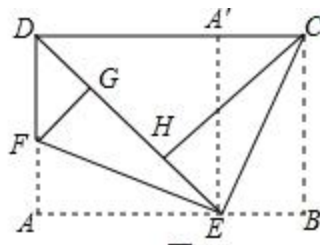


图2

2.

(1) 求证：EG=CH；

(2) 已知 $AF=\sqrt{2}$ ，求AD和AB的长。

考点： 翻折变换（折叠问题）；全等三角形的判定与性质；勾股定理；矩形的性质。

分析： (1) 由折叠的性质及矩形的性质可知 $AE=AD=EG$ ， $BC=CH$ ，再根据四边形ABCD是矩形，可得 $AD=BC$ ，等量代换即可证明 $EG=CH$ ；

(2) 由折叠的性质可知 $\angle ADE=45^\circ$ ， $\angle FGE=\angle A=90^\circ$ ， $AF=\sqrt{2}$ ，那么

$DG=\sqrt{2}$, 利用勾股定理求出 $DF=2$, 于是可得 $AD=AF+DF=\sqrt{2}+2$; 再利用 AAS 证明 $\triangle AEF \cong \triangle BCE$, 得到 $AF=BE$, 于是 $AB=AE+BE=\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+2$.

解答: (1) 证明: 由折叠知 $AE=AD=EG$, $BC=CH$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD=BC$,

$\therefore EG=CH$;

(2) 解: $\because \angle ADE=45^\circ$, $\angle FGE=\angle A=90^\circ$, $AF=\sqrt{2}$,

$\therefore DG=\sqrt{2}$, $DF=2$,

$\therefore AD=AF+DF=\sqrt{2}+2$;

由折叠知 $\angle AEF=\angle GEF$, $\angle BEC=\angle HEC$,

$\therefore \angle GEF+\angle HEC=90^\circ$, $\angle AEF+\angle BEC=90^\circ$,

$\therefore \angle AEF+\angle AFE=90^\circ$,

$\therefore \angle BEC=\angle AFE$,

在 $\triangle AEF$ 与 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFE=\angle BEC \\ \angle A=\angle B=90^\circ \\ AE=BC \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BCE$ (AAS),

$\therefore AF=BE$,

$\therefore AB=AE+BE=\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+2$.

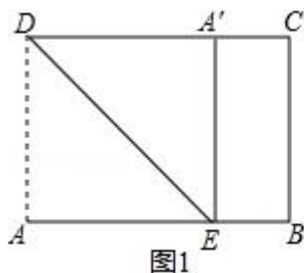


图1

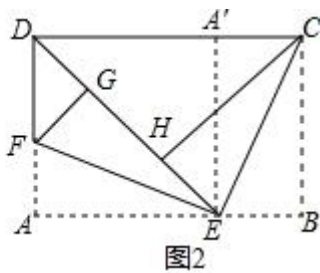


图2

点评： 本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了全等三角形的判定与性质，矩形的性质，勾股定理等知识．

22. (10 分) (2015•衢州) 小明在课外学习时遇到这样一个问题：

定义：如果二次函数 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ ($a_1 \neq 0$, a_1, b_1, c_1 是常数) 与 $y=a_2x^2+b_2x+c_2$ ($a_2 \neq 0$, a_2, b_2, c_2 是常数) 满足 $a_1+a_2=0$, $b_1=b_2$, $c_1+c_2=0$, 则称这两个函数互为“旋转函数”.

求函数 $y=-x^2+3x-2$ 的“旋转函数”.

小明是这样思考的：由函数 $y=-x^2+3x-2$ 可知, $a_1=-1$, $b_1=3$, $c_1=-2$, 根据 $a_1+a_2=0$, $b_1=b_2$, $c_1+c_2=0$, 求出 a_2 , b_2 , c_2 , 就能确定这个函数的“旋转函数”.

请参考小明的方法解决下面问题：

(1) 写出函数 $y=-x^2+3x-2$ 的“旋转函数”；

(2) 若函数 $y=-x^2+\frac{4}{3}mx-2$ 与 $y=x^2-2nx+n$ 互为“旋转函数”，求 $(m+n)^{2015}$ 的值；

(3) 已知函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 的图象与 x 轴交于点 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C ，点 A 、 B 、 C 关于原点的对称点分布是 A_1 , B_1 , C_1 ，试证明经过点 A_1 , B_1 , C_1 的二次函数与函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 互为“旋转函数.”

考点： 二次函数综合题.

专题： 综合题.

分析: (1) 根据“旋转函数”的定义求出 a_2 , b_2 , c_2 , 从而得到原函数的“旋转函数”;

(2) 根据“旋转函数”的定义得到 $\frac{4}{3}m = -2n$, $-2+n=0$, 再解方程组求出 m 和 n 的值, 然后根据乘方的意义计算;

(3) 先根据抛物线与坐标轴的交点问题确定 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(0, 2)$, 再利用关于原点对称的点的坐标特征得到 $A_1(1, 0)$, $B_1(-4, 0)$, $C_1(0, -2)$, 则可利用交点式求出经过点 A_1 , B_1 , C_1 的二次函数解析式为 $y = \frac{1}{2}(x-1)(x+4) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$, 再把 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 化为一般式, 然后根据“旋转函数”的定义进行判断.

解答: (1) 解: $\because a_1 = -1$, $b_1 = 3$, $c_1 = -2$,

$$\therefore -1 + a_2 = 0, \quad b_2 = 3, \quad -2 + c_2 = 0,$$

$$\therefore a_2 = 1, \quad b_2 = 3, \quad c_2 = 2,$$

$\therefore$ 函数 $y = -x^2 + 3x - 2$ 的“旋转函数”为 $y = x^2 + 3x + 2$;

(2) 解: 根据题意得 $\frac{4}{3}m = -2n$, $-2+n=0$, 解得 $m = -3$, $n = 2$,

$$\therefore (m+n)^{2015} = (-3+2)^{2015} = -1;$$

(3) 证明: 当 $x=0$ 时, $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4) = 2$, 则 $C(0, 2)$,

当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{2}(x+1)(x-4) = 0$, 解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 4$, 则 $A(-1, 0)$,

$B(4, 0)$,

$\therefore$ 点 A 、 B 、 C 关于原点的对称点分布是 A_1 , B_1 , C_1 ,

$\therefore A_1(1, 0)$, $B_1(-4, 0)$, $C_1(0, -2)$,

设经过点 A_1 , B_1 , C_1 的二次函数解析式为 $y = a_2(x-1)(x+4)$, 把 $C_1(0,$

$-2)$ 代入得 $a_2 \cdot (-1) \cdot 4 = -2$, 解得 $a_2 = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 经过点 A_1 , B_1 , C_1 的二次函数解析式为 $y = \frac{1}{2}(x-1)(x+4) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x$

-2 ,

$$\text{而 } y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2,$$

$$\therefore a_1 + a_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0, \quad b_1 = b_2 = \frac{3}{2}, \quad c_1 + c_2 = 2 - 2 = 0,$$

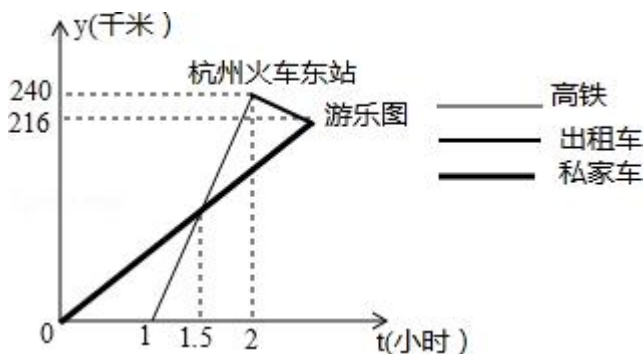
$\therefore$ 经过点 A_1, B_1, C_1 的二次函数与函数 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 互为“旋转函数”.

点评: 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握关于原点对称的两点的坐标特征; 会求二次函数图象与坐标轴的交点和待定系数法求二次函数解析式; 对新定义的理解能力.

23. (10 分) (2015•衢州) 高铁的开通, 给衢州市民出行带来了极大的方便, “五一”期间, 乐乐和颖颖相约到杭州市的某游乐园游玩, 乐乐乘私家车从衢州出发 1 小时后, 颖颖乘坐高铁从衢州出发, 先到杭州火车站, 然后再转车出租车取游乐园 (换车时间忽略不计), 两人恰好同时到达游乐园, 他们离开衢州的距离 y (千米) 与乘车时间 t (小时) 的关系如图所示.

请结合图象解决下面问题:

- (1) 高铁的平均速度是每小时多少千米?
- (2) 当颖颖达到杭州火车东站时, 乐乐距离游乐园还有多少千米?
- (3) 若乐乐要提前 18 分钟到达游乐园, 问私家车的速度必须达到多少千米/小时?



考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 利用路程除以时间得出速度即可;

(2) 首先分别求出两函数解析式, 进而求出 2 小时乐乐行驶的距离, 进

而得出距离游乐园的路程;

(3) 把 $y=216$ 代入 $y=80t$, 得 $t=2.7$, 进而求出私家车的速度.

解答: 解: (1) $v=\frac{240}{2-1}=240$.

答: 高铁的平均速度是每小时 240 千米;

(2) 设 $y=kt+b$, 当 $t=1$ 时, $y=0$, 当 $t=2$ 时, $y=240$,

$$\text{得: } \begin{cases} 0=k+b \\ 240=2k+b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=240 \\ b=-240 \end{cases},$$

故把 $t=1.5$ 代入 $y=240t-240$, 得 $y=120$,

设 $y=at$, 当 $t=1.5$, $y=120$, 得 $k=80$,

$$\therefore y=80t,$$

当 $t=2$, $y=160$, $216-160=56$ (千米),

$\therefore$ 乐乐距离游乐园还有 56 千米;

(3) 把 $y=216$ 代入 $y=80t$, 得 $t=2.7$,

$$2.7 - \frac{18}{60} = 2.4 \text{ (小时)}, \quad \frac{216}{2.4} = 90 \text{ (千米/时)}.$$

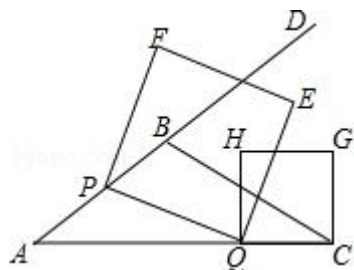
$\therefore$ 乐乐要提前 18 分钟到达游乐园, 私家车的速度必须达到 90 千米/小时.

点评: 此题主要考查了一次函数的应用, 根据题意结合函数图象得出一次函数解析式是解题关键.

24. (12 分) (2015•衢州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=9$, $S_{\triangle ABC}=\frac{27}{2}$, 动点 P 从 A 点出发, 沿射线 AB 方向以每秒 5 个单位的速度运动, 动点 Q 从 C 点出发, 以相同的速度在线段 AC 上由 C 向 A 运动, 当 Q 点运动到 A 点时, P、Q 两点同时停止运动, 以 PQ 为边作正方形 PQEF (P、Q、E、F 按逆时针排序), 以 CQ 为边在 AC 上方作正方形 QCGH.

(1) 求 $\tan A$ 的值;

- (2) 设点 P 运动时间为 t, 正方形 PQEF 的面积为 S, 请探究 S 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值, 若不存在, 请说明理由;
- (3) 当 t 为何值时, 正方形 PQEF 的某个顶点 (Q 点除外) 落在正方形 QCGH 的边上, 请直接写出 t 的值.



考点: 四边形综合题.

分析: (1) 如图 1, 过点 B 作 $BM \perp AC$ 于点 M, 利用面积法求得 BM 的长度, 利用勾股定理得到 AM 的长度, 最后由锐角三角函数的定义进行解答;

(2) 如图 2, 过点 P 作 $PN \perp AC$ 于点 N. 利用 (1) 中的结论和勾股定理得到 $PN^2 + NQ^2 = PQ^2$, 所以由正方形的面积公式得到 S 关于 t 的二次函数, 利用二次函数的顶点坐标公式和二次函数图象的性质来求其最值;

(3) 需要分类讨论: 当点 E 在边 HG 上、点 F 在边 HG 上、点 P 边 QH (或点 E 在 QC 上)、点 F 边 C 上时相对应的 t 的值.

解答: 解: (1) 如图 1, 过点 B 作 $BM \perp AC$ 于点 M,

$$\because AC=9, S_{\triangle ABC}=\frac{27}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot BM = \frac{27}{2}, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times 9 \cdot BM = \frac{27}{2},$$

解得 $BM=3$.

由勾股定理, 得

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\text{则 } \tan A = \frac{BM}{AM} = \frac{3}{4};$$

(2) 存在.

如图 2，过点 P 作 $PN \perp AC$ 于点 N.

依题意得 $AP=CQ=5t$.

$$\because \tan A = \frac{3}{4},$$

$$\therefore AN=4t, \quad PN=3t.$$

$$\therefore QN=AC-AN-CQ=9-9t.$$

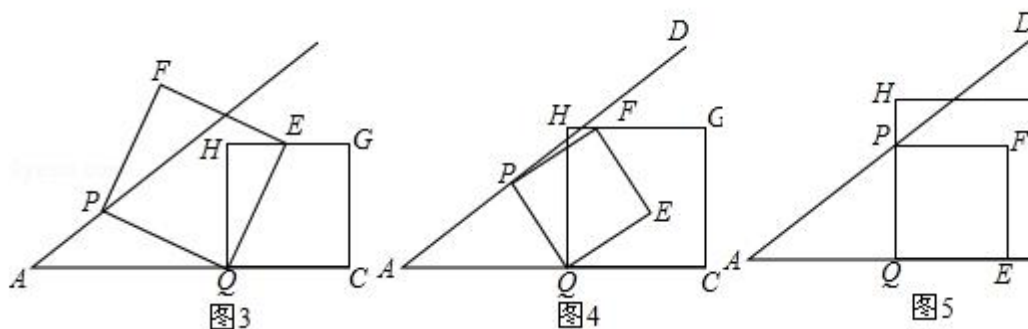
根据勾股定理得到: $PN^2+NQ^2=PQ^2$,

$$S_{\text{正方形 PQEF}}=PQ^2=(3t)^2+(9-9t)^2=90t^2-162t+81 \quad (0 < t < \frac{9}{5}).$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{162}{2 \times 90} = \frac{9}{10} \text{ 在 } t \text{ 的取值范围之内,}$$

$$\therefore S_{\text{最小值}} = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4 \times 90 \times 81 - 162^2}{4 \times 90} = \frac{81}{10};$$

(3)

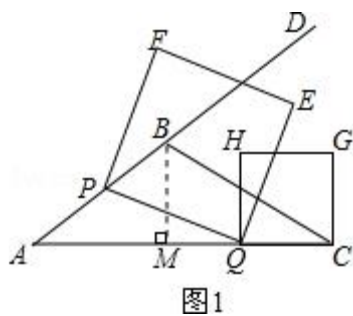
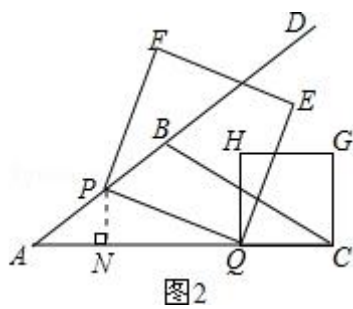


①如图 3，当点 E 在边 HG 上时， $t_1 = \frac{9}{14}$;

②如图 4，当点 F 在边 HG 上时， $t_2 = \frac{9}{11}$;

③如图 5，当点 P 在边 QH（或点 E 在边 QC 上）时， $t_3 = 1$

④如图 6，当点 F 在边 BC 上时， $t_4 = \frac{9}{7}$.



点评: 本题考查了四边形综合题. 其中涉及到了三角形的面积公式, 正方形的性质, 勾股定理以及二次函数的最值的求法. 其中, 解答 (3) 题时, 要分类讨论, 做到不重不漏, 结合图形解题, 更形象、直观.