

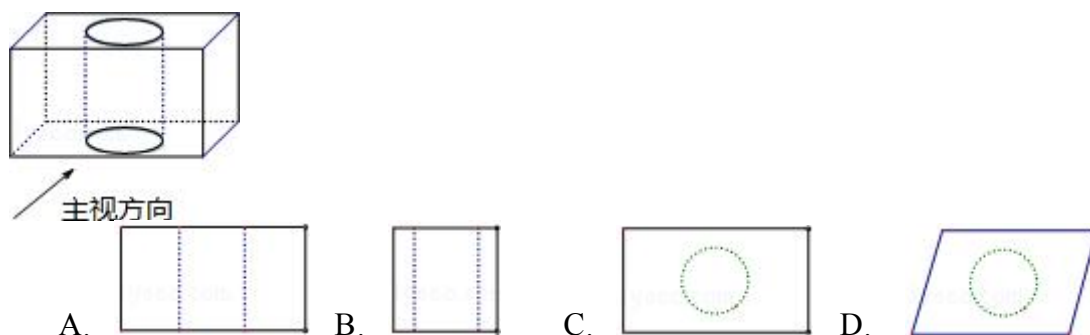
2015 年浙江省温州市中考数学试卷

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. (4 分) (2015•温州) 给出四个数 0, $\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}$, -1 , 其中最小的是 ()

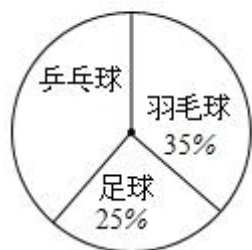
- A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $1\frac{1}{2}$ D. -1

2. (4 分) (2015•温州) 将一个长方体内部挖去一个圆柱 (如图所示), 它的主视图是 ()



3. (4 分) (2015•温州) 某校学生参加体育兴趣小组情况的统计图如图所示, 若参加人数最少的小组有 25 人, 则参加人数最多的小组有 ()

某校学生参加体育兴趣
小组情况统计图

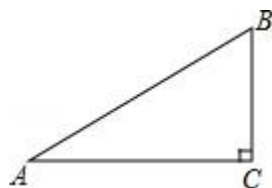


- A. 25 人 B. 35 人 C. 40 人 D. 100 人

4. (4 分) (2015•温州) 下列选项中的图形, 不属于中心对称图形的是 ()

- A. 等边三角形 B. 正方形 C. 正六边形 D. 圆

5. (4 分) (2015•温州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=5$, $BC=3$, 则 $\cos A$ 的值是 ()



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

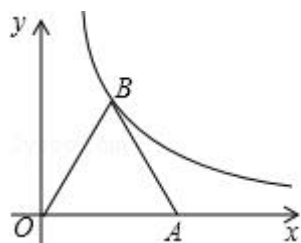
6. (4分) (2015•温州) 若关于 x 的一元二次方程 $4x^2 - 4x + c = 0$ 有两个相等实数根, 则 c 的值是 ()

- A. -1 B. 1 C. -4 D. 4

7. (4分) (2015•温州) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 2 \\ x-1 \leq 2 \end{cases}$ 的解是 ()

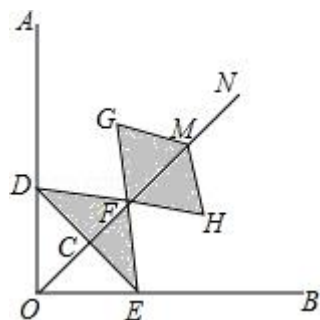
- A. $x < 1$ B. $x \geq 3$ C. $1 \leq x < 3$ D. $1 < x \leq 3$

8. (4分) (2015•温州) 如图, 点 A 的坐标是 $(2, 0)$, $\triangle ABO$ 是等边三角形, 点 B 在第一象限. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B , 则 k 的值是 ()



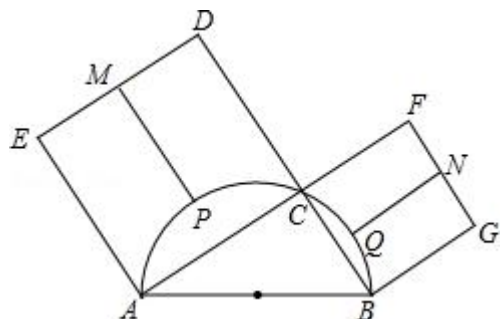
- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

9. (4分) (2015•温州) 如图, 在 $\text{Rt}\angle AOB$ 的平分线 ON 上依次取点 C, F, M , 过点 C 作 $DE \perp OC$, 分别交 OA, OB 于点 D, E , 以 FM 为对角线作菱形 $FGMH$. 已知 $\angle DFE = \angle GFH = 120^\circ$, $FG = FE$, 设 $OC = x$, 图中阴影部分面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数关系式是 ()



- A. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ B. $y = \sqrt{3}x^2$ C. $y = 2\sqrt{3}x^2$ D. $y = 3\sqrt{3}x^2$

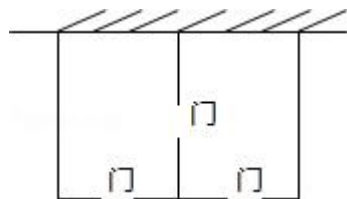
10. (4分) (2015•温州) 如图, C 是以 AB 为直径的半圆 O 上一点, 连结 AC, BC, 分别以 AC, BC 为边向外作正方形 ACDE, BCFG. DE, FC, $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ 的中点分别是 M, N, P, Q. 若 $MP+NQ=14$, $AC+BC=18$, 则 AB 的长为 ()



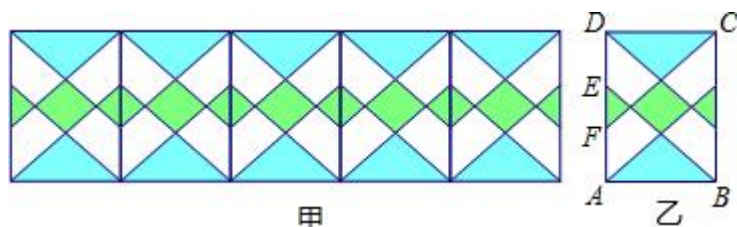
- A. $9\sqrt{2}$ B. $\frac{90}{7}$ C. 13 D. 16

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (5分) (2015•温州) 分解因式: $a^2 - 2a + 1 =$ _____.
12. (5分) (2015•温州) 一个不透明的袋中只装有 1 个红球和 2 个篮球, 它们除颜色外其余均相同. 现随机从袋中摸出两个球, 颜色是一红一蓝的概率是_____.
13. (5分) (2015•温州) 已知扇形的圆心角为 120° , 弧长为 2π , 则它的半径为_____.
14. (5分) (2015•温州) 方程 $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$ 的根为_____.
15. (5分) (2015•温州) 某农场拟建两间矩形饲养室, 一面靠现有墙 (墙足够长), 中间用一道墙隔开, 并在如图所示的三处各留 1m 宽的门. 已知计划中的材料可建墙体 (不包括门) 总长为 27m, 则能建成的饲养室面积最大为_____ m^2 .



16. (5 分) (2015•温州) 图甲是小明设计的带菱形图案的花边作品. 该作品由形如图乙的矩形图案拼接而成 (不重叠、无缝隙). 图乙中 $\frac{AB}{BC} = \frac{6}{7}$, $EF=4\text{cm}$, 上下两个阴影三角形的面积之和为 54cm^2 , 其内部菱形由两组距离相等的平行线交叉得到, 则该菱形的周长为_____cm.



三、解答题 (本题有 8 小题, 共 80 分)

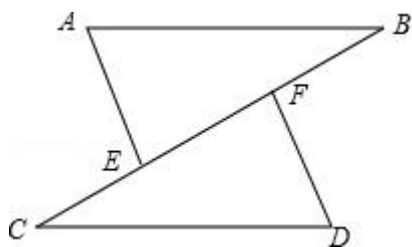
17. (10 分) (2015•温州) (1) 计算: $2015^0 + \sqrt{12} + 2 \times (-\frac{1}{2})$

(2) 化简: $(2a+1)(2a-1) - 4a(a-1)$

18. (8 分) (2015•温州) 如图, 点 C, E, F, B 在同一直线上, 点 A, D 在 BC 异侧, $AB \parallel CD$, $AE=DF$, $\angle A=\angle D$.

(1) 求证: $AB=CD$.

(2) 若 $AB=CF$, $\angle B=30^\circ$, 求 $\angle D$ 的度数.



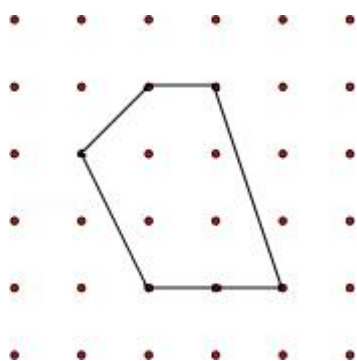
19. (8 分) (2015•温州) 某公司需招聘一名员工, 对应聘者甲、乙、丙从笔试、面试、体能三个方面进行量化考核. 甲、乙、丙各项得分如下表:

	笔试	面试	体能
甲	83	79	90
乙	85	80	75
丙	80	90	73

- (1) 根据三项得分的平均分, 从高到低确定三名应聘者的排名顺序.
- (2) 该公司规定: 笔试, 面试、体能得分分别不得低于 80 分, 80 分, 70 分, 并按 60%, 30%, 10% 的比例计入总分. 根据规定, 请你说明谁将被录用.

20. (8 分) (2015•温州) 各顶点都在方格纸格点 (横竖格子线的交错点) 上的多边形称为格点多边形. 如何计算它的面积? 奥地利数学家皮克 (G•Pick, 1859 ~ 1942 年) 证明了格点多边形的面积公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$, 其中 a 表示多边形内部的格点数, b 表示多边形边界上的格点数, S 表示多边形的面积. 如图, $a=4$, $b=6$, $S = 4 + \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 6$

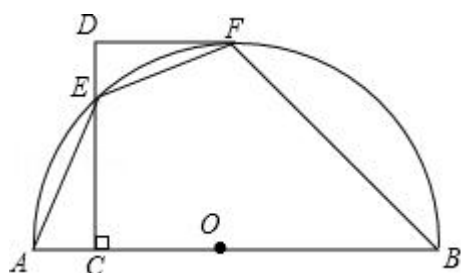
- (1) 请在图中画一个格点正方形, 使它的内部只含有 4 个格点, 并写出它的面积.
- (2) 请在图乙中画一个格点三角形, 使它的面积为 $\frac{7}{2}$, 且每条边上除顶点外无其它格点. (注: 图甲、图乙在答题纸上)



21. (10 分) (2015•温州) 如图, AB 是半圆 O 的直径, $CD \perp AB$ 于点 C , 交半圆于点 E , DF 切半圆于点 F . 已知 $\angle AEF = 135^\circ$.

(1) 求证: $DF \parallel AB$;

(2) 若 $OC = CE$, $BF = 2\sqrt{2}$, 求 DE 的长.



22. (10 分) (2015•温州) 某农业观光园计划将一块面积为 900m^2 的圆圃分成 A, B, C 三个区域, 分别种植甲、乙、丙三种花卉, 且每平方米栽种甲 3 株或乙 6 株或丙 12 株. 已知 B 区域面积是 A 区域面积的 2 倍. 设 A 区域面积为 $x (\text{m}^2)$.

(1) 求该园圃栽种的花卉总株数 y 关于 x 的函数表达式.

(2) 若三种花卉共栽种 6600 株, 则 A, B, C 三个区域的面积分别是多少?

(3) 若三种花卉的单价 (都是整数) 之和为 45 元, 且差价均不超过 10 元, 在 (2) 的前提下, 全部栽种共需 84000 元. 请写出甲、乙、丙三种花卉中, 种植面积最大的花卉总价.

23. (12 分) (2015•温州) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 交 x 轴正半轴于点 A , 顶点为 M , 对称轴 MB 交 x 轴于点 B . 过点 $C(2, 0)$ 作射线 CD 交 MB 于点 D (D 在 x 轴上方), $OE \parallel CD$ 交 MB 于点 E , $EF \parallel x$ 轴交 CD 于点 F , 作直线 MF .

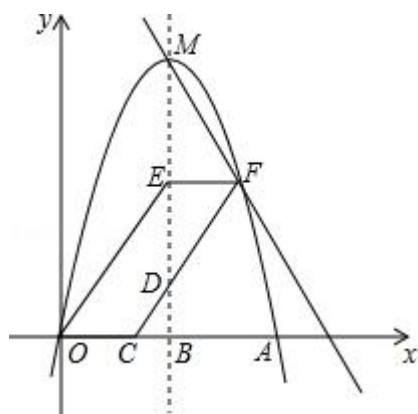
(1) 求点 A , M 的坐标.

(2) 当 BD 为何值时, 点 F 恰好落在该抛物线上?

(3) 当 $BD=1$ 时

①求直线 MF 的解析式, 并判断点 A 是否落在该直线上.

②延长 OE 交 FM 于点 G , 取 CF 中点 P , 连结 PG , $\triangle FPG$, 四边形 $DEGP$, 四边形 $OCDE$ 的面积分别记为 S_1 , S_2 , S_3 , 则 $S_1: S_2: S_3 = \underline{3: 4: 8}$.



24. (14 分) (2015•温州) 如图, 点 A 和动点 P 在直线 l 上, 点 P 关于点 A 的对称点为 Q, 以 AQ 为边作 $\text{Rt}\triangle ABQ$, 使 $\angle BAQ=90^\circ$, $AQ:AB=3:4$, 作 $\triangle ABQ$ 的外接圆 O. 点 C 在点 P 右侧, $PC=4$, 过点 C 作直线 $m \perp l$, 过点 O 作 $OD \perp m$ 于点 D, 交 AB 右侧的圆弧于点 E. 在射线 CD 上取点 F, 使 $DF=\frac{3}{2}CD$, 以 DE, DF 为邻边作矩形 DEGF. 设 $AQ=3x$.

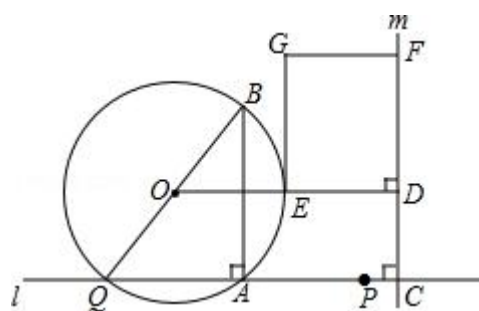
(1) 用关于 x 的代数式表示 BQ, DF.

(2) 当点 P 在点 A 右侧时, 若矩形 DEGF 的面积等于 90, 求 AP 的长.

(3) 在点 P 的整个运动过程中,

①当 AP 为何值时, 矩形 DEGF 是正方形?

②作直线 BG 交 $\odot O$ 于点 N, 若 BN 的弦心距为 1, 求 AP 的长 (直接写出答案).



2015 年浙江省温州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. (4 分) (2015•温州) 给出四个数 0 , $\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}$, -1 , 其中最小的是 ()
- A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $1\frac{1}{2}$ D. -1

【考点】实数大小比较.

【分析】正实数都大于 0 , 负实数都小于 0 , 正实数大于一切负实数, 两个负实数绝对值大的反而小, 据此判断即可.

【解答】解: 根据实数比较大小的方法, 可得

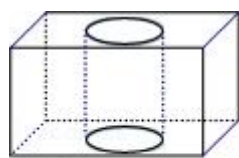
$$-1 < 0 < \frac{1}{2} < \sqrt{3},$$

$\therefore$ 四个数 0 , $\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}$, -1 , 其中最小的是 -1 .

故选: D.

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 正实数 $> 0 >$ 负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

2. (4 分) (2015•温州) 将一个长方体内部挖去一个圆柱 (如图所示), 它的主视图是 ()



主视方向

- A. B. C. D.

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】找到从正面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【解答】解: 从正面看易得主视图为长方形, 中间有两条垂直地面的虚线.

故选 A.

【点评】 本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

3. (4 分) (2015•温州) 某校学生参加体育兴趣小组情况的统计图如图所示，若参加人数最少的小组有 25 人，则参加人数最多的小组有 ()

某校学生参加体育兴趣
小组情况统计图



- A. 25 人 B. 35 人 C. 40 人 D. 100 人

【考点】 扇形统计图. .

【分析】 根据参加足球的人数除以参加足球所占的百分比，可得参加兴趣小组的总人数，参加兴趣小组的总人数乘以参加乒乓球所占的百分比，可得答案.

【解答】 解：参加兴趣小组的总人数 $25 \div 25\% = 100$ (人)，

参加乒乓球小组的人数 $100 \times (1 - 25\% - 35\%) = 40$ (人)，

故选：C.

【点评】 本题考查了扇形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

4. (4 分) (2015•温州) 下列选项中的图形，不属于中心对称图形的是 ()

- A. 等边三角形 B. 正方形 C. 正六边形 D. 圆

【考点】 中心对称图形. .

【分析】 根据中心对称图形的概念求解.

【解答】 解：A、不是中心对称图形，故本选项正确；

B、是中心对称图形，故本选项错误；

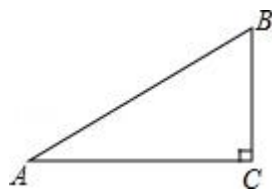
C、是中心对称图形，故本选项错误；

D、是中心对称图形，故本选项错误.

故选 A.

【点评】 本题考查了中心对称图形的概念：中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

5. (4 分) (2015•温州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $BC=3$ ，则 $\cos A$ 的值是 ()



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

【考点】 锐角三角函数的定义. .

【分析】 根据锐角的余弦等于邻边比斜边求解即可.

【解答】 解： $\because AB=5$ ， $BC=3$ ，

$$\therefore AC=4,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}.$$

故选 D.

【点评】 本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边

6. (4 分) (2015•温州) 若关于 x 的一元二次方程 $4x^2 - 4x + c = 0$ 有两个相等实数根，则 c 的值是 ()

A. -1

B. 1

C. -4

D. 4

【考点】 根的判别式. .

【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta=4^2-4\times 4c=0$ ，然后解一次方程即可．

【解答】解： $\because$ 一元二次方程 $4x^2-4x+c=0$ 有两个相等实数根，

$$\therefore \Delta=4^2-4\times 4c=0,$$

$$\therefore c=1,$$

故选 B.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ ：

当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ ，方程有两个相等的实数根；当

$\Delta < 0$ ，方程没有实数根．

7. (4 分) (2015•温州) 不等式组 $\begin{cases} x+1>2 \\ x-1\leq 2 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $x < 1$

B. $x \geq 3$

C. $1 \leq x < 3$

D. $1 < x \leq 3$

【考点】解一元一次不等式组．

【分析】先求出每个不等式的解集，再根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集即可．

【解答】解： $\begin{cases} x+1>2 \text{①} \\ x-1\leq 2 \text{②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得： $x > 1$ ，

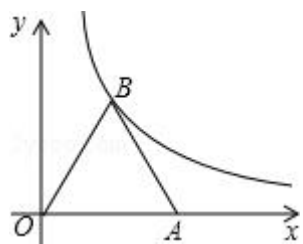
解不等式②得： $x \leq 3$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $1 < x \leq 3$ ，

故选 D.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组的应用，解此题的关键是能根据不等式的解集求出不等式组的解集，难度适中．

8. (4分) (2015•温州) 如图, 点 A 的坐标是 (2, 0), $\triangle ABO$ 是等边三角形, 点 B 在第一象限. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B, 则 k 的值是 ()



- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征; 等边三角形的性质.

【分析】首先过点 A 作 $BC \perp OA$ 于点 C, 根据 $AO=2$, $\triangle ABO$ 是等边三角形, 得出 B 点坐标, 进而求出反比例函数解析式.

【解答】解: 过点 A 作 $BC \perp OA$ 于点 C,

$\because$ 点 A 的坐标是 (2, 0),

$\therefore AO=2$,

$\because \triangle ABO$ 是等边三角形,

$\therefore OC=1$, $BC=\sqrt{3}$,

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(1, \sqrt{3})$,

把 $(1, \sqrt{3})$ 代入 $y = \frac{k}{x}$,

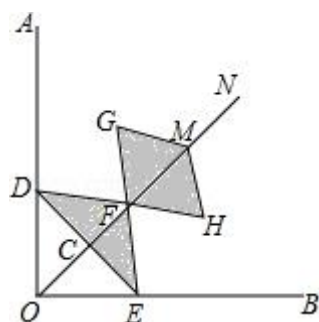
得 $k=\sqrt{3}$.

故选 C.

【点评】此题主要考查了反比例函数的综合应用、等边三角形的性质以及图象上点的坐标特点等知识, 根据已知表示出 B 点坐标是解题关键.

9. (4分) (2015•温州) 如图, 在 $\text{Rt}\angle AOB$ 的平分线 ON 上依次取点 C, F, M, 过点 C 作 $DE \perp OC$, 分别交 OA, OB 于点 D, E, 以 FM 为对角线作菱形 FGMH. 已

知 $\angle DFE = \angle GFH = 120^\circ$, $FG = FE$, 设 $OC = x$, 图中阴影部分面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数关系式是 ()



- A. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ B. $y = \sqrt{3}x^2$ C. $y = 2\sqrt{3}x^2$ D. $y = 3\sqrt{3}x^2$

【考点】菱形的性质；等边三角形的判定与性质；解直角三角形．

【分析】由在 $\text{Rt}\angle AOB$ 的平分线 ON 上依次取点 C, F, M , 过点 C 作 $DE \perp OC$, 可得 $\triangle OCD$ 与 $\triangle OCE$ 是等腰直角三角形, 即可得 OC 垂直平分 DE , 求得 $DE = 2x$, 再由 $\angle DFE = \angle GFH = 120^\circ$, 可求得 C 与 DF, EF 的长, 继而求得 $\triangle DF$ 的面积, 再由菱形 $FGMH$ 中, $FG = FE$, 得到 $\triangle FGM$ 是等边三角形, 即可求得其面积, 继而求得答案.

【解答】解: $\because ON$ 是 $\text{Rt}\angle AOB$ 的平分线,

$$\therefore \angle DOC = \angle EOC = 45^\circ,$$

$$\because DE \perp OC,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OEC = 45^\circ,$$

$$\therefore CD = CE = OC = x,$$

$$\therefore DF = EF, \quad DE = CD + CE = 2x,$$

$$\because \angle DFE = \angle GFH = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = 30^\circ,$$

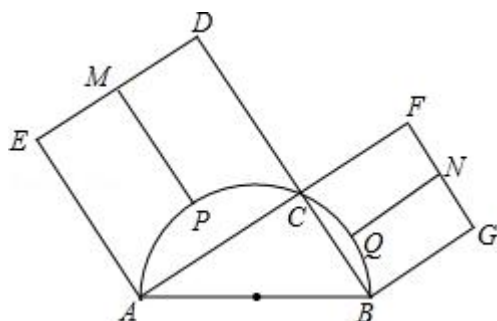
$$\therefore CF = CE \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\begin{aligned}\therefore EF &= 2CF = \frac{2\sqrt{3}}{3}x, \\ \therefore S_{\triangle DEF} &= \frac{1}{2}DE \cdot CF = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2, \\ \therefore \text{四边形 FGMH 是菱形}, \\ \therefore FG &= MG = FE = \frac{2\sqrt{3}}{3}x, \\ \therefore \angle G &= 180^\circ - \angle GFH = 60^\circ, \\ \therefore \triangle FMG &\text{ 是等边三角形}, \\ \therefore S_{\triangle FGH} &= \frac{\sqrt{3}}{3}x^2, \\ \therefore S_{\text{菱形 FGMH}} &= \frac{2\sqrt{3}}{3}x^2, \\ \therefore S_{\text{阴影}} &= S_{\triangle DEF} + S_{\text{菱形 FGMH}} = \sqrt{3}x^2.\end{aligned}$$

故选 B.

【点评】此题考查了菱形的性质、等腰直角三角形的性质、等边三角形的判定与性质以及三角函数等知识. 注意证得 $\triangle OCD$ 与 $\triangle OCE$ 是等腰直角三角形, $\triangle FGM$ 是等边三角形是关键.

10. (4 分) (2015•温州) 如图, C 是以 AB 为直径的半圆 O 上一点, 连结 AC, BC, 分别以 AC, BC 为边向外作正方形 ACDE, BCFG. DE, FC, $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ 的中点分别是 M, N, P, Q. 若 $MP+NQ=14$, $AC+BC=18$, 则 AB 的长为 ()



A. $9\sqrt{2}$

B. $\frac{90}{7}$

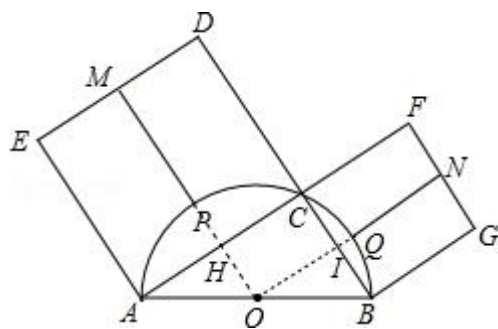
C. 13

D. 16

【考点】梯形中位线定理.

【分析】连接 OP, OQ, 根据 DE, FC, $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ 的中点分别是 M, N, P, Q 得到 $OP \perp AC$, $OQ \perp BC$, 从而得到 H、I 是 AC、BD 的中点, 利用中位线定理得到 $OH+OI=\frac{1}{2}(AC+BC)=9$ 和 $PH+QI$, 从而利用 $AB=OP+OQ=OH+OI+PH+QI$ 求解.

【解答】解: 连接 OP, OQ,
 $\because$ DE, FC, $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ 的中点分别是 M, N, P, Q,
 $\therefore OP \perp AC$, $OQ \perp BC$,
 $\therefore$ H、I 是 AC、BD 的中点,
 $\therefore OH+OI=\frac{1}{2}(AC+BC)=9$,
 $\because MH+NI=AC+BC=18$, $MP+NQ=14$,
 $\therefore PH+QI=18-14=4$,
 $\therefore AB=OP+OQ=OH+OI+PH+QI=9+4=13$,
 故选 C.



【点评】本题考查了中位线定理, 解题的关键是正确的作出辅助线, 题目中还考查了垂径定理的知识, 难度不大.

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (5 分) (2015•温州) 分解因式: $a^2 - 2a + 1 = \underline{(a-1)^2}$.

【考点】因式分解-运用公式法.

专题： 计算题.

【分析】观察原式发现，此三项符合差的完全平方公式 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ ，即可把原式化为积的形式.

【解答】解： $a^2 - 2a + 1 = a^2 - 2 \times 1 \times a + 1^2 = (a - 1)^2$.

故答案为： $(a - 1)^2$.

【点评】本题考查了完全平方公式分解因式，熟练掌握完全平方公式的结构特点是解题的关键.

12. (5 分) (2015•温州) 一个不透明的袋中只装有 1 个红球和 2 个篮球，它们除颜色外其余均相同. 现随机从袋中摸出两个球，颜色是一红一蓝的概率是 $\frac{2}{3}$.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与随机从袋中摸出两个球，颜色是一红一蓝的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解：画树状图得：



∴ 共有 6 种等可能的结果，随机从袋中摸出两个球，颜色是一红一蓝的有 4 种情况，

∴ 随机从袋中摸出两个球，颜色是一红一蓝的概率是： $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为： 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

13. (5 分) (2015•温州) 已知扇形的圆心角为 120° ，弧长为 2π ，则它的半径为 3.

【考点】弧长的计算. .

【分析】根据弧长公式代入求解即可.

【解答】解： $\because L = \frac{n\pi R}{180}$,

$$\therefore R = \frac{180 \times 2\pi}{120\pi} = 3.$$

故答案为：3.

【点评】本题考查了弧长的计算，解答本题的关键是掌握弧长公式： $L = \frac{n\pi R}{180}$.

14. (5 分) (2015•温州) 方程 $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$ 的根为 $x=2$.

【考点】解分式方程. .

【分析】观察可得最简公分母是 $x(x+1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】解：去分母得： $2(x+1) = 3x$

即 $2x+2=3x$

解得： $x=2$

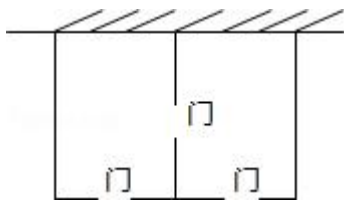
经检验： $x=2$ 是原方程的解.

故答案是： $x=2$

【点评】(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

15. (5 分) (2015•温州) 某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙（墙足够长），中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留 1m 宽的门. 已知计划中的材料可建墙体（不包括门）总长为 27m，则能建成的饲养室面积最大为 75 m^2 .



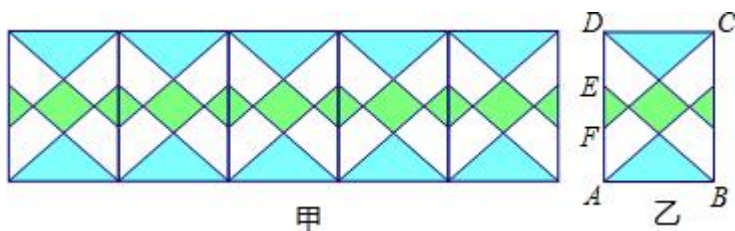
【考点】二次函数的应用．

【分析】设垂直于墙的材料长为 x 米，则平行于墙的材料长为 $27+3-3x=30-3x$ ，表示出总面积 $S=x(30-3x)=-3x^2+30x=-3(x-5)^2+75$ 即可求得面积的最值．

【解答】解：设垂直于墙的材料长为 x 米，
则平行于墙的材料长为 $27+3-3x=30-3x$ ，
则总面积 $S=x(30-3x)=-3x^2+30x=-3(x-5)^2+75$ ，
故饲养室的最大面积为 75 平方米，
故答案为：75．

【点评】本题考查了二次函数的应用，解题的关键是从实际问题中抽象出函数模型，难度不大．

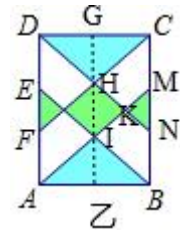
16. (5 分) (2015•温州) 图甲是小明设计的带菱形图案的花边作品．该作品由形如图乙的矩形图案拼接而成 (不重叠、无缝隙)．图乙中 $\frac{AB}{BC}=\frac{6}{7}$ ， $EF=4\text{cm}$ ，上下两个阴影三角形的面积之和为 54cm^2 ，其内部菱形由两组距离相等的平行线交叉得到，则该菱形的周长为 $\frac{50}{3}\text{cm}$ ．



【考点】菱形的性质；矩形的性质．

【分析】首先取 CD 的中点 G ，连接 HG ，设 $AB=6a\text{cm}$ ，则 $BC=7a\text{cm}$ ，中间菱形的对角线 HI 的长度为 $x\text{cm}$ ；然后根据 $GH \parallel BC$ ，可得 $x=3.5a-2$ ；再根据上下两个阴影三角形的面积之和为 54cm^2 ，可得 $a(7a-x)=18$ ，据此求出 a 、 x 的值

各是多少；最后根据 $AM \parallel FC$ ，求出 HK 的长度，再用 HK 的长度乘以 4，求出该菱形的周长为多少即可。



【解答】解：如图乙，取 CD 的中点 G ，连接 HG ，
设 $AB=6a\text{cm}$ ，则 $BC=7a\text{cm}$ ，中间菱形的对角线 HI 的长度为 $x\text{cm}$ ，

$$\because BC=7a\text{cm}, MN=EF=4\text{cm},$$

$$\therefore CN=\frac{7a+4}{2},$$

$$\because GH \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{GH}{CN} = \frac{DG}{DC},$$

$$\therefore \frac{\frac{7a-x}{2}}{\frac{7a+4}{2}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore x=3.5a-2 \dots (1);$$

$$\because \text{上下两个阴影三角形的面积之和为 } 54\text{cm}^2,$$

$$\therefore 6a \cdot (7a-x) \div 2 = 54,$$

$$\therefore a(7a-x) = 18 \dots (2);$$

由 (1) (2)，可得

$$a=2, x=5,$$

$$\therefore CD=6 \times 2=12 \text{ (cm)}, CN=\frac{7a+4}{2}=\frac{7 \times 2+4}{2}=9 \text{ (cm)},$$

$$\therefore DN=\sqrt{12^2+9^2}=15 \text{ (cm)},$$

$$\text{又} \because DH=\sqrt{DG^2+GH^2}=\sqrt{6^2+\left(\frac{7 \times 2-5}{2}\right)^2}=7.5 \text{ (cm)},$$

$$\therefore HN=15-7.5=7.5 \text{ (cm)},$$

$$\because AM \parallel FC,$$

$$\therefore \frac{KN}{HK} = \frac{MN}{CN} = \frac{4}{9-4} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore HK = \frac{5}{4+5} \times 7.5 = \frac{25}{6} \text{ (cm)},$$

$\therefore$ 该菱形的周长为:

$$\frac{25}{6} \times 4 = \frac{50}{3} \text{ (cm)}.$$

故答案为: $\frac{50}{3}$.

【点评】 (1) 此题主要考查了菱形的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①菱形具有平行四边形的一切性质; ②菱形的四条边都相等; ③菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角; ④菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(2) 此题还考查了矩形的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①平行四边形的性质矩形都具有; ②角: 矩形的四个角都是直角; ③边: 邻边垂直; ④对角线: 矩形的对角线相等; ⑤矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

三、解答题 (本题有 8 小题, 共 80 分)

17. (10 分) (2015·温州) (1) 计算: $2015^0 + \sqrt{12} + 2 \times (-\frac{1}{2})$

(2) 化简: $(2a+1)(2a-1) - 4a(a-1)$

【考点】 整式的混合运算; 实数的运算.

【分析】 (1) 先算乘方、化简二次根式与乘法, 最后算加法;

(2) 利用平方差公式和整式的乘法计算, 进一步合并得出答案即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= 1 + 2\sqrt{3} - 1$
 $= 2\sqrt{3};$

(2) 原式 $= 4a^2 - 1 - 4a^2 + 4a$

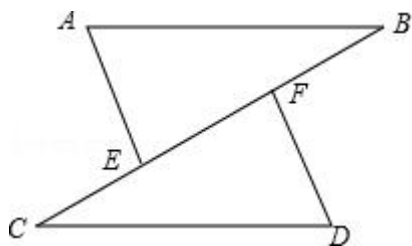
$$=4a-1.$$

【点评】此题考查整式的混合运算，掌握运算顺序与计算方法是解决问题的关键.

18. (8分) (2015•温州) 如图，点 C, E, F, B 在同一直线上，点 A, D 在 BC 异侧， $AB \parallel CD$ ， $AE=DF$ ， $\angle A=\angle D$.

(1) 求证： $AB=CD$.

(2) 若 $AB=CF$ ， $\angle B=30^\circ$ ，求 $\angle D$ 的度数.



【考点】全等三角形的判定与性质. .

【分析】(1) 易证得 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，即可得 $AB=CD$;

(2) 易证得 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，即可得 $AB=CD$ ，又由 $AB=CF$ ， $\angle B=30^\circ$ ，即可证得 $\triangle ABE$ 是等腰三角形，解答即可.

【解答】证明：(1) $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle C = \angle B, \\ AE = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AB = CD;$$

$$(2) \because \triangle ABE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AB = CD, BE = CF,$$

$\because AB=CF, \angle B=30^\circ,$

$\therefore AB=BE,$

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰三角形,

$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ.$

【点评】 此题考查全等三角形问题，关键是根据 AAS 证明三角形全等，再利用全等三角形的性质解答.

19. (8 分) (2015•温州) 某公司需招聘一名员工，对应聘者甲、乙、丙从笔试、面试、体能三个方面进行量化考核. 甲、乙、丙各项得分如下表:

	笔试	面试	体能
甲	83	79	90
乙	85	80	75
丙	80	90	73

(1) 根据三项得分的平均分，从高到低确定三名应聘者的排名顺序.

(2) 该公司规定：笔试，面试、体能得分分别不得低于 80 分，80 分，70 分，并按 60%，30%，10%的比例计入总分. 根据规定，请你说明谁将被录用.

【考点】 加权平均数.

【分析】 (1) 代入求平均数公式即可求出三人的平均成绩，比较得出结果；

(2) 由于甲的面试成绩低于 80 分，根据公司规定甲被淘汰；再将乙与丙的总成绩按比例求出测试成绩，比较得出结果.

【解答】 解：(1) $\bar{x}_{\text{甲}} = (83+79+90) \div 3 = 84,$

$\bar{x}_{\text{乙}} = (85+80+75) \div 3 = 80,$

$\bar{x}_{\text{丙}} = (80+90+73) \div 3 = 81.$

从高到低确定三名应聘者的排名顺序为：甲，丙，乙；

(2) $\because$ 该公司规定：笔试，面试、体能得分分别不得低于 80 分，80 分，70 分，

∴甲淘汰；

乙成绩= $85 \times 60\% + 80 \times 30\% + 75 \times 10\% = 82.5$,

丙成绩= $80 \times 60\% + 90 \times 30\% + 73 \times 10\% = 82.3$,

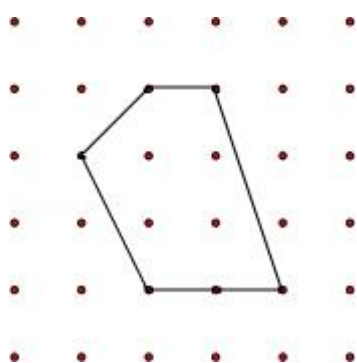
乙将被录取.

【点评】 本题考查了算术平均数和加权平均数的计算. 平均数等于所有数据的和除以数据的个数.

20. (8 分) (2015•温州) 各顶点都在方格纸格点 (横竖格子线的交错点) 上的多边形称为格点多边形. 如何计算它的面积? 奥地利数学家皮克 (G•Pick, 1859 ~ 1942 年) 证明了格点多边形的面积公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$, 其中 a 表示多边形内部的格点数, b 表示多边形边界上的格点数, S 表示多边形的面积. 如图, $a=4$, $b=6$, $S = 4 + \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 6$

(1) 请在图中画一个格点正方形, 使它的内部只含有 4 个格点, 并写出它的面积.

(2) 请在图乙中画一个格点三角形, 使它的面积为 $\frac{7}{2}$, 且每条边上除顶点外无其它格点. (注: 图甲、图乙在答题纸上)

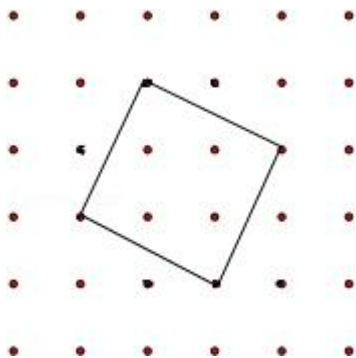


【考点】 作图—应用与设计作图. .

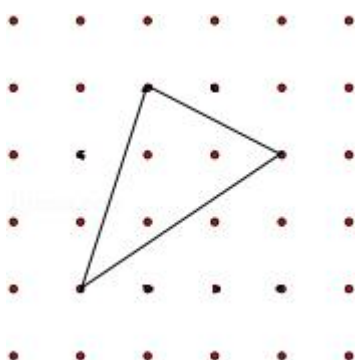
【分析】 (1) 根据皮克公式画图计算即可;

(2) 根据题意可知 $a=3$, $b=3$, 画出满足题意的图形即可.

【解答】解：（1）如图所示， $a=4$ ， $b=4$ ， $S=4+\frac{1}{2}\times 4-1=5$ ；



（2）因为 $S=\frac{7}{2}$ ， $b=3$ ，所以 $a=3$ ，如图所示，

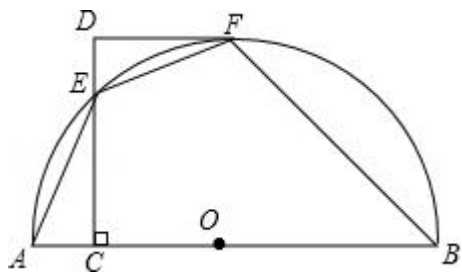


【点评】本题考查了应用与设计作图，关键是理解皮克公式，根据题意求出 a 、 b 的值．

21. （10 分）（2015•温州）如图， AB 是半圆 O 的直径， $CD \perp AB$ 于点 C ，交半圆于点 E ， DF 切半圆于点 F ．已知 $\angle AEF=135^\circ$ ．

（1）求证： $DF \parallel AB$ ；

（2）若 $OC=CE$ ， $BF=2\sqrt{2}$ ，求 DE 的长．



【考点】切线的性质．

【分析】 (1) 证明：连接 OF，根据圆内接四边形的性质得到 $\angle AEF + \angle B = 180^\circ$ ，由于 $\angle AEF = 135^\circ$ ，得出 $\angle B = 45^\circ$ ，于是得到 $\angle AOF = 2\angle B = 90^\circ$ ，由 DF 切 $\odot O$ 于 F，得到 $\angle DFO = 90^\circ$ ，由于 $DC \perp AB$ ，得到 $\angle DCO = 90^\circ$ ，于是结论可得；

(2) 过 E 作 $EM \perp BF$ 于 M，由四边形 DCOF 是矩形，得到 $OF = DC = OA$ ，由于 $OC = CE$ ，推出 $AC = DE$ ，设 $DE = x$ ，则 $AC = x$ ，在 $Rt\triangle FOB$ 中， $\angle FOB = 90^\circ$ ， $OF = OB$ ， $BF = 2\sqrt{2}$ ，由勾股定理得： $OF = OB = 2$ ，则 $AB = 4$ ， $BC = 4 - x$ ，由于 $AC = DE$ ， $OCDF = CE$ ，由勾股定理得： $AE = EF$ ，通过 $Rt\triangle ECA \cong Rt\triangle EMF$ ，得出 $AC = MF = DE = x$ ，在 $Rt\triangle ECB$ 和 $Rt\triangle EMB$ 中，由勾股定理得： $BC = BM$ ，问题可得。

【解答】 (1) 证明：连接 OF，

$\because A、E、F、B$ 四点共圆，

$\therefore \angle AEF + \angle B = 180^\circ$ ，

$\because \angle AEF = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AOF = 2\angle B = 90^\circ$ ，

$\because DF$ 切 $\odot O$ 于 F，

$\therefore \angle DFO = 90^\circ$ ，

$\because DC \perp AB$ ，

$\therefore \angle DCO = 90^\circ$ ，

即 $\angle DCO = \angle FOC = \angle DFO = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 DCOF 是矩形，

$\therefore DF \parallel AB$ ；

(2) 解：过 E 作 $EM \perp BF$ 于 M,

$\because$ 四边形 DCOF 是矩形,

$\therefore OF=DC=OA,$

$\because OC=CE,$

$\therefore AC=DE,$

设 $DE=x$, 则 $AC=x$,

$\because$ 在 $Rt\triangle FOB$ 中, $\angle FOB=90^\circ$, $OF=OB$, $BF=2\sqrt{2}$, 由勾股定理得: $OF=OB=2$,

则 $AB=4$, $BC=4-x$,

$\because AC=DE$, $OCDF=CE$,

$\therefore$ 由勾股定理得: $AE=EF$,

$\therefore \angle ABE=\angle FBE$,

$\because EC \perp AB$, $EM \perp BF$

$\therefore EC=EM$, $\angle ECB=\angle M=90^\circ$,

在 $Rt\triangle ECA$ 和 $Rt\triangle EMF$ 中

$$\begin{cases} AE=EF \\ EC=EM \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ECA \cong Rt\triangle EMF$,

$\therefore AC=MF=DE=x$,

在 $Rt\triangle ECB$ 和 $Rt\triangle EMB$ 中, 由勾股定理得: $BC=BM$,

$\therefore BF=BM-MF=BC-MF=4-x-x=2\sqrt{2}$,

解得: $x=2-\sqrt{2}$,

即 $DE=2-\sqrt{2}$.

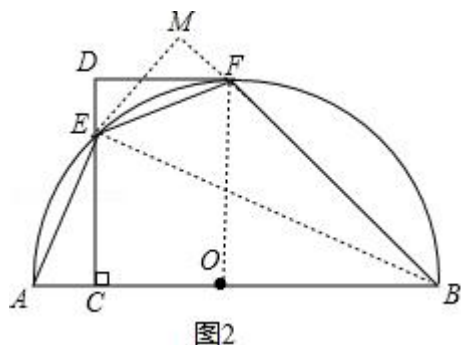


图2

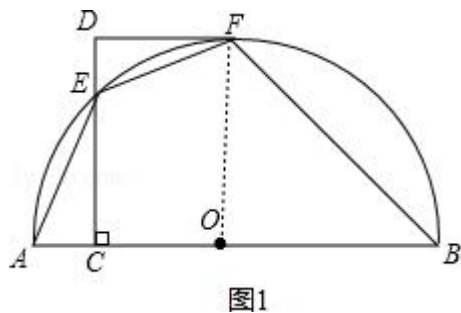


图1

【点评】 本题考查了圆周角性质，圆内接四边形的性质，全等三角形的性质和判定，角平分线性质，矩形的性质和判定的应用，正确的作出辅助线是解题的关键.

22. (10 分) (2015•温州) 某农业观光园计划将一块面积为 900m^2 的圆圃分成 A, B, C 三个区域，分别种植甲、乙、丙三种花卉，且每平方米栽种甲 3 株或乙 6 株或丙 12 株. 已知 B 区域面积是 A 区域面积的 2 倍. 设 A 区域面积为 x (m^2).

- (1) 求该园圃栽种的花卉总株数 y 关于 x 的函数表达式.
- (2) 若三种花卉共栽种 6600 株，则 A, B, C 三个区域的面积分别是多少?
- (3) 若三种花卉的单价 (都是整数) 之和为 45 元，且差价均不超过 10 元，在 (2) 的前提下，全部栽种共需 84000 元. 请写出甲、乙、丙三种花卉中，种植面积最大的花卉总价.

【考点】 一次函数的应用. .

【分析】 (1) 设 A 区域面积为 x ，则 B 区域面积是 $2x$ ，C 区域面积是 $900 - 3x$ ，根据每平方米栽种甲 3 株或乙 6 株或丙 12 株，即可解答；

(2) 当 $y=6600$ 时，即 $-21x+10800=6600$ ，解得： $x=200$ ，则 $2x=400$ ， $900 - 3x=300$ ，即可解答；

(3) 设三种花卉的单价分别为 a 元、 b 元、 c 元，根据根据题意得：

$$\begin{cases} a+b+c=45 \\ 600a+2400b+3600c=84000 \end{cases}, \text{整理得: } 3b+5c=95, \text{根据三种花卉的单价 (都是整}$$

数) 之和为 45 元, 且差价均不超过 10 元, 所以 $b=15$, $c=10$, $a=20$, 即可解答.

【解答】解: (1) $y=3x+12x+12(900-3x)=-21x+10800$.

(2) 当 $y=6600$ 时, 即 $-21x+10800=6600$,

解得: $x=200$,

$$\therefore 2x=400, 900-3x=300,$$

答: A, B, C 三个区域的面积分别是 200m^2 , 400m^2 , 300m^2 .

(3) 设三种花卉的单价分别为 a 元、 b 元、 c 元, 在 (2) 的前提下, 分别种植甲、乙、丙三种花卉的株数为 600 株, 2400 株, 3600 株,

根据题意得: $\begin{cases} a+b+c=45 \\ 600a+2400b+3600c=84000 \end{cases}$,

整理得: $3b+5c=95$,

$\therefore$ 三种花卉的单价 (都是整数) 之和为 45 元, 且差价均不超过 10 元,

$$\therefore b=15, c=10,$$

$$\therefore a=20,$$

$$\therefore \text{种植面积最大的花卉总价为: } 2400 \times 15 = 36000 \text{ (元)},$$

答: 种植面积最大的花卉总价为 36000 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是关键题意, 列出函数关系式和方程组.

23. (12 分) (2015•温州) 如图, 抛物线 $y=-x^2+6x$ 交 x 轴正半轴于点 A, 顶点为 M, 对称轴 MB 交 x 轴于点 B. 过点 C (2, 0) 作射线 CD 交 MB 于点 D (D 在 x 轴上方), OE $\parallel$ CD 交 MB 于点 E, EF $\parallel$ x 轴交 CD 于点 F, 作直线 MF.

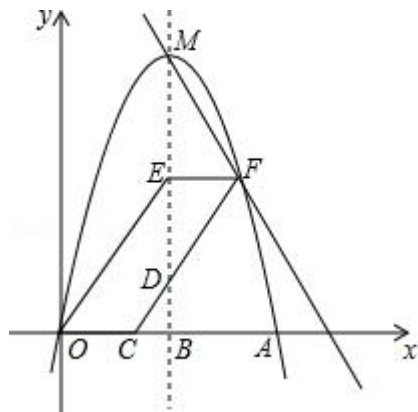
(1) 求点 A, M 的坐标.

(2) 当 BD 为何值时, 点 F 恰好落在该抛物线上?

(3) 当 $BD=1$ 时

①求直线 MF 的解析式，并判断点 A 是否落在该直线上.

②延长 OE 交 FM 于点 G，取 CF 中点 P，连结 PG， $\triangle FPG$ ，四边形 DEGP，四边形 OCDE 的面积分别记为 S_1 ， S_2 ， S_3 ，则 $S_1: S_2: S_3 = \underline{3: 4: 8}$.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 在抛物线解析式中令 $y=0$ ，容易求得 A 点坐标，再根据顶点式，可求得 M 点坐标；

(2) 由条件可证明四边形 OCFE 为平行四边形，可求得 EF 的长，可求得 F 点坐标，可得出 BE 的长，再利用平行线的性质可求得 BD 的长；

(3) ①由条件可求得 F 点坐标，可求得直线 MF 的解析式，把 A 点坐标代入其解析式可判断出 A 点在直线 MF 上；②由点的坐标结合勾股定理求得 OE、GE、CD、DM、MF 的长，再结合面积公式可分别表示出 S_1 ， S_2 ， S_3 ，可求得答案.

【解答】解：

(1) 令 $y=0$ ，则 $-x^2+6x=0$ ，解得 $x=0$ 或 $x=6$ ，

$\therefore$ A 点坐标为 $(6, 0)$ ，

又 $\because y = -x^2+6x = -(x-3)^2+9$ ，

$\therefore$ M 点坐标为 $(3, 9)$ ；

(2) $\because OE \parallel CF$ ， $OC \parallel EF$ ，

$\therefore$ 四边形 OCFE 为平行四边形，且 $C(2, 0)$ ，

$\therefore EF=OC=2$ ，

又 B (3, 0),

$\therefore OB=3, BC=1,$

$\therefore F$ 点的横坐标为 5,

$\because$ 点 F 落在抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 上,

$\therefore F$ 点的坐标为 (5, 5),

$\therefore BE=5,$

$\because OE \parallel CF,$

$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{BC}{OB},$ 即 $\frac{BD}{5} = \frac{1}{3},$

$\therefore BD = \frac{5}{3};$

(3) ①当 $BD=1$ 时, 由 (2) 可知 $BE=3BD=3,$

$\therefore F (5, 3),$

设直线 MF 解析式为 $y=kx+b,$

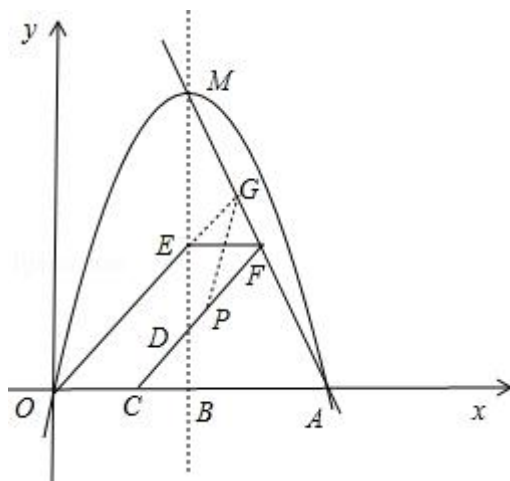
把 M、F 两点坐标代入可得 $\begin{cases} 9=3k+b \\ 3=5k+b \end{cases},$ 解得 $\begin{cases} k=-3 \\ b=18 \end{cases},$

$\therefore$ 直线 MF 解析式为 $y=-3x+18,$

$\because$ 当 $x=6$ 时, $y=-3 \times 6 + 18 = 0,$

$\therefore$ 点 A 落在直线 MF 上;

②如图所示,



$$\therefore E(3, 3),$$

$$\therefore \text{直线 OE 解析式为 } y=x,$$

$$\text{联立直线 OE 和直线 MF 解析式可得} \begin{cases} y=x \\ y=-3x+18 \end{cases}, \text{ 解得} \begin{cases} x=\frac{9}{2} \\ y=\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\therefore G\left(\frac{9}{2}, \frac{9}{2}\right),$$

$$\therefore OG = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}, \quad OE = CF = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore EG = OG - OE = \frac{9\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{CD}{OE} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore CD = \frac{1}{3}OE = \sqrt{2},$$

$$\therefore P \text{ 为 } CF \text{ 中点},$$

$$\therefore PF = \frac{1}{2}CF = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore DP = CF - CD - PF = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore OG \parallel CF,$$

$$\therefore \text{可设 OG 和 CF 之间的距离为 } h,$$

$$\therefore S_{\triangle FPG} = \frac{1}{2}PF \cdot h = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2}h = \frac{3\sqrt{2}}{4}h,$$

$$S_{\text{四边形 DEGP}} = \frac{1}{2}(EG + DP)h = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)h = \sqrt{2}h,$$

$$S_{\text{四边形 OCDE}} = \frac{1}{2}(OE + CD)h = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{2})h = 2\sqrt{2}h,$$

$$\therefore S_1, S_2, S_3 = \frac{3\sqrt{2}}{4}h : \sqrt{2}h : 2\sqrt{2}h = 3 : 4 : 8,$$

故答案为：3：4：8.

【点评】 本题主要考查二次函数的综合应用，涉及二次函数的性质、一元二次方程、平行四边形的判定和性质、平行线分线段成比例、待定系数法、勾股定理等知识点。在（1）中注意抛物线顶点式的应用，在（2）中求得 F 点的坐标是解题的关键，在（3）①中，求得直线 MF 的解析式是解题的关键，在②中利用两平

行线间的距离为定值表示出 S_1 , S_2 , S_3 是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性质较强, 难度较大.

24. (14 分) (2015•温州) 如图, 点 A 和动点 P 在直线 l 上, 点 P 关于点 A 的对称点为 Q, 以 AQ 为边作 $Rt\triangle ABQ$, 使 $\angle BAQ=90^\circ$, $AQ: AB=3: 4$, 作 $\triangle ABQ$ 的外接圆 O. 点 C 在点 P 右侧, $PC=4$, 过点 C 作直线 $m \perp l$, 过点 O 作 $OD \perp m$ 于点 D, 交 AB 右侧的圆弧于点 E. 在射线 CD 上取点 F, 使 $DF=\frac{3}{2}CD$, 以 DE, DF 为邻边作矩形 DEGF. 设 $AQ=3x$.

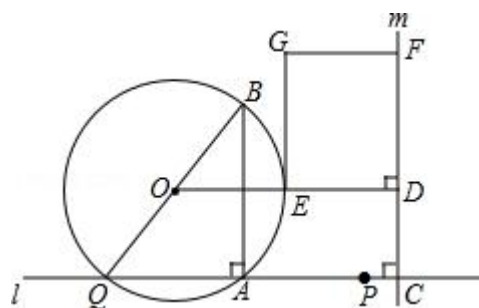
(1) 用关于 x 的代数式表示 BQ, DF.

(2) 当点 P 在点 A 右侧时, 若矩形 DEGF 的面积等于 90, 求 AP 的长.

(3) 在点 P 的整个运动过程中,

①当 AP 为何值时, 矩形 DEGF 是正方形?

②作直线 BG 交 $\odot O$ 于点 N, 若 BN 的弦心距为 1, 求 AP 的长 (直接写出答案).



【考点】 圆的综合题.

【分析】 (1) 由 $AQ: AB=3: 4$, $AQ=3x$, 易得 $AB=4x$, 由勾股定理得 BQ, 再由中位线的性质得 $AH=BH=\frac{1}{2}AB$, 求得 CD, FD;

(2) 利用 (1) 的结论, 易得 CQ 的长, 作 $OM \perp AQ$ 于点 M (如图 1), 则 $OM \parallel AB$, 由垂径定理得 $QM=AM=\frac{3}{2}x$, 由矩形性质得 $OD=MC$, 利用矩形面积, 求得 x , 得出结论;

(3) ①点 P 在 A 点的右侧时 (如图 1), 利用 (1) (2) 的结论和正方形的性质得 $2x+4=3x$, 得 AP; 点 P 在 A 点的左侧时, 当点 C 在 Q 右侧, $0 < x < \frac{4}{7}$ 时 (如图 2), $4-7x=3x$, 解得 x, 易得 AP; 当 $\frac{4}{7} \leq x < \frac{2}{3}$ 时 (如图 3), $7-4x=3x$, 得 AP; 当点 C 在 Q 的左侧时, 即 $x \geq \frac{2}{3}$ (如图 4), 同理得 AP;

②连接 NQ, 由点 O 到 BN 的弦心距为 1, 得 NQ=2, 当点 N 在 AB 的左侧时 (如图 5), 过点 B 作 $BM \perp EG$ 于点 M, $GM=x$, $BM=x$, 易得 $\angle GBM=45^\circ$, $BM \parallel AQ$, 易得 $AI=AB$, 求得 IQ, 由 NQ 得 AP; 当点 N 在 AB 的右侧时 (如图 6), 过点 B 作 $BJ \perp GE$ 于点 J, 由 $GJ=x$, $BJ=4x$ 得 $\tan \angle GBJ = \frac{1}{4}$, 利用 (1) (2) 中结论得 $AI=16x$, $QI=19x$, 解得 x, 得 AP.

【解答】 解: (1) 在 $Rt\triangle ABQ$ 中,

$$\because AQ: AB=3: 4, \quad AQ=3x,$$

$$\therefore AB=4x,$$

$$\therefore BQ=5x,$$

$$\because OD \perp m, \quad m \perp l,$$

$$\therefore OD \parallel l,$$

$$\because OB=OQ,$$

$$\therefore AH=BH=\frac{1}{2}AB=2x,$$

$$\therefore CD=2x,$$

$$\therefore FD=\frac{3}{2}CD=3x;$$

$$(2) \because AP=AQ=3x, \quad PC=4,$$

$$\therefore CQ=6x+4,$$

作 $OM \perp AQ$ 于点 M (如图 1),

$$\therefore OM \parallel AB,$$

$\because \odot O$ 是 $\triangle ABQ$ 的外接圆, $\angle BAQ = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 O 是 BQ 的中点,

$$\therefore QM = AM = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore OD = MC = \frac{9}{2}x + 4,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}BQ = \frac{5}{2}x,$$

$$\therefore ED = 2x + 4,$$

$$S_{\text{矩形 DEGF}} = DF \cdot DE = 3x(2x + 4) = 90,$$

解得: $x_1 = -5$ (舍去), $x_2 = 3$,

$$\therefore AP = 3x = 9;$$

(3) ①若矩形 $DEGF$ 是正方形, 则 $ED = DF$,

I. 点 P 在 A 点的右侧时 (如图 1),

$$\therefore 2x + 4 = 3x, \text{ 解得: } x = 4,$$

$$\therefore AP = 3x = 12;$$

II. 点 P 在 A 点的左侧时,

当点 C 在 Q 右侧,

$0 < x < \frac{4}{7}$ 时 (如图 2),

$$\therefore ED = 4 - 7x, \quad DF = 3x,$$

$$\therefore 4 - 7x = 3x, \text{ 解得: } x = \frac{2}{5},$$

$$\therefore AP = \frac{6}{5};$$

当 $\frac{4}{7} \leq x < \frac{2}{3}$ 时 (如图 3),

$$\because ED=7-4x, DF=3x,$$

$$\therefore 7-4x=3x, \text{ 解得: } x=1 \text{ (舍去),}$$

当点 C 在 Q 的左侧时, 即 $x \geq \frac{2}{3}$ (如图 4),

$$DE=7x-4, DF=3x,$$

$$\therefore 7x-4=3x, \text{ 解得: } x=1,$$

$$\therefore AP=3,$$

综上所述: 当 AP 为 12 或 $\frac{6}{5}$ 或 3 时, 矩形 DEGF 是正方形;

②连接 NQ, 由点 O 到 BN 的弦心距为 1, 得 NQ=2,

当点 N 在 AB 的左侧时 (如图 5),

过点 B 作 $BM \perp EG$ 于点 M,

$$\because GM=x, BM=x,$$

$$\therefore \angle GBM=45^\circ,$$

$$\therefore BM \parallel AQ,$$

$$\therefore AI=AB=4x,$$

$$\therefore IQ=x,$$

$$\therefore NQ=\frac{x}{\sqrt{2}}=2,$$

$$\therefore x=2\sqrt{2},$$

$$\therefore AP=6\sqrt{2};$$

当点 N 在 AB 的右侧时 (如图 6),

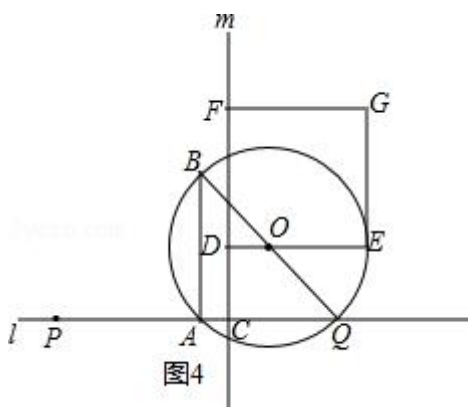
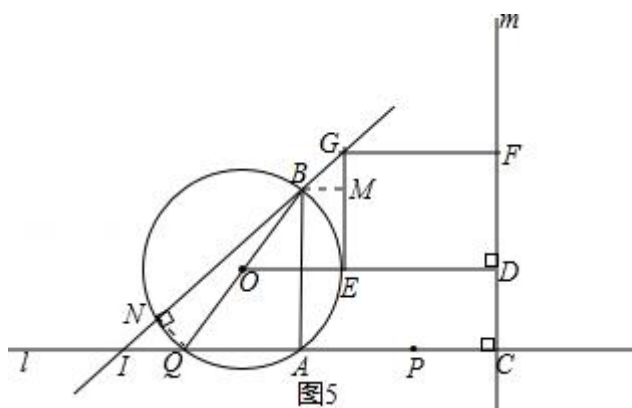
过点 B 作 $BJ \perp GE$ 于点 J,

$$\because GJ=x, BJ=4x,$$

$$\therefore \tan \angle GBJ=\frac{1}{4},$$

$$\therefore AI=16x, \therefore QI=19x,$$

$$\therefore AP = \frac{6\sqrt{17}}{19},$$



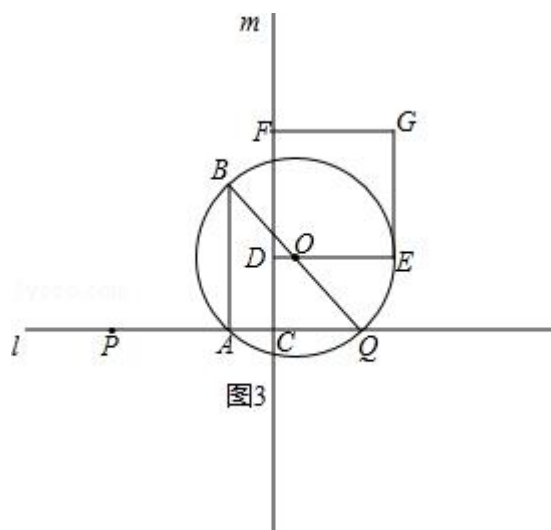


图3

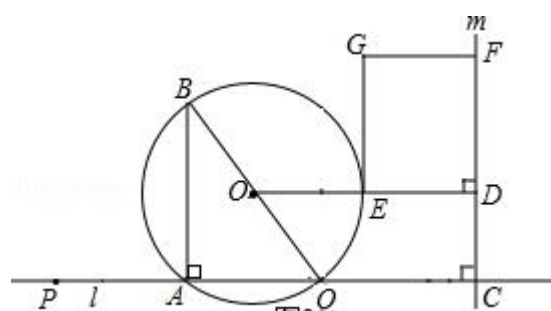


图2

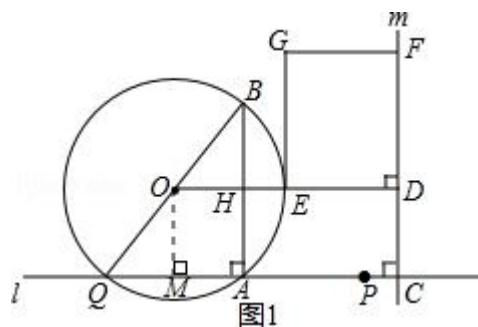


图1

【点评】本题主要考查了勾股定理，垂径定理，正方形的性质，中位线的性质等，结合图形，分类讨论是解答此题的关键.